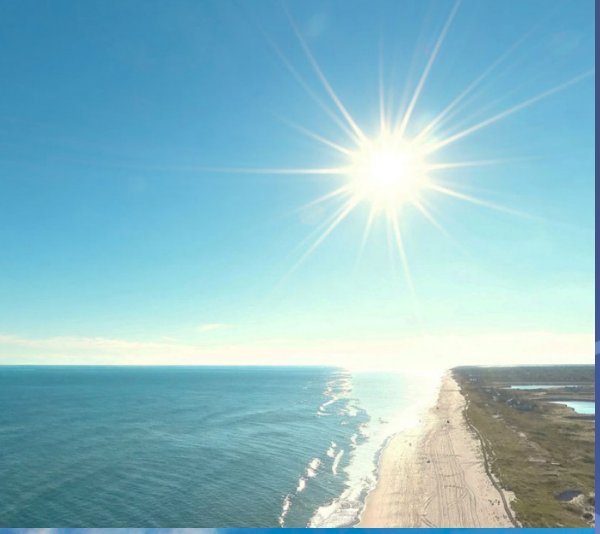


Atrapando el sol en los Sistemas Eléctricos de Potencia

Walter Brokering Ch.
Rodrigo Palma B.

Datos de catalogación bibliográfica

Walter Brokering Christie, Rodrigo Palma Behnke

Atrapando el sol en los sistemas eléctricos de potencia
-1a ed.- Santiago de Chile, diciembre, 2018.

ISBN: 978-956-398-395-1

Formato: 21x27 cm Páginas: 548

Edición del libro: Walter Brokering Christie
Rodrigo Palma Behnke
Bárbara Blanco Contreras
Danny Espín Sarzosa

Diseño de portada: Marcela Veas Brokering

PRIMERA EDICIÓN, 2018

Atrapando el sol
en los
Sistemas Eléctricos de Potencia

Walter Brokering Christie y Rodrigo Palma Behnke

Prefacio

Este texto sobre sistemas eléctricos de potencia, con una intención y espíritu bastante osados, pretende ayudar a la formación del estudiante latinoamericano de Ingeniería Eléctrica. Para ello, parte por reconocer dos realidades que condicionan esta pretensión:

- La primera es que existen pocos textos en español, aplicados a nuestras realidades, que faciliten la docencia universitaria y potencien la formación de los nuevos profesionales. Es obvia, entonces, la necesidad de contar con un texto en nuestro idioma común, adecuado a las necesidades actuales de los alumnos, que les permita superar la disociación existente entre los criterios teóricos con los que se debiera planificar y operar los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP) y la realidad práctica en que se desenvuelven los Mercados Eléctricos Competitivos (MEC).
- La segunda realidad es justamente la existencia de esta disociación entre el análisis técnico, destinado a establecer las características básicas de los elementos de un SEP, que aseguren al menos una calidad suficiente de servicio, y el análisis económicista, destinado a minimizar costos, maximizar utilidades, etcétera, análisis que no siempre parte de un respeto por la calidad del servicio entregado.

Frente a este estado de cosas, la pretensión de este texto es, por una parte, recordar a todos los interesados en los sistemas de potencia, cuáles son las características básicas de ellos, cuáles las reglas físicas y económicas que rigen su comportamiento, de manera de respetarlas y considerarlas adecuadamente en la planificación de nuevas instalaciones y en la operación de las existentes y, por la otra, presentar las bases de la teoría económica que se pretende aplicar a un sector que constituye un monopolio natural y que intercambia muchos productos de disímil comercialización (potencia activa y reactiva, en horas de punta y fuera de ella; energía; manejo de embalses de distinta capacidad; regulación de frecuencia; disponibilidad; reserva y apoyo mutuo; etcétera, etcétera), teoría que está hasta cierto punto en evolución, y donde es claro que falta un texto que la presente adecuadamente.

Este texto es una actualización y complementación de dos libros anteriores, los "*Apuntes de Sistemas Eléctricos de Potencia*", de Walter Brokering, 1978, y "*Ñom Lüfke, o el Rayo Domado*", de Walter Brokering, Rodrigo Palma y Luis Vargas, 2008. Buscando una forma que permita ir actualizando el documento con mayor frecuencia, Walter Brokering y Rodrigo Palma se animaron a plantear en forma conjunta esta versión para plataforma web, que además tiene la ventaja de ir acompañada de diversas aplicaciones y herramientas de simulación accesibles.

La necesidad de actualización y complementación frecuente del texto resulta clara si se piensa en el desarrollo acelerado que han tenido los SEP en estos últimos diez años. Temas que han tenido una evolución importante son, por ejemplo:

- La maduración a nivel técnica- y económicamente competitivo de algunas energías renovables, tales como las energías eólica y solar;
- La aparición masiva de pequeña generación distribuida en las redes de distribución, con los consiguientes problemas de manejo, protección de las redes, desarrollo de medidores inteligentes, operación durante emergencias, modificaciones reglamentarias, etcétera.
- La necesidad ecológica imperativa de descarbonizar la generacién eléctrica, tanto por razones económicas como medioambientales, buscando mitigar y limitar el cambio climático;

- La posibilidad de hacer inteligentes los sistemas de transmisión y las redes de distribución, aprovechando las herramientas de control modernas y las posibilidades que dan las telecomunicaciones;
- La electro movilidad, esto es, el reemplazo, en el transporte, de los combustibles fósiles por baterías o por motores a hidrógeno, que son ambos fuertes consumidores de electricidad en su recarga;
- También los temas tradicionales de planificación y operación de los SEP están en procesos de revisión y adaptación a los nuevos escenarios. Por ejemplo, ¿cómo operar de manera segura con una alta penetración de energía variable (y a veces muy variable)?, ¿Cómo alcanzar flexibilidad y resiliencia?, ¿qué nuevos modelos de negocio se requieren?, ¿de qué forma afectará la ciberseguridad a la operación de los sistemas?, etcétera.

Para el desarrollo de las diversas materias se ha mantenido una posición intermedia entre el tratamiento tradicional, que sobre la base de aproximaciones y métodos gráficos entrega una visión más tangible de los fenómenos involucrados, y el tratamiento analítico moderno, con ayuda de computadores digitales, que es de carácter (a veces demasiado) abstracto. En este último sentido, se ha tratado (hasta donde lo permiten nuestras limitadas capacidades de comprensión, síntesis y claridad de exposición) de ser lo más claros posible en las explicaciones correspondientes.

El libro contiene más de 500 figuras e ilustraciones, que facilitan enormemente la comprensión (parodiando el refrán, una figura vale más que mil palabras), así como unas 65 tablas con antecedentes prácticos, además de ejemplos numéricos resueltos.

El sitio web del libro (`http://sepsolar.centroenergia.cl`) reúne aplicaciones multimedia que ayudan a profundizar los conocimientos presentados en los distintos capítulos, e incorpora una versión no especialmente preparada de nuestro programa DeepEdit para simulaciones de SEP, en la cual se incluyen múltiples opciones de simulación y redes de algunos países, como Chile, Colombia, Bolivia y Argentina. En todo caso, la intención no es plantear ejemplos referidos a un país determinado, sino recalcar la universalidad de las situaciones, y permitir al usuario el análisis personal de muchos problemas y un entendimiento más directo e intuitivo de los fenómenos estudiados.

En relación con el uso de programas computacionales, nos parece oportuno prevenir al lector contra el uso no suficientemente crítico de tales programas, que son cajas negras a las que se tiende a creer a pie juntillas, olvidando que tienen la mala costumbre de entregar resultados equivocados, si hay algún error en los datos con los que trabajan.

El esfuerzo desarrollado al preparar este texto ha sido grande. Como es obvio, los avances en la tecnología y los cambios en el medio dejarán pronto obsoletas partes del libro, pero estaremos plenamente gratificados si el producto sirve, al menos por un tiempo, a los estudiantes para iniciarse en el complejo mundo de los SEP y los MEC, y a quienes ya trabajan en ellos, para mejorar la comprensión de los fenómenos que están ocurriendo permanentemente en los sistemas existentes.

Los autores

Sobre los autores

Walter Brokering Christie: Ingeniero civil electricista de la Universidad de Chile, con 55 años de experiencia en docencia universitaria, en evaluación de proyectos y en ingeniería eléctrica, particularmente en estudios y diseño de sistemas de transmisión y generación, tanto en la actividad privada como estatal. Fue jefe del grupo de estudios de desarrollo de sistemas de ENDESA Chile y del área de estudios de sistemas eléctricos de INGENDESA. Dirigió y participó en los estudios de definición conceptual de la mayoría de los sistemas de transmisión construidos en Chile en el período 1965 - 2000. Ha dirigido y colaborado en diversos estudios de evaluación y diseño conceptual en el campo de la energía para la industria y la minería. Ha participado en estudios de carácter internacional (Paraguay, Santo Domingo, Panamá, Bolivia). Ha sido delegado chileno en el Subcomité de Sistemas Eléctricos, en diversas reuniones de la CIER.

Rodrigo Palma Behnke: Ingeniero civil de industrias con mención en electricidad y magíster en ciencias de la ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile. Dr.-Ing. de la Universidad de Dortmund, Alemania. Profesor asociado del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Chile. Su campo de investigación cubre la planificación y operación de sistemas eléctricos de potencia en mercados competitivos, las energías renovables y el desarrollo de herramientas de apoyo a la docencia. Dicta las cátedras de sistemas eléctricos de potencia y mercados energéticos en la Universidad de Chile. Ha participado en estudios para el Gobierno y empresas del sector eléctrico en Chile y en el extranjero. Ha sido miembro del Comité de Expertos y Panel de Expertos de la Ley General de Servicios Eléctricos en Chile. Es *senior member* del IEEE.

Colaboradores: Hay una cantidad importante de personas que han cooperado en la estructuración de este texto, ya sea con ideas, sugerencias, comentarios, correcciones, etcétera. Un agradecimiento efusivo a todas ellas.

En primer lugar al **profesor Igor Rodríguez Pizarro**, cuyos apuntes manuscritos fueron la base desde la cual partieron los *Apuntes* de Walter Brokering, y también al **profesor Luis Vargas Díaz**, cuyos aportes a los temas Generador asincrónico y Estabilidad transitoria, en el texto de 2008, han sido claves.

También destacamos colaboraciones más específicas de los profesores señores Bonifacio Erices, Hugh Rudnick, Nelson Morales, Jorge Romo y Claudia Rahmann, así como de los ingenieros señores Federico Reich, Jaime Cotos, Rigoberto Torres, Nolberto Oyarce, Sebastián Cerda, Claudio Troncoso y Juan Pérez.

En lo que se refiere al esfuerzo que implica esta nueva versión, queremos reconocer el arduo trabajo y aporte de la candidata a magíster Bárbara Blanco y del candidado a doctor Danny Espín, lo que incluye la elaboración y compaginación del texto final y material gráfico. La nueva magíster Ignacia Devoto colaboró en la parte de electricidad fotovoltaica, la estudiante Maite Fernández en la temática de acumuladores y el recién doctorado Oscar Núñez revisó la parte de protecciones en los sistemas de distribución.

Los alumnos del curso de SEP de la carrera de Ingeniería Civil Electricista de la Universidad de Chile son quienes han creado gran parte de las aplicaciones multimedia contenidas en la plataforma web. Finalmente, el ingeniero y magíster Frank Leañez ha tenido una importante participación, al habilitar la plataforma web e integrar los desarrollos a la plataforma DeepEdit.

Si se cumple nuestra idea de originar un centro de formación de profesionales que lidere el desarrollo de los Sistemas Eléctricos de Potencia, la lista de coautores se expandirá grandemente en el futuro próximo.

"¡Síganme los buenos!"

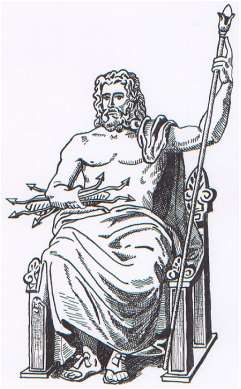
Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Atrapando el sol
(en los Sistemas Eléctricos de Potencia)

¿Qué podemos decir para poner en marcha suavemente este texto, sin exigir de inmediato al alumno? Tal vez comentar el título, que probablemente plantea algunas dudas, e incluso quizás un rechazo, al eventual lector. Sin embargo, no es más que una alusión, tal vez un poco altisonante, al hecho de que la generación eléctrica basada directamente en los rayos solares está de moda hoy en día. Al menos en el caso de Chile, se supone que con el tiempo pasará a ser una de las fuentes importantes de su generación eléctrica...



Zeus

De hecho, ya algunos locos (o visionarios, eso se verá en el futuro) hablan de transmitir miles de GW desde el Norte Grande hacia la Zona Central (¿quién pagará eso? Como siempre, tendría que ser el consumidor). Otros visualizan enormes plantas generadoras de hidrógeno (para los futuros motores de vehículos), alimentadas con electricidad desde plantas solares (Norte Grande), eólicas (repartidas en el país) o hidráulicas (Extremo Sur). Otros imaginan los techos de todas las casas y edificios cubiertos por células fotoeléctricas. Los más soñadores piensan en centrales aún más esotéricas, como geotérmicas, o en futuras plantas movidas por las olas y mareas del mar. En fin, cada uno se ilusiona con un "futuro esplendor".

Pero, ¿cómo hemos llegado a este estado de cosas, cuál es, o ha sido, la relación histórica del hombre con la electricidad?

Thor

En la Antigüedad más lejana, casi ninguna, ya que no se reconocía otro fenómeno que pudiéramos llamar "eléctrico" que el de los rayos. El homo sapiens primitivo sentía gran temor, pero al mismo tiempo admiración, por el rayo, que es tan espectacular, origina tanto ruido y es capaz de tanto estropicio. Íntimamente deseaba poseerlo, para adquirir poder y reputación. Esto se reflejó en la mitología de prácticamente todos los pueblos conocidos, cuyos dioses principales en algunos casos, o los dioses de la fertilidad y la lluvia en otros, manejan el rayo y el trueno. Pero, más allá de esta admiración por el rayo, el hombre ha intentado desde siempre dominar las fuerzas de la Naturaleza (hasta el punto que sus menguadas fuerzas y limitado caletre se lo permiten). Sin embargo, recién a partir del Renacimiento ha empezado a entender realmente estos fenómenos, y sólo hace un par de siglos que el empleo y progreso de los métodos experimentales quitó a los fenómenos físicos su aura teológica y de misterio, reavivando su estudio sin prejuicios, inicialmente en los campos de la mecánica y la óptica, más tarde también en el de la electricidad.

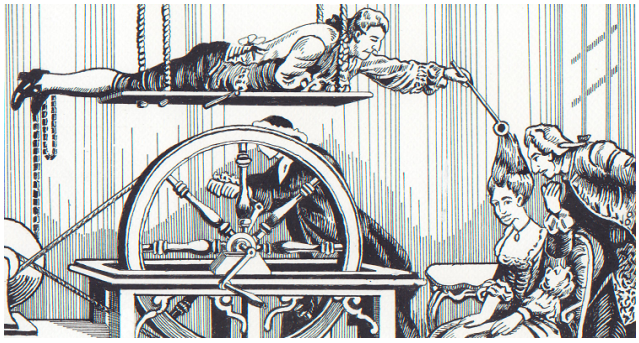
Tlaloc

Ésta aparece como tema apenas a fines del siglo XVII, con la máquina de electrificación de Guericke (1663), que por frotación adquiría una carga estática capaz de erectar los cabellos de quien la tocaba y hacer saltar chispas hacia objetos vecinos (ver figura en página siguiente). Esta máquina asombró, asustó y deleitó a las distintas cortes europeas durante un largo tiempo.

Sin entrar en el detalle pormenorizado del desarrollo durante los siglos que siguen, es conveniente destacar algunos hechos de importancia:

Benjamín Franklin (1706-1790), el ingenuo investigador estadounidense, fue el primero en ligar la electricidad (estática) con los rayos, realizando peligrosos experimentos con cometas conectados metáli-

camente a tierra, experimentos que condujeron a la creación de los pararrayos.



Carlos Coulomb (1736-1806) realizó los primeros estudios cuantitativos sobre la electricidad estática, descubriendo la ley que explica la fuerza electrostática entre cargas eléctricas vecinas (y que hoy lleva su nombre).

Alejandro Volta (1745-1827), realizó múltiples experiencias en electricidad e inventó la primera pila eléctrica (pila voltaica).

Andrés Ampère (1775-1836) visualizó la existencia de una relación entre magnetismo y corriente circulante en un circuito cerrado.

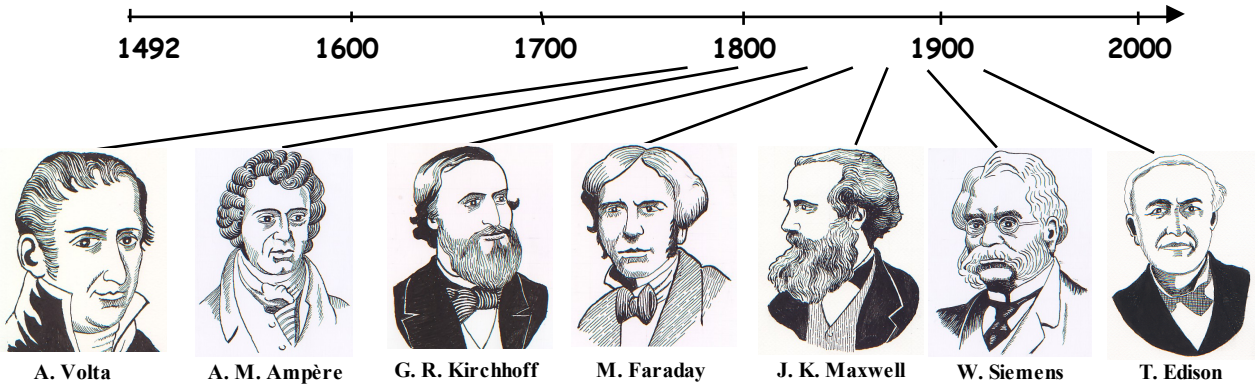
J. Simón Ohm (1789-1854) descubrió la ley que lleva su nombre y que explica la relación entre corriente y tensión en un conductor.

Roberto Kirchhoff (1824-1887) encontró en 1845 la ley sobre repartición de las corrientes entre ramas interconectadas, de importancia para los cálculos de circuitos eléctricos.

Miguel Faraday (1791-1867), un gran experimentador en muchos campos de la física y la química, descubrió el efecto de inducción y creó las bases para la sistematización de los conceptos electromagnéticos.

Jaime Maxwell (1831-1879) fue quien dio un sustento matemático a la teoría que explica la interacción de campos eléctricos y magnéticos cercanos (1873), teoría que se demostró aplicable también a la luz.

Enrique Lorentz (1853-1928) amplió estos conceptos en la llamada teoría elctrónica.



Desde un punto de vista práctico, un importante innovador y emprendedor fue **Werner Siemens** (1816-1892), quien inventó en 1866 la dinamo eléctrica de corriente continua, que estimuló el uso de la electricidad en la industria.

Otro importante inventor fue **Tomás Edison** (1847-1931), quien contribuyó poderosamente al establecimiento de los sistemas eléctricos, gracias al invento de la ampolleta incandescente (1879) y al fomento de las centrales generadoras (1882).

De grandes consecuencias futuras fue el invento del transformador, en 1891, por **Nicolás Tesla** (1856-1943), ya que permitió el uso de tensiones diferentes en la generación (limitada por el aislamiento de los generadores), transmisión (la mayor posible) y distribución (limitada por el aislamiento de los equipos industriales y domésticos).

En este mismo sentido, fue también importante el invento del motor trifásico de corriente alterna (1889) por **Miguel Dolivo-Dobrowolski** (1862-1919).

El último ingeniero de importancia en el desarrollo de los sistemas en corriente alterna fue **Carlos Steinmetz** (1865-1923), quien preconizó el uso de los sistemas trifásicos y el empleo de los números complejos en su análisis.

Si dejamos de lado la relación de Albert Einstein con la generación fotovoltaica, el desarrollo de la electricidad durante el resto del siglo XX ha ocurrido en el anonimato de las grandes fábricas y universidades.

La situación actual nos muestra que el empleo de la electricidad se ha extendido a tantos ámbitos de la vida ciudadana, y en un grado tal, que no es chauvinismo declarar que hoy en día constituye el pilar fundamental en el bienestar de la humanidad. Prácticamente no hay actividad en la cual la electricidad no juegue un rol importante, y ello no siempre por ser más económica, sino por la comodidad de su uso. ¡La industria en todas sus manifestaciones, la minería, el comercio, las telecomunicaciones, el transporte, toda el área de la salud, la entretención, la agricultura en un grado no despreciable, la computación, la vida hogareña y tantos otros campos gozan de una situación incomparable con la de hace unos 100 a 150 años!

La aparición de nuevas fuentes de generación que han madurado técnica- y económicamente (eólica, solar, geotermia), los cambios que ello introduce en el manejo de los Sistemas Eléctricos de Potencia (abreviado, SEP), los nuevos métodos de control, la electro-movilidad, etcétera, hacen que el campo de los SEP esté hoy en día muy movido, se podría decir que en ebullición. Ello implica que los actuales alumnos tendrán mucho que hacer y que deberán realizar un esfuerzo importante para estar a la altura de las circunstancias.

Por tanto, y dado que se trata de un libro que pretende ayudar a los alumnos universitarios a entender los sistemas eléctricos de potencia (lo que no puede ocurrir sin el esfuerzo propio del estudiante), vale lo que tan bien expresó Goethe, "*Was du ererbt von deinen Vätern hast, erwirb es, um es zu besitzen!*", (Lo que heredaste o recibiste de tus antecesores, ¡domínalo, para realmente poseerlo!).

O, si la expresión en alemán los lleva a confusión, en la centenaria versión china de Confucio:
"*Estudial, y a su debido tiempo, ponel en pláctica lo aplendido, ¿no constituye eso una glan satisfacción?*".

De manera que, recomendación final, estudiante a tu trabajo, híncale el diente (metafóricamente, si no te vas a atragantar) a este texto, ¡exprímelo, domínalo, mejóralo! y, a su debido tiempo, ¡transmite tus conocimientos a las nuevas generaciones!

Como dice el kôan o proverbio zen, *"¡Camina, y el camino se te abrirá!"*

Capítulo 1

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP)

1.1. Introducción

Este primer capítulo pretende dar una visión de carácter descriptivo de los elementos que componen un sistema eléctrico de potencia y de las razones que justifican la evolución histórica que han seguido. Se persigue con ello una introducción gradual en el tema, junto con una sistematización de conocimientos adquiridos con anterioridad.

Para motivar el análisis de los sistemas eléctricos, conviene plantear primero algunas ideas generales en relación con la importancia que ha alcanzado el uso de la energía eléctrica en el mundo de hoy y las razones que han llevado a su desarrollo.

1.2. Importancia de la energía eléctrica

La magnitud del consumo de energía representa una de las formas de medir la actividad económica de un país. Resulta lógico entonces dimensionar la importancia de la energía eléctrica a partir de su participación dentro del total de la energía consumida.

Sin embargo, efectuar esta comparación implica reducir los distintos tipos de energía a una unidad de medida común, lo que exige, por ejemplo, considerar el poder calorífico medio de los diversos combustibles, así como también el rendimiento típico de las instalaciones que lo queman, valores que sin lugar a dudas son muy variables de una situación a otra. Esto genera imprecisión en las cifras y dificulta las comparaciones, sobre todo entre países.

Como ejemplo, en la Tabla 1.1 se dan las equivalencias comúnmente usadas en Chile para elaborar estadísticas energéticas, empleando en general el poder calorífico inferior. Estas cifras se suelen dar alternativamente en J o en kWh, en que 1 $[kCal] = 4.1868$ $[J] = 1{,}163$ $[Wh]$. Para el carbón importado se ha considerado 7.500 [kCal/kg].

Tabla 1.1: Equivalencias de combustibles chilenos

Combustible	Poder calorífico	Cantidad equivalente a			
	kCal/kg	1 kWh	1t petr.	1t carbón imp.	1m^3 gas natural
Leña y desechos	2.500	2,0 dm^3	7,9 m^3	4,2 m^3	4,9 dm^3
Carbón Arauco	6.350	0,55 kg	2,2 t	1,18 t	1,3 kg
Carbón Magallanes	4.800	0,73 kg	3,0 t	1,60 t	1,8 kg
Petróleo combustible	10.000	0,28 lt	1,14 m^3	0,61 m^3	0,7 lt
Diésel	10.000	0,28 lt	1,14 m^3	0,61 m^3	0,7 lt
Gasolina	10.200	0,27 lt	1,30 m^3	0,70 m^3	0,7 lt
Queroseno	10.200	0,27 lt	1,20 m^3	0,64 m^3	0,7 lt
Gas licuado	12.000	0,39 m^3	1.550 m^3	830 m^3	0,95 m^3
Gas natural	11.000	0,41 m^3	1.630 m^3	875 m^3	1,0 m^3

Las Figuras 1.1, 1.2 y 1.3, muestran diagramas de flujos energéticos observados en Chile en épocas distintas, distinguiendo entre las diferentes fuentes energéticas y tipos de energías.

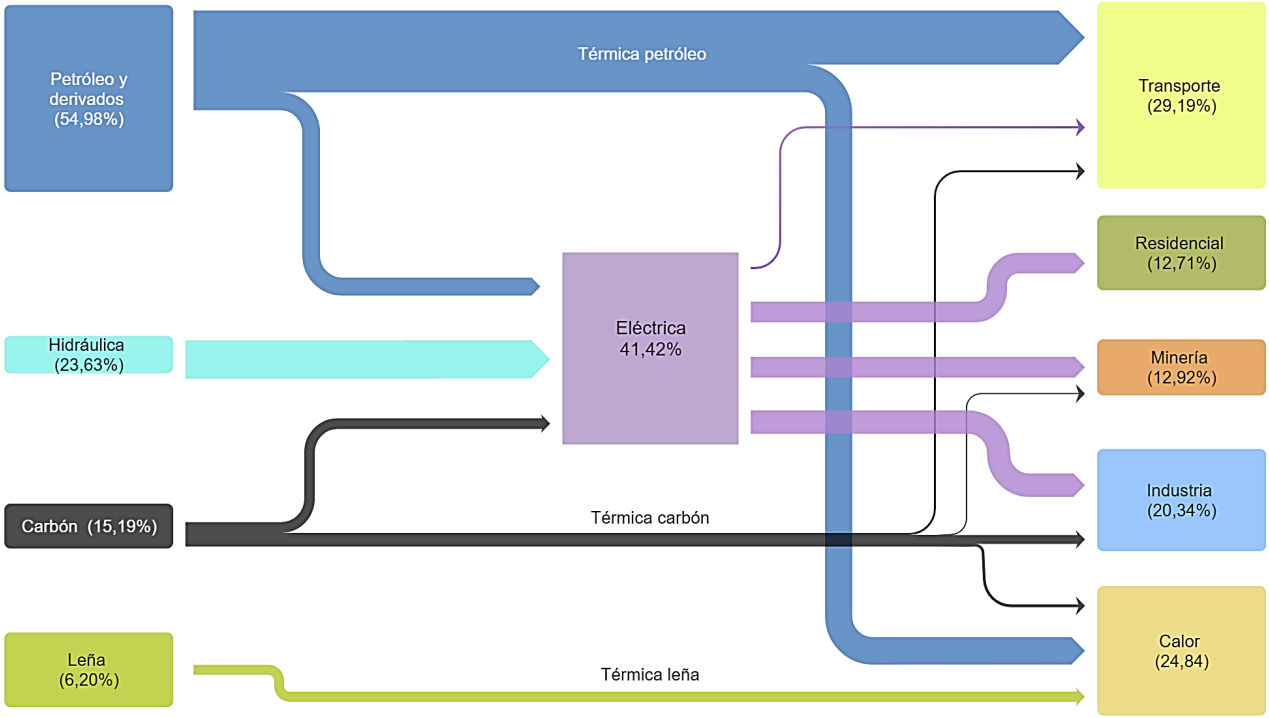


Figura 1.1: Diagrama de flujo energético expresado en GWh, 1970

La Figura 1.1 corresponde al año 1970 (balance energético Endesa 1980), mientras que la Figura 1.2 resume la situación para Chile 31 años más tarde, de acuerdo con el balance energético del año 2001 realizado por la Comisión Nacional de Energía.

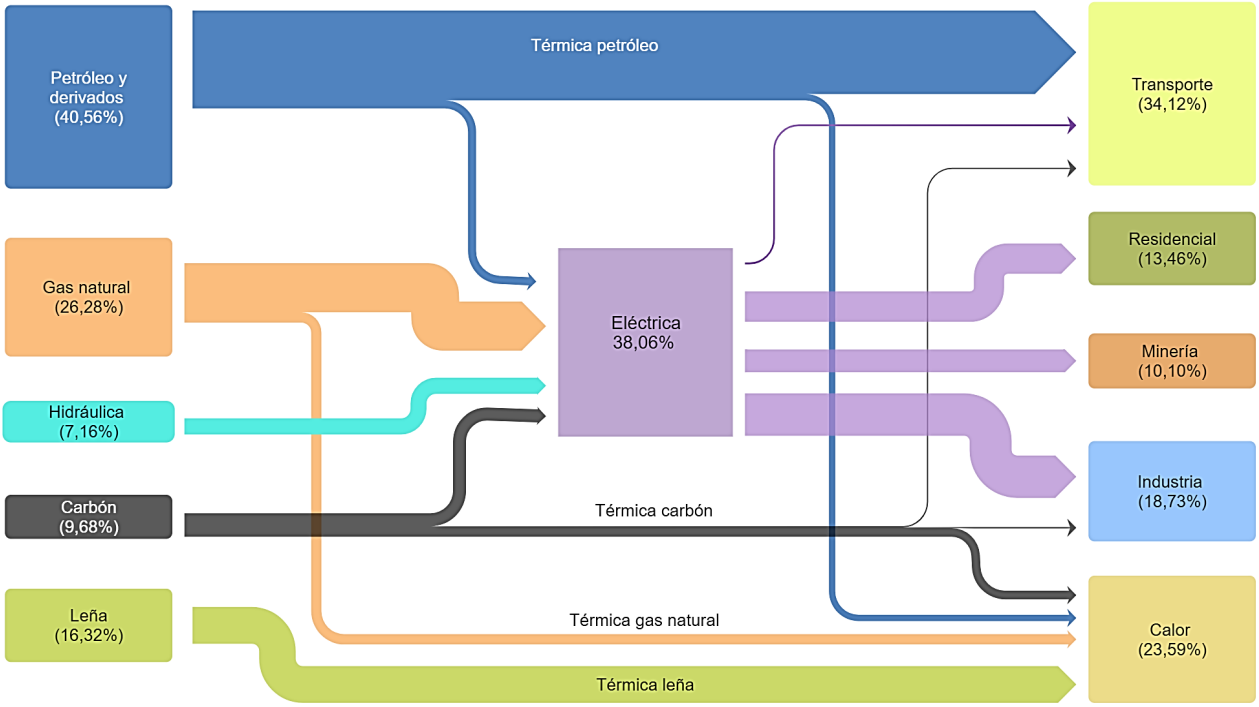


Figura 1.2: Diagrama de flujo energético expresado en GWh, 2001

Se aprecia el cambio estructural en la generación de la energía eléctrica que provoca la entrada masiva del uso del gas natural en Chile, a partir de 1996. Como resultado, se construyen menos centrales hidráulicas, cuyo porcentaje de participación se reduce.

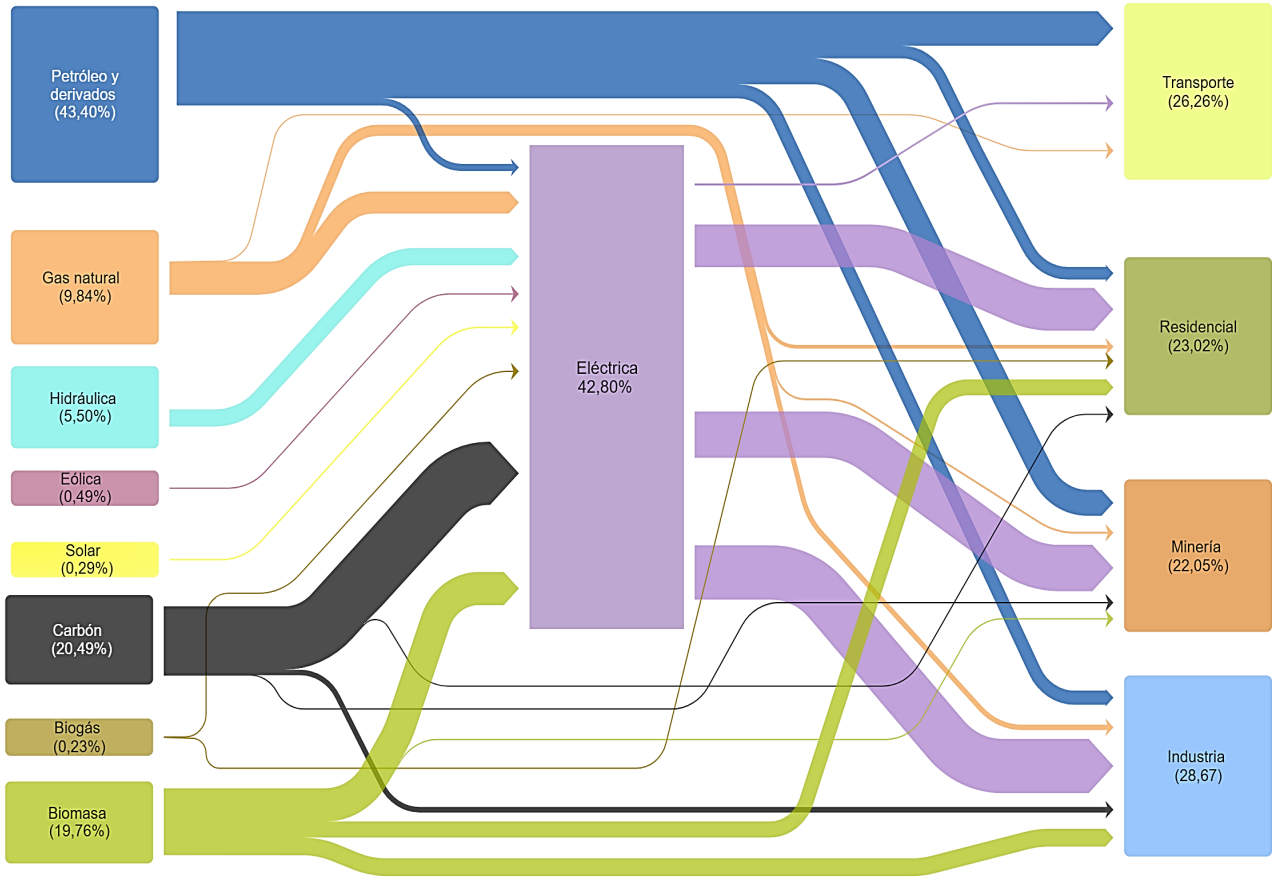


Figura 1.3: Diagrama de flujo energético expresado en GWh, 2015

La Figura 1.3 refleja la situación para Chile en el año 2015, con la aparición de las nuevas fuentes de energía solar y energía eólica. La energía hidráulica sigue baja, se reduce fuertemente el gas natural (ya no hay gas argentino) y crece el carbón.

Se aprecia que en todo este período, el porcentaje de uso final de la electricidad está en Chile alrededor del 40 %. Este uso masivo se debe al bajo costo de la electricidad en relación a otros insumos. En efecto, la energía eléctrica se ha hecho indipensable para la industria y se requiere en casi todos los procesos productivos modernos.

Por otra parte, el valor de la energía eléctrica consumida anualmente representa algo apenas cercano al 2 % del PIB. Además, son pocos los productos industriales en los que el valor de la energía eléctrica requerida supera el 1 % del valor del producto. No obstante, y aunque no se refleje en el costo, la electricidad es indispensable para su fabricación.

Esto lleva a una importante conclusión: un racionamiento de energía eléctrica no puede ser valorado por el costo de la energía no vendida, sino mediante una cifra que al menos represente el valor de la producción industrial perdida, que puede llegar a valores significativamente mayores (por ejemplo $0,5$ a 1 $[US\$/kWh]$). El valor puede incluso ser más grande, si se da mucha importancia al impacto sobre el nivel de vida de las personas afectadas.

Finalmente, si se analizan las inversiones requeridas para operar y desarrollar los sistemas eléctricos de potencia, en relación con las inversiones totales hechas cada año por el país, se llega a cifras importantes: entre el 6 y el 10 % de las inversiones anuales se destinan a estos fines. Además, el rápido crecimiento de los consumos (se duplican cada diez a quince años en los países en vías de desarrollo), hace que las inversiones requeridas crezcan en forma importante con el paso del tiempo.

Para ilustrar esta idea, consideremos que para abastecer 1 $[kW]$ hay que efectuar inversiones en centrales, líneas de transmisión y redes de distribución, por algo así como 2.000 dólares. A nivel nacional, con un crecimiento medio anual del consumo del orden de los 400 $[MW]$, esto significa inversiones anuales (medias) superiores a los 800 millones de dólares, y explica el imperativo de buscar rendimiento máximo para estas fuertes inversiones: planificación cuidadosa, uso de técnicas más avanzadas a que se tenga acceso, métodos de explotación óptimos, control de gestión, etc.

1.3. Razones para el empleo masivo de la electricidad

A estas alturas nace de manera natural la interrogante sobre cuáles pueden ser las razones que justifican la preferencia del empleo de la energía eléctrica, por sobre las otras formas de energía. Esta prelación deriva fundamentalmente de tres hechos:

1.3.1. Facilidad (comodidad) de conversión a otras formas de energía

La energía eléctrica se transforma directamente en muchas otras formas de energía (mecánica, térmica, luminosa, química) con excelentes rendimientos, y cualesquiera que sean las cantidades transformadas. Además, estas transformaciones se realizan en equipos sencillos de operar.

Es esta comodidad, más que la posible economía, la que ha llevado al uso masivo de la electricidad.

Existen, en todo caso, campos específicos de uso en los que, por razones económicas o culturales, la conversión no ha resultado atractiva (por ejemplo, transporte, calefacción, cocina eléctrica, etc.).

1.3.2. Facilidad (comodidad) de transporte

A primera vista, la entrega de la energía eléctrica parece difícil, puesto que ella no es almacenable, salvo en pequeñísimas cantidades y por breves espacios de tiempo (por ejemplo en los condensadores). Esto obliga a construir una red eléctrica que conecte permanentemente los consumos con las fuentes de generación. Aun contando con esa red, tal sistema sería aparentemente complicado de operar, debido a que el proveedor no tendría ningún control sobre el consumo instantáneo. Afortunadamente, la práctica ha demostrado que la entrega de energía eléctrica es fácil de controlar y de modular, tanto en pequeñas como grandes cantidades, realizándose en forma relativamente simple un equilibrio permanente entre la producción y el consumo.

Esta facilidad de modulación y control permite además una "manipulación" simple de los sistemas eléctricos mediante aparatos sencillos y fáciles de automatizar. Se evitan también los problemas de reflujos (o rebotes) de energía, los derrames, etc. (salvo el efecto secundario de las sobretensiones de maniobra).

Para finalizar este acápite, cabe aclarar que en él se ha hablado de facilidad, pero no de mayor economía de transporte. En efecto, transportar una cantidad dada de energía en forma de electricidad es, en general, más caro que hacerlo directamente en forma de combustible (carbón, petróleo, gas, etc.), salvo para combustibles de mala calidad (por ejemplo carboncillo), o en países o regiones en que las posibilidades de transporte sean malas.

La Figura 1.4 muestra el costo relativo K de la energía recibida, para distintas formas (LT = líneas de transmisión, G = gas por tubería, P = petróleo por oleoducto) y distancias de transporte. Para cada forma de transporte se da un límite inferior y otro superior de costo. La figura supone que todo el combustible transportado es convertido en energía eléctrica, con rendimientos normales (del orden de 30 %). Se incluyen el costo de instalación y las pérdidas de explotación.

La mayor comodidad del transporte eléctrico queda refrendada por la siguiente comparación: para transportar la generación de una central eléctrica a carbón de 1,000 $[MW]$ se requieren 2 circuitos de 500 $[kV]$. Si la central fuese instalada cerca del consumo eléctrico, para transportar las 350 toneladas de carbón por hora necesarias, se requeriría una flota de trenes de 14 vagones, saliendo cada 10 minutos.

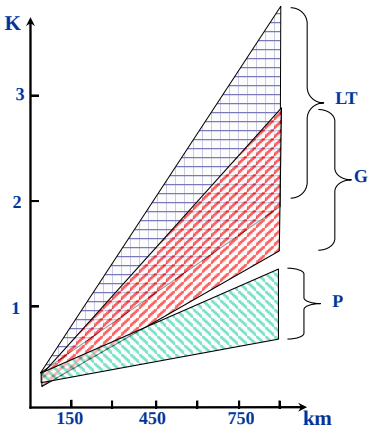


Figura 1.4: Costo relativo

1.3.3. Facilidad (comodidad) de distribución

Esta propiedad deriva del hecho de haber constituido una conexión directa entre el productor y el consumidor, y del hecho ya citado, de que la energía eléctrica se presenta como un flujo continuo, fácil de subdividir y de modular.

1.4. Los sistemas eléctricos de potencia (SEP)

Las centrales generadoras se ubican a menudo en zonas alejadas de los centros de consumo. Ello ocurre por un conjunto de razones técnicas, económicas y ambientales, tales como la localización de caídas o desniveles adecuados en el caso de centrales hidroeléctricas; una ubicación cercana a las fuentes de carbón y/o a fuentes adecuadas de agua para refrigeración en el caso de centrales a vapor; ubicación alejada de las ciudades y cercanas a fuentes de agua para refrigeración en el caso de centrales nucleares, cercanía a los gasoductos, etc. Esto obliga a construir uniones eléctricas más o menos importantes entre las centrales y los centros de consumo, que paulatinamente dan origen a redes que pueden ser bastantes complicadas, denominadas **sistemas eléctricos de potencia**.

En la operación de estas redes es necesario respetar ciertas restricciones técnicas, que tienen relación con la "calidad" del producto entregado. Estas limitaciones se refieren fundamentalmente a las variaciones aceptables en la tensión y la frecuencia, así como al hecho de que se debe tratar de asegurar la entrega de energía en cualquier momento.

De lo anterior se desprende que,

Sistema Eléctrico de Potencia es el conjunto de instalaciones que permiten generar, transportar y distribuir la energía eléctrica en condiciones adecuadas de tensión, frecuencia y disponibilidad.

1.5. Características técnicas

1.5.1. Sistemas de corriente alterna

Históricamente (1880-1890), los primeros sistemas eléctricos se desarrollaron en corriente continua, debido a su mayor simplicidad, y a las ventajas del motor de corriente continua. Sin embargo, estos esquemas presentaban serias dificultades para interrumpir el paso de la corriente (que no pasa por cero, como en alterna). Además, la imposibilidad de subir el nivel de tensión pasó a ser muy pronto una limitación seria, al obligar a tener una misma tensión para generación, transmisión y distribución. Como las limitaciones tecnológicas (aislamiento) impiden subir el nivel de tensión en la generación más allá de unos 15 a 20 $[kV]$, las posibilidades de transmisión quedaban limitadas a pocos kilómetros.

Por las razones anteriores, una vez perfeccionado el transformador (hacia 1890), comenzó a emplearse la corriente alterna sinusoidal, con niveles de tensón diferentes en las etapas de generación y transmisión.

En la actualidad, redes en corriente continua subsisten solo en el campo del transporte (trolebuses, ferrocarriles, metros), debido a las ventajas que para esos fines presenta el motor de continua. Sin embargo, en muchos casos se prefiere realizar la conversión de alterna a continua en los vehículos mismos, eliminando las redes públicas en continua. En el caso del Metro de Santiago, se utilizan tanto motores en corriente continua como de inducción, manteniéndose una red local de distribución en corriente continua.

Otra aplicación actual importante de la corriente continua es la unión, mediante enlaces punto a punto en continua, de sistemas alternos cuyas frecuencias nominales son distintas, o que están separados por distancias eléctricamente largas (ver capítulo 20).

1.5.2. Frecuencia

De las muchas frecuencias empleadas inicialmente ($16\ 2/3, 25, 40, 50, 60$ $[Hz]$, etc.), se han mantenido solo unas pocas. La elección ha sido más bien arbitraria y de compromiso, dado que no existen razones definitivas en favor de ninguna de ellas.

Entre las razones que harían aconsejable una frecuencia baja están:

- el hecho de que las impedancias crecen con la frecuencia, casi linealmente hasta los 50 $[Hz]$, aproximadamente (incluso más rápidamente a frecuencias mayores, debido al efecto pelicular);
- que el funcionamiento de los motores con colectores es menos crítico a frecuencias bajas (tanto es así que solo a partir de la década de 1960 ha sido tecnológicamente posible desarrollar motores monofásicos con colector a frecuencias de 50 $[Hz]$);
- que las interferencias (inducciones) en los circuitos telefónicos vecinos a las líneas crecen con la mayor frecuencia de la red, etc.

En cambio, razones que aconsejan frecuencias mayores serían, por ejemplo:

- las fluctuaciones de la iluminación de las ampolletas incandescentes y los tubos fluorescentes durante cada ciclo son menos notorias; y

- el ahorro en costo y peso que implica el hecho de poder reducir la sección de los circuitos magnéticos en algunos equipos eléctricos, como los transformadores (en que $E = k \cdot f \cdot B \cdot S$), de modo que para tensión E, e inducción B dados, a mayor frecuencia f corresponde menor sección S; etc.

Se podría buscar el equilibrio económico de todas estas variables. Cálculos aproximados llevan a pensar que el óptimo estuvo inicialmente en torno a los 50 $[Hz]$, pero que con el desarrollo tecnológico se ha desplazado hacia frecuencias algo mayores. De cualquier forma, a estas alturas ya se ha producido la normalización de frecuencias en los distintos países, sin que se llegara a un acuerdo internacional único.

Es así como los países europeos y asiáticos, más algunos latinoamericanos del cono sur, en los que la electrificación fue iniciada por empresas europeas, como Chile, Bolivia, Paraguay, Uruguay y Argentina, han adoptado 50 $[Hz]$, mientras que USA y la mayoría de los países latinoamericanos, en los que la electrificación fue iniciada por empresas norteamericanas, adoptaban 60 $[Hz]$. La evolución histórica ha llevado incluso a que en muchos países (Japón, Brasil, México, Venezuela, etc.) coexistan sistemas en distintas frecuencias. La unificación de los sistemas implica transformar uno de ellos, con los consiguientes costos y dificultades.

En Chile existen también algunos sistemas mineros aislado en 60 $[Hz]$, como por ejemplo, el de la Cía. Minera El Teniente, el de Soquimich, etc.

1.5.3. Número de fases

Los primeros sistemas alternos fueron monofásicos, por su sencillez y menor costo (emplean sólo dos conductores por línea). Sin embargo, las dificultades iniciales en el diseño de los motores monofásicos llevaron pronto al empleo de sistemas polifásicos, capaces de crear campos rotatorios, y con ello, torques motores. De estos sistemas polifásicos, los sistemas trifásicos son los que han resultado más eficientes (mejor relación beneficio/costo, al usar menos conductores).

Por ello, la gran mayoría de los sistemas eléctricos son hoy en día trifásicos, con 3 tensiones alternas sinusoidales **desfasadas entre sí en el tiempo en 120 grados eléctricos**.

El empleo de solo 3 conductores es posible mientras el desequilibrio de potencias en las tres fases sea pequeño, lo que normalmente ocurre en las redes de transmisión. En las redes de distribución, en cambio, se usan cuatro conductores, y el neutro debe tener una sección análoga, cuando no mayor, que aquella de las fases.

Redes monofásicas se emplean sólo en las instalaciones domiciliarias, y en casos aislados, en la distribución rural en zonas con pocos consumidores. En este último caso se alimentan desde las redes trifásicas, ya sea mediante transformadores monofásicos conectados entre una fase y neutro (a veces también entre dos fases), lo que desequilibra el sistema trifásico; ya sea mediante transformadores especiales en conexión Scott o Leblanc, que conservan el equilibrio de potencias. También son monofásicos algunos sistemas de tracción, en los que el neutro va a tierra y la fase alimenta la catenaria.

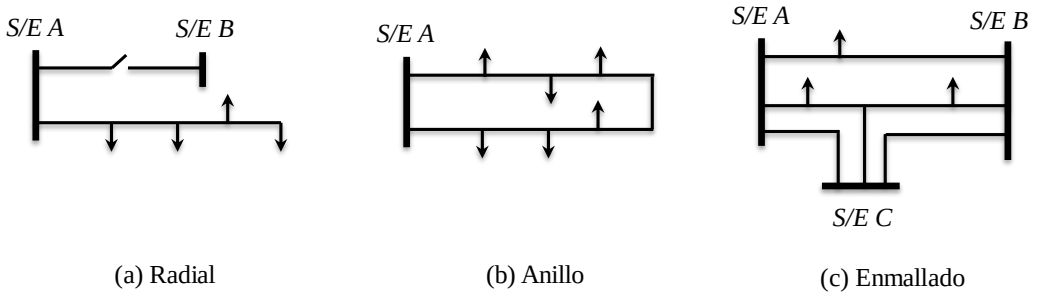
1.5.4. Topología o estructura de las redes de corriente alterna

La forma topológica de estructurar un sistema eléctrico se ha ido complicando en la medida en que se van imponiendo exigencias más severas a la disponibilidad de la energía eléctrica.

En efecto, no basta con que los sistemas eléctricos permitan el paso de una determinada potencia mientras la situación sea normal, sino que deben tener una adecuada seguridad de servicio, que permita hacer frente a posibles averías de los equipos, así como a perturbaciones y agentes destructores externos, tales como lluvia, polución, choque de vehículos, etc. Ahora bien, cualquier forma de aumentar la seguridad de servicio, ya sea mediante el empleo de líneas o equipos más sólidos, sea por el uso de un mayor número de circuitos o equipos, implica un aumento de las inversiones. Existe, entonces, un compromiso económico entre estas mayores inversiones y el valor de la seguridad, que dependerá de la importancia del sistema o de los consumos. Para cada sistema, y para cada etapa de él, habrá entonces una topología diferente.

a) **Sistemas radiales** son aquellos en los que desde una determinada subestación salen uno o más alimentadores (*feeders*), cada uno de los cuales puede o no ramificarse, pero que jamás vuelven a encontrar un punto común. Estos sistemas, sencillos y fáciles de controlar y proteger, son evidentemente los más baratos, pero los que menos seguridad de servicio ofrecen. En la práctica se suelen extender alimentadores vecinos, tomados desde una misma subestación, o incluso desde subestaciones separadas, hasta puntos muy cercanos entre sí, donde se unen mediante elementos de interrupción que permanecen abiertos durante la operación normal. Esta disposición permite, en caso de alguna perturbación importante, retomar el servicio desde el alimentador vecino, pero siempre en forma radial (ver Figura 1.5.a).

Se verá en 1.7.4 que las redes de usuarios y las redes de distribución secundaria son casi siempre radiales.



(a) Radial (b) Anillo (c) Enmallado

Figura 1.5: Topologías de las redes de corriente alterna

b) Sistemas en anillo (bucle) son aquellos en los que se aumenta la seguridad de servicio alimentándolos en paralelo desde dos o tres fuentes a la vez, mediante líneas continuas, sin interrupciones. El número de anillos así formado es siempre reducido y cada uno puede contener derivaciones más o menos importantes y ramificadas (ver Figura 1.5.b).

En caso de problemas con una de las fuentes (transformador), es posible mantener la alimentación de los consumos desde las fuentes restantes. Si falla uno de los anillos, es posible aislar el trozo fallado y alimentar los consumos desde ambos lados en forma radial. Mientras mayor sea el número de trozos en que se pueda dividir el anillo, mayor será la seguridad, pero también el costo. Por último, la protección y el control de un anillo son más complicados y caros que los de un alimentador radial.

Se verá en 1.7.4 que los sistemas de repartición están estructurados casi siempre en anillo. También lo son, al menos en los países industrializados, los sistemas primarios de distribución.

c) Sistemas enmallados son aquellos en los que todas las líneas forman anillos, llegándose así a una estructura semejante a una malla. Esta disposición exige que todos los tramos de línea acepten sobrecargas permanentes, y estén premunidos de equipos de desconexión en ambos extremos (ver Figura 1.5.c). Se obtiene así la máxima seguridad, aunque también al mayor costo. Este tipo de redes se emplea en sistemas de transmisión importantes, así como en la distribución de algunas grandes urbes, como Nueva York o París.

En todo caso, es necesario tener presente que en un sistema de este tipo no es posible, en general, dirigire la corriente (potencia) de manera que fluya por una determinada línea, ya que ello ocurre de manera natural, en función de las leyes de Kirchhoff, de acuerdo con las impedancias que estén operando en paralelo. Si las líneas que operan en paralelo son de distintas tensiones, esto obliga a mantener abiertos tramos de la línea de menor tensión, para impedir que ella se sature. En términos generales implica, además, que cualquier perturbación en el flujo por una línea repercute de inmediato sobre otras.

1.5.5. Sistemas de corriente continua

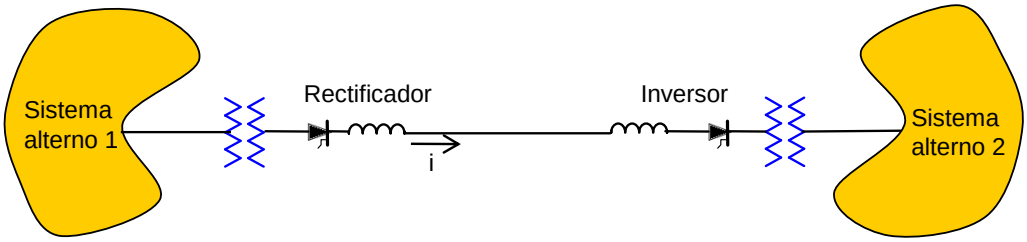


Figura 1.6: Esquema de un sistema CCAT

Con el desarrollo de la electrónica de potencia ha retomado validez la aplicación de la corriente continua a la transmisión de grandes potencias a distancias muy largas (sobre 1.000 $[MW]$ a distancias superiores a 800 $[km]$ en el caso de líneas aéreas; sobre 50 $[MW]$ a distancias superiores a 20 $[km]$ en el caso de cables submarinos). En efecto, si se rectifica la corriente alterna con posterioridad a lograr un adecuado nivel de tensión, es posible

aprovechar para la transmisión las características ventajosas de la corriente continua (menor impedancia al no influir la reactancia, rapidez de control, etc.). En el otro extremo se entrega la energía a otro sistema de corriente alterna, con ayuda de inversores (rectificadores que operan con un desfase adecuado para ello). El paso por corriente continua permite, además, que las frecuencias de los sistemas alternos ligados puedan ser diferentes (ver Figura 1.6).

La limitación principal para el uso masivo de estos esquemas es su alto costo. En todo caso, no dejan de ser numerosos los sistemas ya construidos.

1.6. Las centrales generadoras

En las secciones que siguen se describen, desde un punto de vista "estructural", las principales instalaciones y equipos que componen un sistema eléctrico de potencia. Se comienza con las centrales generadoras, que son aquellas instalaciones donde se genera la electricidad, por conversión a partir de una fuente energética.

Existen múltiples fuentes de energía disponibles en la naturaleza, la mayoría de las cuales se relaciona directamente con la energía proveniente del sol. La Figura 1.7 presenta distintas formas de conversión de la energía solar, tecnologías asociadas y el uso final de las mismas.

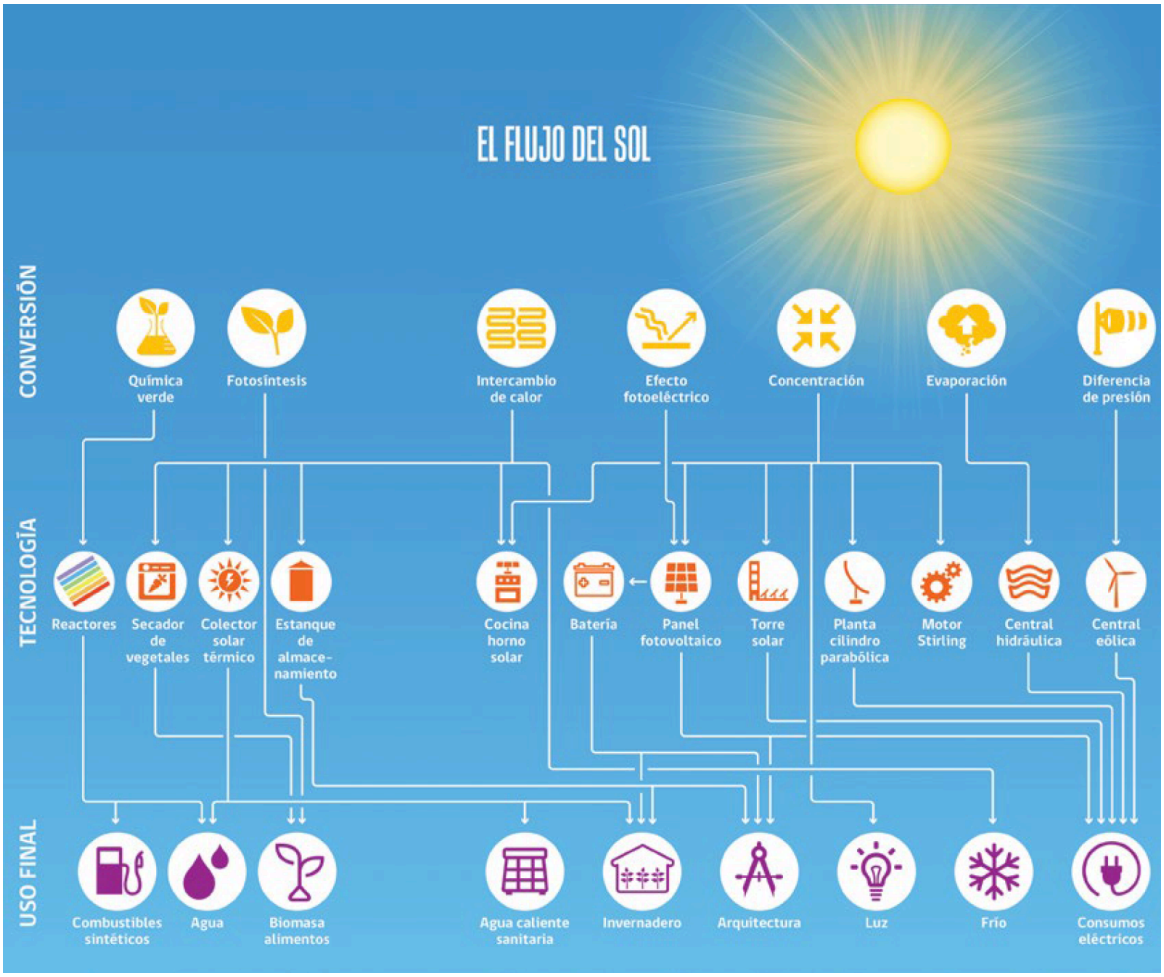


Figura 1.7: El flujo del sol (gentileza SERC Chile, Ayllu Solar)

Nuestros combustibles fósiles son energía solar almacenada desde una edad geológica muy remota. La biomasa son desechos orgánicos de vegetales o animales. La energía eólica utiliza las corrientes que se generan a partir del aire caliente y de la rotación de la tierra. La energía hidráulica depende de la evaporación del agua y su posterior regreso a la tierra en forma de lluvia, para abastecer ríos, lagos y represas. Y están también las olas, que transportan toda

la energía recibida de los vientos durante el camino que recorrieron por el océano.

Cabe hacer presente que las únicas fuentes no directamente relacionadas con el sol son la energía geotérmica y la energía nuclear. Nótese también que el uso más importante de muchas de estas fuentes no es la generación de electricidad, sino la alimentación de la población, el transporte, la calefacción, etc.

Cada una de las fuentes disponibles define el tipo de tecnología de generación de electricidad más apropiado. Las fuentes hasta hoy en día más importantes utilizan fluidos, como agua, vapor, gas y viento. A modo de ejemplo, la diferencia de temperatura entre masas de aire, provocada por el sol, genera diferencias de presión entre ellas, que se manifiestan en corrientes de aire aprovechables para la producción de electricidad a través de centrales eólicas. Similarmente, la evaporación de masas de agua (sobre todo marinas), producto de la energía del sol, genera las nubes, que luego precipitan en altura, en forma de nieve y lluvia, lo que configura el ciclo del agua, aprovechable por las centrales hidráulicas. Por otra parte, a través de la fotosíntesis de la luz del sol, la biomasa es capaz de fijar carbono, constituyéndose en una fuente de almacenamiento de energía, aprovechable para producir vapor, mediante distintos bioprocesos o de combustión directa.

En la Figura 1.8 se presentan esquemáticamente las principales fases en los procesos de generación a través de fluidos. En esencia, todos estos procesos se basan en el aprovechamiento de la energía del fluido y su conversión, mediante turbinas, en energía cinética que mueve al generador eléctrico.

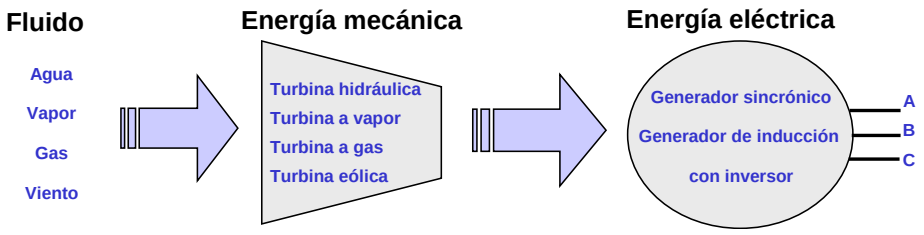


Figura 1.8: Fases en el proceso de generación con fluidos

Existe, además, una gran variedad de fuentes de energía no ligadas a un fluido, que son en su mayoría renovables. En general, estas soluciones tecnológicas generan electricidad en corriente continua, a partir del aprovechamiento de energía primaria de tipo químico, solar, etc. Se incluye en esta categoría el uso directo de la energía solar, a través de sistemas de concentración, o bien, de placas fotovoltaicas. Un esquema general de estas tecnologías se muestra en la Figura 1.9, donde además se aprecia que, para el aprovechamiento final eléctrico se requiere un proceso de inversión, para transformar la corriente continua en corriente alterna trifásica.

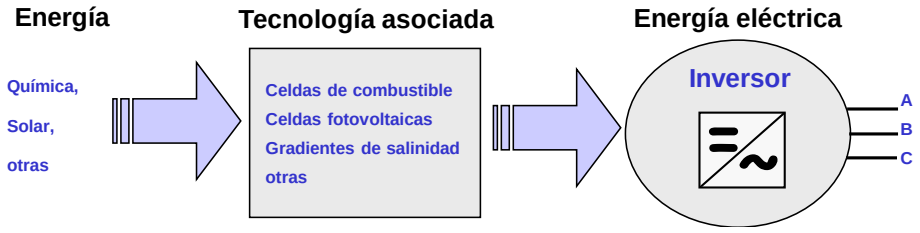


Figura 1.9: Fases en el proceso de generación con otras fuentes de energía

Por último, es importante resaltar que muchos de los usos no eléctricos de la energía solar pueden ser desarrollados de forma combinada con la generación de electricidad, en aplicaciones comunes, lo que potencia su desarrollo futuro.

Como usualmente la transmisión de energía eléctrica se realiza a niveles elevados de tensión (sobre 110 $[kV]$), luego del proceso de transformación es necesario agregar un transformador de subida que permita realizar esta tarea.

1.6.1. Descripción de los elementos componentes de las centrales

En esta sección se realiza una breve descripción de los componentes más importantes que forman parte de una central de generación.

Las turbinas poseen características muy diferentes según sea el elemento motor empleado (agua, vapor, gas, etc.).

En el caso de las centrales hidroeléctricas se distinguen las **turbinas Pelton**, **Francis** y **Kaplan** (Figura 1.10 en página siguiente). El tipo de turbina por utilizar dependerá de la altura de caída (m) y del caudal (m^3/seg) de agua aprovechado. La Figura 1.11 en la página que sigue muestra los rangos de altura de caída y gasto de agua en que más se emplean estas turbinas.

Las turbinas térmicas, entre las que se distinguen las **turbinas a vapor** (Figura 1.12), las **turbinas de gas** y los **motores diesel**, giran a velocidades mayores que las turbinas hidráulicas, por lo que son mucho más compactas.

Las turbinas no se analizarán con mayor profundidad en este texto.

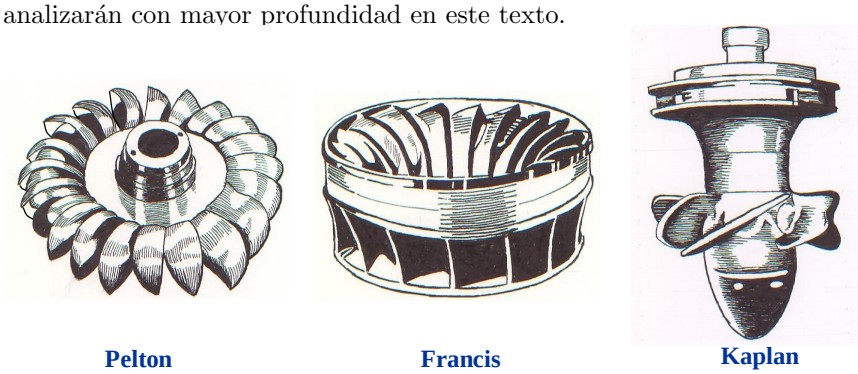


Figura 1.10: Tipos de turbinas en centrales hidroeléctricas

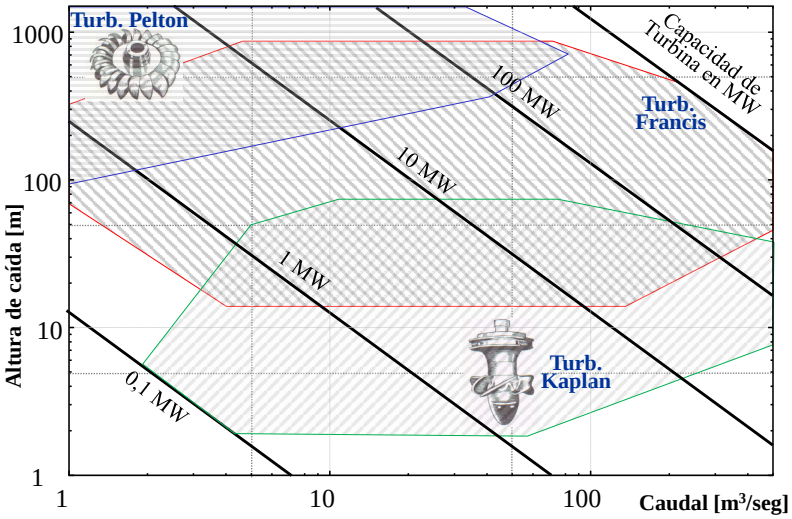


Figura 1.11: Ámbitos de aplicación de turbinas hidráulicas

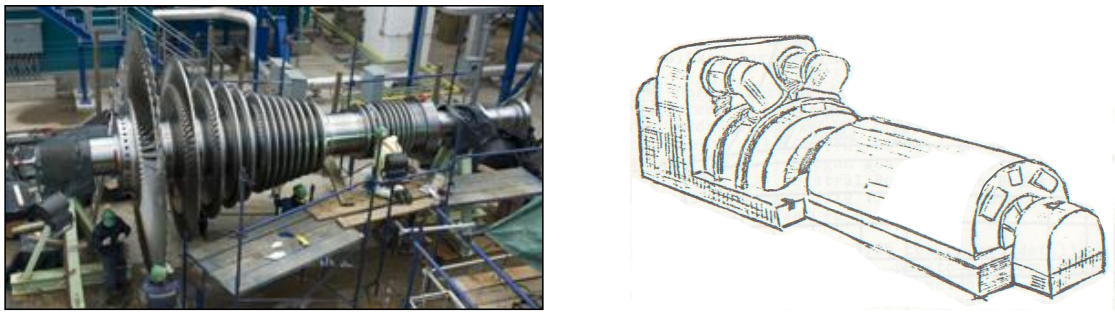


Figura 1.12: Turbina a vapor (Foto cortesía de ENDESA)

Los generadores, que transforman la energía mecánica entregada por la turbina en energía eléctrica, se verán con cierto detalle en el capítulo 3. Normalmente son máquinas sincrónicas, aunque en algunos casos especiales (centrales pequeñas, no atendidas, y ubicadas en lugares en los que el sistema pueda proporcionar la potencia

reactiva que consumen) se pueden usar máquinas asincrónicas (capítulo 4). Un inconveniente de los generadores asincrónicos es el no poder partir si el sistema no ha sido previamente energizado por otras centrales sincrónicas.

El tamaño de los generadores sincrónicos ha crecido enormemente en los últimos años, una vez resueltos los problemas tecnológicos que implica la extracción del calor (refrigeración por hidrógeno a presión o por agua). Operan con tensiones que van desde los 400 $[V]$ para las unidades muy pequeñas (algunos $[kW]$) hasta unos 20 a 25 $[kV]$ para las unidades mayores (500 a 1.000 $[MW]$).

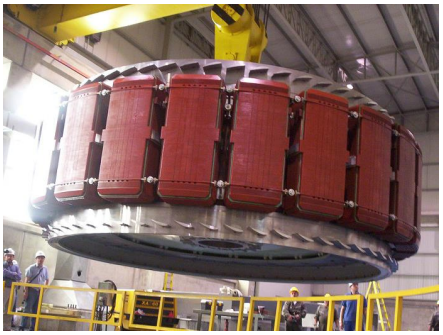


Figura 1.13: Rotores de generadores sincrónicos. Izq, de una central hidroeléctrica (cortesía INGENTRA), der, de una central térmica (cortesía AES GENER)

Los generadores acoplados a turbinas térmicas, por su gran rapidez, son del tipo de rotor cilíndrico (ver Figura 1.13 derecha), con pocos pares de polos. Los alternadores acoplados a turbinas hidráulicas, más lentos, son del tipo de polos salientes (ver Figura 1.13 izquierda), con un mayor número de polos.

Los transformadores (Figura 1.14) se analizarán con cierto detalle en el capítulo 6. Pueden ser unidades trifásicas, o también bancos formados por la conexión apropiada de unidades monofásicas. En su fabricación se emplean aceros y disposiciones especiales, con el fin de reducir las pérdidas. La limitación en cuanto a la posibilidad de extraer el calor generado ha retardado la construcción de unidades grandes.

Figura 1.14: Transformadores de poder (Cortesía ENDESA)

1.6.2. Algunas definiciones ligadas a la generación y a los equipos eléctricos

Para evitar confusiones de lenguaje conviene definir algunos conceptos relativos a los equipos de las centrales, como por ejemplo:

Potencia (o capacidad) nominal de un equipo es la potencia que puede suministrar (transportar o absorber, según sea el caso), por períodos largos de tiempo (permanentemente, durante 8 horas), en condiciones de calentamiento definidas por su clase de aislamiento ($80\,°C$, $90\,°C$, etc.) y tales que garantizan una vida útil normal (por ejemplo, 1.000 horas para una ampolleta, 30 años para un transformador, etc.).

Potencia (o capacidad) máxima de un equipo, $P_{máx}$, es la mayor potencia que puede suministrar (o absorber), durante un lapso breve de tiempo, en condiciones variables según el tipo de equipo. Excede a la potencia nominal

en el valor de la **sobrecarga** admisible.

Potencia instalada P_{inst} es la suma de las potencias nominales de los equipos generadores existentes en una central dada.

Potencia media P_{med} es el cociente entre la energía E entregada por una central durante un período T, y la duración de dicho período:

$$P_{med} = \frac{E}{T} = \frac{\int_0^T P(t)dt}{T} \tag{1.1}$$

Potencia mínima es la menor potencia que un equipo puede entregar, operando en condiciones (todavía) estables y sin comprometer su vida útil. Es mayor que cero en la mayoría de las turbinas.

Factor de planta es el cociente entre la potencia media P_{med} de una central y la potencia instalada en ella P_{inst}, medido durante un intervalo T especificado de tiempo (diario, mensual, anual, etc.):

$$f_{pl} = \frac{P_{med}}{P_{inst}} = \frac{E}{TP_{inst}} \tag{1.2}$$

Factor de utilización es el cociente entre la potencia máxima entregada por una central generadora (o sistema) $P_{máx}$ y su correspondiente potencia instalada, medida durante un intervalo especificado de tiempo:

$$f_{util} = \frac{P_{máx}}{P_{inst}} \tag{1.3}$$

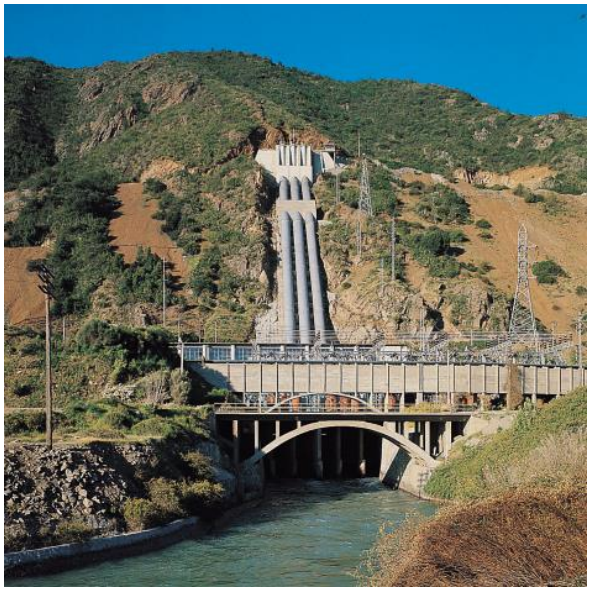


Figura 1.15: Central Sauzal (Cortesía de ENDESA)

1.6.3. Las centrales hidroeléctricas

Figura 1.16: Central de gran caudal (Itaipú, Brasil)

Son movidas por el agua ($P = k{\cdot}Q{\cdot}H$, o en forma aproximada, $P\ [kW] = 8,5\,Q\ [m^3/s]\ H\ [m]$), ya sea aprovechando un caudal Q importante, como ocurre típicamente en Brasil, Venezuela, etc. (Figura 1.16), o bien un desnivel H grande, como ocurre en Chile, Perú, Ecuador, etc. (Figura 1.15). Debido a su origen pluvial o nival, el agua afluente a las centrales presenta un régimen irregular, muy variable y no predecible a lo largo del tiempo, lo que impide garantizar energía en períodos determinados.

Las centrales hidroeléctricas son atractivas por sus bajos costos de operación (casi cero), pero requieren normalmente inversiones elevadas (por sobre los 1.500 $[US\$/kW]$), fundamentalmente en obras civiles para controlar el caudal, con lo cual los costos medios de generación resultan del orden de los 10 a 15 $[US\$/MWh]$. Las condiciones adecuadas para su instalación no se dan en todos los países, y donde existen, quedan a menudo alejadas de los grandes consumos.

Otras características de estas centrales son la facilidad y rapidez para partir y tomar carga, lo que en algunos casos es posible incluso en lapsos del orden de los dos minutos, y la inexistencia de pérdidas mientras está detenida. En

este sentido son muy adecuadas para tomar, a un costo mínimo la demanda durante las horas de punta.

Su construcción implica una intervención sobre el medio ambiente, que, salvo en el caso de grandes embalses, no es de importancia, ni mayor que la de otras obras civiles (caminos, canales, poblaciones). Su operación puede adaptarse de modo de minimizar conflictos con el medio ambiente.

Como aspectos negativos se indican en general: el impacto sobre el funcionamiento ecológico del río intervenido, causado por la alteración del flujo normal previo de las aguas en él y por la retención de sedimentos; el obstáculo para el desplazamiento de peces y organismos vivos que implican las obras de la central; y el peligro que representa una falla del embalse para las poblaciones río abajo.

En la Figura 1.17 se aprecia la disposición del caracol que conduce el agua a las turbinas de una central hidroeléctrica.

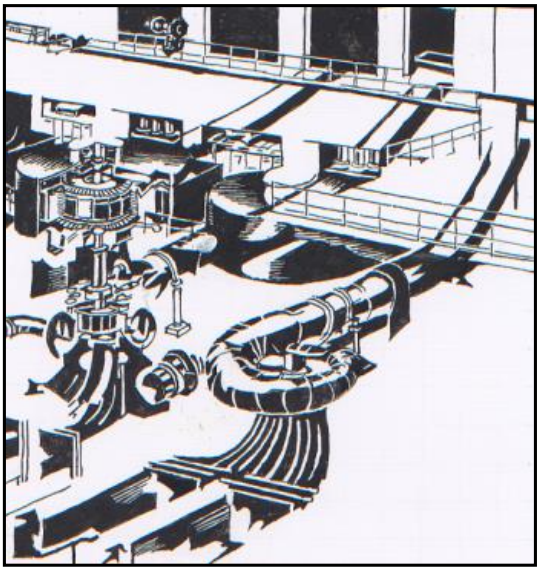


Figura 1.17: Caracol de central hidroeléctrica

Según la forma de manejar el caudal se distinguen:

a) **Centrales de pasada**, en las que no es posible almacenar agua, y la generación debe seguir las fluctuaciones del agua disponible (p. ej., Abanico). Sólo pueden trabajar en la base de la demanda.

b) **Centrales de embalse**, en las que es posible acumular grandes cantidades de agua (Figura 1.18). Según el tamaño del embalse puede hacerse una regulación semanal, mensual o incluso anual.

Figura 1.18: Centrales de embalse (izquierda: Central Rapel; derecha: Central Ralco, Cortesía ENDESA)

c) **Centrales mixtas**, que poseen pequeños estanques, que se llenan en pocas horas y solo permiten una regulación diaria.

d) **Centrales de bombeo**, en las que el agua que sale de la central es embalsada en un estanque inferior, para ser bombeada en horas de bajo consumo y precios bajos a un embalse superior, desde donde volverá a caer durante las horas de máxima demanda.

e) **Centrales mareomotrices**, en las que se genera aprovechando el desnivel producido por los flujos de agua desde el mar hacia un embalse, o desde este hacia el mar. Exigen condiciones muy especiales de ubicación (bahía apropiada para crear el embalse) y de niveles de las mareas, que no se dan con frecuencia. La energía producida tiene bajo factor de planta, pues hay muchas horas en que se opera a media cota. El ejemplo típico de este tipo de centrales es La Rance, en Francia.

f) Centrales marinas, en las que la presión de las olas marinas o de fuertes corrientes submarinas es usada para mover cilindros de motores o aspas de turbinas. Solo operan de manera experimental.

Tabla 1.2: Ejemplos de centrales hidroeléctricas chilenas

Central	Volumen regulado (10^6 m^3)	Tiempo de llenado	Q medio (m^3/s)	Regulación
Sauzal	0.400	1.7 h	64	diaria
Molles	0.015	6 h	0.67	diaria
Machicura	13	18 h	197	diaria
Rapel	435	24 días	206	mensual
Colbún	550	24 días	263	mensual
Canutillar	800	5 meses	58	estacional
Lago Laja	5.000	4 años	40	interanual

1.6.4. Las centrales a vapor

Operan con vapor de agua producido en calderas especiales, a temperatura y presión elevadas (sobre 150 $[kg/cm^2]$, sobre 550 $°C$). El combustible puede ser carbón, diferentes tipos de petróleos (bunker, diésel, fuel oil, petcoke), o gas natural. Las importantes necesidades de agua, especialmente para refrigeración, condicionan mucho su ubicación (en la costa o junto a grandes ríos). La eficiencia térmica es baja, y para mejorarla a niveles del orden de 30 o 40 % ha sido necesario sofisticar bastante su tecnología. En algunos casos es posible aprovechar parte del calor sobrante en calefacción o en procesos industriales, lo que mejora la eficiencia global.

Parten lentamente y tardan varias horas en tomar carga, siendo poco adecuadas para servir las puntas del consumo. A pesar de ello, a menudo se destinan a ese fin las unidades antiguas y de menor rendimiento, aunque se las deba hacer funcionar con bastante anticipación. Las unidades más nuevas y de mejor rendimiento se dejan operando en base. Las centrales térmicas presentan costos de operación mucho más altos que las hidráulicas, pero exigen inversiones menores (por ejemplo del orden de los 1.000 $[US\$/kW]$).El costo medio de generación resulta así del orden de los 50 $[US\$/MWh]$, para precios del carbón de unos 80 $[US\$/t]$. También presentan plazos de proyecto y construcción bastante menores. Finalmente, desde el punto de vista ambiental, generan conflictos importantes, por la emisión de partículas y compuestos de azufre, nitrógeno, ozono, etc.

1.6.5. Las centrales geotérmicas

Existen lugares en los que el magma terrestre alcanza temperaturas relativamente altas, a profundidades no muy grandes. En tales circunstancias es posible generar electricidad calentando agua, tanto existente naturalmente como inyectada artificialmente. La complicación está en que el vapor que se consigue está a temperatura y presión mucho más baja que en las centrales a vapor. Es por ello que la línea actual de desarrollo está enfocada en substituir el agua por elementos que produzcan, con tales temperaturas y presiones, un vapor posible de utilizar en generación. Normalmente no se conoce la magnitud (térmica) del yacimiento, lo que obliga a atacarlo en etapas, instalando primero máquinas de tamaño pequeño y aumentando su capacidad en la medida en que no se detecten problemas con la cantidad de vapor. En el caso chileno, algunos ejemplos de manifestaciones geotérmicas son Puchuldiza y El Tatio en el Norte Grande del país, Calabozo en la zona de Talca y Puyehue-Caulle en las cercanías de Osorno en la zona centro sur. Una variante interesante es inyectar agua exterior a pozos ubicados en zonas en que la alta temperatura está cercana a la superficie.

1.6.6. Las centrales nucleares

Operan en una forma similar a las centrales térmicas convencionales, pero emplean como combustible un material fisionable. Durante algunas décadas estuvieron tomando paulatinamente un lugar más importante en la generación de energía eléctrica, al menos en los países industrializados, pero algunos accidentes graves, como Chernóbil, han detenido su implementación masiva. La inversión requerida es muy alta (sobre los 2.500 $[US\$/kW]$), por lo que en general resultan más caras que las centrales convencionales, salvo para unidades de gran tamaño operadas en base. Como ventajas pueden citarse el hecho de que eliminan la polución ambiental, típica de las térmicas convencionales, y que reducen el problema del transporte y almacenamiento de combustible. Sin embargo, son poco amigables

con el ambiente, debido al peligro de emisión de radiaciones peligrosas y al problema que representa el manejo de desechos radiactivos.

1.6.7. Las turbinas a gas

Son las que presentan una menor inversión (del orden de los 300 a 700 $[US\$/kW]$). En ellas, los gases calientes de la combustión mueven directamente la turbina, sin pasar a través del calentamiento de agua. Su operación es menos económica que la de las centrales a vapor, pero tienen la gran ventaja de partir y tomar carga rápidamente, lo que las hace muy aptas para servir las puntas de la demanda. Desde el punto de vista del medio ambiente, presentan los mismos problemas de las centrales térmicas convencionales. Es importante destacar que, por el hecho de emplear un compresor del aire, sufren un fuerte derrateo (del inglés *derating*) por altura, perdiendo aproximadamente un 1 % de su potencia por cada 100 metros de mayor cota sobre el nivel del mar.

1.6.8. Las centrales de ciclo combinado

Surgen del aprovechamiento en una caldera de los gases de escape de una o dos turbinas a gas (ver esquema en Figura 1.19). La caldera alimenta a su vez una máquina convencional a vapor. Con ello se reducen los costos de inversión y se mejora el rendimiento global a cifras superiores al 50 %. En la medida en que ha aumentado la disponibilidad de gas natural, las centrales de ciclo combinado han adquirido mayor popularidad. Desde el punto de vista del medio ambiente, presentan los mismos problemas de las centrales térmicas convencionales. Como emplean turbinas a gas, sufren también derrateo por altura.

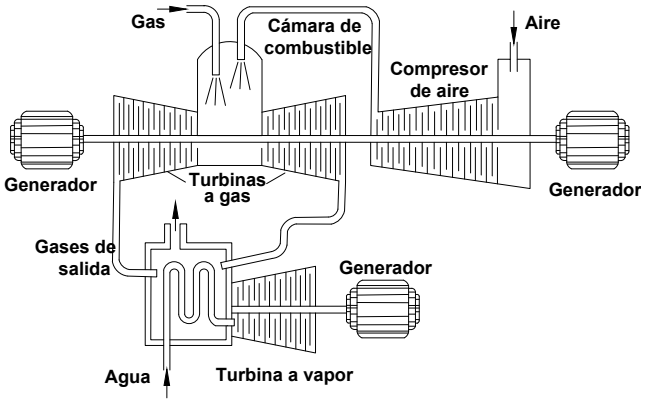


Figura 1.19: Central de ciclo combinado

1.6.9. Los grupos (motores) diésel

Los motores diésel constituyen un medio apropiado de generación en sistemas pequeños (por ejemplo, Aysén, Magallanes). Suelen ser empleados también como grupos de emergencia o bien en situaciones con peligro de racionamiento de energía para el sistema. Se fabrican en tamaños que van desde algunos $[kW]$ hasta los 30 $[MW]$. Estas máquinas se caracterizan por tener una partida rápida (algunos minutos) y por presentar un funcionamiento eficiente en un amplio rango de cargas. Requieren de abastecimiento de aire y combustible, así como de agua para refrigeración. Aprovechando resquicios del sistema tarifario chileno, últimamente se han construido centrales diesel del orden de los 50 $[MW]$ o más, destinadas a dar un eventual respaldo en casos extremos de falla de unidades generadoras, las que, si bien difícilmente operarán alguna vez, se rentan con el solo costo de la potencia.

La potencia de estos grupos es proporcional al volumen de los cilindros, a la presión media y a la velocidad (rpm). En función de este último concepto, se clasifican en:

- Máquinas lentas, 100 a 200 $[rpm]$, que usan fuel oil # 6;
- Máquinas semi rápidas, 400 a 600 $[rpm]$, que usan una mezcla de fuel oil con diésel; y
- Máquinas rápidas, 750 a 1.500 $[rpm]$, que usan diésel.

1.6.10. Las centrales eólicas

La **energía eólica** corresponde al aprovechamiento de la energía cinética que contiene la masa de aire en movimiento y que puede ser transferida a un rotor a través del sistema de aspas. Históricamente, esta forma de energía ha sido utilizada para propulsar naves marinas, así como para accionar molinos de granos en la agricultura. Hoy en día, la energía del viento es convertida en energía eléctrica mediante el empleo de aerogeneradores, usualmente agrupados en "parques" o "granjas eólicas"(Figura 1.20), aprovechando que la energía eléctrica obtenida es proporcional al cubo de la velocidad del viento, $P[kW] = k \cdot A^2\ [m^2] \cdot V^3\ [m/s]^3$, en que A es el largo de las aspas y V es la velocidad del viento. Si bien exigen una inversión elevada, tienen costos nulos de opercación y costos de mantenimiento bajos.

Estas plantas requieren un viento con una velocidad mínima del orden de los 3 a 4 $[m/s]$ (10 a 14 $[km/h]$), y no resisten vientos superiores a unos 20 a 25 $[m/s]$ (80 a 90 $[km/h]$). El hecho de que las corrientes de aire sean más intensas y estables sobre el mar hace que estas centrales se instalen no sólo en tierra, sino también donde los fondos marinos no son profundos (plantas offshore). En tierra se montan sobre torres relativamente altas (hasta más de

100 $[m]$), para aprovechar vientos más estables y no alterados por la vegetación y las construcciones humanas.

La conversión mecánica de la energía del viento se logra mediante aspas o palas especiales (contra lo que uno pensaría, no más de 3), cuya longitud llega a ser de hasta 50 $[m]$, que hacen girar un eje, sobre el cual se monta el generador. Este eje es la pieza más delicada del aerogenerador, pues está sujeto a fuertes vibraciones. El generador puede ser un generador sincrónico o un generador asincrónico, con acoplamiento a través de un conversor de electrónica de potencia (tratados en el capítulo 4).

Figura 1.20: Parque eólico Canela (Cortesía ENDESA)

El viento es una fuente energética renovable, pero sujeta a fluctuaciones constantes, tanto de corto como de más largo plazo, por lo que la inyección de las centrales eólicas complica el manejo del SEP. La generación eólica es ambientalmente limpia, aunque su ruido (chirrido) y sombras pueden ser molestos y hasta estresantes para poblaciones muy cercanas. Además, se discute su impacto paisajístico y sobre las aves locales y migratorias.

Por último, no se debe despreciar la existencia de mini generadores eólicos para uso casero (bajo los 10 $[kW]$), capaces de abastecer un hogar e incluso de inyectar pequeños excedentes al SEP.

1.6.11. Las centrales solares

Las centrales solares aprovechan la energía contenida en la radiación del sol, convirtiéndola en corriente continua mediante dispositivos semiconductores denominados **células fotovoltaicas o solares**. Para facilitar el desplazamiento de los electrones (y huecos) liberados por el impacto de un fotón, se colocan usualmente dos capas de silicio, una dopada p y la otra n. El esquema de generación resultante es no contaminante, silencioso, de bajo mantenimiento y renovable, pero sujeto a la alternancia de los períodos de luz y sombra (por lo que suele ir acompañado de elementos de almacenaje). Además es modular, lo que permite instalaciones de todo tamaño. Hay que tener presente que en esta transformación se libera algo de calor, de manera que la ventilación es un tema que no debe ser olvidado.

Figura 1.21: Central Amanecer Solar, CAP

La inversión requerida, inicialmente bastante alta, se ha ido reduciendo en la medida en que se desarrolla más la tecnología. La eficiencia de la conversión ha ido aumentando con el avance de las células, llegando hoy a cifras del orden del 15 a 20 % (aunque puede alcanzar al 45 % en células multiunión bajo condiciones de laboratorio). Para mejorarla, se instalan las células en bastidores que puedan seguir al sol en su desplazamiento diario, manteniéndose siempre perpendiculares a los rayos solares.

Los mayores campos de aplicación están en el abastecimiento de consumos aislados de los SEP (iluminación de caminos, de señalética, casas rurales, faros, etc.), en la generación eléctrica a baja escala integrada a los techos de casas y edificios, y en las grandes plantas fotoeléctricas conectadas directamente al SEP.

La autogeneración o generación fotovoltaica integrada a un edificio implica un ahorro en consumo eléctrico desde la red pública para el respectivo domicilio, e incluso da la posibilidad de vender pequeños excedentes a la red. Si bien atractiva, porque compite con los precios de distribución, no con los de generación en el SEP, para su implementación se requiere una inversión relativamente grande, que incluye un inversor que transforme la corriente continua en alterna, medidores de doble sentido, además de un acuerdo con la empresa distribuidora.

La implementación masiva de esta autogeneración a pequeña escala complica el manejo de las redes de distribución, que enfrentan condiciones de operación muy distintas según que esté o no conectada toda la generación, o que en una u otra condición las demandas sean altas o pequeñas.

Las grandes plantas conectadas al SEP requieren de inversores (ojalá con control de la potencia reactiva) y de un transformador, dado que la generación es en corriente continua y de baja tensión.

1.6.12. La generación con biomasa

La biomasa es el conjunto de la materia orgánica proveniente de restos animales y vegetales (basura, residuos forestales, líquidos químicos), así como de granjas agrícolas creadas con este fin, que puede ser utilizado para generar combustibles o electricidad.

En biomasa con alto contenido de humedad se emplean métodos bioquímicos, degradándola por fermentación de los hidratos de carbono allí presentes, hasta conseguir etanol; o bien, por fermentación anaeróbica, en ausencia de oxígeno, que da origen al biogás.

En biomasa de menor contenido de humedad se procede a la combustión directa de ella, con temperaturas superiores a los 600 $°C$, como una ayuda a la combustión de carbón; o a la pirolisis, esto es, su calentamiento a temperaturas bajo 500 $°C$, en ausencia de oxígeno, lo que da origen a hidrocarburos, y residuos sólidos carbonosos (carbón de espino) útiles.

Asimismo, se aprovechan las especies vegetales ricas en aceite, las que a través de un proceso de prensado producen biodiésel, utilizado directamente como combustible en aplicaciones móviles, o bien, en motores diésel para la generación de electricidad.

1.6.13. La cogeneración

Por **cogeneración** se entiende normalmente la producción simultánea de energía eléctrica y de energía térmica útil (vapor de agua, caliente), mediante un mismo proceso de generación de calor. Si además se produce frío, se habla de trigeneración. Su gran ventaja es el aumento del rendimiento térmico, en comparación con calderas industriales y de generación eléctrica separadas.

Existen dos formas típicas de cogeneración: aquella en la que se opera según demanda térmica de la industria, siendo la electricidad un subproducto, y aquella en la que se opera según demanda eléctrica, en la que el calor, es el subproducto.

La cogeneración suele ocurrir cuando el proceso industrial requiere de la producción de vapor a presiones medias (refinerías, plantas de celulosa, plantas salitreras), o cuando dicho proceso genera desechos o subproductos combustibles (petcoke, corteza, aceites), circunstancias en las que resulta atractivo generar electricidad, ya sea elevando la presión y/o quemando esos residuos.

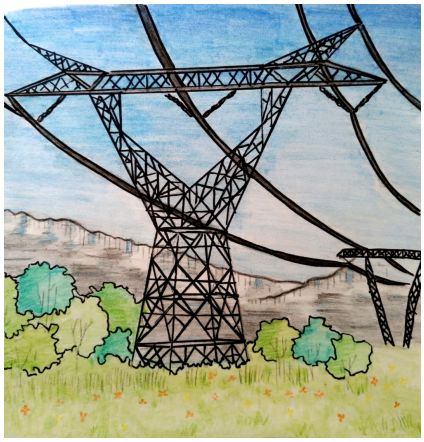


Figura 1.22: Línea de transmisión

En la aplicación multimedia "Tecnologías de Generación", contenida en el sitio web del libro, se puede encontrar mayores detalles sobre estas tecnologías.

1.7. Sistemas de transmisión

1.7.1. Líneas de transmisión

Son las instalaciones que permiten transportar y distribuir la energía eléctrica. Sus características se analizarán en detalle en los Capítulos 7 y 8. Usualmente son **líneas aéreas**, esto es, conductores suspendidos, mediante aisladores, de estructuras apropiadas (Figura 1.22). Han ido creciendo en importancia y en tensión, a medida que se ha necesitado transmitir mayor cantidad de energía a mayor distancia. Las inversiones requeridas están en el rango de los 30 $[US\$/m]$ (110 $[kV]$) a unos 230 $[US\$/m]$ (500 $[kV]$).

Las estructuras son usualmente metálicas (acero galvanizado, corten, etc.), salvo para líneas de menor tensión (menor altura), en que pueden ser postes de concreto o incluso de madera. La altura sobre el suelo del conductor más bajo está especificada por normas, de manera de evitar posibles contactos con vehículos, personas, etc.

El material casi universalmente empleado en los **conductores** es el aluminio, ya sea solo o con inclusiones de otros materiales que le dan mayor resistencia mecánica (aleaciones de aluminio). Por razones tanto eléctricas como sobre todo mecánicas, el conductor no es un tubo sólido, sino que está formado por cierta cantidad de hebras trenzadas (Figura 1.23 izquierda).

En los casos en los que no se puede usar líneas aéreas (cruces marinos, en la parte céntrica de las ciudades, en la salida de la casa de máquinas de las centrales, etc.), se emplean los **cables de poder** (Figura 1.23 derecha), esto es, conductores convenientemente aislados y protegidos, que pueden ser enterrados, o sumergidos en el agua. Las dificultades de enfriamiento pueden llevar a usar por ejemplo aceite como refrigerante adicional, dejando hueco el núcleo central del cable.

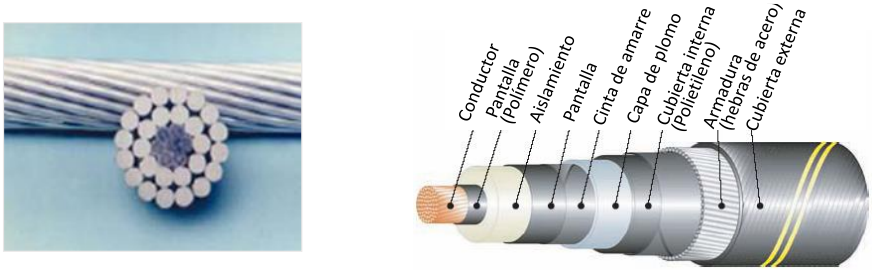


Figura 1.23: Izq.: conductor núcleo de acero (Cortesía de INGENTRA); derecha: cable de poder (Cortesía ABB)

1.7.2. Las subestaciones

Constituyen los nudos de la red eléctrica. Allí se ubican los equipos que permiten conectar o desconectar líneas, transformadores y/o generadores (es decir, interruptores, desconectadores, desconectadores fusibles), así como los equipos de control, protección y medida (transformadores de medida, detectores-relés, pararrayos, etc.). Estos equipos pueden ser dispuestos de diversas maneras, según sea la inversión permisible, las facilidades de mantenimiento que se pretenda dar, el espacio disponible, etc.

En el lenguaje eléctrico normal, el término **paño**, **posición** o bahía (mala traducción del inglés bay = compartimento) designa al conjunto de equipos (interruptor, desconectadores, pararrayos, etc.), más los elementos de patio correspondientes (estructuras, tramo de barras, etc., cuando se trata de subestaciones al aire libre), que conforman una conexión a la subestación. En estricto rigor, excluye los instrumentos y elementos de control asociados, que se ubican en la sala o caseta de comando.

Básicamente, se distinguen las subestaciones abiertas (al aire libre) y las encapsuladas (metalclad), encerradas en armarios metálicos.

En las **subestaciones abiertas** (ver Figura 1.24), los equipos se montan sobre fundaciones especiales, y en lo posible a alturas tales que sus partes bajo tensión no puedan ser tocadas accidentalmente por el personal. La unión de los equipos se hace por medio de **las barras**, esto es, conductores especiales (a veces tubos de cobre), dispuestos entre estructuras, por sobre los equipos.

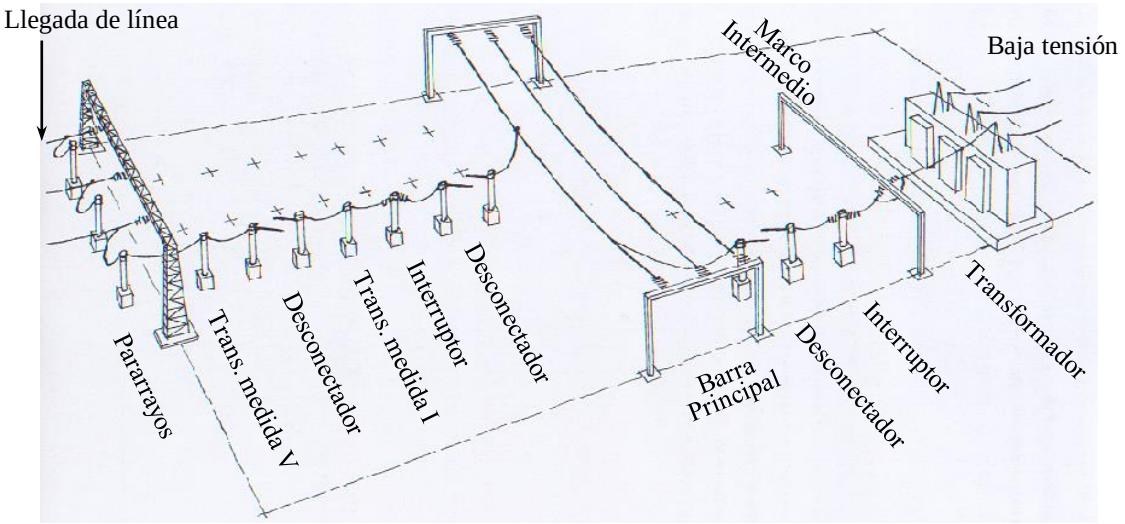


Figura 1.24: Esquema general de una subestación abierta (se detalla una sola fase)

En las **subestaciones encapsuladas** (Figura 1.25) se coloca todo el equipo y sus uniones vivas dentro de armarios metálicos conectados a tierra, con enclavamientos rigurosos que impiden el acceso accidental a las partes energizadas. Esta disposición es bastante compacta, y minimiza los riesgos de fallas y accidentes, pero requiere características especiales de aislamiento, lo que la encarece, sobre todo a tensiones altas. Debido a lo anterior, se usan sólo donde las restricciones de espacio o ambiente la hacen indispensable.

En cuanto a los equipos, los **interruptores** o switches son elementos diseñados para interrumpir las fuertes corrientes que se pueden presentar durante fallas del sistema, y así proteger el resto de las instalaciones. La extinción del arco inherente se logra en cámaras especiales, con ayuda de aceite, aire comprimido, hexafluoruro de azufre, etc. (Figura 1.26).

Los **desconectadores o isoladores** son equipos que no pueden interrumpir corrientes fuertes, por lo que solo sirven para aislar galvánicamente instalaciones previamente desenergizadas (Figura 1.27.a en página siguiente).

Figura 1.25: Subestación encapsulada (Cortesía ABB)

Los **desconectadores fusibles** son elementos baratos,

Figura 1.26: Interruptores de poder, cámara horizontal (izquierda), cámara vertical (derecha) (Cortesía ENDESA)

(a) Desconectadores (Cortesía ENDESA)

(b) Desconectador fusible

Figura 1.27: Desconectadores

en los que la interrupción de los circuitos eléctricos se produce a través de la fusión de una parte, debido al paso de las altas corrientes de falla. No son tan rápidos ni seguros como los interruptores. Se emplean básicamente en la protección de transformadores e instalaciones pequeñas (Figura 1.27.b, página próxima).

Los **pararrayos** son elementos capaces de desviar hacia tierra las altas tensiones que acompañan a las descargas atmosféricas, protegiendo así las restantes instalaciones.

En la aplicación "Subestaciones" del sitio web del libro se puede encontrar un mayor detalle de la descripción de subestaciones.

1.7.3. Diagramas unilineales

Para la realización de los estudios de sistemas eléctricos y para el día a día del funcionamiento operativo de la red, es necesario conocer la forma en que los equipos que la constituyen están interconectados, y contar además con información sobre dichos equipos, tales como sus impedancias, capacidades, limitaciones, etc. En estricto rigor, ello daría origen a una representación trifásica, como la mostrada en la parte superior de la Figura 1.28, en la que los cálculos serían terriblemente complicados, más todavía si existen acoplamientos entre fases.

Es por ello que, sabiendo que los equipos conectados en las tres fases son idénticos, y que las potencias transmitidas son equilibradas, se usan representaciones monofásicas. En los textos de estudio se suele recurrir a representaciones de una sola de las fases, incluyendo el retorno, como en la Figura 1.28 central, pero en la práctica ingenieril se simplifica aún más, recurriendo a los **diagramas unilineales (o unifilares)**, como el mostrado en la parte inferior de la Figura 1.28, los que corresponden a una representación gráfica de una sola de las fases de un sistema eléctrico, empleando cierto simbolismo aceptado internacionalmente. La Figura 1.29 en la página siguiente resume los símbolos representativos de los equipos más importantes, según las prácticas europea y norteamericana. Por simplicidad, se han dejado fuera los equipos de casa de comando, como protecciones, instrumentos de medida, etc.

Según sea la magnitud y profundidad del estudio por realizar, será el nivel de detalle de la información de cada equipo que deberá mostrar el unilineal. Para cada equipo debe contener aquella información que sea necesaria para el estudio, como tensiones y capacidades nominales, reactancias, las conexiones de los transformadores, etc.

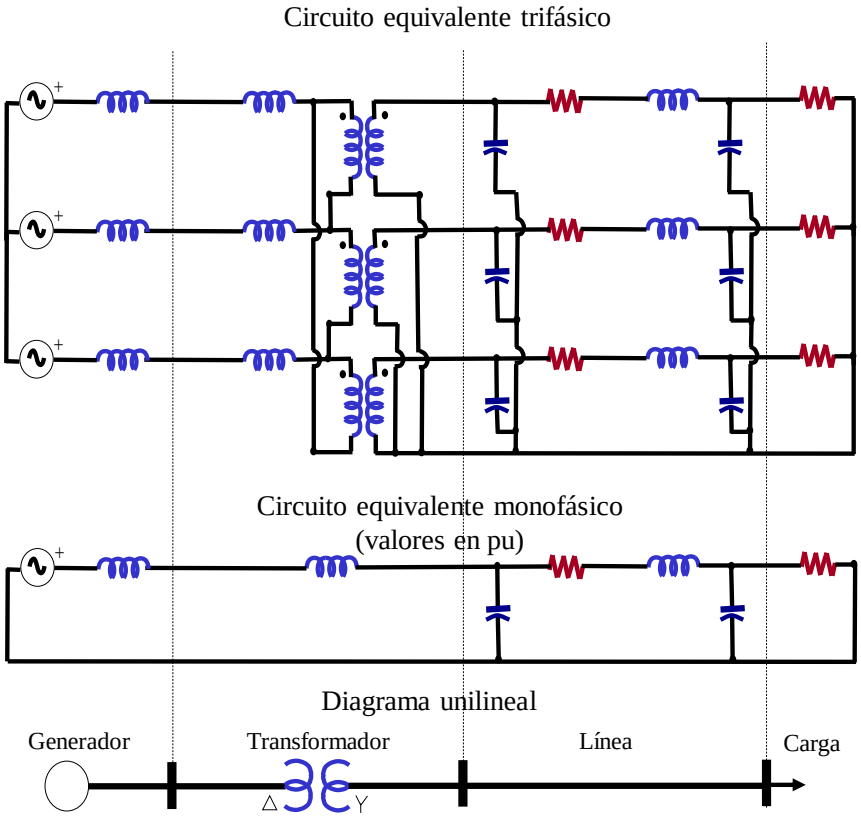


Figura 1.28: Representación de un SEP

Equipo	Símbolo europeo	Símbolo americano
Máquina rotatoria (generador G, motor M, condens. Sincrónico CS)		
Transformador 3 de dos enrollados separados		
Transformador 3 de tres enrollados separados		
Transformador 1 de dos enrollados		
Transformador con derivaciones		
Autotransformador		
Reactor o bobina		
Condensador		
Interruptor		
Desconectador		
Desconectador fusible		
Reconectador		
Transformador de medida de corriente		
Transformador de medida de tensión		
Pararrayos		
Línea aérea, cable de poder y mufa		

Figura 1.29: Símbolos usados en unilineales para representar los equipos más importantes

1.7.4. Clasificación de las redes eléctricas

En el acápite 1.6, para describir las partes componentes de un sistema eléctrico de potencia, se utilizó el criterio de ordenar según la estructura o " arquitectura" de la red (generador-transformador-líneas-subestación-consumo). Sin embargo, para los fines de estudiar el comportamiento de los sistemas eléctricos de potencia es más claro caracterizarlos de acuerdo con conceptos tales como la tensión empleada en las distintas partes del sistema, la función que cada una de ellas cumple, o la topología que se emplea en esa parte de la red.

Clasificación según la función

La función que debe cumplir un SEP (o una parte de él) determina las cantidades de energía y potencia que dicho sistema entregará (o recibirá) y, como consecuencia, la tensión que conviene usar y las restricciones que se impondrán a su funcionamiento.

Con este criterio se acostumbra distinguir los siguientes subsistemas:

a) Redes de usuarios, que alimentan directamente un número no demasiado grande de aparatos domésticos o de pequeños motores, cuyas potencias individuales varían entre algunas decenas de Watt (ampolletas) y algunos $[kW]$ (estufas, motores, etcétera).

Como estas redes se desarrollan en su mayor parte dentro de los edificios de los usuarios, deben ser fáciles de aislar, con el fin de asegurar máxima seguridad a las personas. Para ello deben utilizar tensiones bajas, del orden de los 200 a los 400 $[V]$ entre fases, en que para aislar basta una delgada capa de material (huincha, papel o plástico). En estos sistemas no se requiere ser demasiado estricto en cuanto a continuidad de servicio, por lo que normalmente se emplean redes radiales, de estructura simple y barata, fáciles de controlar.

b) Redes industriales, que son redes de usuarios que requieren potencias más elevadas, del orden de las decenas de $[kW]$, y que por ello usan tensiones del orden de los 500 a 600 $[V]$ entre fases, e incluso del orden de los 5 $[kV]$, si las potencias son aun mayores.

c) Sistemas o redes de distribución, que entregan la potencia y energía requeridas por varias redes de usuarios, y que estrictamente conforman el primer escalón de los sistemas eléctricos de potencia. Según sea la tensión empleada, normalmente se distinguen dos subdivisiones:

- **Los sistemas de distribución secundaria**, que operan en la misma tensión de las redes de los usuarios (por ejemplo 400 $[V]$ entre fases).
- **Los sistemas de distribución primaria**, con transmisiones de algunos MW, debido a que apoyan varias redes de distribución secundaria, y que por ello operan con tensiones superiores, del orden de los 10 a los 15 $[kV]$. En sistemas rurales largos se da preferencia a tensiones algo mayores, como 23 $[kV]$, e incluso 33 $[kV]$. Suelen ser radiales, aunque en los países industrializados pueden estructurarse en anillos.

d) Sistemas o redes de repartición o de subtransmisión, que suministran la potencia a los sistemas de distribución, pero no son más largos que algunas decenas de kilómetros. Solo alimentan en forma directa a usuarios industriales de cierta envergadura. A su vez son alimentados desde los sistemas de transporte mediante subestaciones transformadoras, o directamente por centrales pequeñas. Las potencias transmitidas son de algunas decenas de $[MW]$, lo que obliga a usar tensiones en el rango de 40 a 154 $[kV]$. Generalmente son radiales, aunque ocasionalmente se estructuran en bucles o anillos.

e) Los sistemas o redes de transporte, proporcionan la alimentación de territorios cada vez más grandes (provincias o agrupaciones de ellas, regiones geográficas o incluso países), transmitiendo potencias considerables (cientos, e incluso miles de $[MW]$, según la importancia del sistema) sobre distancias relativamente grandes (algunos cientos e incluso miles de kilómetros). Por su importancia, deben poseer una estructura tal que asegure una gran continuidad de servicio. Las tensiones empleadas están en el rango de 220 a 750 $[kV]$.

f) Los sistemas o redes de interconexión, que son uniones entre dos sistemas de transporte poderosos, que sirven para el apoyo mutuo de éstos, transmitiendo en una u otra dirección, según sean las circunstancias. Utilizan la misma gama de tensiones que las redes de transmisión.

Clasificación según la tensión
La tensión empleada en un sistema eléctrico limita las potencias posibles de transmitir y fija las dimensiones de las líneas y equipos de las subestaciones. En efecto, la tensión impone a todos los equipos la necesidad de poseer un aislamiento adecuado, lo que hace crecer las dimensiones en función directa de la tensión. En cambio, la corriente que pasa por estos equipos puede ser limitada, lo que reduce el calentamiento y los esfuerzos electrodinámicos.

Conviene recalcar que las tensiones se expresan normalmente entre fases, y no de fase a neutro. Por lo tanto, que un equipo sea de 110 $[kV]$ implica que su aislamiento resiste 110 $[kV]$ entre fases (63,5 $[kV]$ fase-neutro), pero no así los 110 $[kV]$ fase-neutro (que serían 191 $[kV]$ entre fases).

Corrientemente se distinguen los siguientes niveles de tensión:

a) Las tensiones bajas son aquellas inferiores a 1.000 $[V]$ (entre fases). Las redes desarrolladas con tales tensiones alimentan directamente los consumos domiciliarios y la mayor parte de los industriales. En esta gama de tensiones hay tres niveles

- **180 a 220** $[V]$ **entre fases (100 a 125** V_{f-n}**)**, que es el nivel que históricamente se desarrolló primero. Comenzó a principios del siglo XX con el valor decimal 100 $[V_{f-n}]$, para ir derivando paulatinamente hacia tensiones un poco mayores, como 110 $[V]$, luego 115 $[V]$ y hoy en día 125 $[V]$, que con idénticos problemas tecnológicos permiten alimentar consumos un poco mayores, o cuando menos, disminuir las pérdidas. Este escalón se emplea por ejemplo en EUA, Colombia, etc.
- **380 a 420** $[V]$ **entre fases (220 a 240** V_{f-n}**)**, que es el nivel generalizado en Europa y que también se usa en Chile. Permite potencias bastantes mayores que el rango anterior, casi con las mismas dificultades tecnológicas.
- **500 a 600** $[V]$ **entre fases**, que se emplea en consumos industriales de tamaño medio.

b) Las tensiones medias son aquellas comprendidas entre 1 y 35 $[kV]$ (entre fases), que permiten transmisiones en el rango de los $[MW]$. También aquí se han diferenciado algunos escalones de tensión preferidos:

- **5 a 6** $[kV]$, que es el valor usado en instalaciones industriales importantes, por ser aún fácil de aislar y permitir la transmisión de las potencias solicitadas por estas aplicaciones.
- **10 a 15** $[kV]$, valor preferido en redes de distribución urbana. En Chile se usan 12 $[kV]$ (área Santiago-Valparaíso), 15 $[kV]$ (área CGE, Rancagua, Talca, Concepción, Temuco) y 13,2 $[kV]$ (área ex-ENDESA, resto del país).
- **20 a 25** $[kV]$, valor preferido hoy en día para redes de distribución, sobre todo rurales. En Chile se ha normalizado en 23 $[kV]$.

c) Las tensiones altas: son aquellas en el rango de 40 a 300 $[kV]$. Se usan para transportar potencias elevadas, y han ido apareciendo sucesivamente, a medida que las necesidades de transmisión han sido mayores. Los escalones preferidos son:

- **40 a 70** $[kV]$, tensiones que se usan en redes aisladas pequeñas, o bien en redes de subtransmisión. En Chile se ha normalizado en 66 $[kV]$, pero quedan algunas redes antiguas operadas en 44 $[kV]$ (Valparaíso).
- **110 a 160** $[kV]$, que se emplea en redes de transmisión menores. En los países desarrollados han perdido rápidamente su valor, pasando a ser sustituidas por tensiones mayores. En Chile se han normalizado en 110 $[kV]$ (de Santiago al norte) y 154 $[kV]$ (de Santiago al sur).
- **220 a 275** $[kV]$, que es el valor universalmente empleado para redes de transmisión. En Chile se ha normalizado en 220 $[kV]$.

d) Las tensiones extremadamente altas son aquellas superiores a los 300 $[kV]$. Han aparecido ante la necesidad de transmitir grandes potencias a grandes distancias. Los escalones que se han ido diferenciando son:

- **380 a 400** $[kV]$, que es el rango más extendido en Europa.
- **460 a 520** $[kV]$, utilizados en la URSS y en EUA, y también en algunos países latinoamericanos, como Brasil, Argentina, Chile, etc.
- **700 a 750** $[kV]$, ya utilizados en Canadá y en estudio en otros países.

En la Tabla 1.3 que sigue se resume la situación a través de las tensiones normalizadas, o al menos más usadas, en diversos países.

Tabla 1.3: Tensiones preferidas (valores en kV)

USA	Rusia	Alemania	Francia	Gran Bretaña	Chile
500	500	-	-	-	500
460	-	400	400	400	-
345	330	-	-	-	-
225	225	225	225	275	220
154	-	-	154	132	154
110	110	110	-	-	110
66	-	60	90	66	66
44	-	-	63	-	44
35	35	30	30	33	-
24	20	20	20	22	24
13	10	15	15	11	15/13,2/12
4	6	6	5,5	-	6
0,23	0,38	0,38	0,38	0,41	0,38
-	0,23	-	-	-	-

1.8. Los consumos

La variedad de consumos conectados a los sistemas eléctricos es muy grande: motores, iluminación, calefacción, artefactos domésticos, etc. Desde el punto de vista eléctrico es necesario considerar que cada consumo no solo requiere potencia activa P, sino también una cierta proporción de potencia reactiva Q, necesaria para crear y mantener los campos electromagnéticos (ver capítulo 2). Esta proporción, que depende del tipo de consumo, se mide por medio del **factor de potencia** ($cos\,(\varphi)$) o, mejor todavía, de la $tg\,(\varphi)$, que es la proporción de potencia reactiva sobre potencia activa ($Q/P = tg\,(\varphi)$, ver Tabla 1.4).

Tabla 1.4: Valores típicos de $tg\,(\varphi)$

Tipo de consumo	$tg\,(\varphi)$
Resistivo (ampolletas, calentadores, etc.)	0
Motores de inducción	$0,5$ a $1,1$
Hornos de arco	1
Rectificadores no controlados	$0,3$
Motores sincrónicos	$-0,5$ a $+0,5$
Subsistemas (ciudades, regiones)	$0,55$ a $0,75$

Ambas potencias varían con la tensión y la frecuencia, según el tipo de consumo (los motores son en general de potencia constante; la iluminación es de impedancia constante; y otros consumos son de corriente constante). A variaciones pequeñas ΔV en la tensión y/o Δf en la frecuencia corresponderán variaciones ΔP en la potencia activa y ΔQ en la reactiva tales que:

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial V}\Delta V + \frac{\partial P}{\partial f}\Delta f \qquad \Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial V}\Delta V + \frac{\partial Q}{\partial f}\Delta f \tag{1.4}$$

Las derivadas parciales, llamadas **factores de influencia**, son difíciles de determinar analíticamente, sobre todo si el consumo es una mezcla de motores, alumbrado, etc., y deben obtenerse en forma experimental. Valores típicos son por ejemplo:

$$\frac{\partial P}{\partial V} \approx (1,0\ a\ 1,5) \qquad \frac{\partial Q}{\partial V} \approx (1,0\ a\ 1,3) \qquad \frac{\partial P}{\partial f} \approx (1,5\ a\ 2,0) \qquad \frac{\partial Q}{\partial f} \approx 1,0 \tag{1.5}$$

A menudo se introduce la simplificación de suponer que los consumos presentan impedancia constante, por lo cual:

$$P = \phi(V^2, f^{-2}) = \frac{RV^2}{R^2 + 4\pi^2 L^2 f^2} \qquad Q = \phi\left(V^2, f\right) = \frac{2\pi L f V^2}{R^2 + 4\pi^2 L^2 f^2} \tag{1.6}$$

Además de variar con la frecuencia y la tensión, los consumos cambian con el tiempo. En efecto, permanentemente se están conectando o desconectando cargas, en forma aleatoria, aunque siguiendo los horarios de trabajo, condiciones ambientales, etc. Con el fin de simplificar el análisis y eliminar de los estudios estas variaciones rápidas que usualmente son de pequeña magnitud, se acostumbra usar el concepto de demanda en vez del de potencia instantánea:

Demanda es la potencia presente en los terminales de un sistema, promediada en un intervalo corto y especificado de tiempo (por ejemplo 15 minutos, 30 minutos o 1 hora, que es lo más común).

Consumo es la energía total solicitada en un período dado.

Las **curvas de carga** (diaria, semanal, anual, según sea el período considerado) se usan para considerar las variaciones lentas a lo largo del tiempo. Una forma típica para un sistema grande (en un país no tropical y donde no se emplee mucho el aire acondicionado, como Chile) es la de la Figura 1.30 izquierda, con dos máximos bien diferenciados (plena ocupación industrial al final de la mañana, y superposición del alumbrado al final de la tarde). En países donde los equipos de aire acondicionado son importantes, la punta suele ser mayor al final de la mañana.

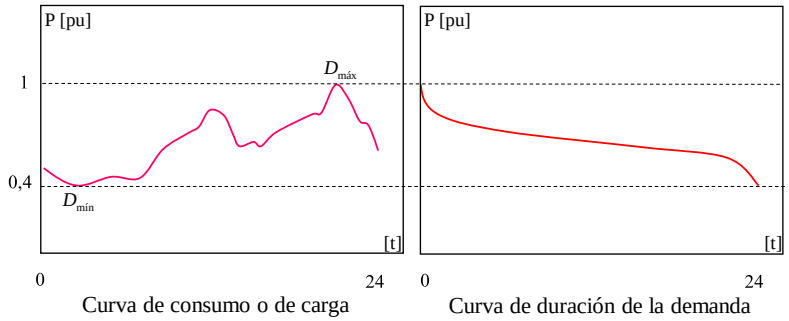


Figura 1.30: Representación de la demanda

La curva de carga no es permanente, sino que se modifica significativamente ante la ocurrencia de situaciones especiales, como la transmisión por TV de algún evento importante, detenciones de industrias grandes, por huelgas o mantenimientos, condiciones atmosféricas que adelanten la conexión del alumbrado o del aire acondicionado, etc.

Demanda máxima, demanda de punta o pico de demanda es la mayor demanda que se presenta durante el período considerado ($D_{máx}$ en la Figura 1.30).

Período de máxima carga es aquel durante el cual se presentan las mayores demandas (por ejemplo, 18 a 23 horas en invierno).

Demanda mínima o carga base es la menor demanda que se presenta durante el período considerado ($D_{mín}$ en Figura 1.30).

El **consumo o energía** E utilizada durante el per íodo total T es el área bajo la curva de carga.

Demanda media es el cociente entre la energía consumida durante el período considerado y la duración de dicho período:

$$D_{med} = \frac{E}{T} = \frac{\int_0^T P(t)dt}{T} \tag{1.7}$$

Valores usuales del período T son:

- 8.760 horas para un año de 365 días
- 8.640 horas si se trabaja con un año de 12 meses, de 30 días c/u
- 744 horas para un mes de 31 días

- 720 horas para un mes promedio de 30 días
- 168 horas para una semana

Factor de carga es el cociente entre la demanda media y la demanda máxima, medido en un intervalo de tiempo especificado (diario, anual, etc.).

$$f_c = \frac{D_{med}}{D_{máx}} = \frac{E}{TD_{máx}} = \frac{\int_0^T P(t)dt}{TD_{máx}} \tag{1.8}$$

El factor de carga varía entre 12 % (consumos domiciliarios) y 100 % (por ejemplo, bombeo de agua). Para el sistema interconectado chileno tiene un promedio de aprox. 70 %.

En vez del factor de carga, los europeos emplean el concepto de **tiempo de utilización de la punta**, o cociente entre la energía consumida en el período y la demanda máxima.

$$t_{up} = \frac{E}{D_{máx}} = f_c{\cdot}T \tag{1.9}$$

Factor de demanda es la relación entre la demanda máxima de uno o varios consumidores durante un período especificado y la potencia eléctrica instalada (P_{inst}) por ese o esos consumidores. Este factor mide la utilización real que se hace del equipo instalado:

$$f_{dem} = \frac{D_{máx}}{P_{inst}} \tag{1.10}$$

Diversidad es la no-coincidencia horaria de las demandas máximas individuales alimentadas por un sistema.

Factor de diversidad es el cociente entre la suma de las demandas máximas individuales y la demanda máxima del conjunto.

$$f_{div} = \frac{\sum Di_{máx}}{D_{máx}} \tag{1.11}$$

Para agrupaciones grandes de consumos (regiones), el factor de diversidad varía entre $1,03$ y $1,10$ mientras que en el caso de las industrias, lo hace entre $1,1$ y $1,3$, aproximadamente.

Factor de coincidencia es el recíproco del factor de diversidad.

La **curva de duración de la demanda** (Figura 1.30 derecha) presenta también las demandas del período considerado, pero no según su aparición en el tiempo, sino ordenadas de mayor a menor. Los ejes pueden ser expresados en [M]W y [horas], o en tanto por uno, en cuyo caso se les puede dar el significado de probabilidades. El área bajo la curva es la energía consumida en el período, si los ejes están en [MW] y [h], o el factor de carga del período si los ejes están en tanto por uno.

Cuando no hay datos suficientes o en estudios preliminares, suelen usarse representaciones aproximadas de la curva de duración, tales como la recta de expresión:

$$d = \frac{D}{D_{máx}} = 1 - \sqrt{3}\cdot(1 - f_c){\cdot}t$$

o también la curva de expresión:

$$d = 1 - (1 - {f_c}^2){\cdot}t^{fc}$$

1.9. El desarrollo de los SEP en el contexto internacional

Superada la etapa inicial de simple unión entre centrales y consumos relativamente cercanos, el desarrollo de los Sistemas Eléctricos de Potencia se caracteriza por una tendencia a unir dichos subsistemas pequeños en Sistemas Interconectados cada vez más grandes y enmallados (primero regionales, luego nacionales y finalmente internacionales).

Esta tendencia se apoya en razones económicas, tales como:

a) Es posible reducir la potencia generadora instalada, aprovechando que los consumos, en las distintas áreas del sistema, presentan sus máximos a distintas horas (factor de diversidad regional).

b) Es posible construir centrales de mayor capacidad que las requeridas por los subsistemas pequeños. Como estas centrales más grandes presentan un menor costo por kW instalado, puesto que influyen menos los costos fijos, habrá un ahorro importante en las inversiones (economía de escala).

c) La capacidad generadora que es necesario mantener de reserva (para enfrentar contingencias) es menor que la suma de las reservas en los sistemas aislados.

d) Permite complementar las centrales térmicas, eólicas, solares e hidroeléctricas de regímenes diferentes (pasada, embalse, etc.) que pueden existir en los diversos subsistemas, obteniendo con ello un costo total de operación inferior.

e) Es posible alcanzar una operación más económica en las centrales térmicas.

f) Se consigue una mayor seguridad de servicio, pues los subsistemas pueden apoyarse mutuamente.

Cabe hacer notar que las ventajas económicas recién mencionadas son aprovechadas por todas las empresas eléctricas que operan en un sistema interconectado, justamente por el hecho de haber constituido un sistema único. Desde este punto de vista, todas deberían contribuir en alguna medida al financiamiento y a la existencia de dicho sistema.

El ritmo con el cual se produce este crecimiento de los SEP es variable de un país a otro, dependiendo del desarrollo relativo y de las disponibilidades y ubicaciones de las fuentes de energía (hidroeléctricas, petróleo, carbón, gas natural, etc.). En general, este ritmo es algo inferior al ritmo de crecimiento de la potencia generadora, puesto que cada subsistema deja una parte de ella para servir los consumos locales.

Ejemplos de países y regiones con un gran desarrollo de los sistemas eléctricos son la América Sajona (Estados Unidos y Canadá), que pese a sus enormes dimensiones geográficas está completamente interconectada y enmallada; la Comunidad Europea, que también está enteramente enmallada, a pesar de tratarse en principio de países independientes y, hasta hace un tiempo, con economías rivales; Japón; la ex Unión Soviética; etc.

América Latina tiene un desarrollo dispar, con países que ya han logrado constituir en gran medida un sistema interconectado nacional, y otros en los que esto es todavía un proyecto por realizar. En alguna medida comienzan a materializarse interconexiones entre países, que en principio solo están destinadas a exportaciones puntuales de excedentes de energía, pero que con el paso del tiempo podrían constituir reales sistemas interconectados. Entre las barreras por superar se encuentran, por ejemplo, las distintas frecuencias nominales de los países.

La Tabla 1.5 da una imagen de lo dicho, mediante cifras un poco antiguas (año 1990) relativas al consumo de energía eléctrica, separado por continentes.

Tabla 1.5: Consumo eléctrico por continentes (México incluido en América latina)

Continentes	Población $Mhab$	Consumo TWh	Proporción %	Valor relativo %	Consumo específico MWh/hab
América sajona	225	1.845	37,8	1,00	8,2
Europa	490	1.399	28,7	0,76	2,85
Ex-URSS	242	741	15,2	0,4	3,06
Asia + Oceanía	2.050	672	13,7	0,36	0,33
América latina	250	136	2,8	0,075	0,54
África	300	88	1,8	0,05	0,29
Total	3.557	4.881	100,0	—	1,37

Además del crecimiento "geográfico" de los sistemas se produce un aumento importante de los parámetros técnicos que lo caracterizan. Por ejemplo, la demanda máxima (y correspondientemente la capacidad generadora instalada) crece en forma exponencial, de modo que si P_n es la demanda en el año n, el consumo del año $n+m$ será $P_{n+m} = P_n(1+\alpha)^m$.

En los países en desarrollo, la tasa α es normalmente algo mayor (1 a 2 puntos) que la tasa de crecimiento general de la economía (PIB). Aunque este ritmo de crecimiento es muy variable de un país a otro, según sea la evolución económica de cada uno, en promedio suele ser del orden de un 7 % anual, lo que significa que la potencia por instalar se duplica cada 10 años. La importancia de este crecimiento queda en evidencia si se piensa que esto

significa que en la próxima década, cada país deberá instalar tanta capacidad generadora como en todos los años comprendidos entre 1900 y hoy en día. En períodos con mayor ritmo de desarrollo, la tasa de crecimiento puede superar el 10 %, lo que implica que los consumos se duplican en 7 años. En períodos de economía floja, con tasas de crecimiento del 3 a 4 anual, los consumos se duplican en unos 20 años.

El crecimiento de la energía tiene un desarrollo similar al de la demanda, aunque con un ritmo ligeramente diferente, debido, por ejemplo, al aumento paulatino del factor de carga, o también al hecho de que el consumo de energía está más influenciado por situaciones ocasionales: las grandes fluctuaciones (crisis) de la economía repercuten más sobre la energía que sobre la demanda; las condiciones atmosféricas pueden obligar a conectar la iluminación o el aire acondicionado, modificando básicamente la energía; las huelgas paralizan temporalmente consumos importantes, etc.

1.10. El desarrollo histórico en Chile

Por disponer de los antecedentes del caso y como un caso típico en Latinoamérica, se presenta a continuación el desarrollo que en Chile han tenido los sistemas eléctricos, el que responde a los patrones antes comentados. En los primeros tiempos, y debido al bienestar originado por el salitre, siguió muy de cerca los avances mundiales. De hecho, la producción y el consumo público de electricidad comenzó en Chile el 1° de marzo de 1883, con la instalación en Santiago, por un empresario particular, de un motorcito a gas de unos pocos kW de potencia, destinado al alumbrado eléctrico tipo Edison de la Plaza de Armas, el Pasaje Matte y algunas tiendas del centro de la ciudad. Aunque este servicio tuvo un carácter esporádico, y más bien de exhibición, debe notarse que se instaló solo 4 años después del invento de la ampolleta Edison, y uno después de la primera instalación de alumbrado público en el mundo (Lane Fox, Londres, 1882).

El desarrollo práctico del abastecimiento eléctrico se inició en Chile en 1897, con la **Central Hidroeléctrica Chivilingo** (Figura 1.31), ubicada 10 km al sur de Lota, con dos alternadores Siemens, cada uno de 250 kVA, 400 V, 50 Hz, altura de caída 110 m, turbinas Voith del tipo Pelton. Fue construida por la firma Consolidated Co., de USA, para la Compañía Carbonífera de Lota. La energía se transmitía por una línea trifásica de 10 kV, 10 km de longitud, hasta Lota. Esta obra ha sido reconocida por el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos de los Estados Unidos de Norteamérica (IEEE) como un hito en el desarrollo del sector eléctrico en Latinoamérica.

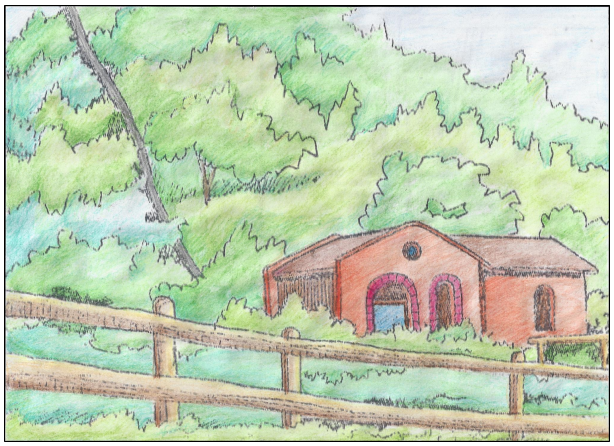


Figura 1.31: Central hidroeléctrica Chivilingo

Ese mismo año, el 6 de setiembre, se firmó un contrato entre la Municipalidad de Santiago y la firma Parrish Hnos., de Londres, por el cual se entregó la concesión por 30 años para la construcción y explotación de líneas férreas de tracción eléctrica (se fijó el valor del pasaje en 5 cts, en primera clase y $2,5$ cts, en segunda), así como para el alumbrado público de la comuna. Parrish Hnos. traspasó sus derechos en 1899 a la Chilean Tramway and Light Co., con sede en Londres, pero de capitales alemanes. Con el correr del tiempo, esta empresa dio origen a Chilectra.

El 1° de junio de 1900, esta empresa puso en funcionamiento la primera central eléctrica propiamente de servicio público en Chile, que fue la **Planta a vapor Mapocho**, ubicada en Mapocho con Almirante Barroso, con dos máquinas Franco Tossi, tipo émbolo, corriente continua (para tracción), cada una de 676 kW, 500 V. La distribución de alumbrado se realizaba en $\pm$ 250 V. El 3 de noviembre del mismo año circuló el primer tranvía eléctrico. La Central Mapocho fue ampliada posteriormente con otras dos unidades de 676 kW en 1901, 1 unidad de 1,352 kW en 1902 y 2 unidades de 800 kW, en 1905 y 1908.

Digno de admiración es también el hecho de que el catedrático de la Universidad de Chile, Profesor Arturo Salazar, visualizara ya a fines del siglo XIX un sistema eléctrico interconectado, o "nervio central eléctrico del país", en su escrito "*Tramisión eléktrika de potenzia a largas distanzias, kon una tabla orijinal sobre el konsumo de kobre en las líneas polifases, 1899*".

El 14 de agosto de 1904 se dictó la **primera Ley Eléctrica** (ley 1605), que reglamentaba las concesiones eléctricas y la inspección técnica de las instalaciones. Sin embargo, nunca se materializó la inspección de las obras, lo que trajo como consecuencia una total falta de uniformidad en los equipos, tensiones y características técnicas, hecho

que más tarde complicó la interconexión de los sistemas.

Los primeros años del siglo XX vieron el nacimiento de múltiples empresas eléctricas (p. ej., Cía. Eléctrica de Valparaíso en 1900, con la Central Aldunate; Cía. Alemana Transatlántica de Electricidad en 1900, con la Central El Sauce; Cía. General de Electricidad en 1905, con la Central Lo Bravo en Ñuñoa; Cía. Eléctrica Los Andes en 1909; la Cía. Nacional de Fuerza Eléctrica en 1920; la Sociedad Austral de Electricidad en 1926; etc.).

El 17 de setiembre de 1910, mientras se celebraban las fiestas del Centenario de la Independencia, se produjo el primer **apagón** de importancia en el incipiente abastecimiento eléctrico, arruinando la iluminación extraordinaria del centro de Santiago, una función teatral de gala y un gran banquete con asistencia del Presidente de Argentina y otras autoridades extranjeras.

Digna de mención para la época es también la **central Termoeléctrica Tocopilla**, inaugurada en 1915 por la Chile Exploration Co., con 3 máquinas Escher Wyss de 10 MVA, 5 kV, 50 Hz, conectada en 110 kV con el mineral de Chuquicamata, líneas que fueron por muchos años las más importantes de Latinoamérica.

Figura 1.32: Central hidroeléctrica Maitenes

Hitos destacados de la década de 1920 son la electrificación, en 1925 del ferrocarril Santiago-Valparaíso, y del Ferrocarril Transandino, en 1927, la central Maitenes (Figura 1.32), así como la primera interconexión de sistemas antes separados (Santiago y Valparaíso, en 110 kV, 1924).

A esta fase inicial, de rápida expansión, siguió otra de estancamiento, producto tanto de la incapacidad financiera de los empresarios para mantener en permanente crecimiento las (inicialmente pequeñas) empresas eléctricas, como del empobrecimiento general del país, consecuencia de la Crisis del Salitre. Ello implicó que el estado se hiciera paulatinamente cargo de las empresas generadoras, y que hubiera un permanente déficit de energía eléctrica.

Con el fin de normalizar esta situación, se creó la **Empresa Nacional de Electricidad S.A., ENDESA**, el 1° de diciembre de 1943, de allí en adelante el actor principal en el sector eléctrico chileno. La construcción de centrales hidroeléctricas (Pilmaiquén, $2 \times 5,6$ MVA, 1944; Sauzal, 3×32 MVA, 1948; Abanico, $4 \times 21,5$ MVA, 1948; Molles, 2×10 MVA, 1952; Cipreses, 3×31 MVA, 1955; Sauzalito, 1×10 MVA, 1959; Pullinque, 3×18 MVA, 1962; etc.) fue acompañada de una paulatina interconexión de los respectivos sistemas, de manera que ya hacia 1970 existía un esbozo de Sistema Interconectado. Para equilibrar la generación en momentos de sequía, se consideraron centrales a carbón (Bocamina, Renca, etc.).

Este sistema quedó definitivamente estructurado con la posterior construcción de centrales de un mayor tamaño (Rapel, El Toro, Antuco, Colbún, etc.), que llevaron a transmisiones más grandes y a la necesidad de construir líneas longitudinales de 220 y luego de 500 kV. Ya hacia 1980 existía un **Sistema Interconectado Central (SIC)**, que abarcaba desde Paposo hasta Puerto Montt (e incluso hasta Quellón, en la isla de Chiloé, en tensiones más bajas).

En la década de 1980, se extendió la acción de Endesa al Norte Grande, donde con base en el sistema Tocopilla-Chuquicamata, se creó un esbozo de sistema interconectado. El fuerte crecimiento minero hizo luego que este sistema creciera bastante, en 220 kV, con apoyos a Collahuasi, El Abra, Radomiro Tomic, Chuquicamata, Escondida, etc. Finalmente, quedó constituida una unión en 220 kV entre Arica y Antofagasta (**Sistema Interconectado del Norte Grande, SING**).

Quedaron siempre zonas que por su alejamiento y baja densidad de consumo no pudieron ser interconectadas, y en las cuales se han desarrollado sistemas aislados: Aysén, Punta Arenas, Arenas y, por supuesto, muchas de las islas, como Rapa Nui, Juan Fernández, etc.

Hay que dejar constancia de que el Golpe Militar de 1973 fue muy condicionante para el desarrollo posterior del Sistema Eléctrico chileno, ya que produjo un cambio total y violento en el escenario empresarial. Se dio término

a la versión nacionalizada del sector eléctrico y se comenzó el traspaso a privados (cuasi regalo a través del "capitalismo popular") de todas las instalaciones de la cadena generación, transmisión, distribución. P.ej., Chilectra fue traspasada dividida en Chilectra Generación, Chilectra Distribución Santiago y Chilquinta; algunas centrales más pequeñas de Endesa, como Pilmaiquén, Pullinque, así como todo el sector de distribución, fueron vendidas separadamente, y el resto se traspasó dividido en Endesa (más tarde Enersis), Colbún y Pehuenche. Para el manejo y expansión del sistema troncal de transmisión se separó de Endesa las obras correspondientes, constituyendo la empresa Transelec.

De allí en adelante, el actuar del Estado se redujo a lo que se definió como "un rol subsidiario" (entendido como el antiguo lema francés, laissez faire, laissez passer), con una planificación indicativa de la generación y centrado en materias regulatorias, particularmente en los segmentos monopólicos de las redes (transmisión y distribución).

De importancia en el desarrollo del sistema eléctrico chileno fue también el cambio en los insumos de generación. La ilusión de un gas natural argentino muy barato hizo abandonar la construcción de centrales hidroeléctricas, para sustituirlas por ciclos combinados a gas natural, de menor inversión inicial, los que pronto vivieron el fiasco de quedarse sin gas argentino, debiendo construir plantas regasificadoras y comprar gas natural licuado, a precios harto mayores. Hacia fines de la década del 2000 se conjugaron años de sequía, una crisis financiera mundial y temas normativos no resueltos, para que se viviera una crisis energética, en la que el sistema eléctrico experimentó sostenidamente precios muy altos, con un valor promedio de 150 $[US\$/MWh]$.

A partir más o menos de 2014, y como único elemento positivo de la crisis vivida, se ha comenzado a incrementar de manera significativa la generación renovable no convencional, con centrales eólicas, fotovoltaicas, e incluso una geotérmica. ¡Ello sin la necesidad de incorporar subsidios, como ha sido la tónica en los países desarrollados! Por otra parte, en 2015 se ha comenzado a construir una unión en 500 $[kV]$ entre el SIC y el SING, la que, debido a la creciente oposición ciudadana a las obras eléctricas, ha tardado mucho más de lo presupuestado, pero está pronta a entrar en operación, una vez que se complete el tramo Polpaico - Diego de Almagro en 500 $[kV]$.

Al respecto, hay que hacer notar que, más o menos a partir de 1990, se ha hecho notoria una falta de confianza y de diálogo entre la civilidad y las empresas eléctricas; incluso ha surgido un sentimiento de no pertenencia de la ciudadanía respecto de las empresas eléctricas privadas, que ha llevado a una creciente y muy fuerte oposición, a veces irracional, a toda obra eléctrica, argumentando motivos ambientales, indigenistas, estéticos, políticos, etc. Ello ha paralizado y terminado con muchos proyectos de líneas de transmisión y de centrales hidroeléctricas, a carbón, geotérmicas, etc. Se espera que esta situación mejore mediante la creación de organismos apropiados, de reunión y diálogo entre la colectividad y las empresas eléctricas.

Interconexiones con países vecinos no existen todavía, salvo una en 345 kV con Argentina, cuyo nivel de transmisión es ocasional y no excede los 150 MVA. Perú opera en 60 Hz (faltaría prolongar 500 kV desde Mejillones hasta la frontera, más una estación convertidora); los sistemas bolivianos son todavía pequeños y están a mucha distancia del SING; y Argentina ha volcado sus exportaciones hacia Brasil. De todos modos, estas probables interconexiones son estudiadas periódicamente por las empresas del sector.

Hay un tema relacionado indirectamente con la generación eléctrica que conviene mencionar. Una alternativa teóricamente atractiva para complementar o incluso reemplazar el uso de combustibles fósiles en los motores de vehículos, y que está en pleno desarrollo experimental, es el hidrógeno. La producción masiva de hidrógeno consumiría cantidades importantes de electricidad. Por tanto, es un tipo de consumo que se podría dar a gran escala en Chile, aprovechando generación barata, hidroeléctrica en la Zona Austral, solar en la Zona Norte, o eólica en varias partes del país.

Aún tomando en cuenta el crecimiento que ha experimentado el abastecimiento eléctrico en Chile, y haciendo además todas las reservas del caso, resulta indudable que las posibilidades de crecimiento del consumo eléctrico en Chile son enormes: se nos viene el desarrollo de vehículos eléctricos, el incremento de los electrodomésticos, y por lo demás, para acercarse al consumo específico de los países europeos tendría que triplicar o aún cuadruplicar su consumo actual. Para igualar a los países más electrificados, como Canadá o Noruega, tendría que decuplicar el consumo actual.

1.11. Ejemplos de aplicación

1.11.1. Ejemplo 1

El consumo de electricidad de cierto pueblo se divide gruesamente en los siguientes tipos de consumidores, que presentan una diversidad de 140 % entre sí:

a) Sector residencial, con una demanda máxima de 1.180 $[kW]$, factor de carga anual 20 % y factor de diversidad entre consumidores 1,3;

b) Sector comercial, con una demanda máxima de 2.150 $[kW]$, factor de carga anual 30 % y factor de diversidad entre consumidores 110 %.

Calcular el factor de carga anual del pueblo. Si la energía total consumida crece con una tasa anual del 8 % (época de bonanza), mientras que la demanda máxima lo hace con una tasa anual del 6 %, ¿cuál será el factor de carga anual del pueblo en el quinto año?

Solución

Primero una recomendación de carácter general: en los desarrollos numéricos es conveniente poner las unidades de medida entre paréntesis cuadrados, pues así se evitan posibles confusiones con los números y con el texto.

$$D_{\text{máx}} = \frac{(1,180 + 2,150)}{1,4} = 2,379\ [kW]$$

$$E_{anual} = 8,76 \cdot (1,180 \cdot 0,2 + 2,150 \cdot 0,3) = 8,76 \cdot (236 + 645) = 8,76 \cdot 881 = 7,718\ [GWh/\text{año}]$$

$$fc_{anual} = \frac{7,718}{(2,379 \cdot 8,76)} = 0,370$$

El factor de carga anual del pueblo resulta superior al factor de carga anual de cada uno de los sectores de consumo.

Al cabo de 5 años,

$$D_{\text{máx}} = D_{\text{máx}ini} \cdot 1,06^5 = 2,379 \cdot 1,338 = 3,183\ [kW]$$

$$E = E_{ini} \cdot 1,08^5 = 7,718 \cdot 1,469 = 11,34\ [GWh]$$

$$fc_5 = \frac{11,340}{3,183 \cdot 8,76} = 0,407$$

1.11.2. Ejemplo 2

Cierto consumo tiene las siguientes curvas de demanda diaria:

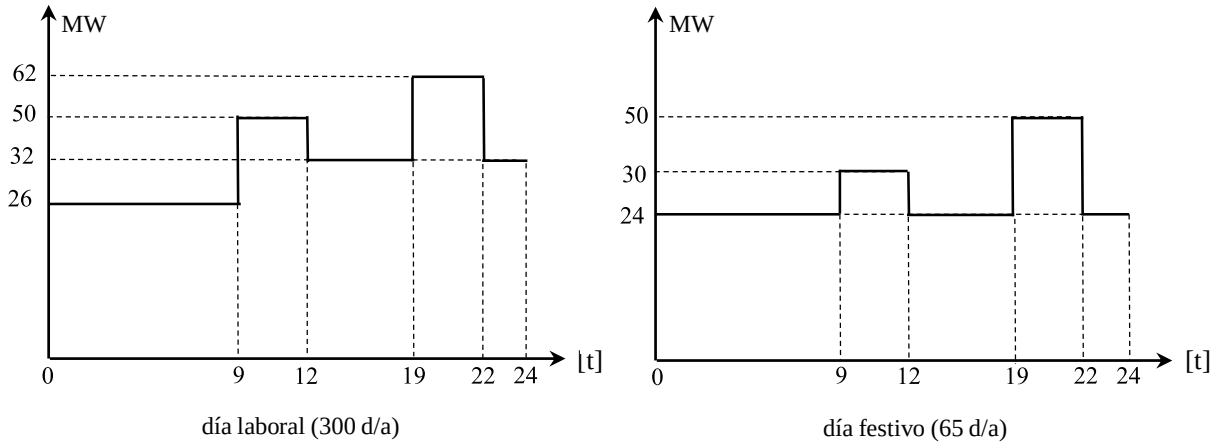


Figura 1.33: Curvas que representan la demanda diaria

Este consumo es alimentado por una central hidráulica de pasada, que aporta 16 $[MW]$ todo el año y tiene un costo de generación de 3 [UM[1] (unidades monetarias)/MWh]; por una central diésel de 36 $[MW]$, con un costo de generación de 15 [UM/MWh], pero que por problemas de abastecimiento de combustible sólo puede generar hasta 120 [MWh/día]; y por un apoyo desde un país vecino, que factura su alimentación a 15 [UM/MWh], más un cargo diario por demanda máxima de 50 [UM/MW].

Dibujar la curva de duración de la demanda anual. Determinar el costo de generación anual mínimo.

Solución

a) Las demandas, de mayor a menor, y el número de horas anuales en que están presentan, son:

[1]Para no herir susceptibilidades, la unidad monetaria UM o $ se deja abierta; para algunos será preferentemente dólares, para algunos rublos, para otros, euros, colones, riyales, yenes, yuanes, soles, lunas, wones, etcétera.

$$62\ [MW] \rightarrow 62 \cdot 3 \cdot 300\ = 62 \cdot 900\ = 55,8\ [GWh/\text{año}] \tag{1.12}$$
$$50\ [MW] \rightarrow 50 \cdot 3 \cdot 365 = 50 \cdot 1{,}095 = 54,75\ [\text{GWh/año}] \tag{1.13}$$
$$32\ [MW] \rightarrow 32 \cdot 9 \cdot 300 = 32 \cdot 2{,}700 = 86,4\ [\text{GWh/año}] \tag{1.14}$$
$$30\ [MW] \rightarrow 30 \cdot 3 \cdot 65\ = 30 \cdot 195\ = 5,85\ [\text{GWh/año}] \tag{1.15}$$
$$26\ [MW] \rightarrow 26 \cdot 9 \cdot 300 = 26 \cdot 2{,}700 = 70,2\ [\text{GWh/año}] \tag{1.16}$$
$$24\ [MW] \rightarrow 24 \cdot 18 \cdot 65 = 24 \cdot 1{,}170 = 28,05\ [\text{GWh/año}]$$

lo que da una energía anual de 301 $[GWh]$.

b) Para colocar las centrales en esta curva hay que considerar que la más económica es la hidráulica, la que sin embargo sólo es capaz de entregar 16 $[MW]$ (aunque parejos por todo el año). Por tanto, es la que debe operar en base (en la curva, entregando los primeros 16 $[MW]$).

La siguiente en costo es la central diésel, la que sólo es capaz de entregar 120 $[MWh]$ diarios. Además, debe proporcionar la mayor potencia posible, para limitar la entrega de potencia del país vecino (la que se paga extra). Por tanto, debe operar en la parte alta de las curvas diarias (en "punta"), donde entrega poca energía y puede guardar combustible para dar más potencia.

El apoyo desde el sistema vecino opera en la zona intermedia.

c) Día de trabajo:

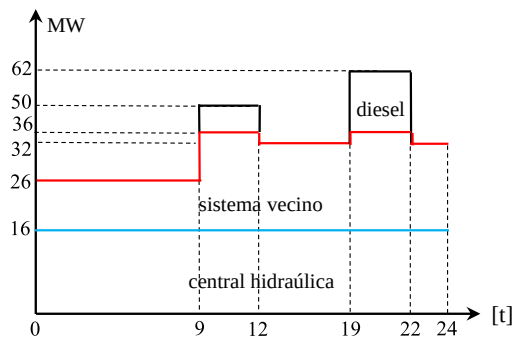


Figura 1.34: Abastecimiento del día de trabajo

La central hidráulica entrega 16 $[MW]$ por 24 $[hs]$ = 384 $[MWh/\text{día}]$.

La central diésel entrega $62 - 50 = 12$ $[MW]$ por 3 horas, más X $[MW]$ por 6 horas ya que debe completar 120 $[MWh/\text{día}]$:

$12 \cdot 3 + X \cdot 6 = 120$

$6X = 120 - 36 = 84$

$X = 14\ [MW]$

La central diésel entrega $14 + 12 = 26$ $[MW]$ y 120 $[GWh/\text{día de trabajo}]$.

El apoyo desde el sistema vecino entrega el saldo, 20 $[MW]$ y $10 \cdot 9 + 20 \cdot 6 + 16 \cdot 9 = 354$ $[MWh/\text{día } de\ trabajo]$.

d) Día festivo:

La central hidráulica entrega 16 $[MW]$ por 24 $[hs]$ = 384 $[MWh/\text{día } festivo]$.

La central diésel entrega 50 - 24 = 26 $[MW]$ por 3 horas, y debe completar 120 $[MWh]$:

$26 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + X \cdot 24 = 120$

$24X = 120 - 96 = 24$

$X = 1\ [MW]$

La central diésel entrega entonces 27 $[MW]$ y 120 $[MWh/\text{día } festivo]$.

El apoyo desde el sistema vecino aporta 7 $[MW]$ por 24 $[hs]$, o sea, 168 $[MWh/\text{día festivo}]$.

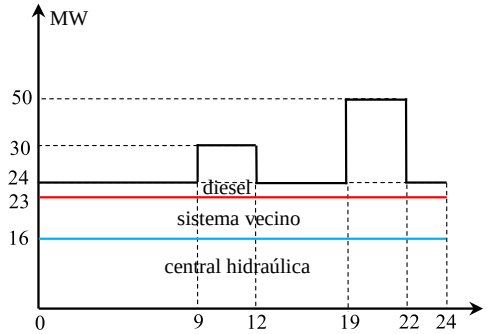


Figura 1.35: Abastecimiento de un día festivo

e) El costo de generación anual es

hidráulica : $384 \cdot 365 \cdot 3 = 420,48$ $[MUM/\text{año}]$

diésel : $120 \cdot 365 \cdot 15 = 657$ $[MUM/\text{año}]$

$sistema\ vecino$, energía : $(354 \cdot 300) + 168 \cdot 65) \cdot 15 = 117{,}120 \cdot 15 = 1{,}756,8$ $[MUM/\text{año}]$

$sistema\ vecino, potencia$: $(20 \cdot 300 + 7 \cdot 65) \cdot 50 = 6{,}455 \cdot 50 = 322,75$ $[MUM/\text{año}]$

Lo que da un total de 3.157 $[MUM/\text{año}]$

Capítulo 2

Conceptos eléctricos y matemáticos básicos

2.1. Introducción

Antes de comenzar con el estudio de los SEP operando en condiciones cuasi-estacionarias, vale la pena repasar y fijar varios conceptos básicos que serán utilizados en dicho análisis. Conceptos tales como los de potencia reactiva, potencia fasorial o compleja, cálculos en por unidad, representación mediante tetrapolos, etcétera, ya han sido vistos en otros cursos, de modo que el repaso será muy breve y solo para establecer bases y nomenclaturas uniformes para los capítulos que siguen.

2.2. Normas sobre unidades de medidas

Por convenios internacionales (1948), reflejados por ejemplo en las normas $ANSI$-Y10.19 y DIN1301, los símbolos de unidades se escribirán con minúsculas (por ejemplo h, t, bar), excepto el caso en que deriven de un nombre propio (por ejemplo K, V, W, Wb) y aunque el resto del escrito en que aparezcan esté con mayúsculas (por ejemplo en un título). El símbolo será el mismo, esté usado en singular o en plural (¡una *ese* sería interpretada como segundo![1]).

Al escribir símbolos compuestos por la división de varias unidades hay que insertar algunos paréntesis, con el fin de evitar ambigüedades [por ejemplo $(\Omega/fase)/km$ y no $\Omega/fase/km$; $(M\Omega/fase)km$ y no $M\Omega/fase\ km$)].

Los múltiplos de unidades se indican mediante prefijos que se escriben con mayúsculas, excepción sea hecha de los ya establecidos desde antiguo, da, h y k. (¡Cuidado con un error muy frecuente: K es Kelvin, k es kilo!).

Tabla 2.1: Prefijos indicativos de múltiplos de unidades

Múltiplo	Prefijo	Símbolo
10	*deca*	*da*
10^2	*hecto*	*h*
10^3	*kilo*	*k*
10^6	*mega*	*M*
10^9	*giga*	*G*
10^{12}	*tera*	*T*
10^{15}	*peta*	*P*
10^{18}	*exa*	*E*

Submúltiplo	Prefijo	Símbolo
10^{-1}	*deci*	*d*
10^{-2}	*centi*	*c*
10^{-3}	*mili*	*m*
10^{-6}	*micro*	μ
10^{-9}	*nano*	*n*
10^{-12}	*pico*	*p*
10^{-15}	*femto*	*f*
10^{-18}	*ato*	*a*

[1] En general, los signos de exclamación usados en el texto pretenden llamar la atención sobre aspectos en los cuales es fácil equivocarse. En ningún caso deben ser interpretados como una burla al lector.

2.3. Representación de variables senoidales

Los sentidos de tensiones y corrientes se definen de acuerdo con la convención de la Figura 2.1.

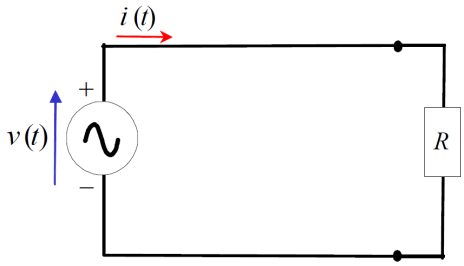


Figura 2.1: Sentidos de tensiones y corrientes

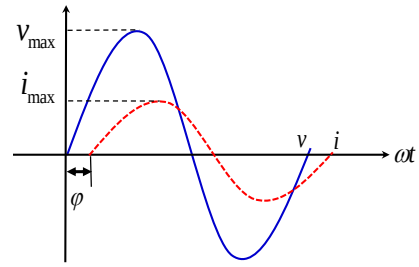


Figura 2.2: Tensión y corriente

La función $v(t)$ toma valores positivos cuando el potencial en el extremo señalado con el signo + es mayor al señalado con el signo − (consecuentemente, la cabeza de la flecha está en el +). Siguiendo la convención utilizada en corriente continua, la corriente circula en sentido contrario al de los electrones y va por lo tanto desde puntos de mayor potencial hacia puntos de menor potencial. Esta convención es relevante para los análisis que se presentan a continuación.

Nótese que en alterna no existe propiamente una circulación de corriente, ya que los electrones se desplazan alternativamente en ambos sentidos.

Estudiar sistemas eléctricos de potencia implica trabajar con variables senoidales en el tiempo, tales como por ejemplo $v(t) = V_{\text{máx}} sen\,(\omega t)$ e $i(t) = I_{\text{máx}} sen\,(\omega t - \varphi)$ en la Figura 2.2.

En la mayoría de los casos se acostumbra introducir el concepto de **valor efectivo o rms**, igual al valor máximo de la función real dividido por $\sqrt{2}$:

$$V = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2\,dt} = \frac{V_{\text{máx}}}{\sqrt{2}} \tag{2.1}$$

Con esta sustitución se consigue que la potencia, que es proporcional al producto v por i, mantenga una expresión similar a la del caso de corriente continua.

Otra representación de las variables alternas senoidales, que facilita mucho los cálculos, la proporcionan los llamados **fasores**.

Se define la transformada fasorial F de una función senoidal como:

$$F\left\{\sqrt{2}V sen\,(\omega t + \varphi)\right\} = V e^{j\varphi} \tag{2.2}$$

y su correspondiente transformada inversa como:

$$F^{-1}\left\{V e^{j\varphi}\right\} = \sqrt{2}V sen\,(\omega t + \varphi) \tag{2.3}$$

F tiene la propiedad de ser lineal y biyectiva. Siguiendo la costumbre, en las expresiones anteriores se ha utilizado el valor efectivo de la señal senoidal (aunque de igual forma se podría haber utilizado el valor máximo de ella). La Figura 2.3 muestra la forma en que opera la transformada fasorial para dos señales senoidales.

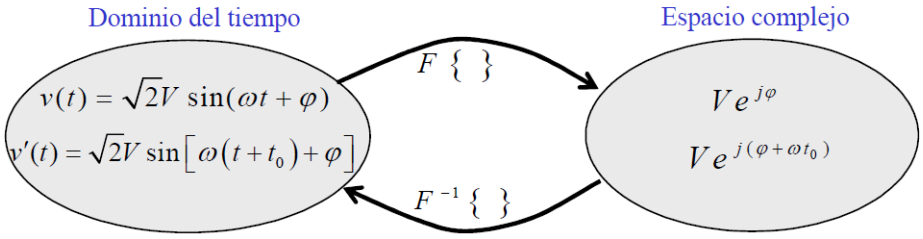


Figura 2.3: Transformada fasorial

De esta forma, los fasores pueden ser visualizados como vectores bidimensionales en el espacio de los números complejos, según se muestra en la Figura 2.4.

Nótese que en la representación fasorial, el ángulo de desfase corresponde al valor del ángulo de la función senoidal en $t = 0$. De esta forma, un desplazamiento del origen temporal, por ejemplo, en t_0, se traduce en un desfase ωt_0 del fasor correspondiente.

Para escribir analíticamente relaciones fasoriales, se recurre al operador $e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + jsen(\varphi)$, que implica la rotación en un ángulo φ de la cantidad a la cual se aplica ($j = \sqrt{-1}$). Con dicha nomenclatura, $\overline{V} = Ve^{j\varphi} = V\angle\varphi = V\cos(\varphi) + jVsen(\varphi)$.

Esta transformación permite simplificar enormemente los cálculos de redes eléctricas en corriente alterna operando en estado estacionario, ya que transforma las ecuaciones diferenciales que describen los circuitos en ecuaciones algebraicas simples.

A modo de ejemplo, la característica de un condensador dada por:

$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} = C\frac{d\left(\sqrt{2}V sen\left(\omega t + \varphi\right)\right)}{dt} = C\sqrt{2}V\omega\cos\left(\omega t + \varphi\right)$$

Puede ser estudiada por medio de la transformada fasorial:

$$F\left\{i_c\right\} = F\left\{C\sqrt{2}V\omega\cos\left(\omega t + \varphi\right)\right\} \tag{2.4}$$

$$= C\sqrt{2}V\omega F\left\{\cos\left(\omega t + \varphi\right)\right\} \tag{2.5}$$

$$= C\sqrt{2}V\omega F\left\{sen\left(\omega t + \varphi + \pi/2\right)\right\} \tag{2.6}$$

$$= C\sqrt{2}V\omega e^{j(\varphi+\pi/2)} \tag{2.7}$$

$$= j\omega C\sqrt{2}Ve^{j\varphi}$$

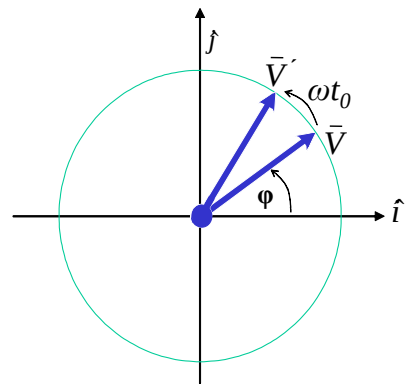


Figura 2.4: fasores tensión

Por lo tanto, en términos fasoriales, la corriente y la tensión del condensador quedan relacionadas por la expresión $\overline{I}_c = j\omega C\overline{V}_c$, y se puede definir la impedancia $\overline{Z}_c$ del condensador como $\overline{Z}_c = \frac{\overline{V}_c}{\overline{I}_c} = \frac{1}{j\omega C}$.

Nótese que en el cálculo de la corriente por el condensador se ha hecho uso de la convención de signos planteada al comienzo de este capítulo.

Análogamente, para el caso de una bobina, en términos fasoriales la impedancia $\overline{Z}_L$ queda expresada por:

$$\overline{Z}_L = \frac{\overline{V}_L}{\overline{I}_L} = j\omega L$$

Para circuitos más complejos se aplica la propiedad de linealidad del operador. Si la tensión v se aplica a una impedancia inductiva de ángulo $+\varphi$, $\overline{Z} = z\angle\varphi = R + jX$, circulará una corriente i que estará en atraso, en el tiempo, en relación con la tensión:

$$i = i_{\text{máx}} sen(\omega t - \varphi)$$

En el **diagrama fasorial** de la Figura 2.5, $\overline{I}$ quedará más atrás de $\overline{V}$ en el ángulo φ, y la suma de las caídas V_R en la resistencia y V_X en la reactancia inductiva, equivaldrá a $\overline{V}$.

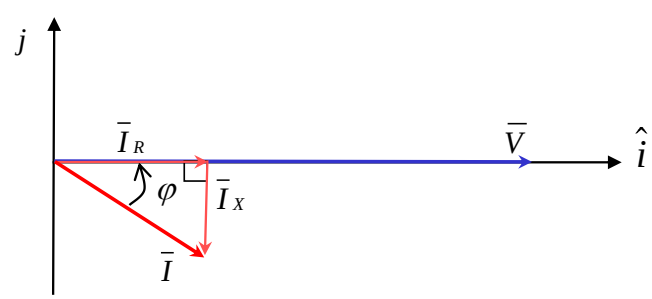


Figura 2.5: Diagrama fasorial para carga inductiva

Como consecuencia de la representación fasorial, en el estudio de los SEP es muy frecuente la necesidad de realizar cálculos con números complejos y de representarlos gráficamente. Para ello, en el sitio web del libro se ofrece la aplicación denominada "Calculadora fasorial".

2.4. Potencia reactiva

Por su importancia, es conveniente recordar el origen del concepto de potencia reactiva:

2.4.1. Circuito monofásico

Si se analiza el caso en que una fuente de tensión v alimenta un consumo inductivo con la corriente i, la potencia instantánea transmitida será:

$p = vi = v_{\text{máx}}\, i_{\text{máx}}\, sen\,(\omega t)\ sen\,(\omega t - \varphi) = 2\,V\,I\,sen\,(\omega t)\ sen\,(\omega t - \varphi)$

Utilizando propiedades trigonométricas, se puede escribir la expresión anterior como:

$$p = V\,I\cos(\varphi) - V\,I\cos(2\omega t - \varphi) \tag{2.8}$$

En que el producto VI se denomina **potencia aparente**. Se concluye que la potencia instantánea transmitida tiene forma sinusoidal, pero frecuencia doble que la tensión aplicada, y oscila en torno a un valor promedio $P = V\,I\cos(\varphi)$, llamado **potencia media, potencia real** o **potencia activa**. El hecho de que p pueda ser negativo en algunos instantes, dependendo del valor φ, implica que en ellos hay un flujo de energía en sentido contrario (hecho en principio sorprendente).

La expresión para la potencia instantánea puede ser reformulada haciendo uso de las siguientes equivalencias:

$$p = V\,I\cos(\varphi) - V\,I\cos\varphi\cos(2\omega t) - V\,I\,sen\,(\varphi)\,sen\,(2\omega t) = V\,I\cos(\varphi)\,(1 - \cos(2\omega t)) - V\,I\,sen\,(\varphi)\,sen\,(2\omega t)$$

$$p = P\,(1 - \cos(2\omega t)) - Q\,sen\,(2\omega t) \tag{2.9}$$

donde $Q = V\,I\ sen\ (\varphi)$ se denomina **potencia fluctuante, potencia escondida** o **potencia reactiva**.

En consecuencia, la potencia instantánea puede descomponerse en dos partes, una que pulsa en torno a P, con frecuencia doble y sin llegar a ser negativa, y otra parte de magnitud Q, frecuencia doble, cuyo promedio es cero (y que por tanto no ejecuta trabajo). La Figura 2.6 resume esta situación en forma gráfica.

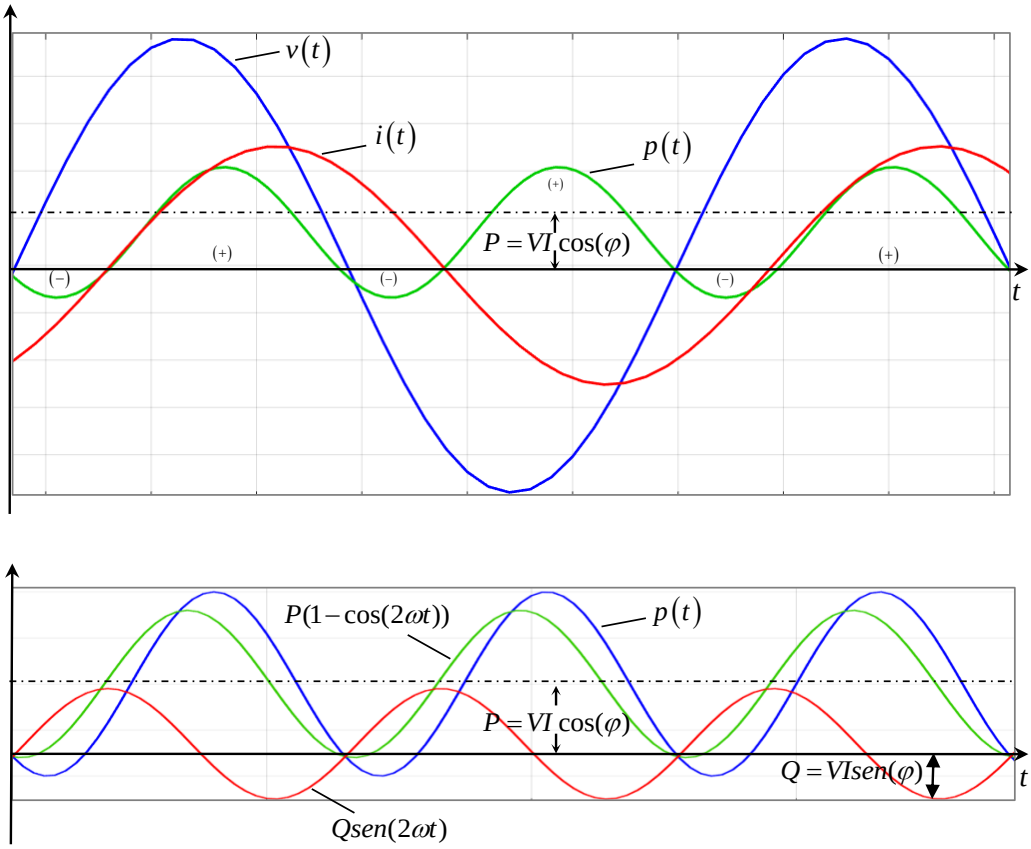


Figura 2.6: Potencia aparente

El signo de Q depende del signo de φ. Definiendo como positivo el ángulo φ para una inductancia (lo que implica que en los diagramas fasoriales tendrá sentido contrario al normal), se concluye que una inductancia (cuyo ángulo φ es positivo y cercano a 90°) absorbe potencia reactiva positiva (consume reactivos), mientras que un condensador absorbe potencia reactiva negativa (o sea, entrega o genera reactivos). Dicho de otra forma, la potencia reactiva Q que fluye en igual dirección que la potencia activa P es positiva cuando la corriente atrasa, y negativa cuando la corriente adelanta a la tensión.

Es posible relacionar Q con la energía almacenada en los campos magnético y eléctrico. Por ejemplo, la energía almacenada en el campo magnético está dada por la expresión:

$E(t) = Li(t)^2/2 = \frac{L}{2}(\sqrt{2}Isen(\omega t - \varphi))^2$

Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{dE(t)}{dt} = 2\omega LI^2 sen(\omega t - \varphi)cos(\omega t - \varphi) = XI^2 sen(2(\omega t - \varphi)) = Qsen(2(\omega t - \varphi)) \tag{2.10}$$

En otras palabras, Q es aquella componente de la potencia instantánea que dos veces por ciclo de la tensión aplicada, carga y descarga las energías del campo magnético en la inductancia (y del campo eléctrico en la capacitancia). Es importante recalcar que, si bien la potencia reactiva no realiza un trabajo efectivo, es vital para el funcionamiento del SEP. Por lo tanto, es importante invertir en elementos para su control.

El hecho de que la potencia reactiva no realiza trabajo resulta evidente cuando un cortocircuito trifásico afecta a un generador: se interrumpe el circuito que era abastecido por el generador, con lo que baja violentamente la entrega de potencia activa; el generador pasa a ver una impedancia menor y casi puramente inductiva, por lo que la corriente crece fuertemente, pero el generador no se frena (porque la mayor corriente no hace trabajo), sino que se embala (por la pérdida de la carga activa).

Es interesante también introducir el concepto de **potencia fasorial** o **potencia compleja** $\overline{S} = \overline{VI}^*$. Si $\overline{V} = V\angle 0^o$ e $\overline{I} = I\angle -\varphi$ (relativo a V, el ángulo de la corriente es negativo):

$$\overline{S} = \overline{VI}^* = VIcos\,(\varphi) + jVIsen\,(\varphi) = P + jQ \tag{2.11}$$

Reemplazando $\overline{V} = \overline{Z}\ \overline{I}$, o bien, $\overline{I} = \overline{Y}\ \overline{V}$, se obtiene finalmente:

$$\overline{S} = P + jQ = \overline{VI}^* = \overline{Z}|I|^2 = \overline{Y}^*|V|^2 \tag{2.12}$$

Queda así de manifiesto la ventaja de utilizar valores efectivos en la definición de los fasores, ya que se mantiene para la potencia aparente $\overline{S} = \overline{VI}^*$ una expresión similar a la del caso de corriente continua.

Se reitera que la definición de potencia aparente depende de la convención adoptada para los sentidos y signos de tensión y corriente. A modo de ejemplo, si se considerase la corriente en sentido contrario al de la Figura 2.1, la expresión para la potencia aparente sería $\overline{S} = -\overline{VI}^*$.

2.4.2. Circuito trifásico

En este caso se suponen 3 tensiones, v_a , v_b y v_c, de igual magnitud, pero desfasadas en el tiempo en 120 ° una respecto de las otras, aplicadas a una carga simétrica. Las tres corrientes instantáneas resultan también de igual magnitud y desfasadas entre sí en 120 °. La Figura 2.7 resume esta situación para el dominio del tiempo y en su representación fasorial.

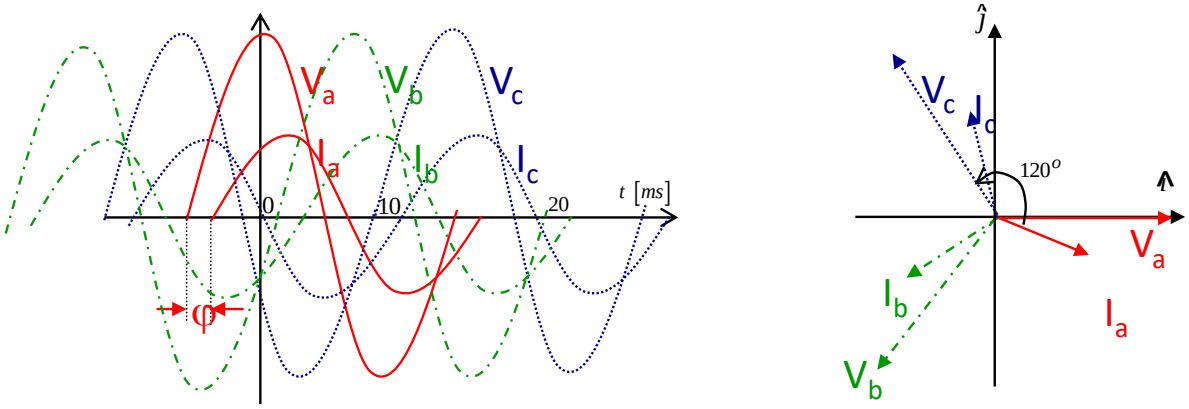


Figura 2.7: Representación de un sistema trifásico

La potencia instantánea total será:

$p_{3\phi} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c$

$p_{3\phi} = 2VI[sen(\omega t)sen(\omega t - \varphi) + sen(\omega t - 120)sen(\omega t - 120 - \varphi) + sen(\omega t - 240)sen(\omega t - 240 - \varphi)]$

$p_{3\phi} = VI[\cos(\varphi) - cos(2\omega t - \varphi) + \cos(\varphi) - \cos(2\omega t - 240 - \varphi) + \cos(\varphi) - \cos(2\omega t - 480 - \varphi)]$
O sea:
$p_{3\phi} = 3VI\cos(\varphi)$
La potencia instantánea trifásica es constante, y vale 3 veces la potencia media de cada fase:

$$p_{3\phi} = 3V_{f-n}I\cos(\varphi) = \sqrt{3}V_{f-f}I\cos(\varphi) = 3p_{1\phi} = p_{3\phi} \tag{2.13}$$

De la deducción hecha se desprende que no existe una potencia reactiva trifásica (aunque sí exista potencia reactiva en cada una de las fases por separado). El caso es similar al de las corrientes, que circulan por separado en las 3 fases, pero que suman cero, de modo que no hay una corriente trifásica $3I$. De todos modos, y para mantener simetría con la potencia activa, se habla en términos abstractos de una potencia reactiva trifásica $Q_{3\phi} = 3\,Q_{1\phi}$ (no confundir con el hecho de que en las subestaciones existe $3\,Q_{1\phi}$ a través de los equipos de compensación en cada una de las tres fases).

2.5. Cálculos referidos o en tanto por uno

Los cálculos referidos o en tanto por uno se realizan expresando las diversas magnitudes eléctricas (V, I, Z, etc.) como proporciones de magnitudes base o de referencia apropiadas. Ocasionalmente, estos valores se expresan también como valores porcentuales. Por ejemplo,

$$V\,(pu) = \frac{V\,(volt)}{V_{base}\,(volt)} \tag{2.14}$$

$$Z\,(pu) = \frac{Z\,(\Omega)}{Z_{base}\,(\Omega)}$$

Por lo tanto, las cantidades expresadas en por unidad son adimensionales.

A primera vista este método aparece como una complicación innecesaria, pero en la práctica tiene indudables ventajas:

a) Las impedancias en tanto por uno, si se expresan en una base adecuada, son idénticas referidas a uno u otro lado de un transformador. Este hecho no se ve afectado por la conexión de los enrollados (Δ , Y, etc.). Ello simplifica los cálculos cuando hay varios transformadores, puesto que se elimina la necesidad de referir cantidades de un lado al otro de cada transformador.

b) Hay menos posibilidades de errores por mezclar tensiones fase-neutro con tensiones entre fases, potencias monofásicas con potencias trifásicas, tensiones primarias con secundarias en el caso de transformadores, etc.

c) Los valores en por unidad dan una información sobre magnitudes relativas que es muy útil. Por ejemplo, las impedancias de los distintos equipos eléctricos, expresadas en p.u. base nominal, están dentro de un margen bastante estrecho de valores, lo que facilita el chequeo y permite usar valores supuestos cuando no se tienen datos exactos. Lo mismo ocurre con las tensiones en un sistema, que en condiciones normales están siempre en el rango $0,9$ a $1,1$.

2.5.1. Circuitos monofásicos

V, I, S, Z son cantidades relacionadas entre sí, de manera que con fijar dos valores base, quedan automáticamente determinados los otros dos. Usualmente se emplean la tensión (en kV) y la potencia aparente (en MVA) como bases de referencia, por lo que las bases de corriente (en A) e impedancia (en Ω) deben expresarse en función de ellas. Por definición, $I_{base} = VA_{base}/V_{base}$. Como en la práctica los datos se presentan en MVA_{base} y kV_{base} , y considerando que 1 $kVA_{base} = 1000\ MVA_{base}$ (¡Cuidado, uno tiende a pensar al revés!)

$$I_{base} = \frac{1{,}000 \times MVA_{base}}{kV_{base}} \tag{2.15}$$

$$Z_{base} = \frac{kV_{base}}{kA_{base}} = \frac{(kV_{base})^2}{MVA_{base}} \tag{2.16}$$

¡Nótese que p.ej. MVA_{base} es la cantidad de $[MVA]$ que se usan como base y no la unidad de medida $[MVA]$! Conviene recalcar que las cantidades base son escalares y que, por lo tanto, ocurre que:

$$R_{base} = X_{base} = Z_{base} \tag{2.17}$$

$$P_{base} = Q_{base} = S_{base}$$

Circuito con transformador

De acuerdo con lo visto en el curso de máquinas (y que se repasará en el capítulo 6), el circuito equivalente de un transformador, despreciando la corriente de excitación, sería el de la Figura 2.8:

El estudio normal de un circuito de este tipo presenta el inconveniente de mantener siempre un transformador ideal V_{1n}/V_{2n}, que obliga a transferir todos los datos eléctricos de un lado al otro:

$$\overline{V}_1 - j\overline{I}_1 X_1^{'} = \frac{V_{1n}}{V_{2n}}\left(\overline{V}_2 + j\overline{I}_2 X_2^{'}\right)$$

Y como $V_{1n}\overline{I}_1^* = V_{2n}\overline{I}_2^*$:

$$\overline{V}_1 - j\overline{I}_1\left[X_1^{'} + X_2^{'}\left(\frac{V_{1n}}{V_{2n}}\right)^2\right] = \overline{V}_2\frac{V_{1n}}{V_{2n}}$$

Llamando $X_1 = X_1^{'} + X_2^{'}\,[V_{1n}/V_{2n}]^2$, se llega a la representación simplificada $\overline{V}_1 - j\overline{I}_1 X_1 = \overline{V}_2 V_{1n}/V_{2n}$ ¡que de todos modos contiene el transformador ideal V_{1n}/V_{2n}!

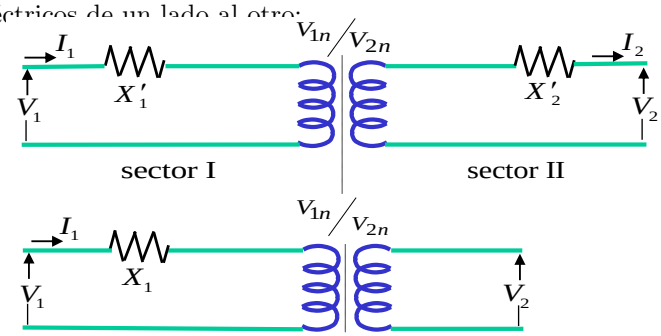


Figura 2.8: Circuito con transformador

Pero, si ahora se expresa la relación en tanto por uno base V_{b1}:

$$\frac{\overline{V}_1}{V_{b1}} - j\frac{\overline{I}_1}{I_{b1}}\cdot\frac{X_1}{V_{b1}/I_{b1}} = \frac{\overline{V}_2}{V_{b2}}\cdot\frac{V_{1n}}{V_{2n}}\cdot\frac{V_{b2}}{V_{b1}}$$

Y como V_{b1}/I_{b1} tiene las dimensiones de una impedancia base en el lado primario:

$$\overline{V}_1(pu1) - j\overline{I}_1(pu1)X_1(pu1) = \overline{V}_2(pu2)\frac{V_{1n}}{V_{2n}}\cdot\frac{V_{b2}}{V_{b1}}$$

Y se concluye que el transformador ideal desaparece si acaso se expresan simultáneamente las cantidades eléctricas del primario en por unidad bases nominales primarias del transformador y las cantidades del secundario en por unidad bases nominales secundarias, tales que $V_{b1}/V_{b2} = V_{1n}/V_{2n}$.

El resultado no se altera si acaso una cantidad es referida previamente al otro lado del transformador, siempre que se exprese en por unidad del lado al que ha sido referida. Por ejemplo, si $X_1(\Omega)$ es una impedancia ubicada en el primario, referida al secundario valdrá $X_2(\Omega) = X_1(\Omega)(V_{2n}/V_{1n})^2$. Expresada en p.u. base secundaria será:

$$X_2(pu2) = \frac{X_2(\Omega)}{\frac{V_{2n}^2}{S_n}} = \frac{X_1(\Omega)\left(\frac{V_{2n}}{V_{1n}}\right)^2}{\frac{V_{2n}^2}{S_n}} = \frac{X_1(\Omega)}{\frac{V_{1n}^2}{S_n}} = X_1(pu1)$$

Operatoria en el caso general

La forma de trabajar en por uno se explicará a través del circuito de la Figura 2.9, con dos transformadores (TA y TB) que conectan tres redes diferentes (I, II y III).

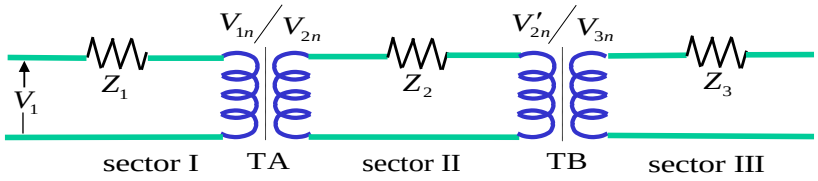


Figura 2.9: Sectores de una red

Los pasos que se siguen son:

a) Se elige una potencia base común a todo el sistema, S_{base}. Este valor puede ser cualquiera, ya sea un valor que se repite en el sistema (por ejemplo si hay varios equipos de igual capacidad), ya sea un valor cómodo normalizado, como por ejemplo 10 MVA en distribución, 100 MVA en transmisión AT, 1,000 MVA en transmisión en EAT.

b) Se elige la tensión base en uno de los sectores. Ella no tiene por qué ser la tensión nominal, y se escoge de manera de simplificar la elección de las tensiones base en los otros sectores, que se hará a continuación. En esta etapa, la experiencia ayuda mucho a hacer una buena elección.

c) Las tensiones base en los otros sectores deben estar relacionadas con la tensión escogida, en razón de las tensiones nominales de los transformadores correspondientes:

$$\frac{V_{baseI}}{V_{baseII}} = \frac{V_{1n}}{V_{2n}} \qquad \frac{V_{baseII}}{V_{baseIII}} = \frac{V_{2n}^{'}}{V_{3n}} \tag{2.18}$$

d) Teniendo V_{base} y S_{base} en cada sector, se pueden expresar las impedancias correspondientes en "tanto por uno". En caso de que alguna de las impedancias esté ya expresada en tanto por uno, pero en otra base diferente, es necesario cambiarla a la base escogida (¡cuidado!):

$$Z(pubase1) = Z(pubase2)\frac{S_{base1}}{S_{base2}}\left(\frac{V_{base2}}{V_{base1}}\right)^2 \tag{2.19}$$

Una situación especial se presenta cuando por algún motivo están ya definidas dos cantidades base, por ejemplo, V_{baseI} y V_{baseII}, pero en una forma tal que no se cumple $V_{baseI}/V_{baseII} = V_{1n}/V_{2n}$, siendo V_{1n}/V_{2n} la razón de transformación del transformador de unión. Este peligro existe cuando en el sistema hay ramas en paralelo, cuyos transformadores operan en derivaciones diferentes (Figura 2.10).

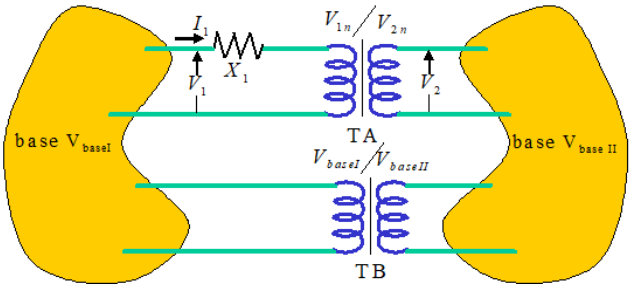


Figura 2.10: Situación especial de tensiones base en transformadores

En tal caso, $V_1 - jI_1X_1 = V_2V_{1n}/V_{2n}$, y dividiendo por V_{baseI} se tiene:

$$\frac{V_1}{V_{baseI}} - j\frac{I_1}{I_{baseI}}\frac{X_1}{\frac{V_{baseI}}{I_{baseI}}} = \frac{V_2}{V_{baseII}}\frac{V_{baseII}}{V_{baseI}}\frac{V_{1n}}{V_{2n}}$$

$$V_1(pu) - jI_1(pu)X_1(pu) = V_2(pu)\frac{V_{baseII}}{V_{baseI}}\frac{V_{1n}}{V_{2n}}$$

De manera que la representación correcta en este caso incluye un transformador ideal de razón $V_{1n}(pu)/V_{2n}(pu)$ entre los sectores con bases V_{baseI} y V_{baseII}, ¡lo que implica perder la ventaja propia del cálculo en por unidad!

Si el problema es consecuencia de la operación de transformadores con derivaciones diferentes, se cumplirá adicionalmente que una de las dos tensiones es igual para ambos transformadores. Por ejemplo, si $V_{baseII} = V_{2n}$, la razón del transformador ideal se simplifica a V_{1n}/V_{baseI}.

En los programas de computación se suele evitar el transformador ideal recurriendo al circuito equivalente de la Figura 2.11, en que $Z_1 = z/t$, $Y_1 = (1-t)/z$, $Y_2 = t(t-1)/z$, donde t es la razón de transformación del cambiador de derivaciones.

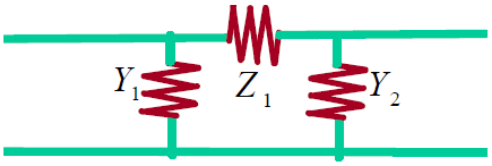


Figura 2.11: circuito pi del transformador

Circuitos trifásicos

En la mayoría de los estudios de sistemas eléctricos de potencia, los circuitos trifásicos se analizan con ayuda de mallas monofásicas equivalentes, tanto en condiciones de equilibrio como de desequilibrio (en este último caso, usando componentes simétricas). Por lo tanto, para estos estudios es válido en principio todo lo que se indicó en la sección anterior, y los valores base por usar deberían ser la tensión al neutro y la potencia monofásica.

El uso de la operatoria de cálculo en por unidad, tal como ha sido definida, aplicada a transformadores, elimina la relación de transformación en su parte de módulo, pero no en su parte de argumento. Como se verá en el capítulo 6, algunos transformadores trifásicos introducen un desfase temporal entre tensiones y corrientes de primario y secundario. Por lo tanto y en estricta teoría, en tales casos habría que trabajar con la razón de transformación $V_{baseI}\angle\alpha^\circ : V_{baseII}\angle 0^\circ$. Dado que este desfase no influye en los módulos, corrientes, ni desfases relativos entre las variables eléctricas, para cálculos de sistemas equilibrados se prefiere ignorar este efecto.

Cuando interese considerar el efecto de tales desfases (como se verá más adelante, ello es relevante en el estudio de sistemas desequilibrados), se puede definir para cada sector un ángulo base. De este modo, los análisis en la red se siguen realizando ignorando las transformaciones de ángulos en los circuitos equivalentes, con la posibilidad de

calcular posteriormente los ángulos reales de las variables eléctricas involucradas en cada sector.

Por otra parte, lo usual al calcular con unidades físicas es tener como datos las tensiones entre fases y las potencias trifásicas. Por ello, y para evitar diferencias entre los cálculos en por uno y los cálculos con unidades físicas, es que se ha extendido el uso de las llamadas **bases trifásicas**, en las que en realidad se resuelve el mismo circuito monofásico equivalente, pero empleando como bases la tensión entre fases y la potencia trifásica.

Esto no implica mayores dificultades, e incluso las tensiones, potencias e impedancias serie resultan numéricamente iguales que con las llamadas bases monofásicas:

$$V\,(pu\ 3\phi) = \frac{V_{f-f}}{V_{base\ 3\phi}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\frac{V_{f-n}}{V_{base\ 1\phi}} = V\,(pu\ 1\phi) \tag{2.20}$$

$$S\,(pu\ 3\phi) = \frac{S_{total}}{S_{base\ 3\phi}} = \frac{3}{3}\frac{S_{1\phi}}{S_{base\ 1\phi}} = S\,(pu\ 1\phi) \tag{2.21}$$

$$Z_{base}\,(pu\ 3\phi) = \frac{V_{f-n}^2}{S_{1\phi}} = \frac{\left(\frac{V_{base\ 3\phi}}{\sqrt{3}}\right)^2}{\frac{S_{base\ 3\phi}}{3}} = \frac{(V_{base\ 3\phi})^2}{S_{base\ 3\phi}} \tag{2.22}$$

$$Z(pu\ base1) = Z(pu\ base2)\frac{S_{base1}}{S_{base2}}\left(\frac{V_{base2}}{V_{base1}}\right)^2 \tag{2.23}$$

Cabe indicar que en el análisis monofásico de una red trifásica está implícito el uso de impedancias equivalentes en estrella, en reemplazo de aquellas impedancias conectadas entre fases (en delta). En caso de existir impedancias en paralelo que no han sido convertidas previamente en impedancias equivalentes en estrella:

$$Z_{base\ paralelo} = \frac{3\ \ (kV_{base\ f-f})^2}{MVA_{base\ 3\phi}} = 3Z_{base\ serie} \tag{2.24}$$

La expresión de la corriente base, en cambio, se altera (¡cuidado con la $\sqrt{3}$!), y será además diferente según se trate de una rama serie o de una rama paralelo. Para ramas conectadas en serie:

$$I_{base\ 3\phi} = \frac{VA_{base\ 3\phi}}{\sqrt{3}\ V_{base\ 3\phi}} = \frac{1000{\cdot}MVA_{base\ 3\phi}}{\sqrt{3}\ kV_{base\ 3\phi}} = 577\frac{MVA_{base\ 3\phi}}{kV_{base\ 3\phi}} \tag{2.25}$$

Recuérdese que $MVA_{base\ 3\phi}$ es la cantidad de $[MVA]$ trifásicos y no la unidad de medida $[MVA]$.

Para ramas conectadas entre fases:

$$I_{base\ paralelo} = \frac{1000{\cdot}MVA_{base\ 3\phi}}{3\ kV_{base\ 3\phi}} = \frac{I_{base\ serie}}{\sqrt{3}} \tag{2.26}$$

Pérdidas de potencia

Trabajando en por uno, las pérdidas óhmicas se calculan como RI^2, y no $3RI^2$ como ocurre al calcular en unidades físicas (¡cuidado!):

$$\Delta P_{pu\ 3\phi} = \frac{\Delta P_{total}}{S_{base\ 3\phi}} = \frac{3R(\Omega)\cdot[I(A)]^2}{\sqrt{3}\cdot V_{base\ 3\phi}\cdot I_{base\ 3\phi}} = \frac{R(\Omega)\cdot[I(A)]^2}{\frac{V_{base\ 3\phi}}{\sqrt{3}I_{base\ 3\phi}}\cdot(I_{base\ 3\phi})^2}$$

$$\Delta P_{pu\ 3\phi} = R(pu\ 3\phi)[I(pu\ 3\phi)]^2 \tag{2.27}$$

Banco de transformadores

En la práctica suelen existir transformadores trifásicos formados por la combinación de tres unidades monofásicas. En tal caso, la impedancia en por uno bases trifásicas del banco es numéricamente igual a la impedancia de cada unidad monofásica, en por uno bases monofásicas.

Si los datos del transformador monofásico están dados para un enrollado que en el banco quedará en delta, es preferible referirlos primero al enrollado en estrella. Alternativamente, se puede referir un tercio de la reactancia medida, a las bases trifásicas del lado con conexión delta.

2.6. Tetrapolos o mallas de dos puertas

La mayoría de los elementos de un sistema pueden ser representados por circuitos equivalentes de 4 terminales (tetrapolos). De ahí la importancia de conocer las características de estos circuitos equivalentes, que en una de sus versiones son de gran ayuda conceptual para entender el comportamiento de partes de un SEP, en otra versión son de vasta aplicación en el análisis numérico computacional.[2]

De acuerdo con las características de sus elementos constituyentes, los tetrapolos se clasifican en **lineales y no lineales**. Según si hay o no fuentes de tensión, se distinguen los **tetrapolos activos y los pasivos**. Por ahora se repasarán sólo las características de los tetrapolos lineales y pasivos, definiendo para ello las corrientes de entrada y salida en la forma indicada en la Figura 2.12.

Figura 2.12: Tetrapolo pasivo

No existe uniformidad en los diversos textos, en cuanto a la designación de los terminales, que puede ser 1, S o T para el **extremo transmisor** (de donde proviene la potencia), y 2 o R para el **extremo receptor** o de carga (donde se entrega la potencia).

Según cuáles dos sean las variables independientes escogidas de entre las cuatro cantidades V_1, I_1, V_2, I_2, habrá por los menos seis maneras de describir el comportamiento del tetrapolo, donde cada una presentará una comodidad mayor o menor según sea el problema por resolver. De cualquier forma, los seis pares de ecuaciones son esencialmente equivalentes.

Para los análisis realizados en este capítulo, se usarán las relaciones $(V_1,\ I_1) = f(V_2,\ I_2)$, que conducen de forma más directa a resultados que permiten comprender el funcionamiento de los sistemas de potencia. Más adelante se presentarán las relaciones de admitancias ($[I] = [Y][V]$), que son las más empleadas en las soluciones computacionales.

2.6.1. Fórmulas de transferencia

Para los estudios de flujos de potencia en sistemas eléctricos, en los que los tetrapolos se conectan fundamentalmente en cascada, interesan los dos juegos de ecuaciones que relacionan las variables de entrada (V_1, I_1) con las de salida (V_2, I_2), denominados **fórmulas de transferencia**, y que son del tipo:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Los complejos A, B, C y D, a veces designados también como a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, se denominan **parámetros generales**. Estos parámetros no son independientes entre sí, relacionándose mediante la ecuación $AD - BC = 1$.

En efecto, de acuerdo con el teorema de reciprocidad, si la aplicación de la tensión V_1 en una rama de una malla pasiva origina una corriente I_2 en otra rama de esa misma malla, entonces la aplicación de V_1 en esa segunda rama originará la misma corriente I_2 en la primera rama.

En particular, si se cortocircuita la salida del tetrapolo y en la entrada se aplica V_1, entonces se tendrá que $I_2 = V_1/B$. Al revés, si se cortocircuita la entrada y se aplica V_1 en la salida, $I_2^{'} = -CV_1 + DI_1$ y $V_2 = AV_1 - BI_1 = 0$, de modo que $I_2^{'} = -CV_1 + DAV_1/B = (AD - BC)V_1/B$. Para que $I_2 = I_2^{'}$, es preciso que $AD - BC = 1$.

Los parámetros se definen (y se miden) como:

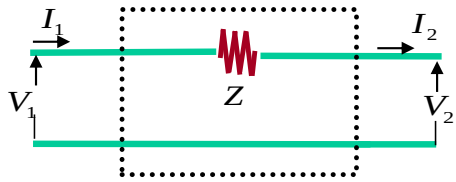
- $A = A\angle\alpha = V_1/V_2$, para $I_2 = 0$, que es la **razón de transferencia de tensión**, para tetrapolo en vacío;
- $B = B\angle\beta = V_1/I_2$, para $V_2 = 0$, que es la **razón de impedancia** transferida, para tetrapolo cortocircuitado;
- $C = C\angle\gamma = I_1/V_2$, para $I_2 = 0$, que es la **razón de admitancia** transferida, para tetrapolo en vacío; y
- $D = D\angle\delta = I_1/I_2$, para $V_2 = 0$, que es la **razón de transferencia de corriente**, para tetrapolo cortocircuitado.

2.6.2. Tetrapolos sencillos

A continuación se anotan los parámetros generales de algunos tetrapolos sencillos, de frecuente aparición en sistemas de potencia:

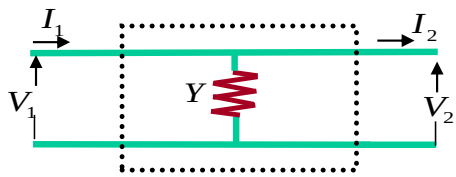
[2] Nótese que en la mayoría de los casos, las impedancias, corrientes, tensiones, etcétera, son fasores, sin importar la notación que tengan. Excepciones notables son valores nominales o bases.

Impedancia serie Z



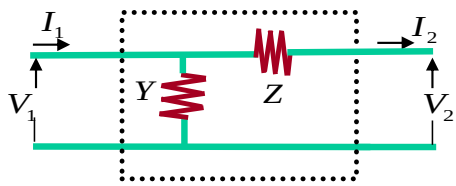
$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Impedancia paralelo Y



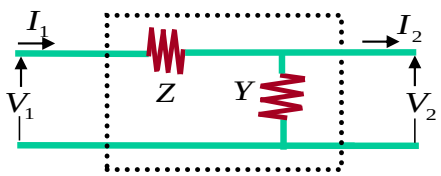
$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Circuito Γ



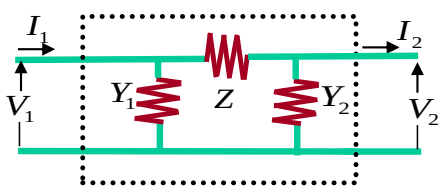
$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z \\ Y & 1+ZY \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Circuito 7



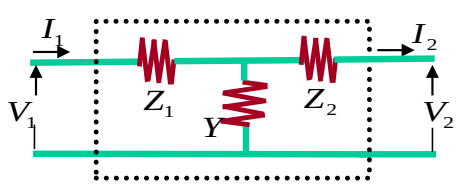
$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+ZY & Z \\ Y & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Circuito π



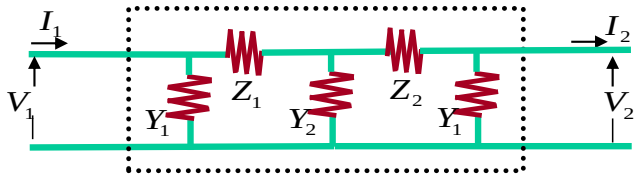
$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z \\ Y_1 & 1+ZY_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ Y_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+ZY_2 & Z \\ Y_1+Y_2+ZY_1Y_2 & 1+ZY_1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Circuito T o estrella



$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & Z_2 \\ Y & 1+Z_2Y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+Z_1Y & Z_1+Z_2+Z_1Z_2Y \\ Y & 1+Z_2Y \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Circuito Steinmetz o doble pi



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ Y_1 & 1+Z_1Y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1+Z_2Y_1 & Z_2 \\ Y_1+Y_2+Z_2Y_1Y_2 & 1+Z_2Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+Z_1(Y_1+Y_2)+Z_2Y_1(1+Z_1Y_2) & Z_1+Z_2+Z_1Z_2Y_2 \\ 2Y_1+Y_2+Y_1\left[(Z_1+Z_2)(Y_1+Y_2)+Z_1Z_2Y_1Y_2\right] & 1+Z_2(Y_1+Y_2)+Z_1Y_1(1+Z_2Y_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

En la aplicación "Tetrapolos" del sitio web del libro es posible analizar en forma interactiva las diversas representaciones tratadas en esta sección y su relación con los parámetros ABCD.

2.6.3. Tetrapolos en cascada

Los parámetros equivalentes para tetrapolos en cascada se obtienen fácilmente por medio del producto matricial que sigue (solo hay que tener cuidado con el orden en que se hace la multiplicación).

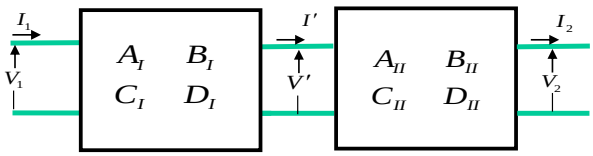


Figura 2.13: Tetrapolos en cascada

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_I & B_I \\ C_I & D_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V' \\ I' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_I & B_I \\ C_I & D_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{II} & B_{II} \\ C_{II} & D_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

de donde:

$$\begin{aligned} A &= A_I A_{II} + B_I C_{II} \\ B &= A_I B_{II} + B_I D_{II} \\ C &= C_I A_{II} + D_I C_{II} \\ D &= D_I D_{II} + C_I B_{II} \end{aligned} \tag{2.31}$$

2.6.4. Tetrapolos en paralelo

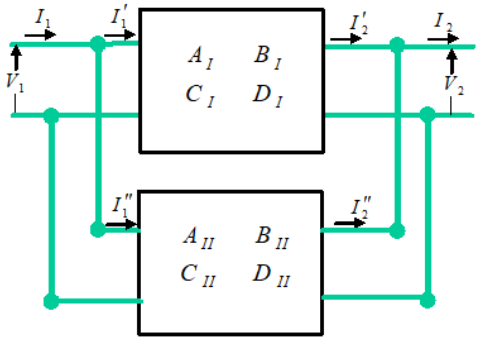


Figura 2.14: Tetrapolos en paralelo

La obtención de los parámetros es más engorrosa en este caso, debido a que los parámetros generales no se prestan para este tipo de conexión.

A partir de la ecuación general 2.28 se puede escribir para cada tetrapolo:

$$\begin{bmatrix} I_1' \\ I_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D_I}{B_I} & \frac{-1}{B_I} \\ \frac{1}{B_I} & \frac{-A_I}{B_I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

de modo que:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1' + I_1'' \\ I_2' + I_2'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D_I}{B_I} + \frac{D_{II}}{B_{II}} & \frac{-1}{B_I} - \frac{1}{B_{II}} \\ \frac{1}{B_I} + \frac{1}{B_{II}} & \frac{-A_I}{B_I} - \frac{A_{II}}{B_{II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{B} & \frac{-1}{B} \\ \frac{1}{B} & \frac{-A}{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

De esta igualdad, más la relación $C = (AD-1)/B$, se obtiene:

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_I B_{II} + B_I A_{II}}{B_I + B_{II}} \\ B &= \frac{B_I B_{II}}{B_I + B_{II}} \\ C &= C_I + C_{II} + \frac{(D_I - D_{II})(A_{II} - A_I)}{B_I + B_{II}} \\ D &= \frac{D_I B_{II} + B_I D_{II}}{B_I + B_{II}} \end{aligned} \tag{2.32}$$

2.6.5. Transformaciones Δ-Y y Y−Δ

Al reducir circuitos equivalentes se requiere a menudo efectuar transformaciones de un triángulo en una T, o al revés, de una T en un triángulo.

Con la nomenclatura de la Figura 2.15, ello se hace por medio de las siguientes relaciones:

$$Z_{i0} = \frac{Z_{ij}Z_{ik}}{Z_{12}+Z_{23}+Z_{31}} \tag{2.33}$$

$$Z_{ij} = Z_{i0} + Z_{j0} + \frac{Z_{i0}Z_{j0}}{Z_{k0}} \tag{2.34}$$

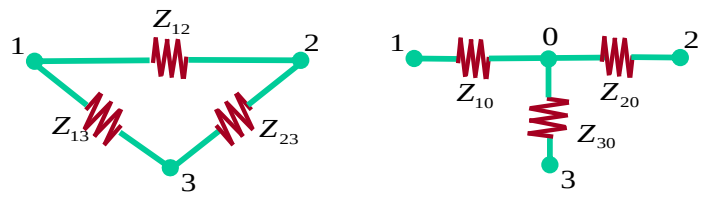


Figura 2.15: Transformaciones **Δ-Y** e **Y−Δ**

2.7. Capacidad de transmisión de un tetrapolo

Variantes de las fórmulas de transferencias, que ligan distintas combinaciones de las variables son, por ejemplo:

$$\begin{array}{llll}
V_1 = AV_2 + BI_2 & V_2 = V_1/A - BI_2/A & I_1 = CV_2 + DI_2 & I_2 = \frac{I_1}{D} - CV_2/D \\
V_1 = V_2/D + BI_1/D & V_2 = DV_1 - BI_1 & I_1 = DV_1/B - V_2/B & I_2 = V_1/B - AV_2/B \\
V_1 = AI_1/C - I_2/C & V_2 = I_1/C - DI_2/C & I_1 = CV_1/A + I_2/A & I_2 = AI_1 - CV_1
\end{array} \tag{2.35}$$

Combinando estas relaciones, se pueden deducir varias relaciones alternativas para la potencia fasorial:

$$\begin{array}{ll}
\overline{S}_1 = \overline{V}_1\overline{I}_1^* & \overline{S}_2 = \overline{V}_2\overline{I}_2^* \\
\overline{S}_1 = \overline{C}^*\frac{\overline{V}_1^2}{A^*} + V_1\frac{I_2^*}{A^*} & S_2 = V_2\frac{I_1^*}{D^*} - C^*\frac{V_2^2}{D^*} \\
S_1 = D^*\frac{V_1^2}{B^*} - V_1\frac{V_2^*}{B^*} & S_2 = V_2\frac{V_1^*}{B^*} - A^*\frac{V_2^2}{B^*} \\
S_1 = V_2\frac{I_1^*}{D} + B\frac{I_1^2}{D} & S_2 = V_1\frac{I_2^*}{A} - B\frac{I_2^2}{A} \\
S_1 = A\frac{I_1^2}{C} - I_2\frac{I_1^*}{C} & S_2 = I_1\frac{I_2^*}{C} - D\frac{I_2^2}{C}
\end{array} \tag{2.36}$$

De estas ecuaciones, las más empleadas son las que ligan la potencia con las tensiones V_1 y V_2. Designando por θ el ángulo de adelanto de V_1 respecto de V_2, y recordando que $A = A\angle\alpha$, $B = B\angle\beta$, $C = C\angle\gamma$ y $D = D\angle\delta$, se pueden escribir en forma cartesiana como:

$$\begin{aligned}
P_1 &= \frac{D}{B}V_1^2\cos(\beta-\delta) - \frac{V_1V_2}{B}\cos(\beta+\theta) \\
Q_1 &= \frac{D}{B}V_1^2 sen(\beta-\delta) - \frac{V_1V_2}{B}sen(\beta+\theta)
\end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
P_2 &= \frac{V_1V_2}{B}\cos(\beta-\theta) - \frac{A}{B}V_2^2\cos(\beta-\alpha) \\
Q_2 &= \frac{V_1V_2}{B}sen(\beta-\theta) - \frac{A}{B}V_2^2 sen(\beta-\alpha)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Estas relaciones de P y Q permiten hacer algunas disquisiciones sobre la influencia de las tensiones V_1, V_2 y del ángulo θ sobre la transmisión por un tetrapolo.

Se aprecia que P_1 y P_2 dependen del nivel de tensión al cuadrado, y del ángulo θ mediante una expresión trigonométrica. El primer hecho confirma la conveniencia de elevar el nivel de tensión, para así aumentar la capacidad de transmisión de potencia activa. Sin embargo, una vez fijada la aislacón del sistema, las variaciones que se requiera efectuar en la potencia útil transmitida (por ejemplo para ajustarse a las fluctuaciones del consumo) no se pueden realizar a través de la modificación de las tensiones, ya que en la práctica V_1 y V_2 pueden variar sólo dentro de rangos relativamente estrechos ($\sim 10\,\%$).

El control de la potencia activa se realiza entonces principalmente a través del desfase θ, aprovechando que el $\cos(\beta \pm \theta)$ queda en un rango de la función que se modifica mucho al cambiar θ ($70° < \beta < 90°$).

Asumiendo $\beta \sim 90°$:

$$P_2 \sim V_2\frac{(V_1 sen\,(\theta) - AV_2 sen\,(\alpha))}{B} \tag{2.39}$$

Considerando además que α es muy pequeño, se obtiene finalmente:

$$P_2 \sim \frac{V_1V_2\ sen\,(\theta)}{B} \tag{2.40}$$

Una medida del efecto sobre la potencia activa de una variación $\Delta\theta$ del desfase es la rigidez (sensibilidad) potencia-ángulo: $T = \Delta P/\Delta\theta$, que para cambios pequeños se puede aproximar a $T = \partial P_1/\partial\theta = V_1V_2 sen(\beta+\theta)/B$ $[MW/rad]$.

Esta sensibilidad se hace menor en la medida en que crece θ, puesto que en la práctica β es cercano a $90\,°$. Esta es una de las razones por las cuales rara vez se opera un sistema de potencia con desfases superiores a unos 30° a 35°.

Además, cabe hacer notar que existe una **potencia máxima transmisible** (para $\theta = \beta$), dada por:

$$P_{1max} = DV_1^2\cos(\beta-\delta)/B - V_1V_2\cos(2\beta)/B \approx \left[DV_1^2\cos(\beta-\delta) + V_1V_2\right]/B. \tag{2.41}$$

También la potencia reactiva transmitida depende del nivel de tensión al cuadrado, y del ángulo θ :

$$Q_2 \approx \frac{V_2}{B}(V_1\cos(\theta) - AV_2\cos\alpha) \approx \frac{V_1V_2}{B}\cos(\theta) - \frac{A}{B}V_2^2 \cong \frac{V_2}{B}(V_1 - V_2)\cos(\theta) \tag{2.42}$$

La influencia del ángulo θ es menor, ya que si β es cercano a $90\,°$, $sen(\beta-\theta)$ queda en un rango de la función que se modifica poco al cambiar θ (10 % para $30\,°$). Por lo tanto, el control de la potencia reactiva se realiza fundamentalmente mediante la tensión o, mejor dicho, por medio del gradiente de tensión, que incluso influye sobre su sentido de flujo.

2.8. Diagramas de círculo

Llevadas a ejes cartesianos $P-Q$, las relaciones anteriores constituyen un procedimiento gráfico de cálculo muy útil en estudios repetitivos de tetrapolos sencillos, especialmente cuando se varían en forma paramétrica algunas condiciones de operación. La mayoría de las veces se trata de variar ya sea $|V_1|$, $|V_2|$, θ o alguna combinación de ellos.

Trazados en forma aproximada, constituyen una excelente ayuda para la visualización de los problemas y las situaciones operativas. Poseer esta visión permite comprender, discutir e interpretar los resultados de los programas computacionales sofisticados que se emplean en los estudios de los SEP reales, programas que, en general, representan "cajas negras"para los usuarios.

2.8.1. Diagrama del extremo receptor

Es uno de los más utilizados, ya que proporciona las condiciones de operación en el extremo receptor (V_2, P_2, Q_2) para diferentes valores de V_1 y de θ.

Sea entonces un tetrapolo de parámetros generales conocidos, en el que la tensión en el extremo receptor es $V_2\angle 0°$, y la tensión en el extremo transmisor es $V_1\angle\theta$. Ya se vio (ecuación 2.7) que en tal caso:

$$S_2 = P_2 + j\,Q_2 = -\frac{A}{B}V_2^2\angle(\beta-\alpha) + \frac{V_1V_2}{B}\angle(\beta-\theta) \;=\; -\frac{A}{B}V_2^2\angle(\beta-\alpha) + \frac{V_1V_2}{B}e^{-j\,\theta}$$

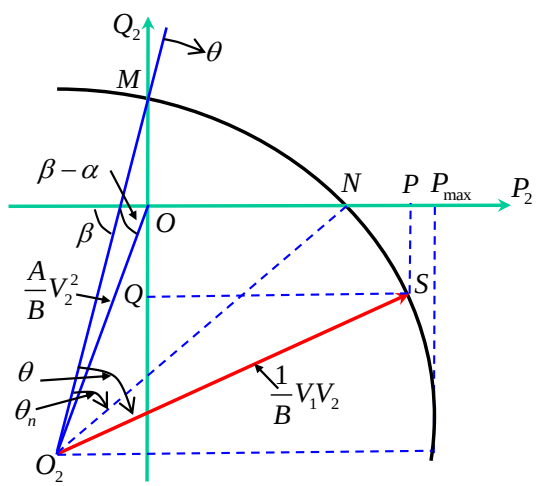


Figura 2.16: Diagrama del extremo receptor

Llevado a un sistema de ejes cartesianos $P_2 - Q_2$ y supuestos constantes $|V_1|$ y $|V_2|$, el lugar geométrico de S_2 para diferentes θ será una circunferencia con centro $[-AV_2^2/B]$ en el tercer cuadrante, y radio V_1V_2/B, y en la cual los ángulos θ se miden desde la recta $\overline{O_2M}$ hacia la derecha (ver Figura 2.16). Para la mayoría de los tetrapolos reales, $\beta \to 90°$ y $\alpha \to 0°$, lo que se traduce en que O_2 se acerca al eje OQ. Las proyecciones sobre los ejes cartesianos de un punto cualquiera de la circunferencia, tal como S en la figura, darán la potencia activa P_2 y la reactiva Q_2 que llegan al extremo receptor del tetrapolo bajo esas condiciones de operación (V_1, V_2, θ).

Se observa que para tensiones V_1 y V_2 fijas ($\angle\theta$ variable), solo se puede recibir potencia activa P_2 positiva, al menos para algún rango de θ (θ grande), si acaso $V_1 \geq AV_2\cos(\beta-\alpha)$. En tales condiciones (pero con valores pequeños de V_1), Q_2 será negativo, lo que equivale a decir que habrá que inyectar potencia reactiva al tetrapolo, en su extremo receptor, para poder recibir potencia activa. Sólo si $V_1 \geq AV_2$ pueden existir potencias reactivas Q_2 positivas, simultáneamente con potencias activas P_2 positivas, al menos en un rango de θ (si $\theta > \theta_n$, Q_2 sigue siendo negativa).

El diagrama indica también que para V_1 y V_2 dados, y si $\beta \to 90°$, cualquier aumento del ángulo θ producirá un aumento de P_2 y una disminución de Q_2, mientras $\theta < \beta$. Si θ es pequeño (menor que 30° a 40°, como ocurre normalmente), la variación de P_2 será mucho más significativa que la de Q_2. Si θ es grande, lo que no es frecuente, ocurrirá lo contrario. Si $\theta = \beta$ (situación hipotética), se alcanzaría el máximo de potencia activa que es posible recibir, con las tensiones supuestas. Cualquier aumento de θ traería consigo una disminución de P_2 (y de Q_2).

Como los consumos reales son normalmente inductivos, el lograr la transmisión de potencias activas grandes implica hacer artificialmente Q_2 negativo. Ello se logra recurriendo a la conexión de condensadores en paralelo con el consumo. Como la cantidad de condensadores disponible es limitada, habrá un límite real de $P_{2\,max}$ que es inferior al límite teórico recién descrito.

El diagrama de círculo puede usarse también en forma inversa, esto es, para determinar V_1 y θ, conocidos V_2, P_2 y Q_2, o sea, un punto tal como S en la Figura 2.16. El cálculo se hace a través de los parámetros de la circunferencia que pasa por ese punto.

En el caso particular en que el diagrama incluya elementos desfasadores (por ejemplo transformadores ΔY) se hace el diagrama sin incluir tal desfase, teniendo el cuidado de considerarlo al interpretar θ.

Si además de θ se supone variable la tensión V_1, el lugar geométrico de S_2 será sucesivas circunferencias de centro O_2 y radios $(V_2/B)\,V_1$, $(V_2/B)\,V_1^{'}$, etc., crecientes con V_1. Esta es la forma en que más se emplea el diagrama del extremo receptor (Figura 2.17).

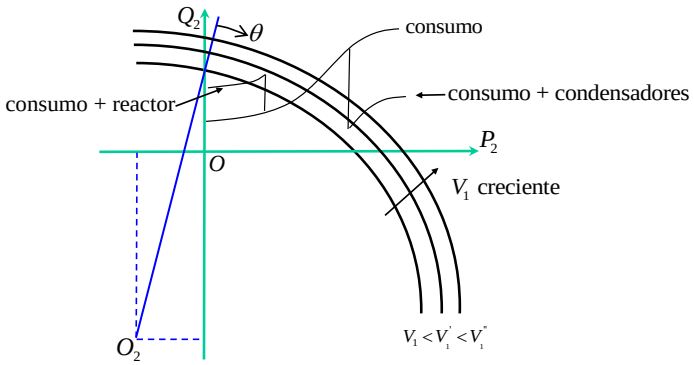


Figura 2.17: Extremo receptor con V_1 variable

En tal diagrama se puede incluir también la curva representativa del consumo cuando V_2 es constante. Será una recta que pasa por el origen, si el factor de potencia ($\cos(\varphi)$) es constante, caso que en la realidad es poco frecuente. Lo normal es que sea una curva saturada, que corta el eje Q_2 en un punto cercano al origen, positivo si el consumo contiene transformadores, que en vacío consumen reactivos, y negativo si el consumo incluye cables de poder, que en vacío generan muchos reactivos.

Nótese que en este diagrama, con la disposición de ejes empleada, el ángulo φ queda medido en sentido contrario al convencional (más correcta sería una disposición $Q - P$ de los ejes).

Una versión más completa del diagrama del extremo receptor se tendría si además de V_1 y θ se supone V_2 variable. Sin embargo, en tal caso cambia la ubicación del centro O_2 de las circunferencias, que se desplaza a lo largo de la recta OO_2. Ello hace poco práctica, y por ende poco empleada, esta versión del diagrama.

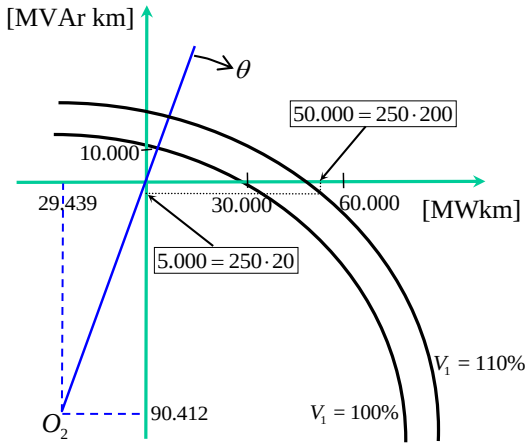


Figura 2.18: Diagrama potencia-longitud de una línea

El problema se suele obviar representando el lugar geométrico en ejes P_2/V_2^2 y Q_2/V_2^2, ya que en tal caso el centro O_2 queda dado por A/B y no depende de las tensiones. Los radios, a su vez, quedan determinados por V_1/BV_2. Surge una dificultad adicional, sin embargo, en cuanto la curva del consumo pasa a ser variable con V_2. Además, al interpretar los resultados, hay que tener cuidado con los ejes, ¡que están divididos por $(V_2)^2$!

Para terminar, cabe acotar que si el análisis se hace para una línea aérea, cuyos parámetros se expresan por unidad de longitud, B queda también expresado en esa forma, y la potencia S queda multiplicada por el largo L del tetrapolo. Se obtiene así una forma alternativa del diagrama $P - Q$, con ejes $P \cdot km$ y $Q \cdot km$, cuyos resultados pueden interpretarse como representativos de cualquier combinación equivalente de potencia y longitud.

En la Figura 2.18 de la página anterior, trazada para una línea de 220 kV, conductor Flint (cerca del mínimo a usar en esa tensión), cuya capacidad teórica es del orden de los 250 MVA, se observa que es factible llegar a transmisiones de 200 MW para longitudes de 250 km, con requerimientos de potencia reactiva manejables (inyección de 20 $MVAr$ adicionales a la compensación inductiva del consumo).

Para longitudes menores de la línea (por ejemplo 100 km), es posible transmitir los mismos 200 MW sin requerir compensación de reactivos ($20{,}000 = 200 \cdot 100\ MWkm$).

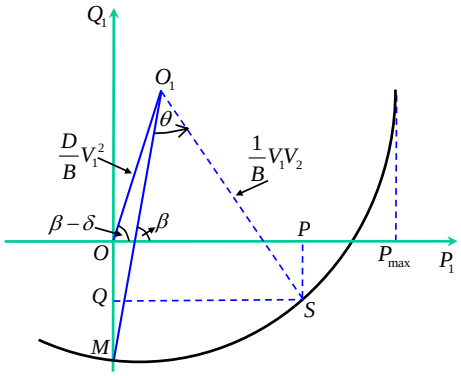


Figura 2.19: Diagrama del extremo transmisor

2.8.2. Diagrama del extremo transmisor

El diagrama del extremo transmisor proporciona las condiciones de operación en el punto en que se inyecta la energía (V_1, P_1, Q_1), para diferentes valores de V_2 y θ. Con los mismos supuestos anteriores, la ecuación de S_1 será:

$$S_1 = P_1 + j\,Q_1 = \frac{D}{B}V_1^2\angle(\beta-\delta) - \frac{V_1V_2}{B}\beta e^{j\,\theta}$$

Llevado a un sistema de ejes cartesianos $P_1 - Q_1$, y supuestos constantes V_1 y V_2, el lugar geométrico de S_1, para diferentes θ, será una circunferencia con centro $DV_1^2/B\angle(\beta-\delta)$, en el primer cuadrante, y radio V_1V_2/B. Los ángulos θ se miden desde la recta O_1M hacia la derecha (Figura 2.19).

Las proyecciones de un punto cualquiera S sobre la circunferencia representarán las potencias activa P_1 y reactiva Q_1 que se debe entregar al tetrapolo en su extremo transmisor, con el fin de satisfacer las condiciones de operación (V_1, V_2, θ) estipuladas. Se advierte que será imposible la existencia de Q_1 negativos, mientras $V_2 < DV_1 sen(\beta-\delta)$. En otro caso existirá un rango de θ para el cual Q_1 es negativo, o sea, para el cual será necesario absorber en el extremo transmisor la potencia reactiva que entrega el tetrapolo. Se observa que la variación posible para Q_1 es significativamente inferior a la de P_1 para el rango usual del ángulo θ. Existe, por último, una potencia activa máxima que es posible transmitir, y que se consigue haciendo $\theta = 180° - \beta$.

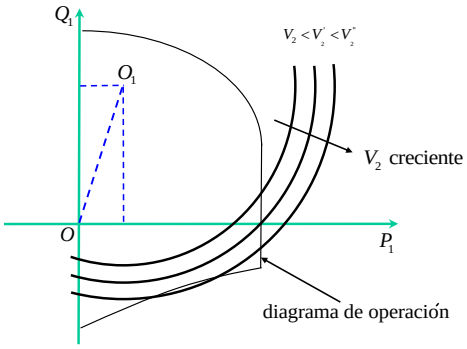


Figura 2.20: Diagrama extremo transmisor con V_2 variable

Si además de θ se supone variable la tensión V_2, los lugares geométricos de S_1 serán sucesivas circunferencias de centro O_1 y radios V_1V_2/B, V_1V_2'/B, etc., crecientes con V_2. Esta es la forma usual del diagrama del extremo transmisor. En él se puede dibujar también las características límites de entrega de potencia desde el sistema (o máquinas) existentes en el lado transmisor, que en general tienen la formas mostrada en la Figura 2.20.

También sería posible suponer variable V_1, pero en tal caso se desplazaría el centro O_1 de la circunferencia, a lo largo de la recta OO_1, lo que haría poco práctico el diagrama. El problema se suele obviar usando ejes P_1/V_1^2 y Q_1/V_1^2, en los cuales el centro es fijo, y el radio varía con V_2/BV_1.

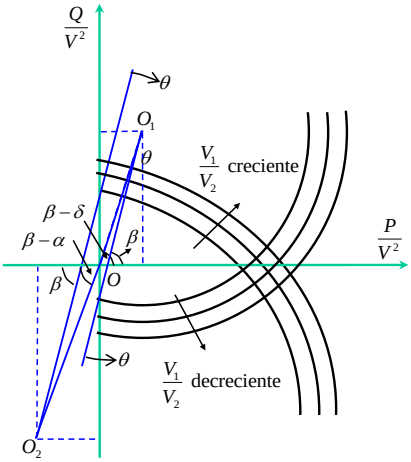


Figura 2.21: Diagrama generalizado

2.8.3. Diagrama generalizado

No es más que la superposición de los dos diagramas planteados para ambos extremos, en sus versiones generalizadas, esto es, divididos por V^2. Los ejes cartesianos son P/V^2, que debe interpretarse como P_1/V_1^2 o P_2/V_2^2,

según sea la circunferencia que se lee, y Q/V^2, que debe interpretarse como Q_1/V_1^2 o Q_2/V_2^2, según sea el caso (Figura 2.21).

2.8.4. Relaciones de P y Q con V

Elevando al cuadrado las ecuaciones de P_2 y Q_2 y sumándolas es como mejor se aprecia el efecto de P_2 sobre la tensión V_2:

$$\left(\frac{V_1V_2}{B}\right)^2 = P_2^2 + Q_2^2 + \left(\frac{AV_2^2}{B}\right)^2 + \frac{2AV_2^2}{B}[P_2\cos(\beta-\alpha) + Q_2 sen(\beta-\alpha)]$$

Si se supone factor de potencia ($\cos(\varphi)$) constante, se puede sustituir $Q_2 = P_2\tan(\varphi)$, lo que conduce a:

$$P_2^2 + \frac{2A}{B}P_2V_2^2\cos(\varphi)\cos(\beta-\alpha-\varphi) - \frac{V_2^2}{B^2}(V_1^2 - A^2V_2^2)\cos^2(\varphi) = 0$$

Esta relación de P_2 con V_2, paramétrica en $\cos(\varphi)$ y conocida como "*curva nariz*", tiene la forma bosquejada en la Figura 2.22. Cada punto de la curva representa a una situación estacionaria de operación.

La parte superior, que es la que corresponde a la operación normal, corta al eje V_2 en V_1/A, y presenta una pendiente que es suave para valores bajos de la carga, y un poco mayor para cargas altas. Como ya se mencionó, existe una potencia P_2 máxima que es posible transmitir (en la figura, P_{max} en el caso de factor de potencia unitario), que aumenta al inyectar reactivos en el extremo receptor. Este límite se conoce como **límite de cargabilidad del sistema, LCS o ML** (del inglés *Maximum Loadability*). Se observa que al empeorar el factor de potencia disminuye la capacidad de transmisión del sistema.

La diferencia entre la potencia máxima transferible y la potencia realmente transferida en el punto de operación suele ser denominada **capacidad de transmisión disponible**, CDT o ATC (del inglés *Available Transfer Capability*).

La parte inferior de la curva, que termina en $V_2 = 0$, corresponde a una operación teórica (inestable en la práctica), con tensiones muy bajas y corrientes altas, que será analizada en el acápite siguiente, relativo a la estabilidad de las tensiones.

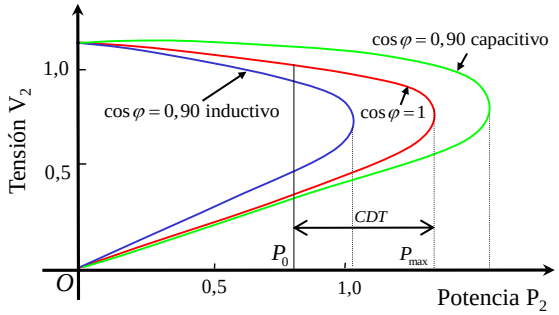


Figura 2.22: Curva nariz

Otra curva ilustrativa del mismo fenómeno es la de Q_2 con V_2, que se obtiene reemplazando $sen(\beta-\theta) = \sqrt{[1-\cos^2(\beta-\theta)]}$ en la ecuación 2.7. Resulta:

$$Q_2 = -\frac{A}{B}V_2^2\ sen(\beta-\alpha) \pm \sqrt{\frac{V_1^2V_2^2}{B^2} - \left[P_2 + \frac{A}{B}V_2^2\cos(\beta-\alpha)\right]^2}$$

La curva paramétrica en P_2, que tiene la forma indicada en la Figura 2.23, representa la potencia reactiva que es necesario inyectar en el extremo receptor ($Q_2 > 0$ implica un reactor), en función de la tensión V_2 que se desea mantener y de la potencia P_2 entregada.

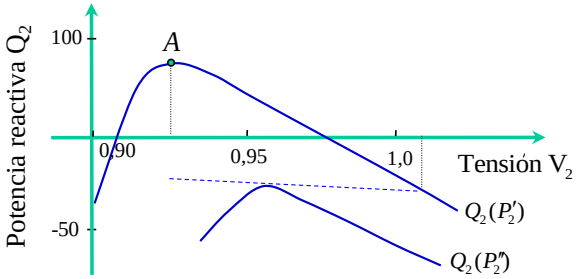


Figura 2.23: Curva Q-V

Se advierte que la operación teórica con tensiones V_2 inferiores a V_A conduce a una situación inestable, ya que los controles automáticos del sistema intentarán subir la tensión V_2 a través de una inyección de Q_2 capacitivo (negativo), lo que desplaza el punto de operación hacia la izquierda del gráfico. Las curvas presentan un máximo, para el cual la potencia reactiva por inyectar es mínima, la que incluso puede corresponder a un reactor destinado a consumir el exceso de reactivos entregado por el tetrapolo.

2.8.5. Estabilidad de las tensiones

Las relaciones y curvas anteriores ocultan un problema operativo en los sistemas de potencia, que en algunas situaciones puede llevar al colapso de éstos, y que tiene relación con el funcionamiento de los sistemas automáticos de control de los generadores.

A continuación se presenta un análisis simplificado de esta situación, haciendo uso de las curvas estacionarias de operación recién presentadas. Si bien estas curvas no dan cuenta de la dinámica inherente al proceso, sí permiten apreciar las tendencias del fenómeno y sus consecuencias.

Por ejemplo, si en la curva en la Figura 2.24 se está operando en C', en el límite de la potencia P_2 máxima que el tetrapolo puede entregar, o muy cerca de él, y se produce un incremento brusco del consumo, el sistema de control del generador que abastece el tetrapolo incrementará la potencia P_1 entregada, pero sólo conseguirá incrementar las pérdidas en el tetrapolo, bajando la tensión V_2 (a menos que se dispusiera de condensadores adicionales en el extremo receptor).

Como los consumos dependen de la tensión (directamente en algunos casos, con el cuadrado de ella en otros), la baja de V_2 implicará una reducción de P_2, y el generador tratará ahora de reducir P_1. Sin embargo, al estar operando en la zona baja de la curva 2.24, la reducción de la potencia activa se traduce en una baja de la tensión, y se inicia un proceso paulatino de desplazamiento hacia tensiones cada vez más bajas, y hacia el colapso final del sistema. La misma situación se produce si, operando en un punto como C, se altera el factor de potencia del consumo, de manera que se pase a operar en C', en una curva de menor $P_{\text{máx}}$.

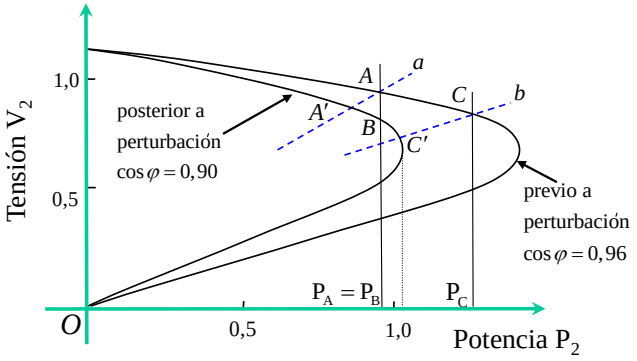


Figura 2.24: Curva P-V

Esta última situación se aprecia mejor en la curva 2.23de la página anterior. Si se está operando con una carga P_2' y una tensión V_2' y se produce un incremento del consumo, de manera que se pase a operar con P_2'' y V_2'', sobre una curva que está integramente en el cuarto cuadrante, y el sistema no tiene los condensadores estáticos requeridos para operar, la tensión bajará paulatinamente, hasta llegar a V_A y pasar a la zona inestable.

Este tema será analizado con mayor detalle en el Capítulo 17.

2.9. Definiciones matriciales

Al estudiar sistemas completos (no ramas individuales) se hace necesario plantear grandes sistemas de ecuaciones lineales simultáneas que relacionan tensiones y corrientes, por ejemplo, del tipo:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{S_1^*}{V_1^*} - Y_{12}V_2 - Y_{13}V_3 - \ldots - Y_{1n}V_n \\
I_2 &= \frac{S_2^*}{V_2^*} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3 - \ldots - Y_{2n}V_n \\
&\vdots \\
I_m &= \frac{S_m^*}{V_m^*} - Y_{m1}V_1 - Y_{m2}V_2 - \ldots - Y_{mn}V_n
\end{aligned}
$$

Para simplificar la escritura, se usa la **notación matricial** $[I] = [Y][V]$, en la que los coeficientes Y_{ij} (los subíndices i y j identifican la fila y la columna, respectivamente) se escriben como una matriz $[Y]$. Las corrientes y tensiones se escriben como **vectores columna** $[I]$ y $[V]$, respectivamente, con dimensión $m \times 1$ (existen también los **vectores fila**, con dimensión $1 \times n$).

Dado el amplio uso de estos conceptos en todos los programas computacionales comerciales para el estudio de sistemas, vale la pena hacer un pequeño repaso de las nociones más importantes sobre matrices.

Como concepto general, las matrices son de dimensión $m \times n$, aunque también pueden ser **cuadradas**, de dimensión $n \times n$. Ya se mencionaron los casos particulares de los vectores columna y fila. Los elementos de una matriz pueden ser números reales, imaginarios o complejos (en el caso de los sistemas de potencia, son generalmente complejos).

En los sistemas eléctricos, y puesto que no todos los elementos físicos están directamente relacionados entre sí, se presentan con frecuencia las **matrices raleadas**, es decir, con muchos elementos que valen cero. Ello facilita y acelera los cálculos numéricos. Un caso particular es el de la **matriz unitaria**, que es aquella en que los elementos de la diagonal valen 1, y el resto, cero. La **matriz cero** (o nula) es aquella en que todos los elementos valen cero.

Una matriz que consiste en una sola fila o columna ([V], [I]) se denomina **vector**.

Una **matriz simétrica** es aquella en la que los elementos simétricos respecto de la diagonal son iguales, es decir, $a_{ij} = a_{ji}$. Si $a_{ij} = -a_{ji}$ (lo que implica que los elementos en la diagonal valen cero), la matriz es **antisimétrica**.

En los métodos de reducción de matrices tienen importancia las matrices cuadradas **matriz triángulo superior**, en que sólo hay elementos sobre la diagonal, y todos aquellos ubicados bajo la diagonal valen cero, y **matriz triángulo inferior**, en las que sólo hay elementos bajo la diagonal, y todos aquellos ubicados sobre la diagonal valen cero.

La **transpuesta de una matriz**, $[A]^T$, es aquella que se obtiene intercambiando las filas con las columnas, en la matriz original $[A]$.

La **matriz compleja conjugada** $[A]^*$ de una matriz $[A]$ se obtiene reemplazando cada elemento complejo a_{ij} por su complejo conjugado a^*_{ij}.

Una **matriz hermitiana** es aquella para la cual $[A]^{T*} = [A]$ (no se altera por las operaciones de transposición y conjugación; y necesariamente tiene que ser cuadrada). Por otra parte, si $[A]^{T*} = -[A]$, la matriz es **antihermitiana.**

Al **sumar dos matrices** (que deben ser de igual dimensión), cada elemento de la matriz resultante equivale a la sumatoria de los correspondientes elementos en las matrices sumandos. En $[S] = [A] + [B]$, $s_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Para **multiplicar una matriz** $[A]$ **por un escalar** k, se multiplica cada elemento de $[A]$ por k, es decir, si $[P] = k \cdot [A]$, entonces $p_{ij} = ka_{ij}$.

Al **multiplicar dos matrices**, $[P] = [A] \cdot [B]$, en las que el número de filas de $[A]$ debe ser igual al número de columnas de $[B]$, cada elemento $P_{ij} = \sum\limits_{k=1}^{n} A_{ik}B_{kj}$ corresponde a la suma de los productos de cada elemento de la fila i de $[A]$ por el correspondiente elemento de la columna j de $[B]$. Recuérdese que la multiplicación de matrices no es conmutativa, de modo que $[A] \cdot [B] \neq [B] \cdot [A]$. En cambio, sí es asociativa, de modo que $[P] = [A] \cdot [B] \cdot [C] = [A] \cdot [BC] = [AB] \cdot [C]$.

Para el **producto de matrices transpuestas** vale $[AB]^T = [B]^T[A]^T$. Una **matriz ortogonal** es aquella para la cual $[A]^T[A] = [I]$.

La **matriz inversa** $[A]^{-1}$ de una matriz cuadrada $[A]$ es aquella que se obtiene por medio de la relación $[A][A]^{-1} = [I]$. Una matriz singular no posee matriz inversa.

Para la inversión del producto de dos matrices vale $[AB]^{-1} = [B]^{-1}[A]^{-1}$.

Para invertir una matriz cuadrada definida mediante submatrices ordenadas según la diagonal, basta con invertir cada una de las submatrices,

$$\begin{bmatrix} [A] & [0] & [0] \\ [0] & [B] & [0] \\ [0] & [0] & [C] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] & [0] \\ [0] & [B]^{-1} & [0] \\ [0] & [0] & [C]^{-1} \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

Para cada matriz cuadrada $[A]$ se define un valor representativo de ella (aparece en el denominador al resolver los sistemas de ecuaciones), que es **el determinante** $det[A] = \sum \pm a_{1\alpha}a_{2\beta}\ldots a_{n\nu}$ (en que los $\alpha, \beta, \ldots, \nu$ son permutaciones del orden natural $1, 2, \ldots$). Una **matriz regular** es aquella en la que $det[A] \neq 0$. Cuando $det[A] = 0$, la **matriz** es **singular**.

2.10. Nivel de representación de componentes

Para resolver los problemas de análisis de los sistemas eléctricos es preciso desarrollar modelos matemáticos que expliquen el comportamiento de cada uno de los equipos que intervienen. Estos modelos deben representar los equipos desde el punto de vista del sistema, esto es, visto desde los bornes correspondientes. Por otra parte, estos modelos deben ser sólo lo suficientemente precisos como para satisfacer las condiciones de operación especificadas en el problema. La pretensión de lograr una representación completa de los equipos llevaría a complejos sistemas de ecuaciones no lineales, imposibles de resolver sin la ayuda de una computadora muy poderosa.

Donde es inevitable la representación más compleja, es en el caso de estudios de transitorios ultrarrápidos (Capítulo 18), en los que se debe representar cada fase en forma completa. La representación, aunque más sencilla, sigue siendo relativamente compleja para los estudios del comportamiento dinámico del equipo. En cambio, para los

estudios del comportamiento cuasi-estacionario o estático basta en general con modelos lineales, monofásicos, de parámetros concentrados (tetrapolos), comparativamente más sencillos.

En los capítulos siguientes, comenzando por los generadores sincrónicos, se describe el modelo matemático de cada uno de los equipos de un sistema eléctrico. Estos modelos son utilizados posteriormente en los capítulos dedicados a análisis de tipo sistémico.

2.11. Ejemplos de aplicación

2.11.1. Ejemplo 1

Cierta línea de subtransmisión en 110 $[kV]$, cuya impedancia serie puede ser simplificada a $Z = j0,375$ en pu base 100 MVA, y cuya admitancia paralelo puede suponerse nula, alimenta un consumo de 70 $[MW]$, en circunstancias de que la tensión en el extremo transmisor vale 105 % y que existe un desfase de $14,478$ grados eléctricos entre dicha tensión y aquella del extremo receptor.

¿A qué valor habría que modificar el fasor V_1 (tensión en el extremo transmisor), manteniendo fijo V_2 (tensión en el extremo receptor), para anular la potencia reactiva en el extremo receptor, manteniendo constante la potencia activa?

Solución

Las tensiones iniciales son $V_1 = 1,05\angle(14,478)$ y $V_2 = V_2\angle(0)$

De la ecuación (2.7), se calcula V_2:

$V_2 = 0,7 \cdot 0,375/(1,05 \cdot \sin(14,478) = 0,2625/0,2625 = 1,0\angle(0)$

Para reducir Q_2, manteniendo V_2, hay que reducir V_1. Para que no se altere P hay que aumentar simultáneamente el ángulo de V_1. El juego de ecuaciones (P_2, Q_2) es:

$V_1 \sin\theta/0,375 = 0,7$

$V_1 \cos\theta/0,375–1/0,375 = 0$

Es decir,

$$V_1 \sin\theta = 0,2625 \tag{2.44}$$

$V_1 \cos\theta = 1,0$

De donde:

$\tan\theta = 0,2625$

$\theta = 14,71°$

$V_1 = 1/\cos(14,71) = 1,034[pu] = 113,7[kV]$

2.11.2. Ejemplo 2

Sea el sistema de la Figura 2.25, en el que las tensiones nominales de las barras son $6,9$ $[kV] - 66$ $[kV] - 12$ $[kV]$. Se dan las características de los distintos elementos, expresadas ya sea en ohm, o bien, en por ciento base propia:

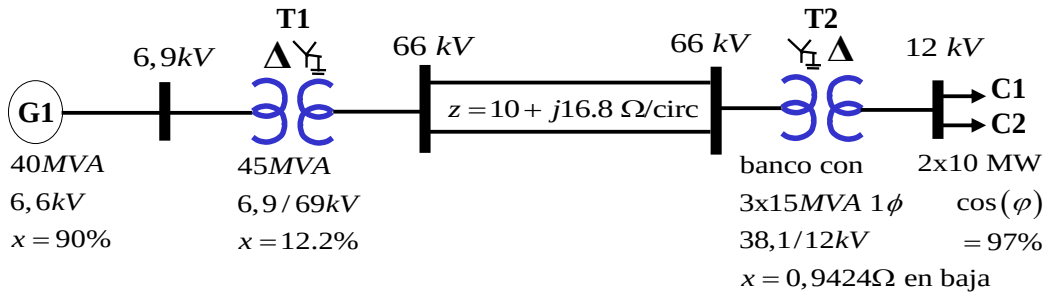


Figura 2.25: Ejemplo de cálculo en por unidad

En ciertas condiciones de operación, la tensión en las barras de 12 $[kV]$ es de solo $10,8$ $[kV]$. Trabajando en p.u. base 100 $MVA_{3\phi}$, se pide determinar la tensión que se establecería en dichas barras si se desconecta uno de los dos consumos (pasivos).

Solución
Si en el sector I (generador) se escoge $V_{baseI} = 6,6\ [kV]$, en el sector II (línea), de acuerdo con la ecuación (2.5.1) se tendrá $V_{baseII} = 6,6(69/6,9) = 66\ [kV]$, y en III (consumos), $V_{baseIII} = 66(12/(38,1\sqrt{3})) = 12\ [kV]$.

Según (2.5.1), $Z_{baseI} = 6,6^2/100 = 0,4356\ [\Omega]$; $Z_{baseII} = 66^2/100 = 43,56\ [\Omega]$; $Z_{baseIII} = 12^2/100 = 1,44\ [\Omega]$.

En estas bases, y según (2.5.1), $I_{baseI} = 10^5/(6,6\sqrt{3}) = 8748\ [A]$; $I_{baseII} = 10^5/(66\sqrt{3}) = 875\ [A]$; $I_{baseIII} = 10^5/(12\sqrt{3}) = 4811\ [A]$.

Las impedancias del sistema, en por unidad, quedan definidas por la ecuación (2.5.1):

$$X_G = 0,9 \times \frac{100}{40} = 2,25\ pu$$

$$X_{T1} = 0,122 \cdot \left(\frac{100}{45}\right) \cdot \left(\frac{69}{66}\right)^2 = 0,296\ pu$$

$$Z_L = 0,5 \times \frac{10 + j16,8}{43,56} = 0,115 + j0,193\ pu$$

Dado que X_{T2} ha sido medido por el fabricante del transformador monofásico en el lado que quedará en una conexión delta, para efecto de su representación monofásica hay que expresar $X_{T2}/3$ en las bases trifásicas del lado de baja ($12[kV]$, $100\ [MVA]$).

Alternativamente, se puede referir primero X_{T2} al lado de alta tensión, multiplicando por la relación $(38,1/12)^2$, para luego utilizar las bases trifásicas del lado de alta tensión ($38,1\sqrt{3}kV$, $100\ MVA$).

$$X_{T2} = \frac{0,9424 \cdot (38,1/12)^2}{43,56} = 0,218\ pu$$

De modo que

$$Z_{total} = 0,115 + j(2,25 + 0,296 + 0,193 + 0,218) = 0,115 + j2,957 = 2,959\angle 87,78\ pu$$

El circuito equivalente monofásico por analizar es entonces el de la Figura 2.26:

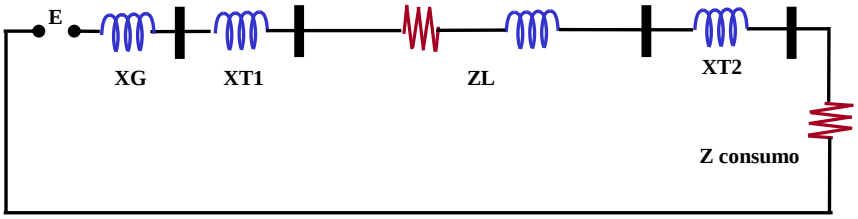


Figura 2.26: Circuito equivalente monofásico.

En este circuito,

$V_{consumo} = 10,8/12 = 0,90\ [pu]$

$S_{consumo} = 0,20 + j0,05 = 0,206\angle 14,07\ [pu]$

Tomando como referencia $V_{consumo} = 0,9\angle 0^{\circ}$, se tendrá:

$$I = \left(\frac{S}{V}\right)^* = \frac{0,206\ \angle(-14,07)}{0,9} = 0,2291\ \angle(-14,07)$$

$$E = V_{consumo} + IZ_{total} = 0,9 + 0,2291 \times 2,959\ \angle 73,71 = 0,9 + 0,1902 + j0,6508 = 1,0902 + j0,6508$$

$E = 1,270\ \angle 30,84.$

Si el consumo es pasivo:

$$Z_{consumo} = \frac{V_{consumo}}{I} = \frac{0,9}{0,2291\ \angle -14,07} = 3,9284\ \angle +14,07$$

Que, al reducirse a la mitad, se convierte en:

$$Z'_{consumo} = 7,8568\ \angle 14,07 = 7,621 + j1,910$$

La nueva corriente será

$$I' = \frac{1,27\ \angle 30,84}{7,736 + j4,867} = \frac{1,27\ \angle 30,84}{9,14\ \angle 32,18} = 0,139\ \angle -1,34\ pu$$

lo que significa $0,139 \times 100{,}000/(6,6\sqrt{3}) = 1{,}216\ [A]$ en el generador; o $0,139 \cdot 100{,}000/(66\sqrt{3}) = 122\ [A]$ en la línea; o bien, $0,139 \times 100{,}000/(\sqrt{3} \times 12) = 669\ [A]$ en el consumo.

La tensión en barras de 12 kV será
$V'_{consumo} = 0,139 \cdot 7,857 \angle 12,7 = 1,092 \angle 12,7\ pu$,
lo que corresponde a $13,1\ [kV]$.

Con la ayuda de la aplicación "Representación en pu de sistemas radiales", contenida en en el sitio web del libro, es posible reproducir la representación en pu de este ejemplo y de otras combinaciones. El ejemplo resuelto para la situación antes de la desconexión de la carga puede ser simulado también con la herramienta DeepEdit, cargando el caso "Representación_en_pu.sim".

2.11.3. Ejemplo 3

En el sistema de la Figura 2.27 (datos en por uno 100 MVA), el generador $G1$ opera manteniendo constante la tensión en bornes, y sirviendo, a tensión nominal, el consumo S de 30 $[MW]$ y $\cos\phi = 95\,\%$.

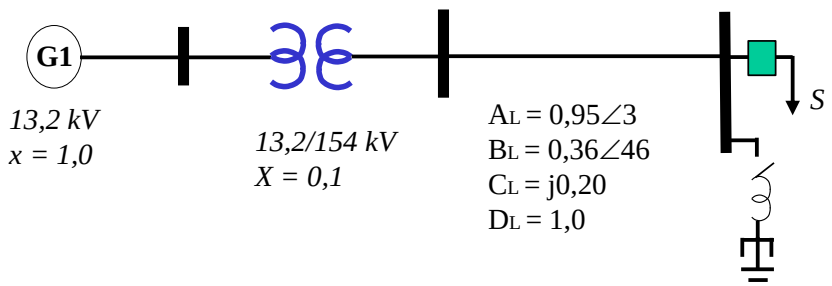


Figura 2.27: Sistema ejemplo 3

Trabajando con tetrapolos, se desea saber:

a) ¿Cuáles son las condiciones en que opera el generador?

b) ¿Qué tensión aparecería en barras del consumo si acaso éste se desconecta intempestivamente? ¿Cuáles serían las nuevas condiciones de operación del generador?

c) ¿Cómo se altera esta última situación, si en el extremo receptor se conecta un reactor, de parámetros $A = D = 1$, $B = 0$ y $C = -j0,15$?

Solución

Los parámetros del transformador son $A_t = D_t = 1$, $B_t = j0,1$ y $C_t = 0$.

Los parámetros de la combinación en serie de transformador y línea son (fórmulas 2.6.3):

$A = A_t \cdot A_L + B_t \cdot C_L = 0,95\angle(3) – 0,02 = 0,9287 + j0,0697 – j0,02 = 0,9287 + j0,0497 = 0,930\angle(3,065)$

$B = A_t \cdot B_L + B_t \cdot D_L = 0,36\angle(46) + j0,1 = 0,2501 + j0,259 + j0,1 = 0,2501 + j0,359 = 0,4375\angle(55,14)$

$C = C_t \cdot A_L + D_t \cdot C_L = j0,200$

$D = C_t \cdot B_L + D_t \cdot D_L = 1,0$

Se calcula a):

$$V_2 = 1,0\angle(0) \tag{2.45}$$

$I_2 = [0,30\angle(-18,20)]/0,95 = 0,3158\angle(-18,2) = 0,30 – j0,0986$

$V_1 = A \cdot V_2 + B \cdot I_2 = 0,930\angle(3,065) + 0,4375 \cdot 0,3158\angle(36,94) = 0,93\angle(3,065) + 0,1382\angle(36,94)$

$= 0,9287 + j0,0497 + 0,1105 + j0,0831 = 1,0391 + j0,1328 = 1,0476\angle(7,28)$

$I_1 = C \cdot V_2 + D \cdot I_2 = j0,20 + 0,3 – j0,0986 = 0,3 + j0,1014 = 0,3167\angle(18,67)$

$S_1 = V_1 \cdot I_1^* = 1,0476 \cdot 0,3167\angle(-11,39) = 0,3318\angle(-11,39) = 0,3253 – j0,0655$

El generador opera con tensión $104,8\,\%$ (161 $[kV]$) en bornes, entregando $32,5$ $[MW]$ y absorbiendo $6,6$ $[MVAr]$.

El cálculo de b), con V_1 constante e $I_2 = 0$ (puesto que se desconecta la carga) es:

$$V_2 = V_1/A = [1,0476\angle(7,28 – 3,065)]/0,93 = 1,1265\angle(4,215)[pu] = 173,5[kV] \tag{2.46}$$

$I_1 = C_{V2} = 1,1265 \cdot 0,2\angle(4,215 + 90) = 0,2253\angle(94{,}215)$

$S_1 = 1,0476 \cdot 0,2253\angle(7,28 – 94,215) = 0,2360\angle(-86,935) = 0,01262 – j0,2357$

La tensión en barras del consumo excede los 110 % admisibles. El generador entrega $1,3$ $[MW]$ (pérdidas en la línea) y absorbe $23,6$ $[MVAr]$.

Para el cálculo de c), con $I_2 = 0$, los parámetros de la combinación en serie de transformador, línea y reactor paralelo son:

$$A' = A \cdot A_r + B \cdot C_r = 0,930\angle(3,065) + 0,4375 \cdot 0,15\angle(-34,86) = 0,93\angle(3,065) + 0,0656\angle(-34,86) \tag{2.47}$$
$$= 0,9287 + j0,0497 + 0,05383 – j0,0375 = 0,9825 + j0,0122 = 0,9826\angle(0,711)$$
$$B' = A \cdot B_r + B \cdot Dr = 0,4375\angle(55,14)$$
$$C' = C \cdot A_r + D \cdot Cr = j0,2 - j0,15 = j0,05$$
$$D' = C \cdot B_r + D \cdot Dr = 1,0$$
$$V_2 = V_1/A' = [1,0476\angle(7,28–0,71)]/0,9826 = 1,066\angle(6,58)[pu] = 164\ [kV]$$
$$I_1 = C' \cdot V_2 + D' \cdot I_2 = 0,05 \cdot 1,066\angle(96,58) = 0,0533\angle(96,58)$$
$$S_1 = V_1 \cdot I_1* = 1,0476 \cdot 0,0533\angle(7,28–96,58) = 0,0558\angle(-89,3) = 0,0007–j0,0558$$

La tensión en barras del consumo baja igual, pero a un valor aceptable. El generador queda entregando 700 $[kW]$ (las pérdidas en la línea bajan al circular menos reactivos) y absorbiendo 6 $[MVAr]$.

2.11.4. Ejemplo 4

Sea un cierto sistema de transmisión para el cual se han determinado los parámetros generales, en por uno base 100 MVA, como $A = 0,88\angle 1,5°$, $B = 0,20\angle 79,5°$, $C = 1,12\angle 90°$, $D = 0,95\angle 0,2°$. En el extremo receptor se sirve un consumo que varía entre 30 y 250 $[MW]$, con un factor de potencia constante de 95 % inductivo. Además, es posible conectar en paralelo con este consumo cierta cantidad de condensadores estáticos (6 unidades de 10 $[MVAr]$ c/u), o bien, un reactor de 75 $[MVAr]$

La tensión en el extremo transmisor puede variar entre 105 y 110 %, según lo requieran las condiciones de operación del sistema, y se desea mantener la tensión en bornes del consumo dentro del rango 95 a 100 % ($97,5 \pm 2,5$ %).

Verificar, con ayuda del diagrama de círculo generalizado, si es posible mantener estas condiciones de operación. ¿Cuáles son las condiciones en el extremo transmisor, cuando se sirve el consumo máximo, y las tensiones en el extremo receptor y transmisor son 95 % y 110 %, respectivamente? ¿Cuál es la potencia máxima que se podría recibir en teoría?

Solución

$$\left(\frac{A}{B}\right)^* = 4,4\angle 78 = 0,914 + j\ 4,3$$
$$\left(\frac{D}{B}\right)^* = 4,75\angle 79{,}3 = 0,881 + j\ 4,67$$
$$\text{Radio receptor máximo} = \frac{V_1}{BV_2} = \frac{1,1}{(0,2 \cdot 0,95)} = 5,79\ pu$$
$$\text{Radio receptor mínimo} = \frac{1,05}{(0,2 \cdot 1,0)} = 5,25\ pu$$
$$\text{Radio transmisor máximo} = \frac{V_2}{BV_1} = \frac{1,0}{(0,2 \cdot 1,05)} = 4,76\ pu$$
$$\text{Radio transmisor mínimo} = \frac{0,95}{(0,2 \cdot 1,1)} = 4,32\ pu$$
$$\text{Con } V_2 = 1,0,\ S_{2\,\text{mín}} = 0,3 + j\ 0,099$$
$$\text{Con } V_2 = 0,95,\ S_{2\,\text{máx}} = \frac{2,5 + j\ 0,821}{0,95^2} = 2,77 + j\ 0,91$$

Con estos datos y adoptando una escala apropiada se obtiene el diagrama dibujado en la Figura 2.28 de la página siguiente.

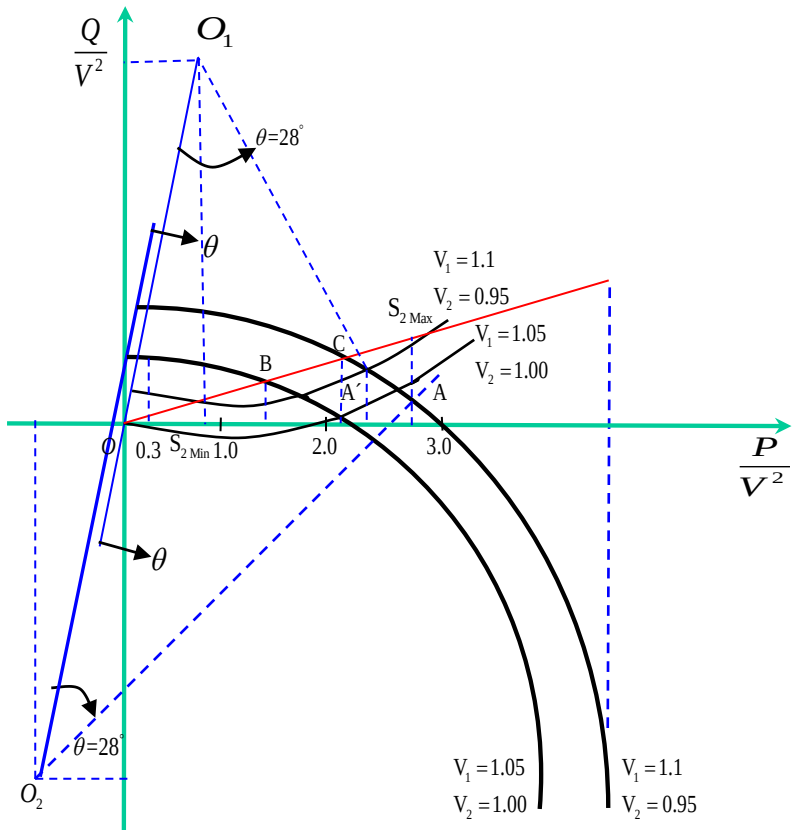


Figura 2.28: Ejemplo de aplicación del diagrama de círculo

El análisis de este gráfico indica:

- Para $S_{2\,\text{mín}}$ y con $V_{1\,\text{mín}}$, la tensión V_2 sería muy alta. Se debe conectar el reactor para quedar dentro del rango de tensiones deseado.

- Para $S_{2\,\text{máx}}$, con $V_{1\,\text{máx}}$, la tensión V_2 sería muy baja. Aún conectando los 60 $[MVAr]$ en condensadores $(0,665\ p.u.)$, sólo se podría servir un consumo máximo de $2,70{\cdot}0,95^2 = 244$ $[MW]$, sin salir del rango de tensiones V_2 aceptable. Dicho consumo está representado por el punto A, de ángulo $\theta = 28\,°$. El punto de igual ángulo en el diagrama transmisor es A', de coordenadas $P_1 = 1,21{\cdot}2,18 = 264$ $[MW]$ y $Q_1 = 1,21{\cdot}0,53 = 64$ $[MVAr]$.

- Las pérdidas de transmisión alcanzan, en consecuencia, a $264 - 244 = 20$ $[MW]$.

- De los 64 $[MVAr]$ en reactivos inyectados en el extremo transmisor, llegan sólo 20 $[MVAr]$ al extremo receptor, que sumados a los 60 $[MVAr]$ en condensadores estáticos allí existentes proporcionan los 80 $[MVAr]$ del consumo. El sistema de transmisión absorbe, en consecuencia, unos 44 $[MVAr]$.

- Existe una gama de consumos (puntos B al C, 130 a 180 $[MW]$) en que es posible mantener la tensión en el extremo receptor sin necesidad de recurrir a reactores ni condensadores. Para consumos inferiores a 130 $[MW]$ será indispensable usar el reactor en paralelo con la carga, mientras que para consumos superiores a 180 MW deberán conectarse sucesivamente los condensadores estáticos.

- Finalmente, la potencia máxima que en teoría sería posible recibir es $P_2 = 440$ $[MW]$, pero para ello habría que disponer ¡de la friolera de 530 $[MVAr]$ en condensadores!

Para estudiar sensibilidades respecto de este caso, se recomienda cargar la aplicación "Diagrama de círculo" del sitio web.

Capítulo 3

Los generadores sincrónicos

3.1. Introducción

En este capítulo se hará un breve repaso de la representación de los generadores sincrónicos, válida para el caso de procesos cuasi-estacionarios (flujos de potencias, regulación de tensión, manejo de reactivos, etc.). El análisis se hará solo desde el punto de vista del SEP, sin entrar en detalles propios del diseño o mantenimiento de máquinas. Como el tema se supone conocido y estudiado anteriormente por el lector, los resultados solo se justificarán someramente.

Para obtener los modelos representativos de un generador sincrónico se adoptará el enfoque clásico de flujos magnéticos, corrientes y fem en los enrollados, que permite aclarar el comportamiento físico de los equipos.

Las formas constructivas más comunes de un generador sincrónico son: la máquina de polos salientes (utilizada para velocidades bajas, ver Figura 3.1 izquierda) y la de rotor cilíndrico (máquina utilizada para velocidades altas, donde la forma de polos salientes no es factible, ver Figura 3.1 derecha).

(a) Esquema polos salientes (b) Rotor polos salientes (c) Esquema rotor cilíndrico (d) Rotor cilíndrico

Figura 3.1: Formas constructivas de generadores sincrónicos

Desde el punto de vista del desempeño del generador en un sistema de potencia, es preciso hacer presente que, aparte de la tarea fundamental de entregar la potencia activa requerida por los consumidores, cumple otras no menos importantes, como participar en el control primario de las tensiones en el sistema. Otra actividad de importancia, relacionada con la regulación de tensión, es la entrega de potencia reactiva hacia los consumos. En este sentido, los generadores térmicos, que a menudo están ubicados en las cercanías de los consumos, presentan un factor de potencia más bajo (80 a 90 %), lo que les permite entregar más potencia reactiva. Los generadores hidroeléctricos, en cambio, que están más alejados de los consumos, presentan normalmente un factor de potencia nominal más alto (90 a 95 %), ya que no requieren entregar tantos reactivos.

Vale la pena recordar que la entrega de reactivos no implica un trabajo para la turbina que mueve el generador (aunque sí un cambio en la corriente entregada por la excitatriz), ¡por lo que la reticencia de los operadores de centrales para entregar más potencia reactiva es un poco exagerada! En cambio, la rígida unión mecánica entre generador y turbina hace que, cuando se requiera desconectar rápidamente un generador (p.ej., por un cortocircuito muy cercano), se deba intervenir también sobre la turbina.

3.2. La máquina de polos salientes

3.2.1. Principios de funcionamiento

La forma constructiva de los generadores sincrónicos que se emplean en las centrales hidroeléctricas es la de polos salientes, razón por la cual es de gran importancia para los países latinoamericanos (ver Figura 3.1 a y b).

El devanado de **campo o del rotor** consiste en N_1 **espiras concentradas** en torno de los polos del rotor. El devanado del **inducido, armadura** o del **estator**, en cambio, consiste en tres enrollados, de N_2 espiras cada uno, ubicados en la periferia del estator y separados entre sí por 120 grados. El rotor es alimentado con corriente continua i_{exc} (excitación) a través del colector, desde la excitatriz.

Existen diversas alternativas tecnológicas para la excitatriz, como máquinas de corriente continua, rectificadores controlados o conversores de corriente continua, que consumen del orden del $0,5\,\%$ de la potencia nominal del generador (por ejemplo, cada unidad de la central Rapel en Chile tiene un generador de 70 $[MW]$ y una excitatriz con una potencia del orden de 400 $[kW]$).

En la Figura 3.2 se muestra un esquema simplificado de los flujos en una máquina sincrónica teórica con un par de polos. Por la circulación de corriente continua se crea un flujo $\phi_c = k\ i_{exc}$, que circula por el hierro del rotor y luego pasa al estator a través del entrehierro o separación de aire. k es una constante sólo dentro de cierto rango de operación. En el caso más general se representará por la curva de saturación del circuito magnético.

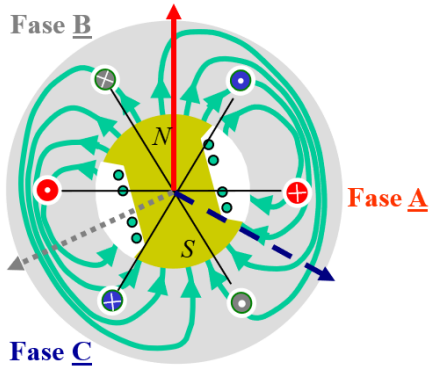


Figura 3.2: Flujos en la máquina

Al girar el rotor (campo) con velocidad n (rev/min), movido por la turbina o máquina motriz, se inducirán tensiones instantáneas en los conductores de la armadura, de acuerdo con la relación $e = N_2 d\phi_c/dt$. Dada la forma del entrehierro (variable entre un mínimo en el centro de los polos del rotor, y un máximo entre dos polos consecutivos), y la disposición de los conductores de armadura, estas tensiones serán sinusoidales y de frecuencia $f = n/60$ $[Hz]$, para el caso de una máquina de dos polos. Ello implica que para obtener una tensión con la frecuencia de 50 $[Hz]$, este rotor debería girar a la elevada velocidad de 3.000 $[rev/min]$ (para lograr 60 $[Hz]$, a 3.600 $[rpm]$). Este es el caso, en Chile, de la central térmica de ciclo combinado Nueva Renca, de 379 $[MW]$. Sin embargo, tal velocidad es imposible para las máquinas hidroeléctricas, que operan en el rango de 100 a 500 $[rpm]$.

La solución en tales casos es aumentar el número de polos del rotor, repitiendo el ciclo sinusoidal de la tensión e un mayor número de veces por vuelta del rotor. Si se designa por p el número de pares de polos, o por $p' = 2p$ el número de polos, se tendrá:

$$f = \frac{pn}{60} = \frac{p'\ n}{120} \tag{3.1}$$

de manera que los 50 $[Hz]$ se podrán conseguir con 6 a 30 pares de polos (7 a 36 pares en 60 [Hz]). Como ejemplo, en Chile, la central Ralco emplea máquinas de 285 $[MW]$ y 32 polos (187,5 $[rpm]$), y la central Pangue tiene generadores de 225 $[MW]$ y 48 polos (125 $[rpm]$).

Es importante mencionar que con el aumento del número de polos aparece una distinción entre los **ángulos eléctricos**, correspondientes al ciclo de repetición de la onda de tensión e, y los **ángulos mecánicos**, que corresponden a la repetición de los giros del rotor:

$$\measuredangle eléctrico = p \times \measuredangle mecánico \tag{3.2}$$

Este texto ocupará solo los ángulos eléctricos, que en general se medirán en radianes, salvo para el cálculo de funciones trigonométricas, en las que a menudo se prefiere usar los grados.

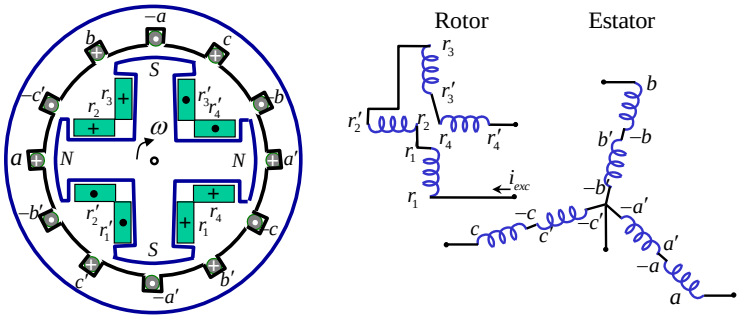


Figura 3.3: Conexión de bobinas en máquina sincrónica

Al aumentar el número de polos del rotor hay que aumentar también el número de bobinas por fase en la armadura. Las bobinas del rotor y de cada fase del estator se conectan respectivamente en serie, según lo mostrado en la Figura 3.3, para el caso de dos pares de polos.

Las tensiones e inducidas en cada fase están desfasadas en 90 grados con respecto al flujo magnético que las produce, y en 120 grados entre sí. Si las fases se conectan a un consumo externo equilibrado, circularán corrientes alternas por el inducido. La combinación de tres corrientes senoidales de frecuencia f, desplazadas en 120 grados, tanto en el tiempo como en el espacio, origina un flujo magnético rotatorio ϕ_{ra} que gira con velocidad n respecto de la armadura y que, por lo tanto, es estacionario respecto del rotor.

Definiendo un ángulo α a partir del eje de la fase a (no confundir con el ángulo entre E y V), y recordando que las tres fases están separadas constructivamente por 120 grados eléctricos en el espacio, se tendrá que la fmm resultante vale:

$fmm = Ni = kN_2I_acos\,(\alpha) + kN_2I_bcos(\alpha - 120) + kN_2I_ccos(\alpha - 240)$

Por otra parte, las corrientes presentan una variación sinusoidal en el tiempo. Tomando arbitrariamente como origen del tiempo el instante en que I_a es máxima, se tendrá:

$I_a = I_mcos\,(\omega t)$

$I_b = I_mcos(\omega t - 120)$

$I_c = I_mcos(\omega t - 240)$

de modo que

$fmm = kN_2I_m\,[cos\,(\omega t)\,cos\,(\alpha) + cos(\omega t - 120)cos(\alpha - 120) + cos(\omega t + 120)cos(\alpha + 120)]$

$fmm = 1/2kN_2I_m[cos(\omega t + \alpha) + cos(\omega t - \alpha) + cos(\omega t + \alpha - 240) + cos(\omega t - \alpha) + cos(\omega t + \alpha + 240) + cos(\omega t - \alpha)]$

$$fmm = 3/2kN_2I_mcos(\omega t - \alpha) \tag{3.3}$$

Esta ecuación representa una onda que rota a lo largo del entrehierro con velocidad angular ω y cuyo flujo reduce y desplaza angularmente al flujo principal, en lo que se denomina **reacción de armadura**.

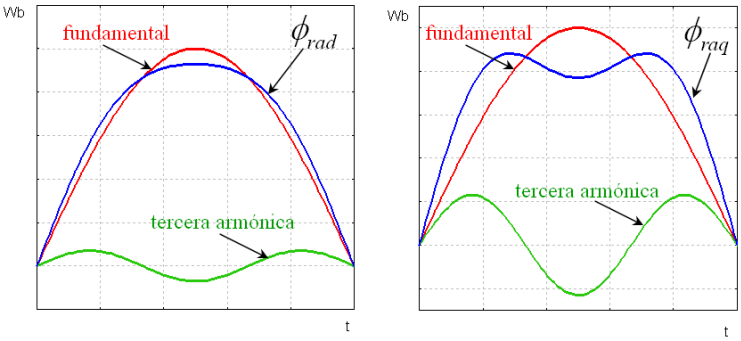


Figura 3.4: Reacción de armadura

Estando este flujo de reacción de armadura desfasado respecto del flujo principal, podrá descomponerse en dos partes, ϕ_{rad} según la línea que pasa por el centro de los polos, donde la reluctancia es mínima (**eje directo**), y ϕ_{raq} según la línea que pasa entre los polos, donde la reluctancia es máxima (**eje en cuadratura**). Cabe indicar que ambos flujos, y en particular ϕ_{raq} contendrán distorsiones de tercera armónica (por efecto de la saturación). Sin embargo normalmente se suponen sinusiodales, asimilándolas a su componente fundamental, que en caso de ϕ_{raq} es pequeña (ver Figura 3.4).

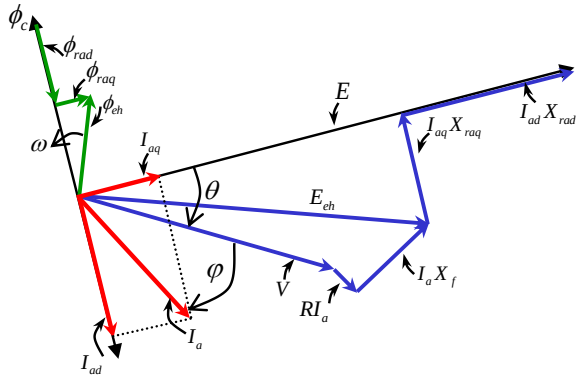


Figura 3.5: Diagrama fasorial, consumo inductivo

Hay que considerar, además, que no todo este flujo de reacción enlaza al rotor, puesto que cierta proporción de él se cierra por el aire del entrehierro (flujo de fuga ϕ_f). En general, no se comete un gran error si se supone que las fugas son iguales según ambos ejes. En algunos cálculos es necesario cosiderar que el circuito de armadura posee cierta resistencia, usualmente pequeña (menor que el 1 % en base propia).

3.2.2. Diagrama fasorial

Una condición de operación de la máquina sincrónica puede ser representada monofásicamente en un diagrama fasorial como el de la Figura 3.5 (consumo inductivo). Aunque los flujos son constantes, ya que I_{exc} es una corriente continua, se pueden representar como fasores al considerar que están sometidos a una rotación mecánica. El efecto de los enlaces de flujo ϕ_{rad}, ϕ_{raq} y ϕ_f puede ser reemplazado por

reactancias x_{rad}, x_{raq} y x_f, respectivamente, si se supone linealidad en los circuitos magnéticos correspondientes.

Para simplificar el diagrama fasorial, suelen usarse $x_d = x_f + x_{rad}$ y $x_q = x_f + x_{raq}$ en vez de x_{rad}, x_{raq} y x_f, como se aprecia en la Figura 3.6, que muestra los casos de consumos inductivos y capacitivos (izquierda y derecha, respectivamente).

El desfase θ entre V y E es llamado **ángulo de potencia**, y es positivo cuando E adelanta a V.

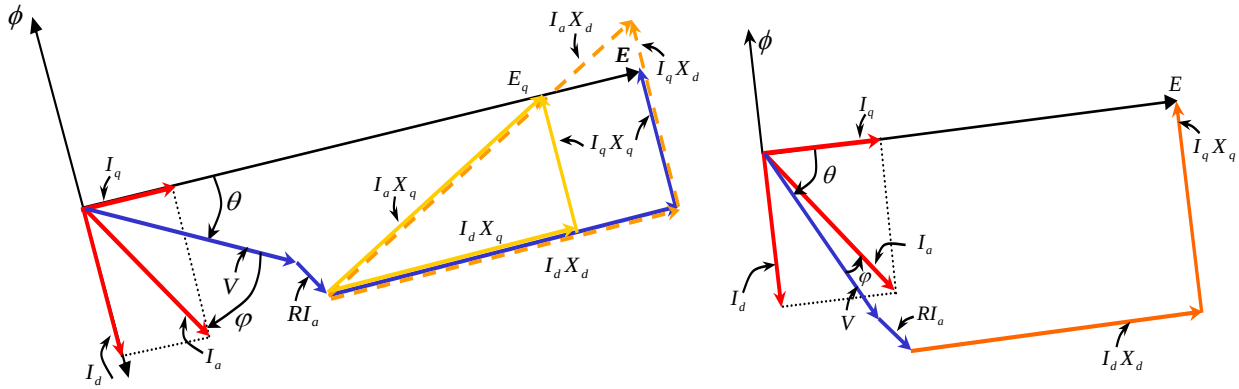


Figura 3.6: Diagrama fasorial, izquierda: consumo inductivo; derecha: consumo capacitivo

Las reactancias recién definidas presentan valores que se mantienen dentro de rangos no demasiado grandes para los distintos tipos de máquinas.

En la Tabla 3.1 se dan los rangos de variación típicos, incluyendo las máquinas de rotor cilíndrico, los compensadores sincrónicos y los motores. Para que el cuadro sea completo, se incluyen también las reactancias de secuencias x'', x', x_2 y x_0, que se definirán en el Capítulo 13.

Tabla 3.1: Reactancias típicas (valores en *pu* base propia)

React.	Generador		Compensador	Motor	
	Polos salientes	Rot. cilíndrico	sincrónico	Rápido	Lento
x_f	0,10-0,20	0,10	0,10	0,10	0,10
x_d	0,70-1,30	1,15-2,00	1,60-2,20	0,65-0,90	0,80-1,50
x_q	0,40-0,90	1,00-1,50	1,00-1,40	0,50-0,70	0,60-1,10
x'	0,20-0,40	0,15-0,35	0,40-0,60	0,30	0,35
x”	0,15-0,25	0,10-0,20	0,20-0,35	0,18	0,2
x_2	0,15-0,25	0,10-0,20	0,20-0,35	0,19	0,35
x_0	0,04-0,20	0,04-0,10	0,04-0,15	0,05	0,07

En algunos casos se reemplaza el dato de la reactancia por el de la **razón de cortocircuito**, que es el cociente entre la excitación I_{f2} que produce tensión nominal en vacío, y la excitación I_{f3} que produce corriente nominal durante un cortocircuito en bornes.

En la Figura 3.7 se aprecia que $I_{f1} \approx I_{f2}$, lo que permite simplificar el cálculo de la razón de cortocircuito:

$$RCCC \approx \frac{I_{f1}}{I_{f3}} = I_a \ (pu) = \frac{E \ (pu)}{x_d \ (pu)} = \frac{1}{x_d} \tag{3.4}$$

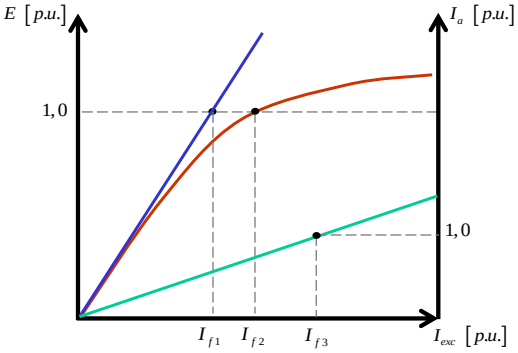


Figura 3.7: Razón de cortocircuito

3.2.3. Potencia entregada

La potencia eléctrica que el generador entrega en sus bornes es $P = V I_a cos\,(\varphi)$. A partir del diagrama fasorial de la Figura 3.5, es posible demostrar que $P = V(I_d sen\,(\theta) + I_q cos\,(\theta))$. Despreciando el efecto de la resistencia R:

$V sen\,(\theta) = I_q x_q$

$V cos\,(\theta) = E - I_d x_d$

Relaciones que permiten reemplazar I_d e I_q en P:

$$P = V\left[\frac{V}{x_q}\ sen\ (\theta)\cos(\theta)\ +\ \frac{E\ -\ V\ \cos(\theta)}{x_d}\ sen\ (\theta)\right] = \frac{V^2}{x_q}\ sen\ (\theta)\cos(\theta) + \frac{E\,V}{x_d} sen\ (\theta) - \frac{V^2}{x_d}\ sen\ (\theta)\cos(\theta)$$

$$P = \frac{EV}{x_d} sen\ (\theta) + \frac{V^2\ (x_d - x_q)}{x_d\,x_q} sen\ (\theta)\cos(\theta)$$

$$P = \frac{EV}{x_d} sen\ (\theta) + \frac{V^2\ (x_d - x_q)}{2\,x_d\,x_q} sen\ (2\theta) \tag{3.5}$$

El segundo término, llamado componente de reluctancia o de saliente, es pequeño en comparación con el primero (usualmente 10 a 20 %), por lo que para excitaciones grandes no se comete un error importante al despreciarlo. Se observa que este término no depende de la excitación E, por lo que existirá incluso si la corriente de excitación es nula.

Se advierte también que para aumentar P hay que reducir la reactancia x_d (básicamente x_{rad}), es decir, aumentar el entrehierro de la máquina, lo que a su vez implica encarecer la excitatriz, que deberá ser más poderosa para mantener la densidad del flujo con una mayor reluctancia.

Si la máquina está conectada a un sistema relativamente grande, como ocurre en la mayoría de los casos, V será constante, o tendrá cuando menos un rango de variaciones posibles bastante estrecho. E, que depende de la corriente de excitación, también se mantendrá constante. Por lo tanto, para fines prácticos se puede considerar que P depende exclusivamente de θ.

De acuerdo con (3.2.3), se obtiene una potencia activa P positiva (generador) cuando $\theta > 0$, es decir, cuando E precede a V. Por otra parte, a un aumento de θ corresponde un aumento no proporcional de P, ya que el coeficiente de sincronización $dP/d\theta$ no es constante:

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{V\,E}{x_d}\cos(\theta) + \frac{V^2\ (x_d - x_q)}{x_d\,x_q}\cos(2\theta)$$

En consecuencia, existe un ángulo θ_s para el cual $dP/d\theta = 0$, es decir, para el cual se obtiene la máxima potencia activa compatible con los valores de V y E adoptados. A partir de este punto, todo aumento de θ implicará una reducción de P.

Un desarrollo similar lleva a:

$$Q = \frac{EV}{x_d}\cos(\theta) - \frac{V^2}{x_d}\cos^2(\theta) - \frac{V^2}{x_q} sen^2(\theta) \tag{3.6}$$

Finalmente, la interacción entre el campo creado por la corriente de armadura y el campo del rotor resulta en la aparición de un torque electromagnético en el rotor, que se opone a la acción del torque mecánico aplicado exteriormente por la máquina motriz:

$$T_e = \frac{P_e}{\omega_{mec}} = \frac{E\,I_a\cos(\theta + \varphi)}{2\,\pi\,n} = \frac{E\,V sen\ (\theta)}{2\,\pi\,n\,x_q} \approx \frac{P\,x_d}{2\,\pi\,n\,x_q} \tag{3.7}$$

En consecuencia, cualquier variación de uno de los torques contrarios (mecánico aplicado en el eje, o consumo eléctrico en la armadura) traerá consigo una variación del ángulo θ.

3.3. La máquina de rotor cilíndrico

En esta solución constructiva, que es la empleada en los turboalternadores o máquinas termoeléctricas, el campo consiste en N_1 **espiras distribuidas** en torno de la periferia del rotor. El diámetro del rotor es relativamente pequeño (entre 0,8 y 2 $[m]$, por ejemplo) y gira a velocidades altas (mayores que 1000 $[rev/min]$). Por ello, no se requiere de tantos pares de polos como en las máquinas de polos salientes (usándose típicamente de 1 a 5).

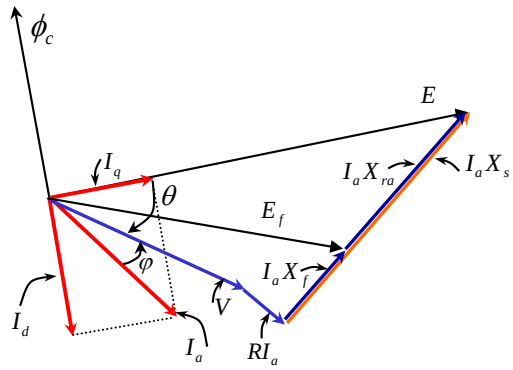


Figura 3.8: Diagrama fasorial, rotor cilíndrico

El comportamiento eléctrico de la máquina de rotor cilíndrico es similar al estudiado para la máquina de polos salientes, con la salvedad de que, debido a la diferente configuración del circuito magnético, pueden hacerse importantes simplificaciones. En efecto, x_d y x_q resultan más parecidos, y en primera aproximación, pueden suponerse iguales: $x_s = x_d = x_q$. Con ello se simplifican tanto el diagrama fasorial como las expresiones para las potencias, lo que conduce al diagrama de la Figura 3.8:

$$P = \frac{EV}{x_s} sen\ (\theta) \tag{3.8}$$

$$Q = \frac{E\,V}{x_s}\cos(\theta) - \frac{V^2}{x_s} = \frac{V}{x_s}\left(E\cos(\theta) - V\right) \tag{3.9}$$

$$T = \frac{P}{\omega_{mec}} = \frac{E\,V\ sen\ (\theta)}{2\,\pi\,n\,x_s} \tag{3.10}$$

El hecho de que este tipo de máquina predomine en los sistemas de la mayoría de los países industrializados, sumado a la mayor sencillez de las relaciones que rigen su comportamiento, hace que con mucha frecuencia se calcule aproximadamente cualquier máquina sincrónica como si fuera de rotor cilíndrico.

3.4. Capacidad de los generadores sincrónicos

Ya se indicó en el capítulo 1 que la capacidad nominal de un generador es la potencia que puede suministrar en forma permanente (sin alterar su vida útil), en condiciones de temperatura fijadas por la clase de aislamiento. En la realidad, esta potencia máxima está limitada por el calentamiento que producen las pérdidas. Es importante destacar que los calentamientos excesivos reducen la vida útil de la máquina, al producir deterioros (químicos) irrecuperables en el aislamiento.

La clase de aislamiento fija la temperatura máxima que se puede alcanzar en su punto más caliente: $90\,°C$ si es clase O; $105\,°C$ si es clase A (la más usada); $130\,°C$ si es clase B; $180\,°C$ si es clase H.

Las pérdidas son básicamente de 3 clases, óhmicas, por corrientes parásitas y de histéresis.

- Las pérdidas óhmicas en la armadura varían con el cuadrado de la corriente.
- Las pérdidas por histéresis dependen de la frecuencia f y del flujo ϕ elevado a un coeficiente empírico χ (coeficiente de Steinmetz), que varía entre 1,5 y 2 (se suele usar $\sqrt{3}$). Como el flujo depende de la corriente de excitación y ésta a su vez de E/f, estas pérdidas dependen de $E^{\chi}/f^{\chi-1}$.
- Las corrientes parásitas inducidas en el hierro dependen de f y del flujo ϕ, es decir, de la $fem\ E$.

Como consecuencia, las pérdidas, y por tanto la capacidad de una máquina, dependen tanto de la tensión como de la corriente. Más representativa de la capacidad es la carga total en $[MVA]$ que la potencia activa en $[MW]$.

Es por ello que la capacidad de los generadores se mide en $[MVA]$ (¡y no en μF como de repente se puede pensar, por asociación de nombres!).

3.5. Control del generador sincrónico dentro de un sistema

Para operar dentro de un sistema eléctrico, un generador sincrónico deberá trabajar normalmente en paralelo con otros generadores, unidos a una barra de generación común si pertenecen a la misma central, o separados por alguna impedancia (líneas, transformadores), si pertenecen a centrales diferentes.

Antes de conectar un generador en paralelo con otros habrá que asegurarse de que éste gire a la misma velocidad (frecuencia eléctrica) y en igual sentido que los otros (secuencia de fases). En caso contrario, se deberá modificar convenientemente el torque motor. También se debe verificar que la tensión en bornes sea igual a la tensión existente en la barra a la cual se conectará. Si las tensiones son diferentes, se debe actuar sobre la excitatriz.

Una vez conectado al sistema, los parámetros característicos de la operación de cada generador serán la magnitud de la tensión en bornes $|V|$, la frecuencia f y la potencia compleja $S = P + jQ$ que entrega. Estas cuatro **variables de salida** son controladas por sólo dos **variables de entrada o de control**, el torque mecánico en el eje T y la corriente de excitación i_{exc}, según se grafica en la Figura 3.9.

Por el comportamiento físico inherente a la máquina sincrónica (ecuaciones de P, Q, T), siempre habrá acoplamiento o interacción entre cada una de las dos variables de control y las cuatro variables de salida. Por lo tanto,

una variación del torque o de la excitación implicará un cambio simultáneo en P, Q, f y $|V|$. La mayor o menor importancia de estos cambios dependerá del tamaño y estructura del sistema eléctrico completo (es decir, ¡de las otras máquinas!), lo que complica bastante el control de cada generador.

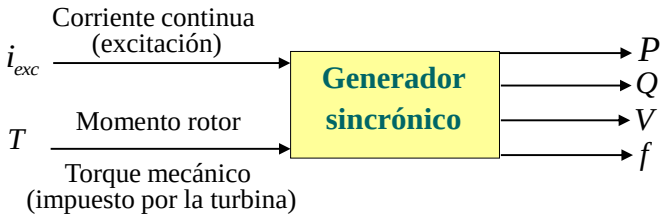


Figura 3.9: Variables de entrada y salida

Afortunadamente, el grado de interacción se reduce en la medida en que crece el tamaño del sistema. En el límite, cuando un sistema es muy grande en relación con la máquina en estudio, se habla de **barra infinitamente poderosa** o, en forma abreviada, de **barra infinita**.

Al ser el sistema tan grande, poseerá un momento de inercia también muy grande (infinito en el límite), por lo que la frecuencia podrá considerarse fija, ya que no se modificará al variar el torque de una máquina comparativamente pequeña. Además, la reactancia propia del sistema será pequeña (cero en el límite) y, por lo tanto, la tensión $|V| = E_\infty$ será constante y no variará aunque se modifique la excitación de la máquina.

En estas condiciones, las variables de salida de cada máquina se reducen a sólo dos, P y Q. Si se supone constante la corriente de excitación (y por ende, la fem E), cualquier variación del torque motor T producirá una variación del ángulo de potencia θ $(T = ksen\,(\theta))$. Si θ es inferior a 30°, como ocurre normalmente, $cos\,(\theta)$ casi no variará al cambiar θ (por ejemplo, $cos\,(0°) = 1$; $cos\,(15^o)$=0,966; $cos\,(30^o)$=0,866) mientras que $sen\,(\theta)$ se modificará fuertemente (por ejemplo, $sen\,(0^o) = 0$; $sen\,(15^o) = 0{,}259$; $sen\,(30^o) = 0{,}500$). Como consecuencia, la potencia activa P, que depende de $sen\,(\theta)$, variará bastante, mientras que la potencia reactiva Q casi no cambiará.

En consecuencia, se puede afirmar que la máquina motriz (a través del ángulo θ) controla básicamente la potencia activa que entrega el generador. Incrementar P implica un mayor torque, y por consecuencia, un mayor consumo de combustible.

Es importante mencionar que existe un valor límite de θ_s (algo inferior a 90°), pasado el cual se pierde el sincronismo. En tal caso, con un aumento del torque motor (que hace crecer θ), no se produce ya un aumento sino una disminución de la potencia eléctrica de salida. La acción de los controles automáticos de la máquina, destinada a lograr un aumento de P aumentando θ, sigue su curso reiteradamente, y $\theta \to \infty$. La Figura 3.10 resume esta situación para el caso de un generador sincrónico de polos salientes.

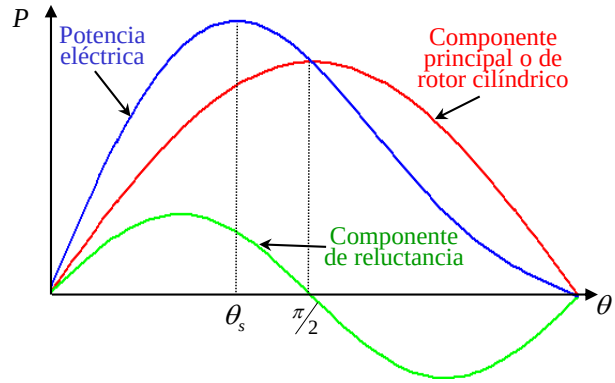


Figura 3.10: Curva potencia ángulo, polos salientes

Por otra parte, si se supone constante el torque motor T, cualquier variación de la corriente de excitación producirá también una modificación del ángulo de potencia θ, pero en sentido contrario al de la variación de dicha corriente $(T = kEsen\,(\theta))$, de modo que $sen\,(\theta) = k/E)$. Como el torque es constante, no se modificará P. En cambio, la potencia reactiva Q sí será modificada , no sólo en magnitud sino que incluso en sentido. En efecto, Q será negativo, lo que equivale a decir que la máquina absorbe potencia reactiva, mientras $E\cos(\theta) < V(\frac{sen^2(\theta)}{x_q} + \frac{cos^2(\theta)}{x_d})$, o sea, mientras la máquina esté **sub-excitada**. Esto es válido tanto para generadores como para motores, puesto que el valor de E $cos\,(\theta)$ no depende del signo de θ. Solo si $E\cos(\theta) > V(\frac{sen^2(\theta)}{x_q} + \frac{cos^2(\theta)}{x_d})$, o sea, sólo si la máquina está **sobre-excitada,** habrá entrega de potencia reactiva al sistema.

Se puede afirmar entonces que la corriente de excitación controla básicamente los reactivos que entrega la máquina. Para una potencia P dada, incrementar los reactivos implica una mayor corriente de excitación, lo que a su vez implica un incremento del cosnumo de combustible, el que, sin embargo es despreciable.

¡Nótese que al reducir E con torque motor constante, crecerá θ, pudiéndose llegar en casos extremos a que se sobrepase θ_s y la máquina salga de sincronismo!

3.6. Los diagramas de operación

Los diagramas de operación se emplean para determinar gráficamente las condiciones de operación de un generador conectado a un sistema comparativamente grande. Son curvas de igual excitación, calculadas para una frecuencia y una tensión en bornes constantes y dibujadas en un sistema de ejes cartesianos $P - Q$, en el cual se incluyen también los límites de la zona de operación. Por tratarse de generadores, solo se grafica el semiplano $P > 0$. Para fijar una escala en la excitación, se suele adoptar como corriente unitaria aquella que produce tensión nominal V en vacío.

3.6.1. Diagrama de operación de la máquina de rotor cilíndrico

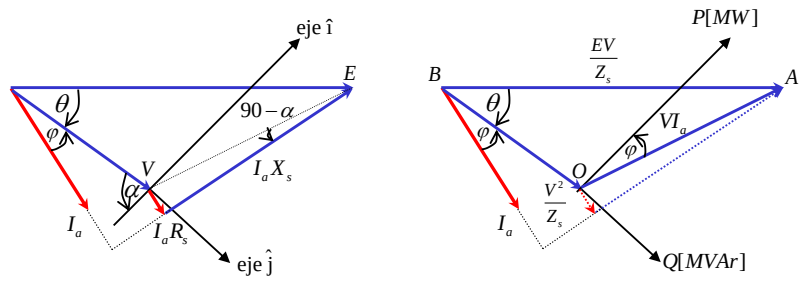


Figura 3.11: Derivación del diagrama de operación, rotor cilíndrico

Para llegar al diagrama de operación en su forma más general, se parte del diagrama fasorial de tensiones del generador, despreciando en primera aproximación los efectos de la saturación. Cuando $\varphi = 0$ sólo se transmite potencia activa, y el lugar geométrico de E define un eje $\hat{\imath}$ que forma un ángulo $\alpha = arctg\,(x_s/R_s)$ con el fasor V. Si $\varphi = 90°$, se define un eje $\hat{\jmath}$ ortogonal al anterior. Amplificando los fasores de tensiones por V/z_s se obtiene un diagrama de potencias como el mostrado en la Figura 3.11 derecha.

Las curvas de E constante, despreciando la saturación, serán circunferencias de centro B, mientras que las de θ constante serán rayos con origen en B, que forman un ángulo θ con el segmento BO.

Fundamentalmente, se trata de determinar el lugar geométrico que describe el punto A (que representa la potencia compleja o aparente S que entrega el generador), al variar las distintas características de la máquina.

Normalmente se adopta la simplificación adicional de suponer $R = 0$, con lo cual $\alpha = 90°$. Esto ubica al punto B en el eje Q y cambia los coeficientes EV/z_s y V^2/z_s por EV/x_s y V^2/x_s. A este último resultado se llega en forma más directa representando en ejes $P - Q$ las relaciones $P = EV sen\,(\theta)\,/x_s$ y $Q = EV cos\,(\theta)\,/x_s - V^2/x_s$ (ver Figura 3.12).

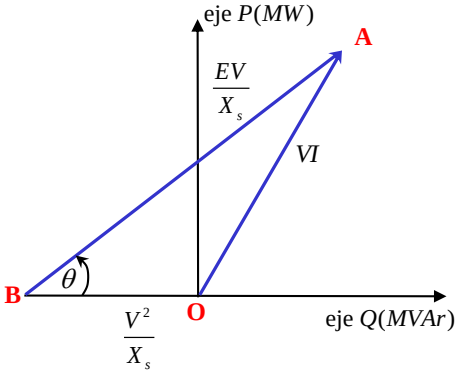


Figura 3.12: Puntos claves diagrama de operación, rotor cilíndrico

Entrega de potencia activa

Tratándose de un generador, $P \geqslant 0$, de modo que un límite de operación es el eje Q. Sin embargo, las máquinas térmicas, que son las de rotor cilíndrico, no pueden operar, por razones de manejo del fuego, por debajo de una potencia mínima, lo que fija este límite inferior más arriba, típicamente en torno de un 30 % de la potencia nominal (ver Figura 3.12 en la página siguiente).

Máxima potencia activa

El lugar geométrico de los puntos de igual potencia activa P será una recta paralela al eje Q, que pasa por el punto A. La máquina motriz (turbina) presenta limitaciones propias, que le impiden entregar más que cierta potencia máxima $P_{\text{máx}}$. En consecuencia, habrá un límite de operación para el generador, que será una recta paralela al eje Q, trazada a una distancia $P_{\text{máx}}$ del origen. Aunque no debiera ocurrir en una central bien planificada, eventualmente, y por razones del mercado de generadores, se puede dar el caso de que el generador sea algo pequeño para la potencia de la turbina, de modo que el límite de $P_{\text{máx}}$ quede fuera del diagrama.

Máxima corriente de armadura (calentamiento del estator)

El lugar geométrico de los puntos de igual corriente de armadura (igual potencia aparente, si la tensión es constante) estará sobre una circunferencia de centro O y radio OA. Por otra parte, como existe un valor máximo posible de la corriente de armadura (impuesto por el calentamiento del estator y la vida útil del aislamiento), habrá

otro límite para la operación del generador, que será una circunferencia de centro O y radio $VI_{\text{máx}}$. Por razones económicas, y puesto que normalmente no se desea operar entregando pura potencia activa sino una combinación de P y Q, este límite es algo superior al de máxima potencia activa. En la intersección de ambos lugares geométricos se define el **coseno φ nominal**. Cabe mencionar que, al ser este un límite por calentamiento (acumulado), puede ser sobrepasado por breves períodos de tiempo.

Máxima corriente de excitación (calentamiento del rotor)

Como existe un valor máximo posible para la corriente de excitación, impuesto ya sea por el calentamiento del rotor o por las características propias de la excitatriz, habrá un límite para la operación del generador, que será una circunferencia de centro B y radio $VE_{\text{máx}}/x_s$. Debido a las características normales de diseño económico de las excitatrices, este límite resulta inferior al de corriente de armadura solo para factores de potencia inductivos pequeños (cerca del eje OQ).

Mínima corriente de excitación (flujos residuales)

En la práctica no es factible alcanzar el límite teórico por mínima excitación ($E = 0$), debido a que no es posible anular los flujos residuales en la excitatriz principal (máquina de corriente continua). Aunque se elimine la corriente de excitación, siempre aparecerá una fem E reducida. Lo usual es estimar $E_{\text{mín}}$ en un 5 a 10 % de la excitación necesaria con carga nominal, es decir, un 10 a 15 % de V. Para tener seguridad de no perder la excitación remanente, este valor suele ser incluso algo mayor. Habrá entonces un límite de operación del generador, dado por la circunferencia de radio $VE_{mín}/x_s$, que equivale aproximadamente a un 10 a 20 % de la distancia al origen OB. En consecuencia, la potencia reactiva que puede absorber el generador, operando como compensador sincrónico, no es muy grande.

Estabilidad permanente

Como ya se dijo anteriormente, existe una limitación de operación impuesta por la inestabilidad de la máquina que se produce al alcanzar el ángulo de potencia θ_s (90° para las máquinas de rotor cilíndrico). Este límite teórico puede ser representado, en términos estáticos, por una recta paralela al eje P trazada por el punto B, recta en cuyos puntos la potencia reactiva Q es negativa.

Siendo poco aconsejable trabajar en este límite teórico (ya que es imposible controlar las variaciones de la carga), se acostumbra definir un **límite práctico de estabilidad** (que se justifica por experiencias y medidas en máquinas reales). El límite se calcula restando a cada $P_{\text{máx}}$ (segmento BC en Figura 3.13) el 10 % de la capacidad nominal de la máquina (segmento CD). El punto D resultante se traslada horizontalmente hasta la misma curva de excitación constante (arco CFG). El punto F así ubicado definirá el lugar geométrico del límite práctico de

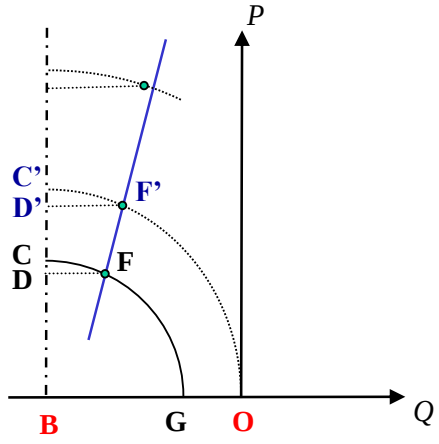


Figura 3.13: Límite práctico estabilidad

estabilidad, con una holgura del 10 %. Dada la poca curvatura de este límite, se le suele aproximar por una recta que une el punto F sobre la circunferencia de mínima excitación con su homónimo F' sobre la circunferencia correspondiente a $E = 1$ $p.u.$

El límite de estabilidad permanente suele ser aproximado incluso por una recta con origen en el punto B y un ángulo arbitrario de 70° respecto del eje de la potencia reactiva Q.

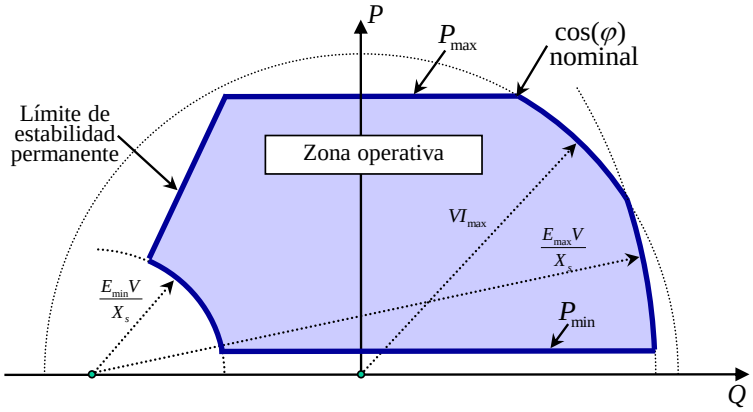


Figura 3.14: Diagrama de operación, rotor cilíndrico

En la Figura 3.14 se muestra un diagrama de operación típico, incluyendo los diversos límites. Cualquier condición operativa situada dentro de estos límites puede ser conseguida, operando adecuadamente los controles de la potencia antiva P

(manejando la turbina impelente) y de la excitación E (manejando la excitartiz).

Se advierte que la potencia reactiva máxima que el generador puede entregar, operando a potencia activa máxima, es del orden del 30 al 60 % de $P_{\text{máx}}$, según sea el factor de potencia nominal. Con potencias activas menores es posible entregar aún más potencia reactiva. Por otra parte, la potencia reactiva máxima que el generador puede absorber, con $P_{\text{mín}}$, es del orden del 30 al 40 % de la potencia activa máxima.

En consecuencia, una máquina de rotor cilíndrico empleada como compensador sincrónico, es decir, como un equipo capaz de regular tensión en el SEP, entregando o absorbiendo reactivos según las necesidades, estará más limitada por el lado de la absorción de reactivos.

Cargando, en el programa de simulación DeepEdit, el ejemplo denominado "Diagrama de operación de generador sincrónico" y ejecutando la herramienta de flujo de potencia, es posible visualizar el diagrama de operación (doble click sobre central) y el punto de operación resultante de una central.

3.6.2. Diagrama de operación de la máquina de polos salientes

Partiendo del diagrama fasorial mostrado en la Figura 3.6, y, amplificando por V/x_d, se obtiene el diagrama de operación de la máquina de polos salientes (Figura 3.15). El punto G se ubica como $OG = OB + BG$ y, puesto que $BG/OB = BF/OC$ (ya que $\Delta BOC \cong \Delta GBF$), $BG = \frac{V^2}{x_d}\ \frac{V\,I_q\,(x_d - x_q)}{V\,I_q\,x_q} = V^2\ \frac{x_d - x_q}{x_d\,x_q}$, de donde resulta que $OG = V^2/x_q \sim 1{,}5$ a $1{,}6\ OB$ e independiente de E y θ.

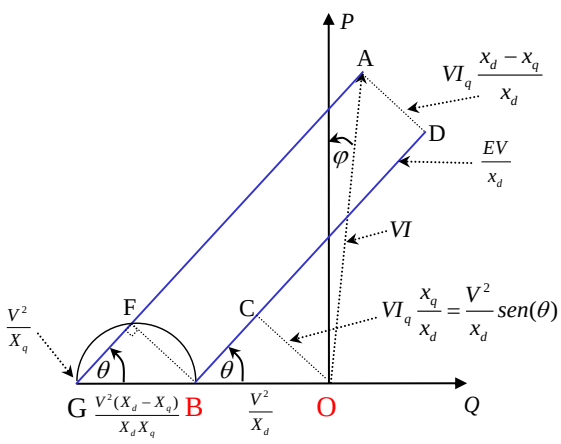


Figura 3.15: Diagrama potencias, polos salientes

De esta forma, el lugar geométrico de los puntos de igual ángulo θ será rayos de origen G, mientras que el lugar geométrico de los puntos de igual excitación E no será circunferencias, como en el caso de las máquinas de rotor cilíndrico, sino curvas que pertenecen a la familia de los caracoles de Pascal. En efecto, modificar θ manteniendo el segmento BD constante, equivale a desplazar el punto D sobre una circunferencia de centro B, pero no así A, que se mueve de forma que F quede sobre la circunferencia BFG (circunferencia de reacción de armadura), con el segmento FA constante.

Los límites de operación son similares a los de la máquina de rotor cilíndrico, con la salvedad ya mencionada de que las curvas de excitación constante no son circunferencias sino cardioides. Para excitaciones grandes, y en la zona de ángulos θ pequeños, las curvas se asemejan mucho a circunferencias. Para fines prácticos, entonces, es posible reemplazarlas por circunferencias centro G.

Como queda de manifiesto en la Figura 3.16, también son diferentes los límites de estabilidad permanente. El ángulo θ_s es en este caso inferior a 90° y función de las tensiones E y V.

En efecto, a partir de la ecuación 3.2.3, se obtiene:

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{E\,V}{x_d}\cos\,(\theta_s) + \frac{V^2\,(x_d\ -\ x_q)}{x_d\,x_q}\cos\,(2\theta_s) = 0,$$

es decir,

$$\frac{EV}{x_d}\cos\,(\theta_s) + \frac{V^2\,(x_d\ -\ x_q)}{x_d\,x_q}\,(2\,\cos^2\,(\theta_s) - 1) = 0$$

Resolviendo la ecuación cuadrática se obtiene $\cos\,(\theta_s) = -\,a \pm \sqrt{a^2 + 0,5}$, en que $a\ =\ E\,x_q/4\,V\ (x_d - x_q)$.

El lugar geométrico se obtiene reemplazando $E = \frac{V\,(x_d\ -\ x_q)}{x_q}\ \frac{\left(1\ -\ 2\ \cos^2(\theta_s)\right)}{\cos(\theta_s)}$ en la ecuación de P:

$$P_{\text{máx}} = V^2\ \frac{x_d - x_q}{x_d\,x_q}\ sen^2\ (\theta_s)\ tg\ (\theta_s)\ .$$

Dado que el máximo de las cardioides es poco pronunciado, resulta difícil trazar en forma correcta este límite (ver Figura 3.16).

La curva comienza en el punto G, pasa por el vértice H de la semicircunferencia GHB, y es asintótica a una paralela al eje OP trazada por el punto B.

Para obtener puntos entre H y la asíntota, se marca la distancia $KM = FG$ sobre la recta GFK, a partir del punto K de corte con la asíntota. M será un punto de la curva buscada, ya que $MN = BL = JB\ tg\,(\theta) = BF\ sen\,(\theta)\ tg\,(\theta) = GB\ sen^2\,(\theta)\ tg\,(\theta) = V^2 \frac{x_d - x_q}{x_d\ x_q}\ sen^2\ (\theta)\ tg\,(\theta) = P_{\text{máx}}$.

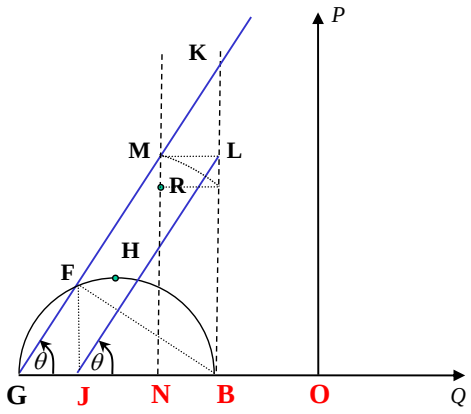


Figura 3.16: Determinación límite estabilidad

Al igual que en el caso de la máquina de rotor cilíndrico, es posible reemplazar el límite por una recta que una H con un punto M que corresponda a $E = 1\ pu$. El límite práctico de estabilidad se obtiene restando a cada $P_{\text{máx}}$(representado por el segmento MN) el 10 % de la capacidad nominal de la máquina, y trasladando el punto R resultante horizontalmente hasta la misma curva de excitación constante que pasa por M.

Aunque teóricamente la máquina hidráulica puede operar con potencias activas cercanas a cero, la aparición de vibraciones a bajos niveles de potencia suele ser una limitante práctica (aunque mucho menor que en las máquinas térmicas).

En la Figura 3.17 se muestra un diagrama de operación típico, incluyendo los diversos límites.
Una comparación de este diagrama con aquél correspondiente a una máquina de rotor cilíndrico de iguales características (salvo $x_d = x_q$), hace ver que la diferencia principal (aparte de la pequeña variación en la forma de las curvas de excitación constante) radica en el límite de estabilidad permanente. En la máquina de polos salientes este queda más a la izquierda, siendo el generador capaz de absorber una mayor potencia reactiva (70 % a 90 % de la potencia activa máxima). La diferencia resulta mayor cuanto menor sea la excitación.

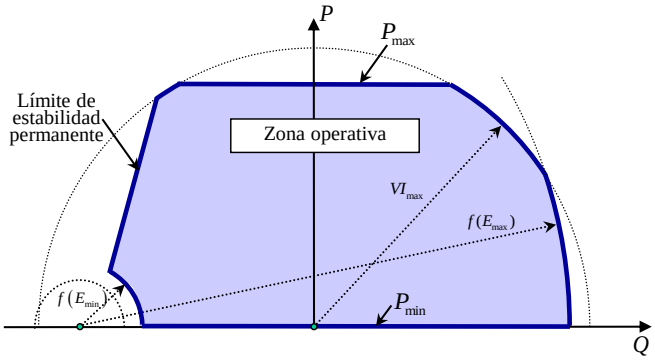


Figura 3.17: Diagrama de operación, polos salientes

En consecuencia, usar por simplicidad el diagrama de operaciones de la máquina de rotor cilíndrico para representar una máquina de polos salientes equivale a emplear un coeficiente de seguridad mayor para el límite práctico de estabilidad.

Efecto de la saturación

En el análisis hecho hasta ahora se ha despreciado la saturación. El principal efecto de la saturación, que sólo existe para corrientes de excitación altas, será la reducción del valor de x_d ($x_{dsat} \approx 0,6$ a $0,8x_d$), acercándolo al valor de x_q. Por otra parte, $x_{qsat} \approx x_q$, ya que está condicionado básicamente por el aire del entrehierro. En consecuencia, se reduce el diámetro de la circunferencia de reacción de armadura (B se acerca a G), y las curvas de igual excitación (¡alta!) serán circunferencias con centro en el punto G.

Otro efecto de importancia de la saturación es la reducción relativa de la $fem\ E$, a medida que crece la corriente de excitación (los aumentos de E serán menores que los de i_{exc}). Esta situación es variable con el factor de potencia, ya que mientras mayor el ángulo φ, más en fase queda V con $I\ x_d$, y más grande el E correspondiente, por lo que más influye la saturación.

La principal consecuencia de estos fenómenos sobre el diagrama de operación será la modificación de los radios (VE/x_{dsat}) de las curvas de igual excitación. Usualmente será menor la variación relativa de E que la de x_{dsat}, por lo que los radios tenderán a crecer menos a medida que crece la corriente de excitación. Como resultado, se tendrá un acercamiento de las curvas de excitación en la zona $E > E_{nom}$.

3.7. Control del generador dentro del SEP

En lo que va de este capítulo se ha explicado cómo se controlan la potencia activa y la potencia reactiva entregadas por un generador sincrónico. Es el momento de plantear en términos generales con qué criterios se manejan las muchas máquinas que operan simultáneamente en un SEP.

Una primera consideración es que, por la importancia social y económica de la electricidad, el abastecimiento debería tener la mayor calidad de servicio posible y compatible. La calidad del servicio es adecuada cuando, además de proporcionar a todos los usuarios un servicio continuo y sin limitaciones, esto se hace en niveles predeterminados y aceptables de tensión y frecuencia.

Una continuidad adecuada del suministro implica que el SEP como conjunto debe poseer la capacidad de resistir y superar las inevitables fallas de algunos de sus componentes, sin que se produzcan demasiadas caídas o cortes parciales o totales del servicio. De hecho, la operación de un SEP está siempre sujeta a eventualidades, como salida de servicio de unidades (que obliga a reemplazarlas por otras más caras), fallas de líneas (que pueden llevar a racionamientos), sequías (que incrementan la generación térmica), etc. En ciertas condiciones extremas puede ocurrir que el parque generador existente no alcance para abastecer la demanda, y que se produzca un desabastecimiento temporal, lo que implica un costo social importante.

En la mayoría de los países existe un organismo central (p.ej., el Coordinador Eléctrico Nacional, CEN, chileno), encargado del manejo del SEP y del despacho de las centrales. Este organismo decide cuáles centrales operan en qué momento y cuánta potencia activa entregan (es lo que se conoce como "despacho"). Decide además sobre los niveles de tensión a mantener en todo el SEP.

La potencia activa entregada se regula básicamente en función de los costos variables de generación (se parte de la premisa de que los costos fijos ya están gastados, y que por lo tanto no influyen en la decisión de cuánto generar) de las máquinas disponibles, es decir, en condiciones efectivas de generar. Por tanto, en la generación de cada momento se da prioridad a las máquinas de menor costo variable, que son las hidroeléctricas, fotovoltaicas y eólicas, cuyo costo variable es prácticamente cero. Copadas estas centrales, se despachan las centrales nucleares (si las hay), ya que requieren operar de forma continua. Todas las máquinas citadas quedan abasteciendo la demanda base (ver Sección 1.8). Las nucleares y aquellas hidroeléctricas que quedan entregando una potencia fija, se dice "están enclavadas".

A continuación se conectan los ciclos combinados, las centrales a gas natural, y las centrales a carbón, siguiendo el orden de sus costos variables de generación. Todas ellas quedan operando en la zona intermedia de la curva de carga (por tanto, no necesariamente operan todo el tiempo y están partiendo y parando).

Por último, se despachan las centrales a petróleo, cuyo costo es el más alto de todos, y que operan sólo para abastecer las puntas de la demanda, en la Figura 3.18 se observan las curvas de carga anual (izquierda) y la curva de carga con capas de generación (derecha de manera referencial no cronológica).

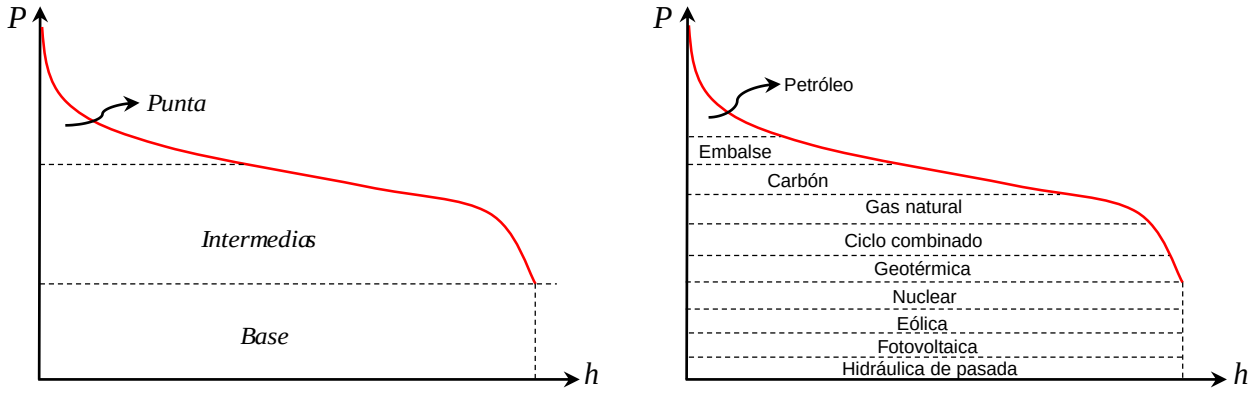


Figura 3.18: Orden de despacho de las centrales

Cabe hacer un comentario sobre las centrales hidráulicas de embalse. Por el hecho de tener capacidad de almacenamiento, se guarda parte del agua para generar con ella en momentos de estrechez. Por ello, a esta parte se le da un mayor valor económico y se despacha en la zona intermedia alta, cerca de las puntas, procurando dar la mayor potencia posible con la energía disponible.

En la Figura 3.18 no se ha representado el eventual almacenamiento que pudieren tener las centrales de generación intermitente (eólicas, fotovoltaicas), porque en ellas no se guarda energía para otra época del año, sino solo para las próximas horas sin sol o sin viento.

Además del costo de generación, es muy importante tomar en consideración las limitantes técnicas que tienen las distintas máquinas. Por ejemplo, muchas de ellas, y especialmente las a carbón, no pueden operar con potencias inferiores a un "mínimo técnico"(por la imposibilidad de mantener encendidos fuegos muy bajos), de manera que deben entrar en operación al menos con ese valor. Además, demoran bastante tiempo en tomar carga, ya que hay que incrementar los fuegos de a poco.

Otras máquinas, como las fotovoltaicas, operan con un régimen de sí y no (hay sol, no hay sol), que también debe ser tomado en cuenta. Algo parecido ocurre con las centrales eólicas, que tienen o no tienen viento, y que además presentan una generación muy variable instante a instante, ya que el viento circula en rachas. En el caso de las plantas hidroeléctricas, la situación no es tan extrema, pero también presentan variaciones en la disponibilidad de agua en el largo y mediano plazo (mayor generación en primavera-verano, o después de una lluvia; sequías).

Un tercer aspecto a considerar en el despacho son las restricciones impuestas por el entorno. En esta categoría entran por ejemplo el respetar exigencias de agua para riego, el control de eventuales crecidas, exigencias turísticas, ecológicas, de emisión de gases, etc.

Finalmente, el despacho debe asignar los "servicios complementarios", tales como la "reserva rodante o en giro", es decir, dejar algunas máquinas en operación con alguna capacidad sin ocupar, de manera que puedan tomar variaciones intempestivas de la carga. También hay que disponer de "reserva en caliente", es decir, máquinas que no estén entregando potencia, pero que no demoren mucho tiempo en hacerlo, en caso necesario. El control secundario de la frecuencia (ver Sección 12.7) exige también destinar una máquina a una tarea improductiva. Los Esquemas automáticos de desconexión de generadores (EDAG) o de cargas (EDAC, ver Sección 9.11) implican también acuerdos que afectan la economía de determinados generadores o consumidores.

3.8. Ejemplos de aplicación

3.8.1. Ejemplo 1

Un turbogenerador, de reactancia 1,5 [pu], alimenta un sistema tan grande, que puede ser asimilado a una barra infinita, de tensión fija 102 %. Si el generador opera sobreexcitado, con fem E = 1,5 [pu] y entregando una potencia activa P = 0,25 [pu],

a) ¿Cuál es la potencia reactiva que entrega el generador?
b) Si a continuación se abre la válvula de vapor, de modo que el torque motor aumente en un 100 %, ¿cuáles son las nuevas condiciones de operación?
c) Si, en vez de abrir la válvula de vapor se aumenta en un 28 % la excitación, ¿cuáles son las nuevas condiciones de generación?

Solución
a)
$\sin(\theta_o) = \frac{P_o \cdot X}{E \cdot V} = \frac{0{,}25 \cdot 1{,}5}{1{,}5 \cdot 1{,}02} = 0,2451$
$\theta_o = 14,19°$
$Q_o = \frac{E \cdot V \cdot \cos(\theta)}{X} - \frac{V^2}{X} = 1,02 \cdot 0,9695 - \frac{1{,}04}{1{,}5} = 0,2953\ [pu]$
$S = 0,25 + j0,2953 = 0,387\ \angle 49,75°$

b)
Si $T' = 2T$ se tiene, ya que $P = kT, P1 = 2P_o = 0,5\ [pu]$
$\sin(\theta) = 2 \cdot 0,2451 = 0,4902$
$\theta = 29,35°$
$Q = 1,02 \cdot 0,8716 - 0,694 = 0,1954\ [pu]$

c)
Si $E_2 = 1,28 \cdot 1,5 = 1,92$ y no cambia el torque,
$P = 0,25$
$\sin(\theta) = \frac{0{,}25 \cdot 1{,}5}{1{,}92 \cdot 1{,}02} = 0,1915$
$\theta = 11,04°$

$Q = \frac{1{,}02 \cdot 1{,}92 \cdot 0{,}9815}{1{,}5} - 0,6936 = 0,5878\ [pu]$

Se mantiene la potencia activa y se duplica la potencia reactiva.

3.8.2. Ejemplo 2

El diagrama de operación de un turboalternador de 76 $[MVA]$ nominales, 13,2 $[kV]$, es el de la Figura 3.19, y ha sido dibujado para una tensión en bornes de 102,5 %. A la $fem\ E_A = 1,7\ [pu]$ en base propia, en condiciones nominales, corresponde una corriente de excitación de 1.000 $[A]$.

a) Determinar el factor de potencia nominal, la reactancia propia X_d de la máquina, la mayor corriente de armadura admisible y la mínima corriente de excitación.

b) Si se emplea el alternador como compensador sincrónico, ¿cuáles son las potencias reactivas extremas que puede entregar y absorber?

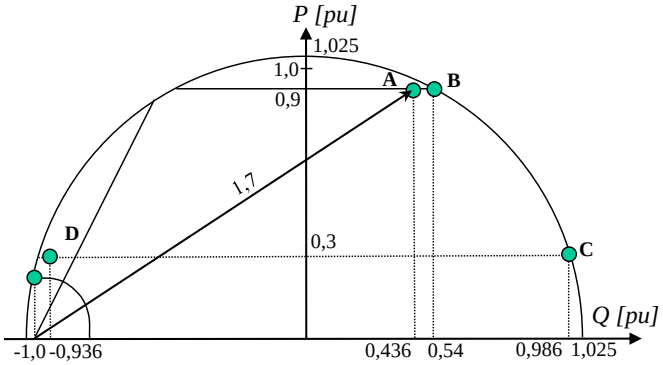


Figura 3.19: Ejemplo de diagrama de operación

Solución

En el punto A, correspodiente a condiciones nominales ($V = 1,0\ pu, P = P_{\text{máx}}$):

$S_{nom} = 0,9 + j0,436 = 1,000\ [pu]$
y directamente
$\cos(\varphi_{nom}) = 90\,\%$

Para el mismo punto A: $(EV/X)^2 = (V^2/X + 0,436)^2 + 0,9^2$

es decir,

$(1,7{\cdot}1,000/X)^2 = 1/X^2 + 0,190 + 0,872/X + 0,81$

$X^2 + 0,872X + 1,7 = 0$

de donde,

$$X = \frac{-0,872 + \sqrt{6,8}}{2} = -0,436 + 1,304 = 0,868\ pu = \frac{0,868{\cdot}13,2^2}{76} = 1,99\ [\Omega]$$

Para un punto sobre la curva de $S = 1,025$ como B:
$V{\cdot}I = 1,025\ y\ V = 1,025,$ de modo que

$$I = 1,00\ pu\ = \frac{1{\cdot}76}{13,2{\cdot}\sqrt{3}} = 3{,}324\ [A]$$

La mínima corriente de excitación, medida en el diagrama, es 1,3/11,9 = 0,11 pu = 0,11·1000 = 110 [A].

Si la máquina trabajare como compensador sincrónico (lo que puede tener un costo elevado, ya que debe entregar la potencia mínima de $0,3\ pu = 0,3{\cdot}76 = 23\ [MW]$), las potencias reactivas máximas que podría entregar o absorber serían

$Q_{entre} = 0,986\ pu = 0,986{\cdot}76 = 75\ [MVAr]$
$Q_{abs} = 0,936\ pu = 0,936{\cdot}76 = 71\ [MVAr]$

Capítulo 4

Los generadores asincrónicos

4.1. Introducción

El motor asincrónico es la máquina eléctrica de mayor aplicación industrial. Por contraste, **los generadores asincrónicos** constituyeron durante largo tiempo una curiosidad en los SEP, empleados sólo ocasionalmente en centrales hidroélectricas no atendidas, de tamaño pequeño a mediano, aprovechando su robustez, bajos requerimientos de mantenimiento (no hay escobillas ni excitatriz), bajo costo relativo y capacitad de trabajar sin un operador cercano. Con la aparición de las centrales eólicas comenzaron a ser empleados con mayor frecuencia, en forma de generadores de tamaños relativamente pequeños.

Una característica particular del generador asincrónico es su consumo de potencia reactiva (que además es variable con la carga), potencia requerida para conformar los campos electromagnéticos internos, la que debe ser suministrada desde el SEP al cual se conecta. Una implicancia importante de este hecho es que un generador asincrónico sólo puede partir desde un SEP que ya esté funcionando (un generador asincrónico no puede "levantar" un SEP luego de un apagón o caída completa del SEP). Como una práctica heredada de la comercialización de los motores asincrónicos, y basada en el hecho de que los generadores asincrónicos no suministran potencia reactiva, es normal que su capacidad nominal sea designada en MW, y no en MVA (como ocurre con el resto de los equipos).

Como toda máquina eléctrica, la asincrónica consta de estator y rotor, ambos con bobinas para la creación de campos electromagnéticos. Las bobinas dispuestas en la periferia del estator están reunidas en tres grupos o fases, que son alimentadas trifásicamente desde el sistema eléctrico (ver Figura 4.3). ¡Nótese que la tensión y frecuencia en bornes del generador son proporcionadas por el SEP que el generador va a alimentar con potencia activa, de modo que el generador asincrónico carece de elementos de control de la tensión!.

El rotor posee dos configuraciones típicas. En la primera, se compone de tres bobinas, desfasadas en 120°, por lo que se le denomina **máquina de rotor bobinado**. Estas bobinas están normalmente cortocircuitadas en sus bornes, pero en casos más sofisticados, pueden serlo a través de resistencias, lo que permite controlar la corriente de partida (ver Figura 4.1). En la segunda, más económica, el rotor está conformado por barras conductoras, dispuestas en paralelo y sujetas y cortocircuitadas en sus extremos mediante anillos, como se muestra esquemáticamente en la Figura 4.2.

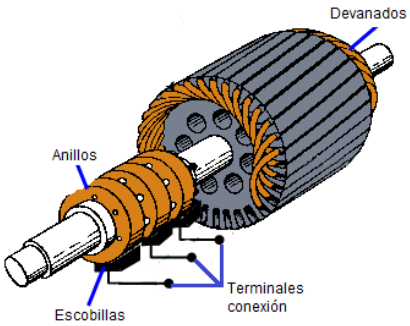


Figura 4.1: Rotor bobinado

Figura 4.2: rotor jaula de ardilla

Figura 4.3: Estator

Por su apariencia, este último rotor (y también la máquina) suele ser denominado como de **jaula de ardilla** o de **tipo jaula** (para los países en los que no hay ardillas, podría ser jaula de hámster o de conejo).

El único fenómeno que gobierna la relación entre los enrollados de rotor y estator es la inducción electromagnética (ley de Faraday-Lenz), ya que no existe una conexión física entre tales enrollados. De ahí el nombre de **máquina de inducción** con el que también se suele denominar a este tipo de máquinas.

En principio, no hay grandes diferencias en cuanto a características constructivas y rangos de operación entre un motor y un generador asincrónico. En todo caso, el control y los esquemas de protección son más complejos en un generador.

El análisis del funcionamiento de un generador asincrónico es parecido al que se hizo del generador sincrónico en el capítulo 3, y hasta cierto punto, al de un transformador (que se hará en el capítulo 6). Ello porque tanto el generador sincrónico como el asincrónico, y también el transformador, operan sobre la base de bobinas ligadas por campos electromagnéticos, lo que lleva a que sus circuitos equivalentes tiendan a tener similitudes. En el caso de un transformador, el circuito equivalente consiste en dos impedancias (de los enrollados primario y secundario) ligadas por un transformador de tensiones ideal. En el caso de un generador sincrónico, el "circuito primario" desaparece de la representación y es reemplazado por una fem $E\angle\Theta$ aplicada en el circuito secundario. En el caso de un generador asincrónico, la razón de transformación es distinta para tensiones que para corrientes, y en el secundario cortocircuitado aparece un deslizamiento s que viene a representar indirectamente el torque motriz. Hay, entonces, semejanzas con el transformador, las que sin embargo no son suficientes como para decir que el circuito equivalente de un generador asincrónico es el de un "transformador equivalente" cortocircuitado.

¡Nótese, por último, que la frecuencia de la corriente primaria en una máquina asincrónica es muy distinta a la de la corriente secundaria!

4.2. La máquina de inducción

4.2.1. Principios de funcionamiento

Ya se dijo que los generadores asincrónicos son normalmente pequeños en relación con el SEP al que abastecen, por lo que siempre se les supone conectados contra barra infinita, la que fija la tensión en bornes y establece la frecuencia de las magnitudes elécticas en el estator.

En líneas gruesas, el proceso de funcionamiento deriva de la aplicación de una tensión trifásica al estator de tres bobinas (desfasadas físicamente en 120° mecánicos), originando con ello un campo magnético rotatorio en el espacio (geométrico, mecánico), de manera similar a como se demostró en la sección 3.2. Este campo induce corrientes en las bobinas (o barras) del rotor, las que crean un contraflujo, que interactúa con el campo del estator, originándose un torque de equilibrio entre ambos, que constituye el acoplamiento entre cargas eléctrica y turbina (o entre carga mecánica y SEP en el caso de un motor). Si el rotor está detenido, ambos flujos se anulan y no hay torque.

Antes de partir con el análisis más detallado de la máquina de inducción, conviene aclarar que la velocidad angular con que gira el campo establecido por el SEP es muy alta: $d\Theta/dt = \omega_{sep} = 2\pi f_{SEP}$ $[rad/s]$, lo que lleva a 3,000 $[rpm]$ para 50 Hz. Para que la máquina asincrónica funcione, la velocidad de giro del campo debe ser similar a la velocidad de rotación del rotor y 3,000 $[rpm]$ es claramente muy alta. Para reducirla, se requiere aumentar el número de pares de polos. Repitiendo la fórmula 3.2.1,

$$N_s = 60\ \frac{f_{SEP}}{p}\ [rpm] \tag{4.1}$$

donde f_{SEP} $[Hz]$ es la frecuencia de la tensión con la cual se energiza la máquina y p es el número de polos magméticos.

En el caso de los generadores eólicos pequeños, en que no es factible constructivamente subir el número de pares de polos más allá de unos 5, y donde las velocidades son del orden de los 15 a 60 $[rpm]$, lejos todavía de las 600 $[rpm]$ [requeridos para 5 pares de polos), se hace necesario intercalar engranajes entre el eje de las aspas y el del generador, que aumenten la velocidad de giro de éste.

El análisis que sigue es para entender el mecanismo de funcionamiento de la máquina de inducción, y a partir de él se establecerá un circuito equivalente aproximado, representativo de la máquina, que es el que se emplea normalmente en la práctica. Por su forma constructiva, y en particular para el tipo jaula, es difícil establecer analíticamente los parámetros característicos, los que se determinan mediante pruebas físicas de la máquina.

El campo magnético rotatorio originado por el estator queda definido por la fórmula (3.2.1), siendo senoidal en cada punto del entrehierro y rotando con la velocidad angular ω_{SEP} del sistema eléctrico:

$$fmm_{st} = \frac{3}{2} k N_{st} I_m \cos(\omega_{SEP} t) \tag{4.2}$$

El campo rotatorio, creado por la acción del sistema eléctrico en el estator, induce sucesivamente tensiones variables en magnitud en cada una de las bobinas (barras) que conforman el rotor, de acuerdo con la ley de Faraday-Lenz:

$$e = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{4.3}$$

Suponiendo que el rotor gira a una velocidad angular ω_r (o N_r en rpm), ligeramente diferente a la del SEP, la velocidad relativa de rotación con respecto al flujo del campo rotatorio es $\omega' = \omega_{SEP} - \omega_r$.

Como resultado, las tensiones generadas en las bobinas del rotor son sinusoidales, están desfasadas en 120° en las tres bobinas y su magnitud es proporcional a la diferencia de velocidades ω':

$$E_a = \phi_m \omega' sen(\omega' t) \tag{4.4}$$

$$E_b = \phi_m \omega' sen(\omega' t - 120) \tag{4.5}$$

$$E_c = \phi_m \omega' sen(\omega' t + 120)$$

Por comodidad, para evitar el arrastre de fórmulas con $\omega' = \omega_{SEP} - \omega_r$, se acostumbra definir el **deslizamiento** (slip) **de la máquina asincrónica**, como:

$$s = \frac{\omega'}{\omega_{SEP}} = \frac{\omega_{SEP} - \omega_r}{\omega_{SEP}} = \frac{N_{SEP} - N_r}{N_{SEP}} \tag{4.6}$$

Este deslizamiento es positivo cuando la máquina opera como motor (ya que el SEP debe tener una mayor velocidad, para traspasar potencia al eje del rotor), y es negativo cuando lo hace como generador (en este caso, el rotor debe tener mayor velocidad para traspasar potencia al SEP).

Las tensiones inducidas en el rotor quedan entonces como:

$$E_a = s\phi_m \omega_{sep} sen(\omega' t)$$
$$E_b = s\phi_m \omega_{sep} sen(\omega' t - 120)$$
$$E_c = s\phi_m \omega_{sep} sen(\omega' t + 120)$$

Nótese que con un deslizamiento negativo (generador), el sistema trifásico sigue siendo equilibrado, aunque cambia la secuencia correspondiente.

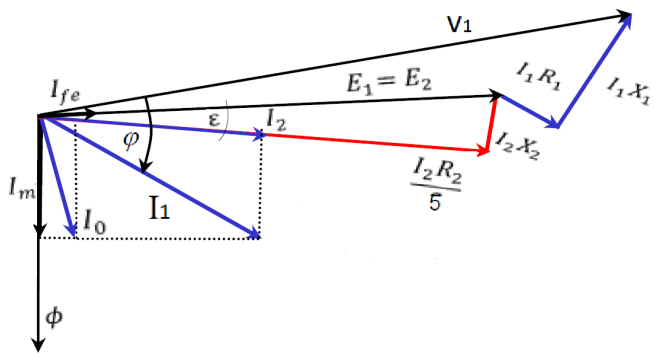


Figura 4.4: Representación fasorial

$$E_a = -s\phi_m \omega_{SEP} sen(-\omega' t) = s\phi_m \omega_{SEP} sen(\omega' t) \tag{4.7}$$

$$E_b = -s\phi_m \omega_{SEP} sen(-\omega' t - 120) = s\phi_m \omega_{SEP} sen(\omega' t + 120) \tag{4.8}$$

$$E_c = -s\phi_m \omega_{SEP} sen(-\omega' t + 120) = s\phi_m \omega_{SEP} sen(\omega' t - 120) \tag{4.9}$$

Nótese también que la frecuencia de las señales eléctricas en el rotor ($\omega' = s\omega_{SEP}$) es pequeña. Para los deslizamientos usuales en la práctica (3 a 7 %), variará entre $1,5$ y 4 $[Hz]$.

Como cada bobina del rotor puede ser representada por un circuito $R - X$, circularán en ellas corrientes alternas, en atraso con respecto a la tensión, de acuerdo con las siguientes expresiones, en que X_r es la reactancia del rotor determinada a 50 $[Hz]$:

$$I_{ar}(t) = sI_m sen(\omega' t - \delta) = \frac{E_a}{Z} = \frac{s\phi_m \omega_{SEP} sen(\omega' t)}{R_r + jsX_r} \tag{4.10}$$

$$I_{br}(t) = sI_m sen(\omega' t - 120 - \delta) = \frac{E_b}{Z} = \frac{s\phi_m \omega_{SEP} sen(\omega' t - 120)}{R_r + jsX_r} \tag{4.11}$$

$$I_{cr}(t) = sI_m sen(\omega' t + 120 - \delta) = \frac{E_c}{Z} = \frac{s\phi_m \omega_{SEP} sen(s\omega' t + 120)}{R_r + jsX_r}$$

La figura 4.4 muestra una representación fasorial de esta situación.

La circulación de estas corrientes por el rotor origina un campo magnético rotatorio de reacción $B_r = B_m\, sen(\omega' t - \delta_e)$, de magnitud constante, y que rota con velocidad $s\omega' = \omega_{SEP} - \omega_r = s\omega_{SEP}$ con respecto al rotor, y con velocidad ω_{SEP} en el espacio (y por tanto en sincronismo con el campo del estator), ya que el rotor gira con velocidad ω_r. Para el caso de un generador de inducción, esta reacción está ligeramente en adelanto (ángulo δ) con

respecto al campo del estator. Conviene señalar que la relación entre el 'angulo eléctrico δ_e y el ángulo mecánico δ_r del rotor sigue la misma relación de la ecuación 4.2.1, es decir, $\delta_r = \delta_e/p$.

Como resultado, el campo total en el entrehierro de una máquina asincrónica vale $B = B_r + B_{st}$

Ahora bien, la interacción entre el flujo del estator y la corriente en el rotor produce un par motor(torque), que puede ser calculado como la variación angular de la energía almacenada en el campo magnético, $T = \partial E/\partial\delta_r$.

Si H_{eh} es la intensidad del flujo en el entrehierro y Vol_{eh} el volumen del entrehierro, $E = \frac{1}{2}\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{H_{eh}} Vol_{eh} = \frac{1}{2}\mu_0 H_{eh}^2 Vol_{eh} = k_1 H_{eh}^2$. Considerando el desfase δ_r entre los campos del rotor y estator:

$E = k_1 \left[H_{st}^2 + H_r^2 + 2H_{st}H_r\cos(\delta_r)\right]$
de modo que el torque electromagnético resultante es:

$$T = -ksH_{st}H_r sen(\delta_r) \tag{4.12}$$

Nótese que en la medida que el deslizamiento se reduce, disminuyen la tensión inducida y la corriente en el rotor (proporcionales a s), así como el torque entre flujos. Deslizamiento cero, que corresponde a velocidad mecánica del rotor igual a la velocidad del campo electromagnético (sincronismo), implica ausencia de corrientes en el rotor y por tanto, torque nulo.

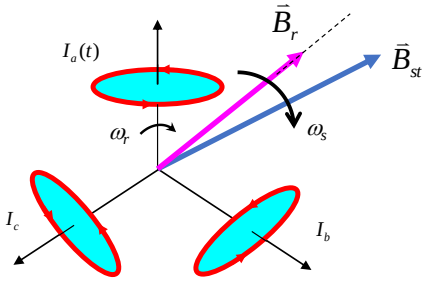


Figura 4.5: Velocidad relativa de rotación de los campos

En la operación como motor se hace girar el rotor, inicialmente a una velocidad N_r menor que la del campo ($N_r = 60f_r/p$), pero acelerándolo hasta que se produzca un equilibrio entre los flujos, el roce y las pérdidas, momento a partir del cual gira con velocidad (casi) sincrónica. Si en el eje se conecta una carga mecánica, el rotor se frena inicialmente, para regresar a una velocidad ligeramente inferior a la sincrónica luego de un transitorio, por efecto del renovado juego entre campo del estator y corriente en el rotor. El deslizamiento s y las corrientes en el rotor y en el estator son el resultado de este equilibrio.

Para un motor, aumentar el deslizamiento implica una corriente más grande en el rotor y una conversión de potencia también mayor (dentro de cierto rango de s; después P disminuye, aunque la corriente aumente). Como efecto negativo, crecen también las pérdidas en el rotor. En el extremo, deslizamiento uno significa velocidad mecánica cero (eje bloqueado).

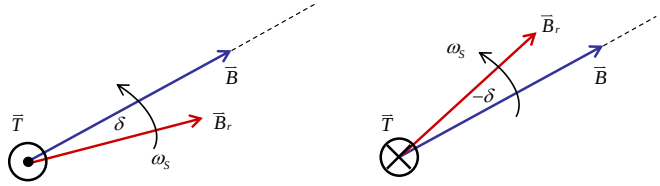


Figura 4.6: Modificación del sentido de torque

Si en el eje se conecta una turbina, hidráulica o eólica (operación como generador), que haga girar el rotor a una velocidad algo mayor que la del campo del estator, se modifica el sentido del torque, dado que δ_r cambia de signo (Figura 4.6). En estas condiciones, la máquina se frena al conectarla al SEP, para estabilizarse a una velocidad ligeramente superior a la sincrónica. Tal como en el motor, el deslizamiento y las corrientes del rotor y del estator son las resultantes de este equilibrio, y aumentar el deslizamiento implica una corriente más grande en el rotor y una mayor entrega de potencia activa al SEP (dentro de cierto rango de s). En el extremo, deslizamiento menos uno significa velocidad mecánica de la turbina dos veces la velocidad eléctrica (generador frenado).

4.2.2. Circuito equivalente

Tal como ocurre con el resto de los equipos eléctricos de comportamiento simétrico y equilibrado, una máquina de inducción puede ser caracterizada por un circuito equivalente monofásico. Atendiendo a su principio de funcionamiento (inducción magnética), este circuito equivalente consta de dos partes (estator y rotor), ligadas por dicha inducción, lo que le da cierta similitud con lo que ocurre en un transformador (ver Figuras 4.7 y 4.8 en la página siguiente). La diferencia radica en la necesidad de representar las distintas frecuencias de las señales eléctricas en ambos enrollados.

La representación del estator incluye una impedancia serie $Z_{st} = R_{st} + jX_{st}$, en la que R_{st} representa las pérdidas óhmicas en las bobinas del estator y X_{st} aquella parte del flujo magnético que se cierra por el aire (y no por los polos, a pesar de que el circuito magnético esté construido con acero de alta permeabilidad). En cálculos más precisos se agrega a esto una rama paralelo, que representa la excitación necesaria para crear el campo magnético,

constituida por R_m, que refleja las pérdidas en vacío (en el hierro, roce mecánico) y por X_m, que representa la excitación propiamente tal. Debido a la necesidad de superar el entrehierro, la corriente de excitación no es tan pequeña como en un transformador, y $X_m \approx 3$ a 4 $[pu]$. Para simplificar el cálculo, esta rama suele ser colocada al comienzo del tetrapolo.

A continuación de este circuito representativo del estator, (y siguiendo la lógica del motor asincrónico, en que el estator es el primario), se conecta una rama que represente el rotor, tomando en consideración para ello que la tensión y corriente en la salida del estator son E_{st} e I_2, respectivamente (y no E_r e I_r). Esta rama puede ser, o bien un dipolo que entrega sólo potencia activa P, o más frecuentemente, una impedancia serie, cuya resistencia R_r representa las pérdidas óhmicas en el rotor y cuya reactancia X_r expresa las fugas de flujo magnético en el rotor. Para que todas las reactancias queden determinadas a $50Hz$, en el circuito se coloca sX_r (usualmente se supone X_r igual a X_{st}. La existencia de pérdidas en el rotor implica una producción de calor, que debe ser evacuado hacia el exterior, normalmente con ayuda de ventiladores; en el caso de generadores hidroeléctricos más grandes, con ayuda de agua de refrigeración.

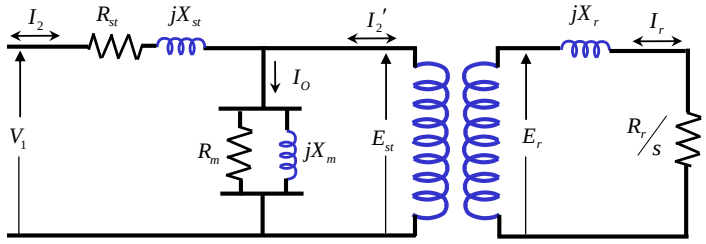


Figura 4.7: Circuito equivalente, máquina de inducción

Al trabajar en por uno, normalmente se expresan todas las cantidades referidas al lado del sistema eléctrico (estator), de manera que si se requiere conocer alguna cantidad referida al rotor, hay que hacer previamente la transformación correspondiente.

Para terminar la representación falta la inducción que conecta ambas partes del circuito equivalente. Para determinarla, se recurre a las relaciones de las magnitudes de las tensiones y corrientes en el estator y el rotor. Por ejemplo, las magnitudes de las tensiones E_{st} y E_r están representadas por las relaciones $E_{st} = 4,44fN_{SEP}\phi$ y $E_r = 4,44sfN_r\phi$, de modo que:

$$\frac{E_{st}}{E_r} = \frac{N_{SEP}}{sN_r} \tag{4.13}$$

La relación de tensiones resulta función del deslizamiento (y del torque motor).

Las magnitudes de las corrientes, a su vez, están relacionadas por medio de la fmm, $N_{SEP}I_2 = N_rI_r$, lo que lleva a:

$$\frac{I_r}{I_2} = \frac{N_{SEP}}{N_r} \tag{4.14}$$

¡La relación de transformación para las corrientes no depende del deslizamiento!

Por lo tanto, si $Z_r = R_r + jsX_r$ es la impedancia real del rotor, referida al estator vale:

$$Z_r' = Z_{r(st)} = \frac{E_{st}}{I_2} = \frac{(N_s/sN_r)\,E_r}{(N_r/N_s)\,I_r} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \frac{Z_r}{s} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \left(\frac{R_r}{s} + jX_r\right) \tag{4.15}$$

La representación del rotor incluye, entonces, una resistencia que es variable con el deslizamiento (decrece en la medida que crece s).

Si se considera que la potencia transferida al rotor (caso motor) es $R_rI_r^2/s$, de la cual se convierte en calor una fracción $R_rI_r^2$, se concluye que el resto, $R_rI_r^2(1-s)$ es la potencia aplicada en el eje. Por ello, es práctica común dividir la resistencia R_r/s en dos partes: R_r como resistencia real del rotor, en serie con $(1-s)\,R_s/s$, que representa la carga mecánica, en el caso de un motor, o el torque de la turbina, si se trata de un generador asincrónico. ¡Nótese que para el generador, esta última resistencia ees negativa (se está sacando energía de la turbina para entregarla al SEP)!

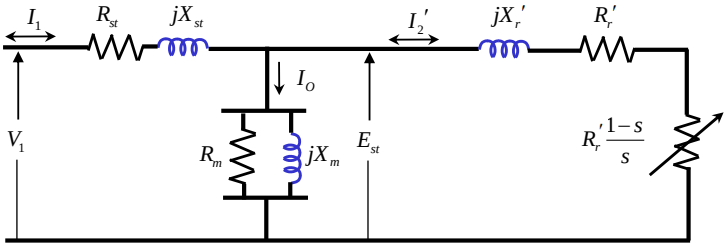


Figura 4.8: Circuito equivalente en por uno

En el caso de un motor, R se elige generalmente de tal manera que la carga eléctrica así conectada $P_m = 3RI_{nom}^2(1-s)/s$ sea igual a la carga mecánica nominal (en $[W]$). Tratándose de motores, es muy frecuente que esta capacidad nominal se exprese en HP ($1\ [HP] = 0,7457\ [kW]$).

Si la máquina opera como generador, en el secundario se puede colocar una fem ficticia $E(1-s)/s$, que representa el torque mecánico entregado por la turbina.

4.2.3. Determinación experimental de los parámetros de una máquina de inducción

En consideración a las dificultades ya indicadas que presenta la determinación teórica de los parámetros de una máquina de inducción, se acostumbra establecer estas características mediante algunas pruebas de laboratorio a las máquinas. Las pruebas más usadas son las de vacío y de rotor bloqueado Las relaciones que siguen están expresadas en notación en por uno.

Prueba en vacío

Las medidas hechas en el estator, con la máquina rotando (con ayuda de otra máquina) a velocidad sincrónica (es decir, con deslizamiento nulo) y con tensión aplicada nominal (en magnitud y frecuencia), proporcionan una buena aproximación a la rama de excitación del estator. Ello debido a que la corriente que circula es baja, lo que permite despreciar el efecto de la rama serie del estator.

Si V_0 es la magnitud de la tensión aplicada y P_0 y Q_0 las potencias activa y reactiva medidas:

$$R_m = \frac{V_0^2}{P_0} \tag{4.16}$$

$$X_m = \frac{V_0^2}{Q_0}$$

Si se mide I_m en vez de Q_0, $Q_0 = \sqrt{\left[(V_0 I_m)^2 - P_0^2\right]})$.

Prueba de rotor bloqueado

En esta prueba se impide, mediante una fuerza (freno) exterior, la rotación del rotor (es decir, se opera con $s = 1$), mientras se aplica al estator una tensión reducida, de frecuencia nominal, tal que la corriente circulante sea la nominal. Si V_1 es la magnitud de la tensión aplicada, I_1 la corriente circulante y P_1 la potencia activa medida, y despreciando el efecto de la rama de excitación:

$$R_{st} + R_r = \frac{P_1}{I_1^2} \tag{4.17}$$

$$X_{st} + X_r = \frac{Q_1}{I_1^2} = \frac{\sqrt{\left[(V_1 I_1)^2 - P_1^2\right]}}{I_1^2}$$

En la práctica, la separación de las ramas del estator y del rotor no es posible, pero es usual adoptar la hipótesis de que ambas son de magnitudes comparables.

4.2.4. Diagrama de círculo

Los diagramas de círculo resultaron bastante útiles en el caso de los generadores asincrónicos, sobre todo para apreciar en general situaciones de operación. Se verá por ello un diagrama de círculo, basado en las corrientes, para la máquina asincrónica. Permite apreciar el efecto del deslizamiento, en la magnitud de la corriente de entrada y en el factor de potencia.

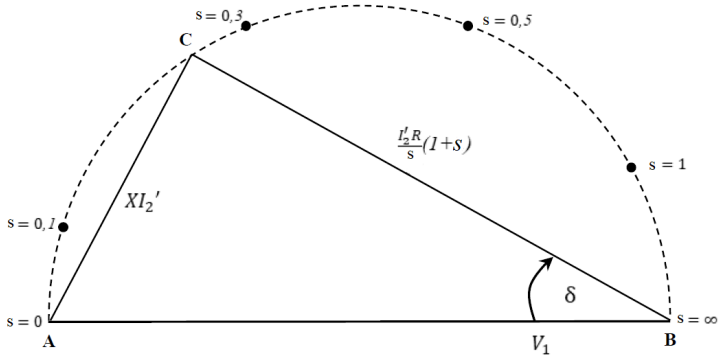


Figura 4.9: Diagrama de tensiones

Designando por R a la suma $R_{st} + R_r$ (en por uno) y por $X = X_{st} + X_r$, se tiene $V_1 = I_2[R(1+s)/s + jX]$, lo que se representa en el triángulo ABC de Figura 4.9 (trazada para un motor). Dividiendo por X, para tener corrientes, se consigue que AC represente la corriente I_2, AB valga V_1/Xy que el tramo BC sea proporcional a $(1+s)/s$. Como los tramos BC y AC deben ser ortogonales, el lugar geométrico del punto C es una semicircunferencia de diámetro AB.

Dando valores a s se determinan los puntos que corresponden a operación con $s = 1$ (partida del motor), $s = 0,5$, y así sucesivamente. Ya en un primer análisis se advierte que I_2 es máxima durante la partida y luego decrece con la disminución de s. Lo mismo ocurre con el ángulo δ.

Una versión más completa del diagrama se obtiene agregando la corriente de excitación I_0 y trazando un eje perpendicular a la base, representativo de la dirección de V_1, ya que forma el ángulo δ con I_2 (y el ángulo ϕ con I_1), como se muestra en la Figura 4.10 de la página siguiente:

La semicircunferencia de diámetro V_1/X es ahora también el lugar geométrico de I_1 (de ahí que se le suele denominar como circunferencia de entrada o input). El punto A define en magnitud y ángulo la corriente de excitación, y corresponde al mismo tiempo a la operación con $s = 0$ (sincronismo). El punto K corresponde a operación con $s = 1$ (motor detenido con plena tensión en el primario). La línea AK corresponde entonces a I_2 para esta condición de operación.

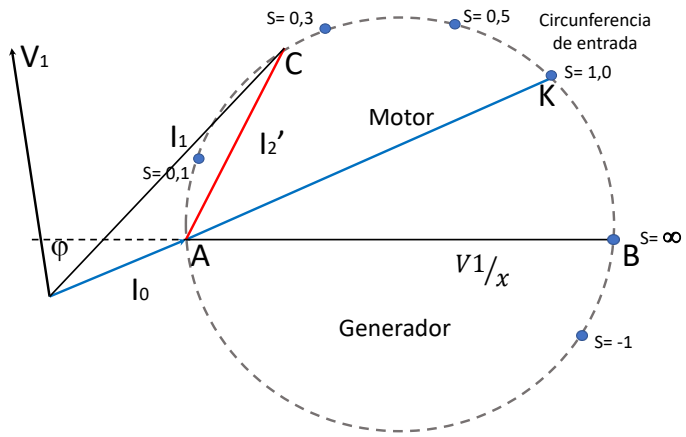


Figura 4.10: Diagrama de Heyland

La versión más completa, conocida como **Diagrama de Heyland**, que incorpora escalas auxiliares para determinar el deslizamiento, la eficiencia y el factor de potencia de un motor, se muestra en la Figura 4.11. Se hace presente, eso sí, que el diagrama está bastante deformado, para facilitar las explicaciones. A una escala apropiada, y para V_1 constante, el tramo FG, igual al tramo MN, representa las pérdidas en el hierro, por fuga y por roce, que en primera aproximación pueden suponerse constantes. Para el punto K, en que no hay carga, el trazo KM representa entonces las pérdidas en el cobre para esas condiciones de operación, y puede ser dividido en proporción a las resistencias en dos partes, KL como representativa de las pérdidas en el rotor y LM como representativo de las pérdidas en el estator. Por comparación de triángulos semejantes se puede demostrar que, para un punto C cualquiera de operación sobre la circunferencia de entrada, CD representa la potencia mecánica en el eje del motor, DE representa las pérdidas en el rotor, EF representa las pérdidas en el estator, y FG representa las pérdidas en el hierro (para esas condiciones de operación).

Es por ello que la línea AK, que separa la potencia mecánica en el eje de las pérdidas de operación, se denomina **línea o eje de entrega**, o también **eje de la potencia mecánica**. Como el torque es proporcional a la potencia entregada al rotor, la línea AL es denominada **línea o eje del torque**. El punto normal de operación, con $s < 10\,\%$, estará cerca de A. Se advierte que I_1 (y S_1) se reducen en la medida que se reduce s. La potencia mecánica es cero para $s = 0$ y para $s = 1$, y entremedio pasa por un máximo (anterior al vértice de la circunferencia). El ángulo ϕ disminuye al reducirse s, pero sólo hasta que I_1 queda tangente a la circunferencia. Después comienza a crecer fuertemente. El factor de potencia del motor (y consecuentemente Q) tiene entonces una evolución especial, en que crece al tomar carga, para después decrecer y volver a crecer. Es, entonces, variable con la carga (con el punto de operación).

La figura 4.11 muestra un diagrama de Heyland para un motor, en el cual se han agregado escalas auxiliares para determinar el deslizamiento, la eficiencia y el factor de potencia. El diagrama está muy deformado, para facilitar la explicación.

La escala de deslizamiento se obtiene trazando una paralela a la línea de torque, que pase por un punto cualquiera P, cómodo para el dibujo, sobre la prolongación de la línea de entrega. En Q, donde corta a la vertical en A, estará el comienzo de la escala. La prolongación de I_2 indicará el deslizamiento.

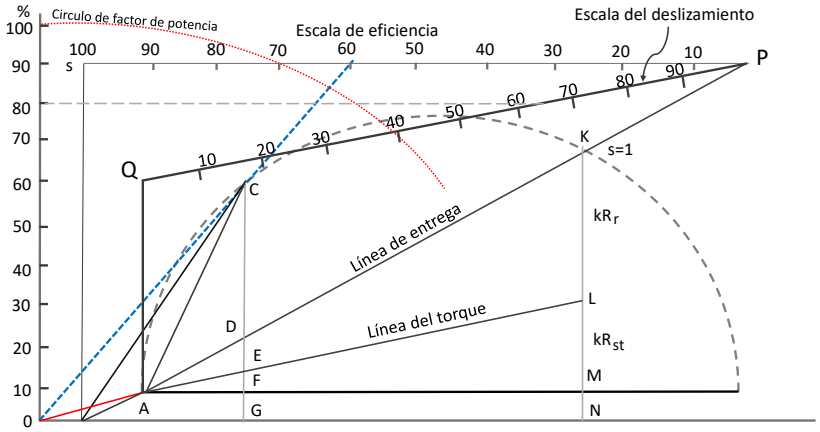


Figura 4.11: Diagrama de Heyland para un motor

La escala de eficiencia se obtiene trazando por P una paralela al eje horizontal. En S, donde corta a la vertical trazada por R, punto donde la prolongación de PA corta al eje horizontal, se fija el término de la escala de eficiencias. Donde la prolongación de RC corte la escala, queda establecida la eficiencia para esas condiciones de operación.

Finalmente, una escala de 0 a 100 % trazada en el eje vertical por O da el factor de potencia, en el punto en que la prolongación de I_1 corte a la circunferencia de 100 %.

4.2.5. Característica torque-velocidad

El torque electromecánico vale:

$$T_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega_r} = \frac{3R_r I_2^2(1-s)}{s(1-s)\omega_{SEP}} = \frac{3R_r I_2^2}{s\omega_{SEP}} = \frac{3R_r}{s\omega_{SEP}}\left[\frac{V_1^2}{\left(R_{st}+\frac{R_r}{s}\right)^2+(X_{st}+X_r)^2}\right] \tag{4.18}$$

Lo que corresponde a una curva con un máximo del torque, y con dos valores posibles del deslizamiento para torques inferiores, tal como lo muestra la Figura 4.12, tanto para operación como generador (zona de s negativo) como para operación como motor (s positivo):

El torque electromecánico máximo, que se opondrá al torque resistente de la carga si es un motor, o al torque motor de la turbina, si se trata de un generador, ocurre para:

$$\frac{\partial T}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{3R_r V_1^2}{s\omega_{SEP}\left[(R_{st}+\frac{R_r}{s})^2+(X_{st}+X_r)^2\right]}\right] = 0$$

Se obtiene así una expresión para el deslizamiento para torque máximo, que resulta independiente de la tensión, y que está dada por:

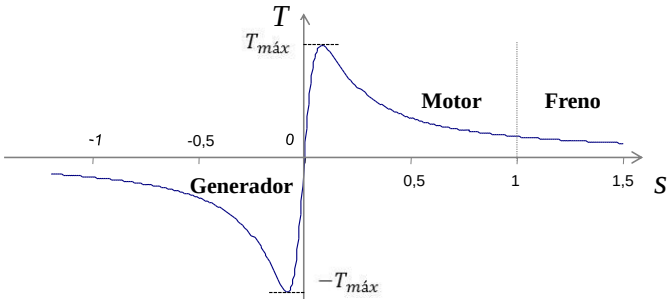


Figura 4.12: Característica torque-velocidad

$$S_{Tmax} = S_{crit} = \frac{R_r}{\sqrt{R_{st}^2+(X_{st}+X_r)^2}} \tag{4.19}$$

Usualmente $R_{st} < (X_{st}+X_r)$, por lo que la expresión puede ser simplificada a:

$$s_{Tmax} = s_{crit} \approx \frac{R_r}{X_{st}+X_r} \tag{4.20}$$

El valor de este deslizamiento es bastante pequeño (del orden de un 15 a 25 %).

Sustituyendo, la expresión para el torque máximo queda:

$$T_{max} = \frac{3V_1^2}{2\omega_{SEP}[R_{st}+\sqrt{R_{st}^2+(X_{st}+X_r)^2}]} \approx \frac{3R_r V_1^2}{2\omega_{SEP}\left[R_{st}+X_{st}+X_r\right]} \tag{4.21}$$

El torque de partida de un motor de inducción, que debe ser superior al torque resistente de la carga vale (para s = 1):

$$T_{part} = \frac{3R_r I_2^2}{\omega_{SEP}} = \frac{3R_r V_1^2}{\omega_{SEP}\left[R_{eq}^2+X_{eq}^2\right]} \tag{4.22}$$

Debido a la diferencia entre el torque de partida y el torque resistente, el motor se acelera y recorre la curva de torque, hasta llegar al equilibrio en un punto A con un deslizamiento cercano a cero (Figura 4.13), punto que es inherentemente estable, ya que cualquier variación posterior del torque resistente (p.ej., una disminución de él), origina una diferencia de torques (en este caso predomina el torque motor), que desplaza el deslizamiento (en este caso lo reduce) en el sentido de contrarrestar el desequilibrio (baja el torque motor).

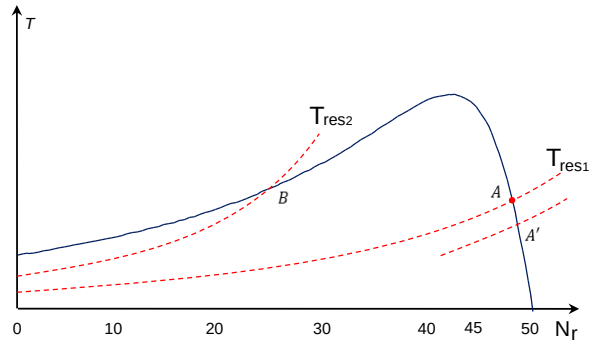


Figura 4.13: Torque de partida

Si la carga es muy grande, se puede dar el caso de que el punto de corte B quede a la izquierda del torque máximo. En tal caso, el equilibrio será inestable, porque ante cualquier variación del torque resistente (p.ej., una disminución de él), la diferencia de torques se traducirá igualmente en una variación del deslizamiento (igualmente

una reducción), pero que ahora será en el sentido de exagerar el problema (crece el torque motor). Este análisis vale también para un generador.

En consecuencia, si se considera operación como generador, la turbina motriz sólo podrá aplicar al generador torques inferiores al torque electromecánico máximo, o **torque de paralización**. De no ser así, la máquina se tornará inestable, la velocidad decrecerá hasta atascarse, tomando una corriente excesiva, que obligará a operar las protecciones. Lo mismo ocurre con un motor cuya carga excede el torque de paralización.

Cabe destacar que, en la operación como motor, que en teoría llega hasta $s = 1$ ($N = 0$) en la curva de figura 4.10, existe además una zona de operación especial, cuando el deslizamiento es mayor que $1,0$ (es decir, cuando la máquina gira en sentido contrario al del campo del estator (N_2 es negativo), lo que ocurre si se han invertido las fases), caso en el que, a pesar de mantener un torque motor, absorbe potencia desde el consumo, es decir, actúa como un freno. La potencia mecánica absorbida y la potencia eléctrica suministrada por la red, son convertidas en pérdidas RI_2 en el rotor, las que deben ser evacuadas como calor.

4.2.6. Potencia útil entregada

La potencia útil entregada al sistema por un generador asin crónico, que vale $P = V_1 I_1 \cos\phi$, varía poco con V_1, como se muestra en la Figura 4.14. Lo mismo vale para la potencia eléctrica consumida por un motor de inducción.

Alternativamente, si la potencia tomada de la red por un motor de inducción se expresa en función de la potencia entregada en el eje y las pérdidas:

$$P = P_{turb} - P_{pérd} = P_{turb} - 3R_{eq}I_r^2 - \frac{3V_{sist}^2}{R_m} \tag{4.23}$$

Esta relación puede explicitarse en función del deslizamiento:

$$P(s) = P_{eje} + \frac{3V_1^2}{R_m} + 3R_{eq}\left[\frac{V_1^2}{(R_{st} + \frac{R_r}{s})^2 + (X_{st} + X_r)^2}\right]$$

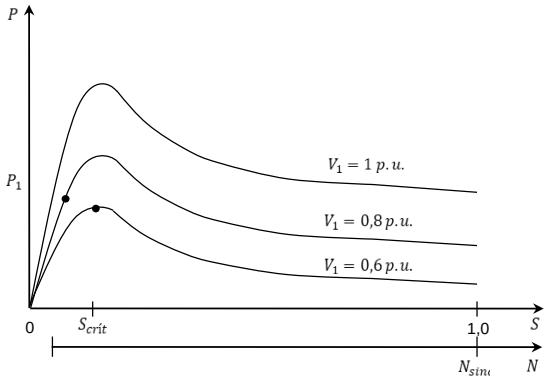


Figura 4.14: Potencia útil entregada

lo que corresponde a una curva parecida a la del torque, que crece con V_1 y con s, pero solo hasta un máximo, para luego decrecer.

El máximo de P se encuentra haciendo $dP/ds = 0$:

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{3R_{eq}V_1^2}{(R_{st} + \frac{R_r}{s})^2 + (X_{st} + X_r)^2}\right] = 0 \tag{4.24}$$

y corresponde al mismo valor crítico determinado para el torque:

$$s_{crit} = \frac{R_r}{\sqrt{R_{st}^2 + (X_{st} + X_r)^2}} \approx \frac{R_r}{X_{eq}} \tag{4.25}$$

Nótese que si la tensión de la red cae fuertemente, cuando un motor está operando con una carga P_1, la evolución puede llevar a superar el deslizamiento crítico, con lo que $P_e < P_{eje}$, el motor se torna inestable y se bloquea.

El análisis para un generador asincrónico es similar:

$$P(s) = P_{turb} - 3R_{eq}\left(\frac{V_1^2}{(R_{st} + \frac{R_r}{s})^2 + (X_{st} + X_r)^2}\right) - \frac{3V_1^2}{R_m} \tag{4.26}$$

y conduce a curvas $P - s$ similares. También en este caso, una caída brusca de la tensión puede llevar a superar el deslizamiento crítico.

La eficiencia del generador asincrónico puede ser definida como $\eta = (P_{turb} – P_{gen})/P_{turb}$. En función de s resulta una curva que pasa por un máximo, para volver a cero (ver Figura 4.16).

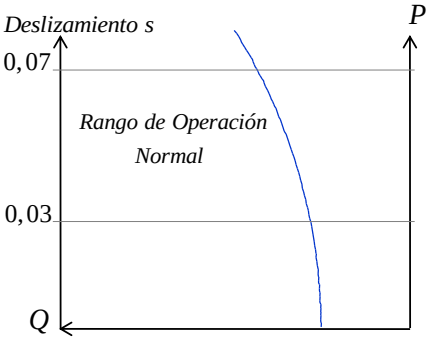


Figura 4.15: Característica P-Q, generador de tipo asincrónico

4.2.7. Potencia reactiva consumida

Por tratarse de un circuito inductivo, conectado a una fuente constante (barra infinita), la potencia reactiva requerida por el generador asincrónico es algo variable con la tensión del SEP, y más claramente variable en función del deslizamie3nto (ver Figura 4.15).

$$Q = \frac{3V_1^2}{X_m} + 3I_2^2(X_r + X_{st}) = \frac{3V_1^2}{X_m} + 3X_{eq}\left[\frac{V_1^2}{(R_{st} + \frac{R_r}{s})^2 + (X_{st} + X_r)^2}\right] \tag{4.27}$$

Se obtiene una curva con un máximo para $s_{Qmax} = \frac{R_r}{\sqrt{R_{st}^2 + (X_{st} + X_r)^2}}$

Lo anterior significa que el factor de potencia del generador es más bajo mientras menor sea la potencia útil generada. En la partida puede alcanzar valores tan bajos como $0,2$.

En la Figura 4.16 se muestran las curvas de algunas características de un motor asincrónico, en función de la potencia mecánica entregada.

4.2.8. Capacidad de los generadores asincrónicos

Como los generadores asincrónicos no entregan potencia reactiva, e incluso toman desde el sistema aquella potencia reactiva requerida para la conformación de los campos electromagnéticos, su capacidad suele ser expresada en MW y no en MVA. Tratándose de motores, es muy frecuente que esta capacidad nominal se exprese en HP (donde $1\ [HP] = 0,7457\ [kW]$).

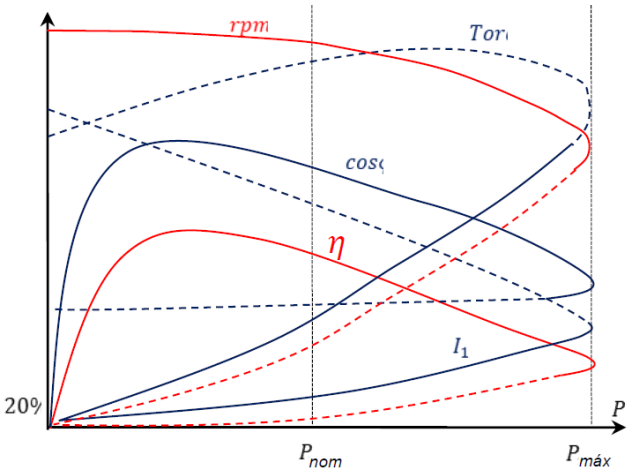


Figura 4.16: Curvas caractertísticas motor asincrónico

4.2.9. Corriente de partida

En la operación como motor, la corriente inicial de partida (que implica velocidad cero, deslizamiento 1, plena tensión aplicada, mínima resistencia en el rotor) es muy grande, pudiendo alcanzar valores superiores a 6 a 7 veces la corriente nominal (ver figura 4.17). Además, esta corriente permanece circulando durante un tiempo no despreciable (segundos), dado el bajo torque inicial. Por último, el factor de potencia visto desde el sistema de alterna que abastece el motor, es muy bajo (en torno de $0,2$).

La situación descrita origina pérdidas importantes en el motor y complica la operación del sistema que lo alimenta. Por ello, en motores más grandes no se parte aplicando plena tensión, sino con un valor reducido (p.ej., con auxilio de un autotransformador de partida), o se intercala en el rotor (bobinado) una resistencia de partida, de manera de reducir la corriente, facilitando la partida. Una vez en régimen, se cortocircuita esta resistencia adicional.

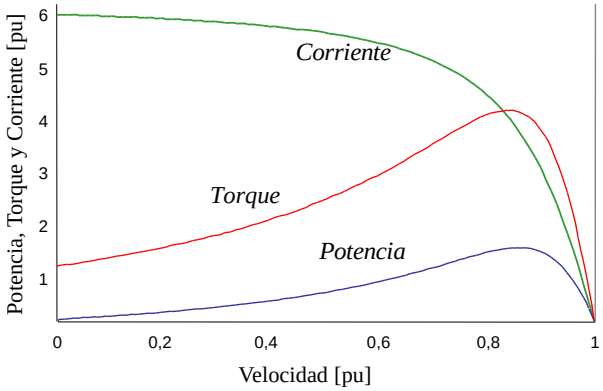


Figura 4.17: Característica de partida y de aceleración

En el caso de un generador, la partida se efectúa mediante la máquina motriz (turbina) encargada de proveer el movimiento para su eje. Una vez alcanzado el 90 % de la velocidad sincrónica, se conecta el generador al sistema y se incrementa la velocidad de la máquina motriz hasta que el generador de inducción entregue potencia al sistema (es decir, alcance una velocidad mayor a la sincrónica). Dado que la partida es gradual, el generador no es sometido a grandes corrientes ni a esfuerzos mecánicos.

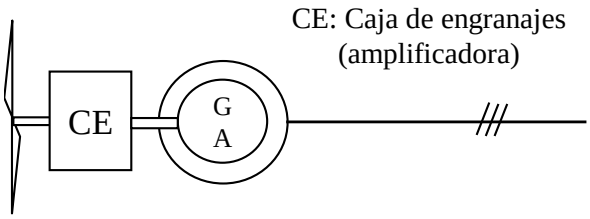


Figura 4.18: Acoplamiento directo

4.2.10. Corriente transitoria de recierre

Otra situación que lleva a corrientes grandes es la doble operación de desconexión de una máquina (normalmente por efecto de sus protecciones) seguida de una rápida reconexión por algún sistema automático. Dependiendo del desfase existente entre las tensiones en el estator y en el rotor, en el momento del recierre, se establecerán corrientes transitorias importantes, con el fin de mantener constantes los flujos. Si bien ellas decaen normalmente en tiempos

cortos, crean torques electromecánicos transitorios de un tamaño suficiente como para ocasionar sacudidas severas (en las peores condiciones teóricas, el torque transitorio puede alcanzar a 15 veces el normal).

4.3. Modos de conexión del generador asincrónico a la red

4.3.1. Acoplado directamente a la red

En la medida en que se han ido abaratando los sistemas electrónicos de control, se han ido estableciendo diferentes maneras de conectar los generadores asincrónicos a un SEP. La primera y más fácil forma de conectar un generador asincrónico es acoplarlo directamente a la red, tal como se muestra en la Figura 4.18 de más arriba.

En tal caso, el eje del generador gira a una velocidad fija, definida por la frecuencia de la red y por la caja de engranajes amplificadora de la velocidad (CE). Operando en esta modalidad, el generador consume una cantidad importante de reactivos, por lo que se usa preferentemente en generadores cuya potencia es pequeña, en torno de los 100 $[kW]$ e inferiores. Para generadores de mayor capacidad, la compensación requerida puede resultar prohibitiva.

Una de las principales desventajas que presenta esta disposición es que la mayor parte de las oscilaciones de potencia, debidas por ejemplo, a cambios del viento, o a oscilaciones mecánicas (vibraciones del eje), son traspasadas hacia la red eléctrica, perjudicando la calidad del flujo de energía entregado al SEP.

4.3.2. Acoplado a la red a través de un sistema convertidor-inversor

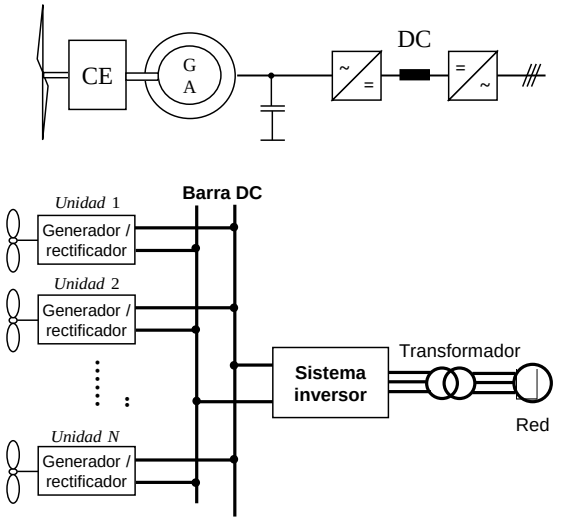


Figura 4.19: Conexión a la red de una granja eólica

En esta configuración (Figura 4.19 superior), el generador asincrónico se acopla a la red a través de un rectificador, un circuito de corriente continua (que puede incluir un sistema de almacenamiento intermedio) y un inversor por el lado de la red. La velocidad de giro del equipo puede ser cambiada en un amplio rango, mediante los controles de las frecuencias con las que operan los convertidores. Esta característica lo hace apropiado para situaciones en las que el recurso primario es muy variable (por ejemplo, aerogeneradores emplazados en campos con velocidades de viento muy inestables). Además, esta modalidad proporciona una mayor flexibilidad y transfiere pocas perturbaciones a la red.

En el caso de una granja eólica, es posible configurar un sistema en el cual cada unidad aerogeneradora posee una etapa rectificadora individual, que transforma su potencia de alterna a continua. Todas las unidades se unen a una barra DC común, que está conectada a una única unidad inversora, que puede generar una onda de corriente que siga una forma deseada (por ejemplo, de $380V$ y $50Hz$). De este modo, es posible transferir no solo la potencia activa capturada por las aspas de los aerogeneradores, sino tambiém una potencia reactiva controlable, con un nivel mínimo de contaminación armónica (ver Figura 4.19 inferior).

A pesar de las ventajas de esta configuración, su aplicación no es muy común, debido a su alto costo (requiere inversores del tamaño de la potencia nominal del generador o de todas las unidades de la granja en su conjunto), y a que el esquema doblemente alimentado (ver 4.3.4) da las mismas características eléctricas con inversores más pequeños y, por ende, más económicos.

4.3.3. Acoplado con deslizamiento dinámico

En esta configuración (ver Figura 4.20), el generador asincrónico es del tipo de rotor bobinado, con resistencias cuyo valor puede ser controlado a través de un puente con tiristores. Esto da la posibilidad de cambiar automáticamente R, logrando un cambio en la velocidad de giro del equipo. Un aumento exagerado de la resistencia disminuye la eficiencia del generador, reduciendo la corriente en el rotor y la interacción de los campos magnéticos del rotor y estator. Con este esquema se puede controlar la velocidad de giro entre 100 % y 130 % de la velocidad de giro sincrónica.

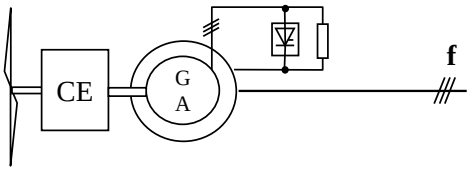


Figura 4.20: Deslizamiento dinámico

4.3.4. Doblemente alimentado o doblemente acoplado

Un generador de inducción doblemente acoplado es básicamente una máquina de rotor bobinado, con los devanados del estator conectados de forma tradicional directamente a la red trifásica, y con los devanados del rotor también conectados a la red, pero mediante un sistema convertidor-inversor, tal como se muestra en la Figura 4.21.

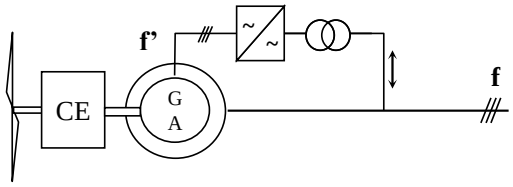


Figura 4.21: Doblemente alimentado

El terminal del convertidor conectado al rotor permite modificar la magnitud y el ángulo de la tensión en el rotor, para así controlar en forma independiente la potencia activa y reactiva de la máquina. Por su parte, el terminal conectado a la red controla la tensión y el intercambio de reactivos con esta.

4.3.5. Autoexcitación

Un generador de inducción puede autoexcitarse, si posee un campo magnético remanente adecuado y se le colocan condensadores en paralelo con sus bornes de salida (ver Figura 4.22):

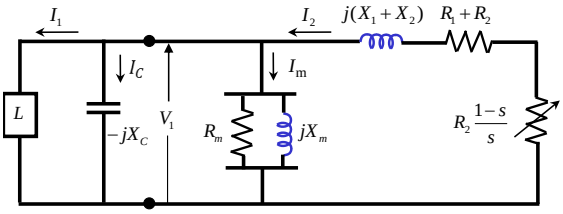


Figura 4.22: Equivalente generador autoexcitado

En efecto, la pequeña tensión de partida V_1, aplicada en vacío (sin carga) al condensador (de reactancia X_C), origina una corriente de magnetización $I_m = I_C = V_1/X_C$, que a su vez incrementa la tensión en bornes a $V_1 = I_m X_m$. V_1, que es entonces función lineal de I_m, crece hasta alcanzar la zona de saturación, condición en la que se iguala con la tensión en el condensador, logrando un punto de operación estable ($X_m = X_C = 1/\omega C$), como se observa en la Figura 4.23.

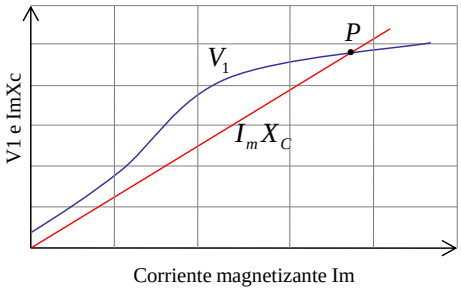


Figura 4.23: Operación estable

La frecuencia de operación del generador autoexcitado queda entonces determinada por $\omega = 1/(CX_m)$, y la capacitancia que se requiere colocar en bornes para generar en 50 $[Hz]$ es:

$$C = \frac{1}{100\pi X_m}$$

Al conectar una carga de reactancia X, las corrientes reactivas deben sumar cero, de modo que la ecuación $V_1 = I_1(R_1 + R_2/s)$ determina la tensión de salida V_1.

4.4. Modelamiento en flujos de potencia

Para su adecuado funcionamiento, un generador de inducción directamente acoplado a la red (máquina que no controla la tensión en sus terminales) necesita extraer de la red la potencia reactiva necesaria para asegurar la excitación y mantención de los campos electromagnéticos. Este consumo de reactivos puede llevar a una disminución importante del factor de potencia de dicha barra, por lo que se hace necesaria la conexión de bancos de condensadores estáticos (de algunos pocos pasos discretos). Eventualmente, esta compensación podría suministrar todos los requerimientos de reactivos del generador, en cuyo caso la barra tendría un factor de potencia unitario y un perfil de tensiones impuesto por la operación de la red eléctrica. Utilizando la nomenclatura del análisis de flujos de potencia en un SEP (capítulo 11), su barra de conexión puede ser caracterizada como del tipo PQ ($P > 0$, $Q < 0$).

En los casos de la configuración con doble alimentación y de la conexión mediante un sistema convertidor-inversor, los generadores poseen un sistema para ajustar su tensión en bornes de acuerdo con una determinada consigna, lo que permite un intercambio de potencia reactiva entre el generador y la red, dependiendo de cuál sea la consigna de tensión óptima en la barra de conexión. Este comportamiento se asemeja al de los generadores sincrónicos, por lo que en este caso se puede decir que la barra en la que se conecta el generador o la granja eólica es del tipo PV.

4.5. La generación eólica

4.5.1. Caracterización del recurso eólico

La producción de energía eléctrica mediante el uso de generadores eólicos se basa en el mismo principio que los molinos de viento: aprovechar la energía cinética del viento, en este caso para hacer girar una turbina acoplada

adecuadamente a un generador eléctrico.

El viento se define como el movimiento horizontal del aire, caracterizado por dos magnitudes: su dirección y su intensidad. La dirección corresponde al punto desde el cual sopla el viento (un viento W viene del W y va hacia el E) y se expresa a partir de las direcciones recogidas en la rosa de los vientos (SW, W, etc.), o bien en grados, medidos sobre un círculo graduado en el sentido de giro de las agujas del reloj, en que convencionalmente, se asigna el valor 360° a la dirección Norte. La intensidad expresa la velocidad del viento y se mide en unidades tales como m/s, km/h o nudos (ver Figura 4.24).

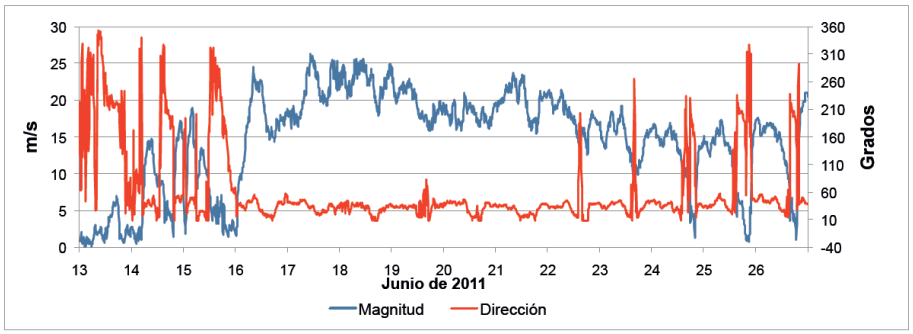


Figura 4.24: Dirección y magnitud de viento, a 60 metros, en el área de Taltal.

Por el hecho de ser un flujo turbulento y no laminar, el viento fluctúa permenentemente, tanto en dirección como velocidad. Esta variabilidad se hace notar bajo distintos horizontes de tiempo:

- variabilidad instantánea o de corto plazo (segundos), que suelen implicar oscilaciones en torno de un 10 % del valor promedio y cuyas fluctuaciones más rápidas son compensadas por la inercia del rotor de la turbina eólica;

  Ante estas continuas fluctuaciones, tanto en dirección como en velocidad, estas variables se consignan mediante valores medios registrados en un período de varios minutos (normalmente diez).

- variabilidad diaria (día y noche) producto de la mayor circulación de viento durante el día, debido a las mayores diferencias de temperatura;
- variabilidad estacional (invierno y verano); y
- variabilidad a través de los años.

La Figura 4.25 ilustra sobre la variación diaria del viento en Taltal, mientras que la Figura 4.26 muestra la variación mensual del viento, para centrales ubicadas en la costa chilena.

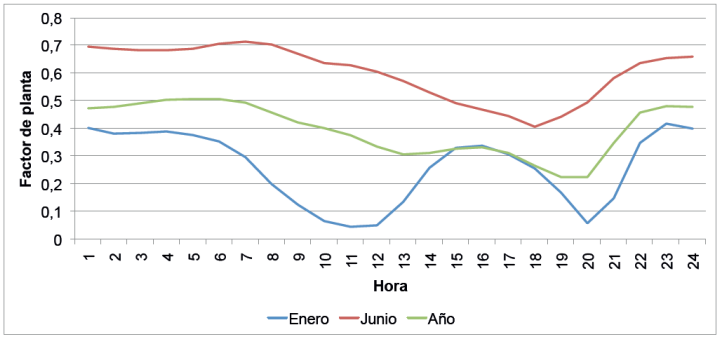


Figura 4.25: Ciclo diario del factor de planta simulado en la zona de Taltal, para un aerogenerador a 60 m.

El resultado final es que la producción de potencia a partir del recurso eólico resulta muy condicionada por esta variabilidad del recurso, llevando a que el factor de planta anual resultante para un aerogenerador sea bastante bajo (generalmente menor a 30 %).

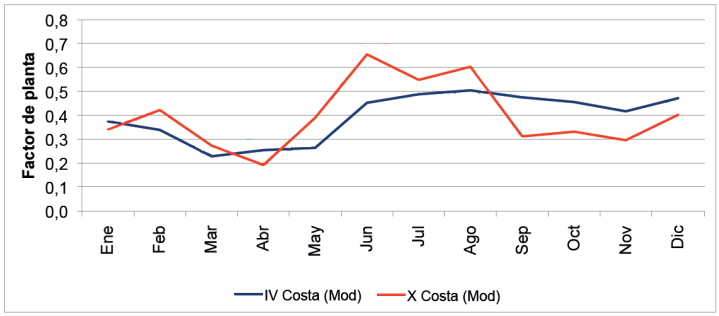


Figura 4.26: Ciclo anual simulado en puntos de la costa de la regiones de Coquimbo y Los Lagos

En principio, los vientos fluyen desde las zonas de alta presión hacia aquellas de menor presión, empujados por (la fuerza de) gradiente de presión. Sin embargo, la rotación de la tierra (fuerza de Coriolis) desvía este movimiento del aire, hacia la izquierda en el hemisferio sur. En el caso chileno hay que considerar, además, la existencia, frente a Chile y sobre el océano, de un gran centro de alta presión permanente (anticiclón del Pacífico). Por tanto, los vientos fluyen desde este centro hacia los centros de baja presión viajeros, que en general se trasladan desde el SW, de lo que resulta que los vientos sobre el mar, frente a Chile, sean mayoritariamente S, paralelos a la costa, al menos entre Arica y la

Zona Central. Al sur de Talcahuano fluyen desde el W, o tienen direcciones variables. Una parte de estos vientos de mar se desvían hacia tierra, tomando una dirección más bien SSW entre Arica y Coquimbo, donde los vientos son parejos todo el año, sin grandes cambios estacionales. Entre Coquimbo y Talcahuano, los vientos son SW en primavera y verano, pero cambian a N durante los fenómenos de lluvias y temporales de otoño – invierno. Al sur de Talcahuano hay vientos de todas las direcciones todo el año, aunque predomina el viento N.

A estos vientos básicos se agregan brisas más suaves, que corresponden a la circulación local del aire, que, por ejemplo, en la costa y durante el día, se calienta sobre la tierra más cálida, se eleva y es reemplazado por aire más frío que viene del mar. En la noche, ocurre al revés. Brisas similares se establecen en los faldeos de los Andes.

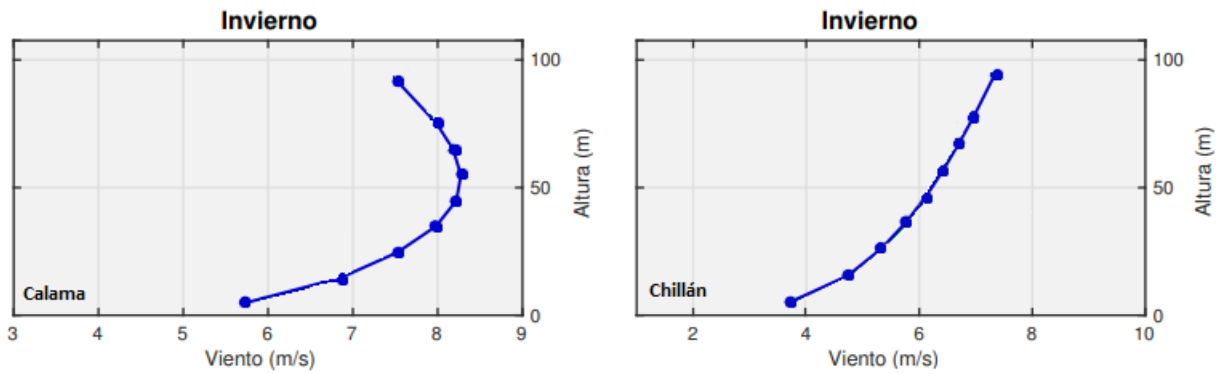


Figura 4.27: Perfil vertical de la magnitud de viento en las estaciones Calama y Chillán.

De modo general, se puede afirmar que el viento se intensifica con la altura, tanto por la disminución de la densidad del aire que se registra al subir, lo cual contribuye a que aumente la fuerza del gradiente; como por la reducción del roce con la superficie terrestre. De hecho, la velocidad del viento aumenta significativamente en las primeras decenas de metros sobre la superficie, para luego estabilizarse, como ilustra la Figura 4.27, con medidas efectuadas en Calama y Chillán. En general, estas medidas indican que en el norte no son convenientes alturas de torre mayores a unos 60 [m], ya que luego deja de crecer la fuerza del viento, mientras que en la zona central y sur se podría llegar hasta unos 100 a 120 [m], con un incremento de la energía generada.

Estudios realizados por el GIZ para el Ministerio de Energía indican que los vientos en Chile central no son muy intensos ni permanentes, de manera que los factores de planta anuales (fp) de eventuales centrales eólicas tendrían valores del orden del 10 a 15 %. Se exceptúan el Desierto de Atacama, con fp teóricos de 30 %, el área de Taltal, con fp de 40 %, la zona de Coquimbo a Los Vilos, con fp de 25 %, la zona de la Península de Arauco, con fp de 35 a 40 % y el área de Corral a Chiloé, con fp de 35 a 40 %.

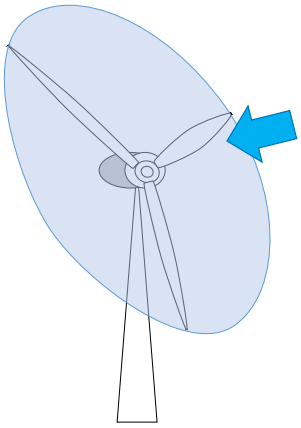
4.5.2. Aerogeneradores

La cantidad de energía transferida por el viento al rotor de un aerogenerador depende de la densidad del aire, de la velocidad del viento y de la sección del aire que es cortado por las aspas. Los dos primeros factores dependen fuertemente del emplazamiento elegido para el parque eólico, en lo que se refiere a la altura y rugosidad del terreno, temperaturas y humedades registradas, y presencia de obstáculos o efectos aceleradores que son propios de la geografía. En general, es mayor a una altura que evite los obstáculos físicos locales. Como además se requieren aspas de gran tamaño, es normal que los aerogeneradores vayan montados sobre torres de hasta unos 100 metros de altura.

La energía cinética del viento se deriva de $E_{cin} = 1/2mv^2$, donde la masa m puede ser reemplazada por la masa de aire, por unidad de tiempo, contenida en el cilindro que enfrenta las aspas, tal como se muestra en la figura 4.28 de la página siguiente.

Con ello se obtiene la siguiente expresión cúbica para la potencia del viento:
$P_{viento} = \frac{1}{2}(\rho\pi r^2 v)v^2 = \frac{1}{2}\rho\pi r^2 v^3$
en que r corresponde al largo de las aspas del aerogenerador y ρ a la densidad del aire. Nótese que un metro cúbico de aire pesa aproximadamente 1 [kg] (en estricto rigor, oscila entre 0,85 y 1,2 [kg], dependiendo de la presión, temperatura y humedad).

Las aspas, al estar unidas a un eje rotor, permiten a este último transmitir el movimiento giratorio al multiplicador, que es un conjunto de engranajes encargados de aumentar la velocidad de rotación hasta unos 1,500 [rpm]. El eje de salida de estos engranajes está unido al rotor del generador, de forma tal de hacerlo girar para la producción de electricidad. Los generadores asincrónicos, en especial aquellos de jaula de ardilla, son los más utilizados para tales fines, debido a que su costo es bajo, son robustos, requieren poco mantenimiento y se pueden conectar directamente a la red. En todo caso, también se ocupan generadores asincrónicos de rotor bobinado (mejor control) e incluso generadores sincrónicos.



Se debe tener presente que las vibraciones que se originan en este conjunto de ejes mecánicos son una complicación en la operación.

La Figura 4.29 muestra que el punto en que se logra la máxima potencia en un aerogenerador se desplaza, dependiendo de la velocidad de giro del rotor y de la velocidad del viento. Por tanto, operar a velocidad fija impide aprovechar el punto de máxima transferencia de potencia propio de cada máquina. Para abordar esta dificultad, en los generadores de velocidad fija se implementaron adaptaciones mecánicas, o bien, un cambio en el número de polos de los generadores, con el fin de operar con dos o tres velocidades fijas y ajustarse de mejor forma a los puntos de máxima transferencia de potencia (ver líneas verticales segmentadas en la figura).

Figura 4.28: Energía cinética

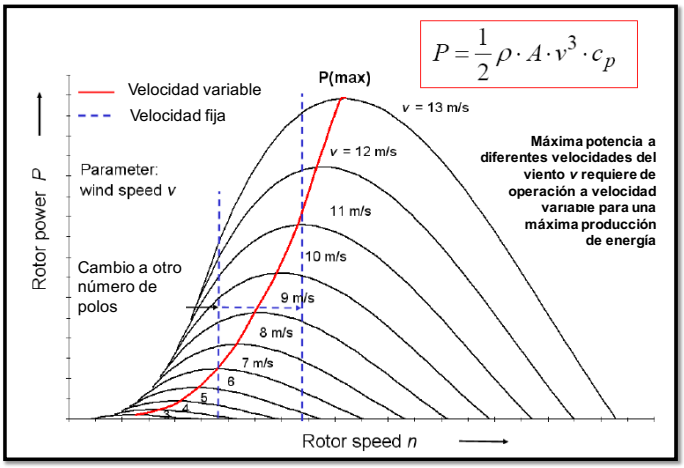


Figura 4.29: Máxima transferencia de potencia

Un parque de generación eólica se compone de un conjunto de turbinas y de generadores eólicos debidamente controlados, con el fin de obtener la adición de las potencias que genera cada turbina individualmente. Para ello, el sistema de control posee una componente individual para cada turbina y una componente de control supervisor del parque en su conjunto (que coordina y da cursos de acción sobre los controles individuales).

4.5.3. Control de una planta eólica

Los aspectos más relevantes del control de una planta de generación eólica tienen relación con la operación de los aerogeneradores y con la potencia eléctrica inyectada a la red.

Control sobre la operación de los aerogeneradores

El viento no mantiene una dirección constante, sino que cambia constantemente de ella. Se dice que la turbina eólica derrapa, da bandazos, o que tiene un error de orientación, si el rotor no está siempre perpendicular al viento, caso en el que una menor proporción de la energía del viento pasará a través del área de las aspas. **El control de derrape o mecanismo de orientación** (en inglés, *yaw control*) es utilizado para girar la góndola y colocarla exactamente en contra del viento, evitando errores de orientación (ver Figura 4.30). En todo caso, esta orientación perpendicular trae consigo el problema de que la parte del eje más próxima a la dirección de la fuente de viento estará sometida a un mayor esfuerzo (par flector) que el resto de él.

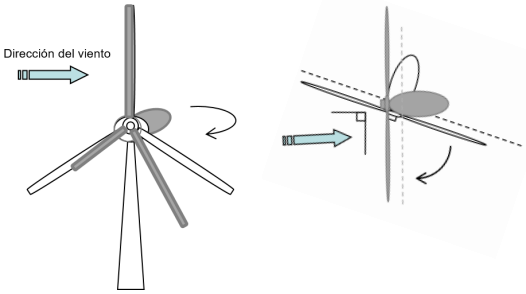


Figura 4.30: Control de orientación o derrape

La **regulación (pasiva) por pérdida aerodinámica** ((*passive) stall control*) se logra por medio del diseño aerodinámico del perfil de las aspas del rotor, que están unidas al buje en un ángulo fijo. Este diseño asegura la creación de una turbulencia en la parte del aspa que no da al viento, cuando la velocidad del viento es demasiado alta. Esta pérdida de sustentación evita que la fuerza ascensional del aspa actúe sobre el eje.

La geometría de este diseño hace que el aspa esté ligeramente torsionada a lo largo de su eje longitudinal. Esto es así en parte para asegurar que la pala pierda la sustentación de forma gradual, en lugar de hacerlo bruscamente, cuando la velocidad del viento alcanza su valor crítico.

La principal ventaja de la regulación por pérdida aerodinámica es que se evitan las partes móviles de la góndola y un complejo sistema de control. Sin embargo, esta regulación implica un problema de diseño aerodinámico muy complejo, y comporta retos en el diseño de la dinámica estructural de toda la turbina, para evitar las vibraciones provocadas por la pérdida de sustentación. Pese a ello, alrededor de las dos terceras partes de los aerogeneradores que actualmente se están instalando en todo el mundo son máquinas con regulación por pérdida aerodinámica.

En **la regulación activa por pérdida aerodinámica** (*(active) stall control)* existe la posibilidad de girar las palas, principalmente para tener un momento de torsión (fuerza de giro) razonablemente alto a bajas velocidades del viento. Para ello se utilizan normalmente sólo unos pocos pasos fijos, dependiendo de la velocidad del viento. Cuando la máquina alcanza su potencia nominal, el control aumenta el ángulo de ataque de las palas, para llevarlas hasta una posición de mayor pérdida de sustentación, y poder así consumir el exceso de energía del viento.

Una de las ventajas de la regulación activa por pérdida aerodinámica es un mejor y más exacto control de la producción de potencia, con el fin de evitar que la potencia nominal sea sobrepasada al principio de una ráfaga de viento. Otra ventaja es que la máquina puede funcionar casi exactamente a la potencia nominal, a todas las velocidades del viento. Sin embargo, un aerogenerador normal de regulación pasiva por pérdida aerodinámica tendrá generalmente una mayor caída en la producción de potencia eléctrica a altas velocidades de viento, dado que las palas alcanzan una mayor pérdida de sustentación.

El control del ángulo de ataque o posición de las aspas (*pitch control*) se emplea en aquellos aerogeneradores en los que es posible cambiar el ángulo de ataque, caso en el que el controlador electrónico de la turbina comprueba permanentemente la potencia generada, y modifica constantemente el ángulo de ataque, de manera de mantener un ángulo óptimo, que proporcione el máximo rendimiento a todas las velocidades de viento. Cuando éstas alcanzan un valor demasiado alto, el controlador envía una orden al mecanismo de cambio del ángulo de ataque, que inmediatamente hace girar las aspas del rotor, para sacarlas fuera del viento (Figura 4.31). A la inversa, las palas son vueltas hacia el viento cuando este vuelve a disminuir.

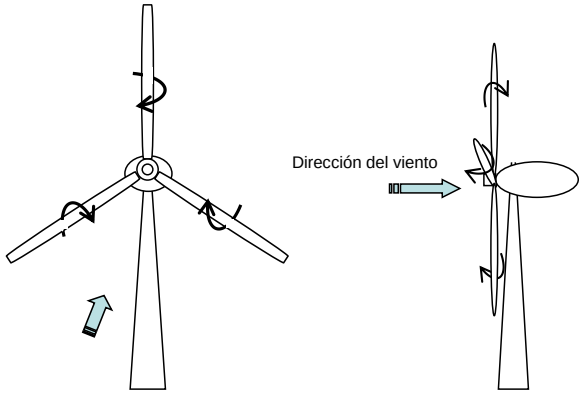


Figura 4.31: Regulación por cambio ángulo de paso

El diseño de aerogeneradores controlados por cambio del ángulo de paso exige una ingeniería muy desarrollada, para asegurar que las aspas giren exactamente en el ángulo deseado.

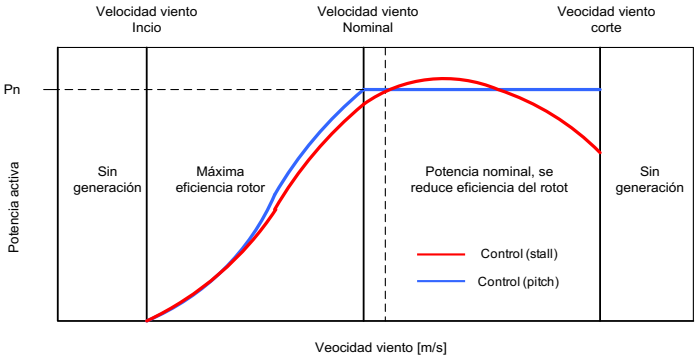


Figura 4.32: Comparación control tipos stall y pitch

La Figura 4.32 muestra en forma gráfica una comparación de ambos tipos de control, en función de la velocidad del viento. Se aprecia que el control tipo pitch es capaz de maximizar la transferencia de potencia hasta la velocidad máxima del viento, en torno a los 12 [m/s], donde mantiene fija la potencia máxima de diseño del generador. Por su parte, el control tipo stall muestra un comportamiento aceptable, salvo para vientos altos, donde la pérdida aerodinámica es excesiva. En contrapartida es más simple de implementar.

Control sobre la potencia entregada a la red

Según sean las características de las turbinas involucradas, los aerogeneradores pueden ser clasificados en aquellos que operan con velocidad fija (como es el caso del acoplado directamente a la red) y aquellos de velocidad variable (como los del tipo doblemente alimentado, con deslizamiento dinámico y de conexión a la red mediante un circuito de corriente continua).

Como ya se indicó en puntos anteriores, los generadores asincrónicos de velocidad fija no poseen control sobre la potencia activa entregada al sistema ni sobre la tensión en sus bornes, lo que eventualmente redunda en una caída del perfil de tensiones del punto de conexión al resto de la red. La mejor forma de control de la tensión para este tipo de aerogeneradores es mediante la conexión y desconexión de un banco de condensadores, que regule el consumo de reactivos de generador. Pese a que el banco está diseñado para conmutar por pasos (generalmente 4), la regulación de reactivos no es tan precisa como en el caso de otras tecnologías.

En líneas generales, estas plantas son simples y robustas, implican una inversión menor, son eléctricamente eficientes, pero aerodinámicamente poco eficientes, y son más ruidosas que las de velocidad variable. Por otra parte, los efectos producidos por los cambios dinámicos de la tensión eléctrica, como el parpadeo o *flicker*, no pueden ser controlados de manera eficaz.

Los aerogeneradores de velocidad variable tienen la ventaja de mantener un torque en el eje (y consecuentemente la potencia eléctrica generada) prácticamente constantes, ajustándose las oscilaciones de potencia mecánica mediante el cambio en la velocidad del eje del generador. Los reactivos son controlados por la misma operación de la turbina, pudiéndose generar o absorber potencia reactiva, según convenga. Incluso es factible poder instalar bancos de condensadores adicionales en la conexión a la red, para asegurar valores mínimos de inyección o algún factor de potencia deseado. Además, el parpadeo puede ser mitigado hasta límites aceptables, lo mismo que la contaminación armónica provocada por los dispositivos de electrónica de potencia, mediante la utilización de filtros armónicos pasivos.

Conviene señalar, finalmente, que existe también la posibilidad de operar turbinas eólicas con una velocidad variable, por medio de generadores sincrónicos conectados a la red mediante un convertidor de potencia (grupo rectificador-inversor, de forma similar al caso anterior). Este esquema posee las mismas ventajas antes mencionadas (velocidad variable en el eje y control de reactivos) más aquellas propias de la máquina sincrónica, las que en este caso particular tienen relación con optimizar el diseño del generador con una modalidad multipolar, que permita evitar el uso de la caja de engranajes. Esta ventaja es muy relevante, dado que la caja de engranajes es uno de los elementos que tiende a fallar con mayor facilidad. Adicionalmente, la introducción de generadores con imanes permanentes permite simplificar aún más los modelos de turbinas y su eficiencia.

4.6. Impacto de las ERNC en el sistema de transmisión

Los generadores eólicos, y en general las plantas que emplean energías renovables no convencionales, están tomando paulatinamente una parte mayor de la potencia instalada en los SEP. Por su tamaño, en su mayoráa van conectadas a los sistemas de transmisión. Las plantas más comunes, las eólicas y fotovoltaicas, implican la inyección de potencias variables a lo largo del tiempo, introduciendo una especie de parpadeo y perturbando además el control de las tensiones en las redes de transmisión.

4.7. Ejemplo de aplicación

Sea una máquina de inducción de rotor bobinado, de tensión nominal 690 $[V]$, frecuencia nominal 50 $[Hz]$, 2 pares de polos, resistencias $R_{st} = 0,032$ $[\Omega]$ y $R_r = 0,0272$ $[\Omega]$, reactancias $X_{st} = 0,096$ $[\Omega]$, $X_r = 0,073$ $[\Omega]$ y $X_m = 3,0$ $[\Omega]$, las 3 medidas a 50 $[Hz]$. La tensión entre anillos, con el rotor a circuito abierto, es de 600 $[V]$, cuando se alimenta el estator con tensión y frecuencias nominales.

Para recuperar energía excedentaria de un proceso industrial, la máquina de inducción es acoplada a una turbina de vapor, observándose que esta adquiere velocidades del orden de los 1,560 $[rpm]$. Sabiendo que las pérdidas mecánicas de la máquina son de $5,1$ $[kW]$, y utilizando el circuito aproximado de la máquina, se desea:

a) Determinar las potencias activa y reactiva en bornes de la máquina, para dicha velocidad de funcionamiento.

b) Calcular el torque de salida de la máquina.

Solución

a) El circuito equivalente aproximado del generador de inducción es el de la Figura 4.33. La razón de transformación puede ser determinada a partir del dato de la tensión entre anillos, con las escobillas en circuito abierto:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{690}{600} = 1,150$$

Con esta relación es posible referir al lado del estator los parámetros medidos para el rotor.

$R_2 = 0,0272 \cdot 1,15^2 = 0,0360\ [\Omega]$

$X_2 = 0,0730 \cdot 1,15^2 = 0,0965\ [\Omega]$

de modo que el circuito equivalente referido al primario es el de la Figura 4.34. La velocidad de campo del estator será:

$$N_{sep} = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1{,}500\ [rpm]$$

Ahora bien, el valor del deslizamiento correspondiente a la velocidad de la turbina, es:

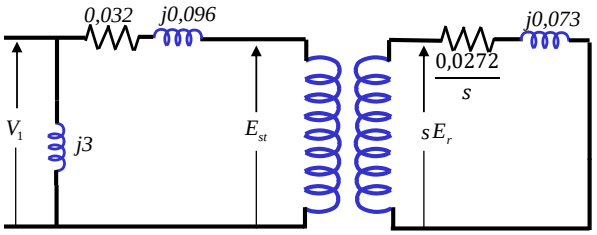


Figura 4.33: Circuito equivalente aproximado

$$s = \frac{1500 - 1560}{1500} = -0,04\ [pu]$$

Con este deslizamiento, la resistencia representativa de la acción de la turbina presenta el valor:

$$R_{turb} = \frac{0,036[1-(-0,04)]}{-0,04} = -0,936\ [\Omega]$$

En consecuencia, la impedancia serie total es:

$Z_2 = (0,032 + 0,036 - 0,936) + j0,1925 = -0,868 + j0,1925$

$Z_2 = 0,889\angle 167,5\ [\Omega]$

Aplicando tensión nominal, la corriente I_2 (hacia el SEP) será:

$$I_2 = \frac{400\angle 0^\circ}{0,889\angle 167,5^\circ} = 450\angle(-167,5)^\circ = -439,4 - j97,4\ [A]$$

Para obtener la corriente en bornes de la máquina, hay que sumar la corriente de excitación,

$$I_m = \frac{400\angle 0^\circ}{3,0\angle 90,0^\circ} = -j133,3\ [A]$$

lo que da:

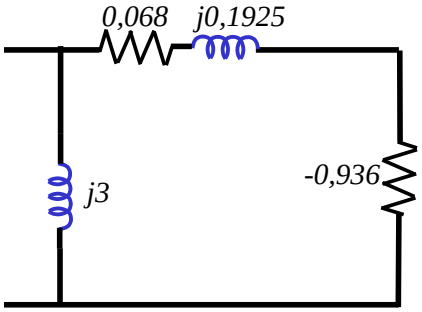


Figura 4.34: Circuito equivalente referido al primario

$I_1 = -I_m + I_2 = -439,4 - j97,4 + j133,3 = -439,4 + j35,9 = 440,9\angle 175,3^\circ\ [A]$

La potencia activa vale entonces (como las fórmulas están planteadas para un motor, potencia negativa significa potencia entregada a la red):

$P_2 = \sqrt{3} \cdot 690 \cdot 441 \cdot \cos(175,3^\circ) = -525,3\ [kW]$

Y la potencia reactiva es:

$Q_2 = \sqrt{3} \cdot 690 \cdot 441 sen(175,3^\circ) = 43,2\ [kVAr]$

b) La potencia mécanica entregada por la turbina vale:

$P_{turb} = 3 \cdot R_{turb} \cdot I_2^2 = 3 \cdot (-0,936) \cdot 450^2 = -569\ [kW]$

Cantidad a la que le faltan las pérdidas mecánicas (5,1 [kW]). Luego,

$P_{mec} = -574\ [kW]$

Y el torque en el eje queda expresado como:

$$T_{mec1} = \frac{P_{mec}}{\omega_r} = \frac{60P_{mec}}{2\pi p N_r} = \frac{-574{,}000 \cdot 60}{4\pi 1{,}560} = 1{,}760\ [Nm]$$

Capítulo 5

Energía Solar y Almacenamiento

5.1. Introducción

El sol es la principal fuente de energía del planeta. En apenas una hora, el sol transmite a la superficie de la tierra más energía de la que los seres humanos utilizan en un año. La densidad de potencia (irradiancia) de la radiación solar, en el límite de la atmósfera, que pasa por una superficie ortogonal a la radiación, ubicada a la separación media de la tierra respecto del sol, alcanza un promedio anual de unos 1,4 $[kW/m^2]$. Esta energía no está repartida de igual forma sobre la tierra, siendo mayor en las zonas tropicales y mucho menor en los polos (los rayos oblicuos se reparten en una superficie mayor). Por ejemplo, en la Europa Central es de unos 800 a 1.100 $[(kWh/m^2)/\text{año}]$ en promedio anual, mientras que en el Ecuador llega a 2.200 a 2.500 $[(kWh/m^2)/\text{año}]$. Obviamente, estas cifras son muy variables a lo largo del año, con una relación de 10 a 1 entre los días de máxima radiación y aquellos de menos radiación.

El espectro de esta radiación solar va desde el rango del ultravioleta, pasando por la luz visible, hasta la radiación por temperatura (infrarrojo). En estricto rigor, cada longitud de onda tiene su contenido energético propio, estando la energía más concentrada en la luz visible y el infrarrojo. Como un ejemplo de medidas efectuadas en Chile, las Figuras 5.1 y 5.2 muestran espectros solares medidos en la zona norte del país, que indican una radiación UV-B hasta un 65 % mayor que la del espectro de referencia. Nótese la diferencia en el espectro en ciertas longitudes de onda que son absorbidas en mayor grado en Antofagasta (nivel del mar) que en Chajnantor (cordillera). Esto se debe principalmente a la diferencia en los niveles de vapor de agua, dióxido de carbono, oxígeno atómico y ozono existentes en la atmósfera, en ambos casos. [1]

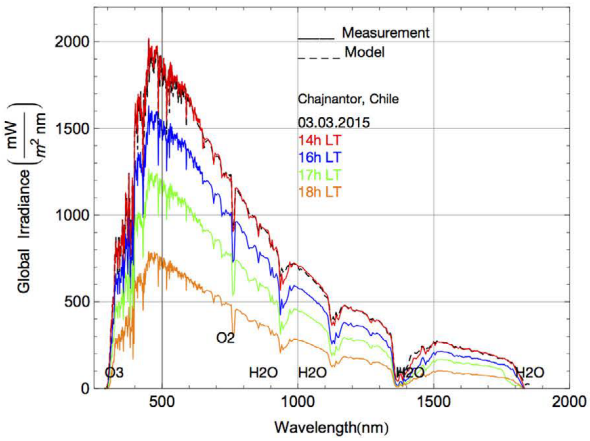


Figura 5.1: Irradiancia global para cada longitud de onda (0-2.000 nm) en Chajnantor, Chile.

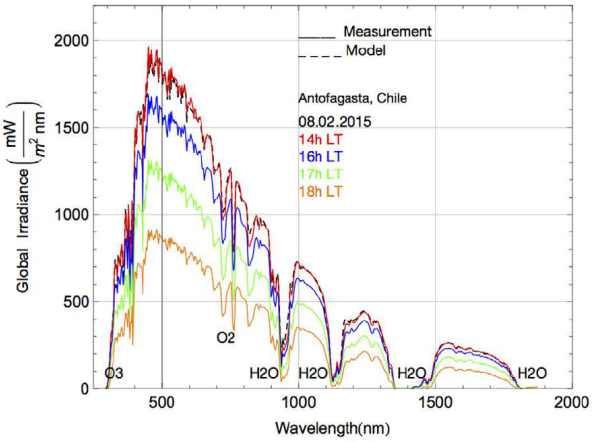


Figura 5.2: Irradiancia global para cada longitud de onda (0-2.000 nm) en Antofagasta, Chile.

La radiación directa solar llega a las instalaciones de tres formas:

- **radiación directa**, que constituye la mayor parte de la energía solar utilizable para aplicaciones específicas. Su pleno aprovechamiento implica orientar las instalaciones y seguir al sol en su recorrido diario, lo que

[1] Ref: R. R. Cordero et al.:"The Solar Spectrum in the Atacama Desert", Scientific Reports, Nature, 2016.

complejiza las instalaciones;

- **radiación difusa**, producto de la reflexión de la radiación solar en nubes, partículas, cerros cercanos, etc.;
- **radiación global horizontal**, principalmente reflejada en el suelo.

Esto hace que las plantas solares puedan operar incluso en días nublados, aunque con rendimientos inferiores. **Albedo** es el porcentaje de radiación que cualquier superficie refleja respecto a la radiación que incide sobre la misma.

Las siguientes figuras muestran la forma en que los distintos tipos de radiación pueden ser medidos mediante instrumentos.

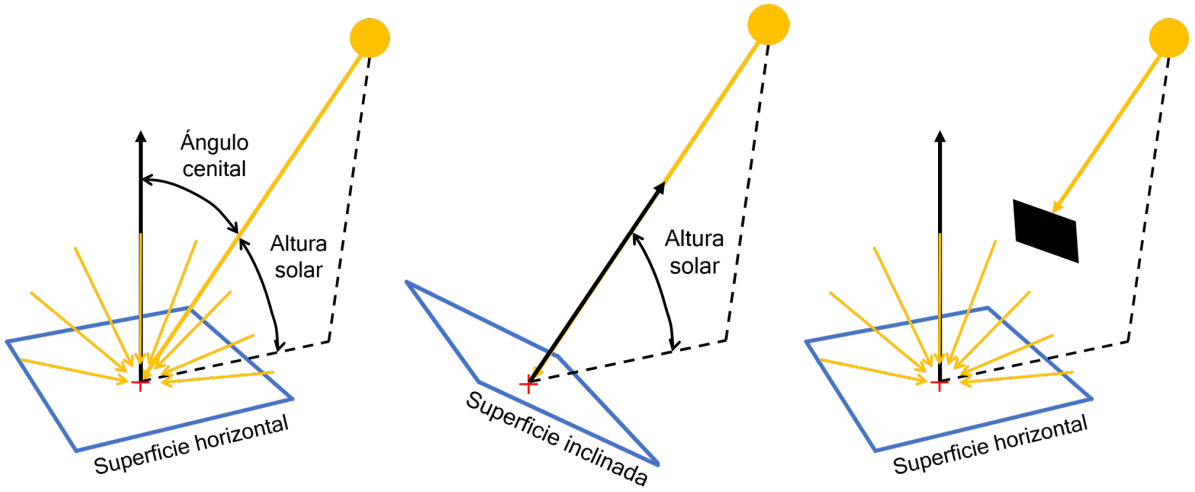


Figura 5.3: A la izq., radiación solar global (incluye las componentes directa y difusa), medida sobre una superficie horizontal; al centro, radiación solar directa, medida sobre una superficie cuya normal apunta hacia el sol; der., radiación solar difusa, medida sobre una superficie horizontal, sombreada para bloquear la componente directa.

La energía solar es, entonces, una energía gratuita, limpia, renovable, y a escala humana, ilimitada, aunque sujeta a la alternancia de los períodos de luz y sombra (día despejado, nublado, noche), que requiere de inversiones relativamente altas asociadas al equipamiento.

Puede ser aprovechada:

- Como calor de baja temperatura (<100 $°C$), para fines domésticos (agua caliente), utilizando placas colectoras planas sobre las cuales se ubican las tuberías del agua a calentar. En regiones intermedias pueden producir una energía térmica de unos 250 a 400 $[kWh/m^2]$ al año.
- Como calor de hasta 200 $°C$ para calentar agua, ayudar a la calefacción mediante tubos colectores, capaces de llegar a una energía térmica de unos 350 a 650 $[kWh/m^2]$ al año.
- Como calor de temperaturas medias a altas (300 a 1.000 $°C$) para centrales eléctricas termosolares o para procesos industriales, mediante espejos parabólicos o torres de concentración; y
- Directamente como electricidad, por transformación en corriente continua, en las celdas solares de las instalaciones fotovoltaicas.

Este último esquema es el que más se ha desarrollado en los últimos tiempos. Emplea las **células o celdas solares**, también llamadas **células fotoeléctricas o células fotovoltaicas**, las cuales son elementos semiconductores que captan la luz del sol y la convierten directamente en energía eléctrica. Para fines prácticos se las agrupa en esquemas modulares, llamados **módulos o paneles fotovoltaicos**, que a su vez se interconectan para conformar una **planta (granja** si es de mayor tamaño), un sistema de energía solar completo. Existen también las células solares de película fina, con una deposición de metales sobre un sustrato, que en sí mismas configuran un panel. El desarrollo de nuevos materiales, celdas bifaciales y módulos para celdas fotovoltaicas es un área de investigación de alto interés, que está en pleno desarrollo.

Luego de un uso inicial exclusivo en la industria espacial, las células solares pasaron por un empleo caso a caso en el abastecimiento de consumos especiales y de consumos aislados de los grandes sistemas eléctricos, en los que no fuera tan importante el costo de las celdas (iluminación de caminos, en señalética, casas rurales, faros, etc.). La inversión requerida, inicialmente bastante alta, se fue reduciendo gracias a los avances tecnológicos, a la sofisticación y a la economía de escala. También la eficiencia de la conversión ha ido aumentando, para llegar hoy a cifras del orden del 15 a 23 % (aunque actualmente alcanzan al 45 % en células multiunión bajo condiciones de laboratorio). Analizado desde un punto de vista termodinámico, el límite teórico puede ser mayor al 80 %. Este desarrollo ha impulsado su uso directo como plantas de generación eléctrica en los SEP.

Un campo de aplicación interesante es la **autogeneración** o generación fotovoltaica integrada a una casa o edificio, donde es más fácil que se financie, ya que compite con el precio de venta a clientes de las empresas distribuidoras, y no con el precio de generación en el SEP. Para el inversionista implica un ahorro en consumo eléctrico desde la red pública, e incluso la posibilidad de vender excedentes a la red. Para la implementación de esta última modalidad se requieren: un inversor capaz de sincronizarse con la red (denominado on-grid), que transforme la corriente continua en alterna; medidores de doble sentido; y un acuerdo con o autorización de la empresa distribuidora, todos factores que deben tenerse en cuenta al momento de invertir en esta tecnología.

La baja en los costos hace posibles hoy las grandes plantas conectadas al SEP, que requieren de inversores (ojalá con control de la potencia reactiva) y de un transformador, dado que la generación es en corriente continua de baja tensión. El esquema de generación resultante es no contaminante, silencioso, de bajo mantenimiento y renovable, pero sujeto a la alternancia de los períodos de luz y sombra, por lo que suele ir acompañado de elementos de almacenaje o de flexibilidad del sistema. No se debe minimizar el impacto visual de las grandes instalaciones fotovoltaicas, lo que constituye un ejemplo de impactos ambientales que una sociedad debe conocer al momento de desarrollar este tipo de proyectos.

Para terminar, un comentario: en paralelo a la transformación directa de energía solar en energía eléctrica está en desarrollo la transformación directa de energía solar en energía química como el hidrógeno. ¿Serán competidoras alguna vez?

5.2. La radiación solar

Las reacciones térmicas y nucleares que ocurren en el sol llevan su temperatura a valores tan altos como 10.000 $°C$, dando origen a una enorme radiación de energía (¡unos $4 \cdot 10^{20}$ $[MW]$ cada segundo!), de los cuales llegan a la tierra permanentemente unos $9 \cdot 10^{15}$ $[MW]$. La densidad de potencia de la radiación solar, en el límite de la atmósfera, que impacta sobre una superficie ortogonal a la radiación, medida para la separación media de la tierra respecto del sol (149,5 millones de $[km]$), y que se conoce como la **constante solar extraterrestre**, alcanza los ya mencionados 1.367 $[W/m^2]$. Esta radiación equivale a la de un cuerpo negro con una temperatura superficial de 5.780 $[K]$.

Su repartición geográfica es muy variable, dependiendo de la latitud del lugar, de la altura sobre el nivel del mar del terreno, etcétera. La Tabla 5.1 resume información para Chile, obtenida mediante modelos por el Ministerio de Energía. Las cifras, que son muy variables con la altura sobre el nivel del mar, se dan para altitudes factibles de desarrollar.

Tabla 5.1: Energía solar media anual disponible en Chile

Lugar	María Elena	Copiapó	Santiago	Concepción	Puerto Varas	Punta Arenas
m.s.n.m.	2.350	1.400	500	200	50	15
Media $[kWh/m^2 - \text{año}]$	2.800	2.400	1.900	1.800	1.400	1.200
Máx $[kWh/m^2 - mes]$	290	270	250	250	220	185
Mín $[kWh/m^2 - mes]$	160	110	70	50	30	20

El espectro de esta radiación solar va desde las ondas muy cortas (rayos gama, $\lambda < 0,0001$ $[\mu m]$), los rayos X ($\lambda \approx 0,0001$ a $0,01$ $[\mu m]$), pasando por el ultravioleta ($\lambda \approx 0,25$ a $0,365$ $[\mu m]$), la luz visible ($\lambda \approx 0,365$ a $0,78$ $[\mu m]$), hasta la radiación por temperatura ($\lambda \approx 0,75$ a 10 $[\mu m]$) e incluso las ondas de radio (ver Figura 5.1).

Hay que considerar además que las longitudes de onda más bajas son bloqueadas en su paso por la atmósfera; los rayos gama y X ya en la termosfera (ionósfera), a unos 100 $[km]$ por sobre la superficie terrestre, los rayos ultravioletas por dispersión o por absorción en la capa de ozono, donde transforman oxígeno en ozono, a una

altura de unos 20 $[km]$. Del resto, afectado por absorción en las nubes, reflexión en las nubes y por dispersión en las partículas atmosféricas (aerosoles), llega una cantidad menor a la superficie terrestre. En un día despejado de verano, al mediodía, es factible medir en torno a los 1.000 $[W/m^2]$. Este efecto de la atmósfera hace que llegue más radiación a las regiones más altas.

5.3. Las centrales termosolares

Las centrales termosolares calientan agua a temperaturas elevadas, para producir vapor, que se emplea en la generación eléctrica convencional. Requieren, entonces, cantidades importantes de radiación solar, por lo que sólo tienen sentido en lugares con mucha radiación solar directa. Con el abaratamiento de las células fotoeléctricas han perdido protagonismo. Sin embargo, existen proyecciones de bajas en sus costos, lo que, sumado al hecho de que utilizan almacenamiento térmico, que tiene un efecto positivo para gestionar la variabilidad inherente a la energía solar, vaticinan un uso creciente.

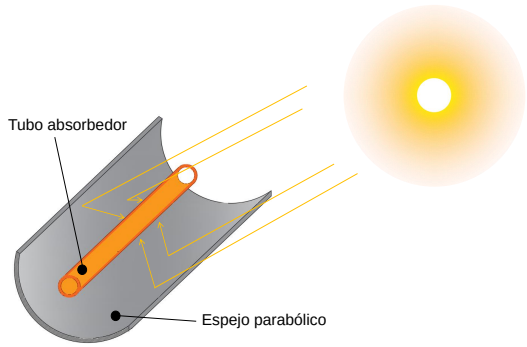


Figura 5.4: Concentrador de canales parabólicos

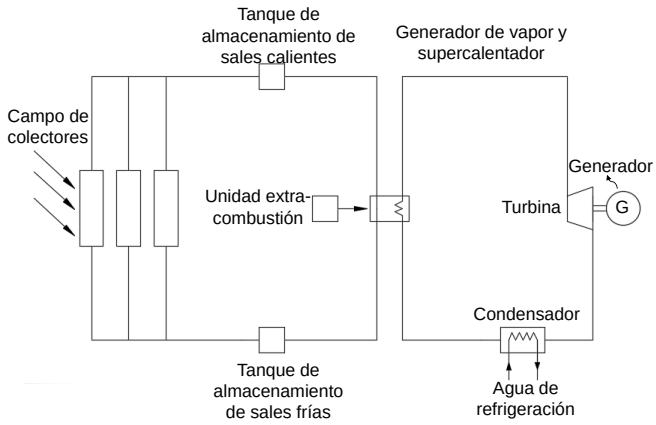


Figura 5.5: Diagrama de una planta de colectores

En el caso de las **centrales cilindro-parabólicas**, la radiación se concentra empleando espejos parabólicos, en cuyo centro se coloca la tubería con el fluido de trabajo (algún tipo de aceite, o sales fundidas, Figura 5.4). Cada canaleta de espejos mide del orden de los 100 $[m]$ de largo por 6 $[m]$ de ancho, con una superficie útil de espejos de unos 550 $[m^2]$. La tubería absorbente tiene un diámetro del orden de los 7 $[cm]$. Muchas de estas canaletas se disponen en paralelo, para mejorar la eficiencia. Se requieren del orden de 5 a 10 $[m^2]$ de espejos para obtener 1 $[kW]$ de potencia eléctrica, lo que se traduce en una eficiencia media en torno a un 15 %. Con una relación de la superficie que recibe la radiación a la superficie del tubo absorbente de 50 a 100, se consiguen temperaturas del orden de los 400 $[°C]$. Con el fin de incrementar la eficiencia del ciclo termodinámico, a través de un aumento de la temperatura, es factible agregar una etapa de calentado adicional, generalmente con gas natural (Figura 5.5).

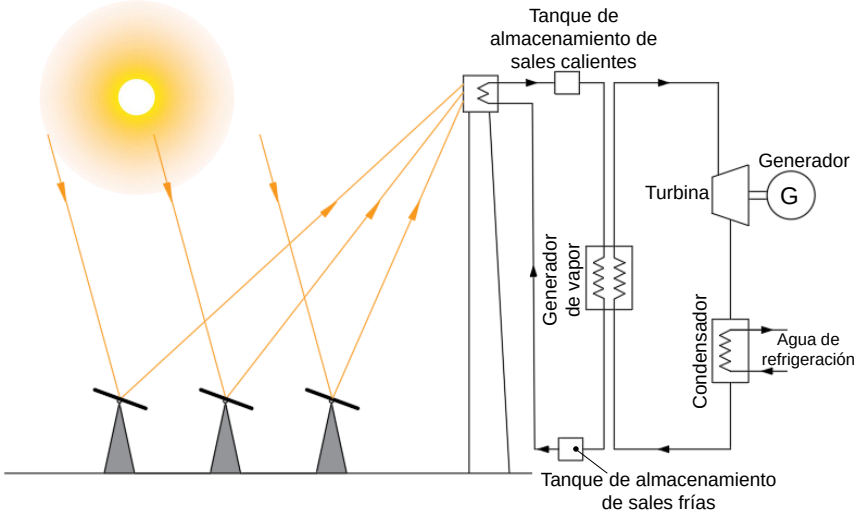


Figura 5.6: Diagrama de una planta de torre solar

En **las torres de generación termosolar** se concentra la radiación solar en un absorbente único (intercambiador de calor), ubicado en lo alto de una torre central (ver Figura 5.6). Con ello se consiguen temperaturas en torno a los 600 [$°C$]. Se requiere, eso sí, un sistema sofisticado de movimiento de los espejos, para mantener siempre la concentración de la radiación en el foco en la torre. Un ejemplo (en construcción) en Chile es Cerro Dominador, como la primera central de este tipo en Latinoamérica.

En ambos casos, parte del calor concentrado en el fluido de trabajo se usa para calentar un sistema de almacenamiento térmico (tanque de baja y alta temperatura con los correspondientes intercambiadores de calor). Se utilizan sales de nitrato, aceite o incluso materiales de cambio de fase para el almacenamiento de energía en forma de calor latente o sensible. Lo anterior permite seguir generando electricidad en ausencia de radiación solar. Tendencias actuales buscan alcanzar temperaturas cercanas a las 1000 [$°C$], incorporar partículas como fluido de trabajo y almacenamiento. Asimismo, en las turbinas se busca reemplazar el vapor por CO_2 supercrítico.

5.4. La celda fotovoltaica

El efecto fotovoltaico fue descubierto ya en 1839 por el francés Bequerel, en investigaciones sobre electrolitos. En 1883 el inventor norteamericano Charles Fritts construyó la primera celda solar, con una eficiencia del 1 %. La explicación científica del fenómeno se produjo recién en 1905, con la teoría cuántica de la luz desarrollada por A. Einstein. La celda de silicio proviene de una patente del inventor norteamericano Russell Ohl, 1946. La época moderna de la celda de silicio nace en 1954 en los laboratorios Bell. Experimentando con semiconductores, se encontró accidentalmente que el silicio con algunas impurezas era muy sensitivo a la luz. La primera utilización práctica de la generación de energía con celdas fotovoltaicas fue en los dos primeros satélites artificiales. Los avances logrados con la celda de silicio contribuyeron a que se iniciara la producción comercial, lográndose en esos tiempos eficiencias en torno al 6 %.

La explicación está en que el semiconductor silicio tiene la característica de que sus átomos están unidos por una pareja de electrones comunes, conformando un cristal no conductor a temperaturas bajas. En la medida que sube la temperatura, se desprenden algunos de estos electrones de valencia, permitiendo una conducción eléctrica relativa. Esta conductividad aumenta con la temperatura y con la influencia de la radiación luminosa.

Simplificando, entonces, una célula fotovoltaica consiste en dos capas de silicio, una de ellas dopada p y la otra dopada n, para facilitar el desplazamiento de los electrones (y huecos) liberados por el impacto de un fotón (ver Figura 5.7).

Una capa de silicio n (negativo) se consigue dopando el silicio con átomos pentavalentes (fósforo, arsénico, antimonio), ya que así aumenta el número de electrones disponibles para la conducción eléctrica. **Una capa de silicio p** (positivo) se consigue dopándolo con átomos trivalentes (boro, indio, galio), con lo que se reduce el número de electrones de valencia disponibles para la conducción eléctrica (pero se incrementa el número de huecos o electrones deficitarios) que pueden ser ocupados por los electrones vecinos (si se quiere, hay un transporte de cargas positivas).

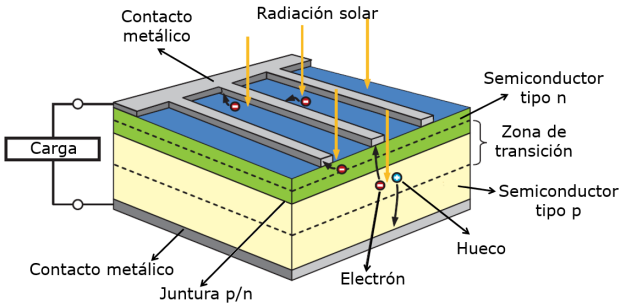


Figura 5.7: Estructura básica y operación de una celda solar.

Al colocar una capa de silicio n sobre otra de silicio p, la superficie de contacto o transición p/n hace de barrera para el intercambio de electrones y de huecos, **creando un potencial eléctrico entre ambas**. Colocando superficies metálicas conductoras sobre y bajo estas capas se conforma la célula fotovoltaica, en la que por efecto del campo eléctrico en la zona de transición (también llamada zona de agotamiento) se consigue una circulación mínima de electrones desde la capa p hacia la n, y de huecos desde la capa n a la p, es decir, una corriente eléctrica que circula por el consumo. Este fenómeno se incentiva con la aplicación de una radiación de frecuencia (energía) apropiada, como la tensión en vacío de la celda solar es del orden de 0,6 [V] para el silicio. Por lo tanto, se requiere conectar celdas en serie para aumentar la tensión. La intensidad de corriente depende de la superficie iluminada y de la intensidad de la radiación. Los valores actuales son del orden de los 10 a 40 [mA/cm^2]. Lo anterior indica que se requiere de conexiones en paralelo para aumentar la corriente del sistema conjunto.

En la realidad, una celda solar no se sintetiza uniendo dos capas de silicio con dopajes distintos, sino que un mismo substrato base de silicio es dopado de diferente manera (tipo p o tipo n) en regiones distintas, de modo de generar

la zona de agotamiento (o transición). Hay varias tecnologías para producir las capas de silicio y luego doparlas:

- El silicio amorfo se produce evaporando silicio sobre una delgada película plástica de sostén o sobre un vidrio, formando una delgada capa de silicio, la que luego se dopa. El proceso es más barato, pues requiere mucha menos energía que los que siguen, pero la eficiencia de las celdas no es buena (5 a 8 %) y el conjunto tiende a degradarse en menos años (5 a 8).

- El silicio policristalino se funde en placas rectangulares, que luego se cortan en cuadrados de 10 $[cm]$ por canto, y se cortan en capas delgadas. La eficiencia (10 a 14 %) y la vida útil (unos 20 años) son mejores que para el silicio amorfo.
- El silicio monocristalino se obtiene por una fusión muy limpia, dando un cristal que se puede estirar hasta los dos metros, que luego se corta en rebanadas de 0,1 a 0,2 $[mm]$ de grosor, y se dopa. La Figura 5.8 muestra una curva de la mejora de la eficiencia media de los módulos FV, según el año de introducción en el mercado.

En el proceso de evaporado se han probado otros semiconductores, siendo el más promisorio el arseniuro de galio, cuya tensión en vacío es de 1 $[V]$ y su eficiencia actualmente es del orden del 28,8 % (para juntura simple) y 31,6 % (para juntura doble).

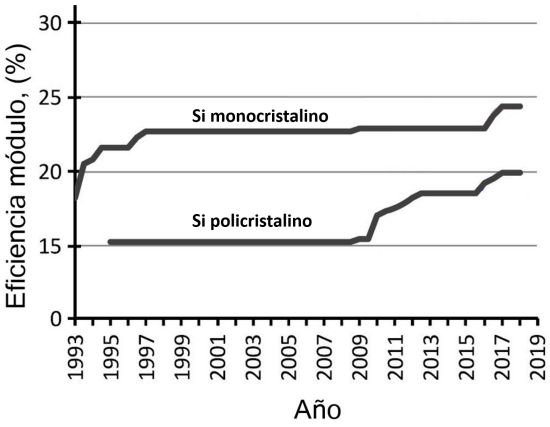


Figura 5.8: Mejora de la eficiencia media de los módulos FV, en función del tiempo

La característica de una celda no iluminada (línea punteada negra en Figura 5.9) es la de un diodo. La celda iluminada, en cambio, pasa a ser un generador (línea naranja continua en la misma figura), de modo que su característica iluminada corresponde a la curva del diodo desplazada en el eje de las ordenadas. De acuerdo con el último estudio en la eficiencia de celdas y módulos, la densidad de corriente de cortocircuito para celdas de silicio cristalino es del orden de los 41,08 a 42,65 $[mA/cm^2]$. La eficiencia (con respecto a la potencia incidente) es del orden del 22,3 a 26,7 %. A pesar de esto, durante los 10 últimos años la eficiencia de paneles solares comerciales basados en silicio (principalmente multicristalino) ha estado en el rango de 12 a 17 %. Actualmente el panel comercial basado en silicio (monocristalino) más eficiente tiene una eficiencia de 21,5 % (SunPower's SPR-X21).

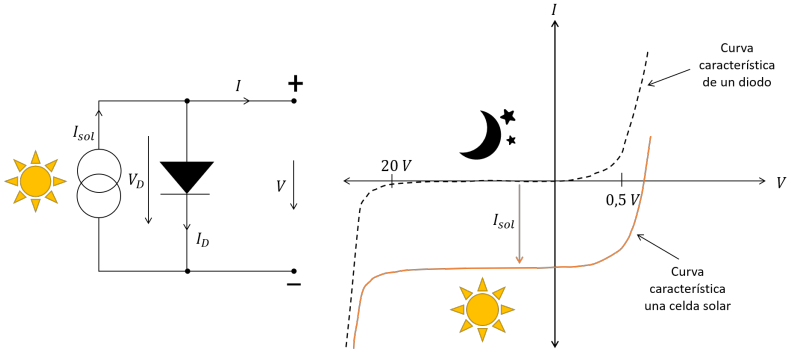


Figura 5.9: Característica de una celda no iluminada e iluminada, y su circuito equivalente ideal

5.5. Los módulos fotovoltaicos individuales

Un panel solar corresponde a un conjunto de celdas solares en serie y/o paralelo, encapsulado para su protección. Debido a que a corrientes altas las pérdidas energéticas aumentan, es que las celdas se conectan en serie para mantener su tensión individual. Los paneles solares de silicio más comunes corresponden a arreglos de celdas solares capaces de producir entre 36 $[V]$ (60 celdas) y hasta 43 $[V]$ (72 celdas), pero existen paneles con tensiones tan altas como 100 $[V]$. Hoy en día es común que los paneles solares comerciales vayan desde los 50 $[W]$ hasta los 400 $[W]$, superando en algunos casos incluso los 435 $[W]$.

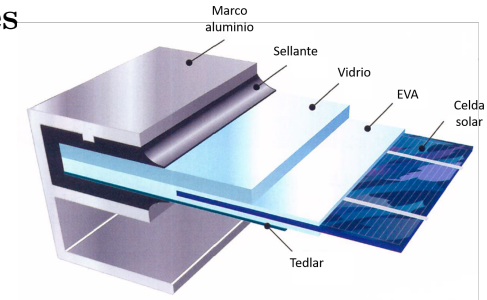


Figura 5.10: Estructura y materiales de un panel fotovoltaico de silicio cristalino convencional

En la Figura 5.10 se muestra la estructura del panel solar más común en la industria (silicio cristalino). Las celdas solares se conectan en

serie mediante tiras metálicas de aleaciones compuestas por cobre-hierro, estaño-plata, o estaño-plata-cobre. Las tiras metálicas se sueldan (proceso delicado) a las celdas solares mediante estaño (a altas temperaturas) y un líquido especial (Flux), que ayuda a fortalecer la soldadura. Las celdas conectadas son cubiertas por arriba y por abajo por un polímero llamado EVA (etil-vinil-acetato), para aislar el sistema eléctrico y mantener las celdas inmóviles. Por debajo del sistema encapsulado se coloca un film en base a un polímero, típicamente PVF (fluoruro de polivinilo), que protege las celdas solares de los efectos medioambientales. Por el frente, el sistema se protege por un vidrio lo más transparente posible, para que la mayor parte de la radiación solar logre llegar a la superficie activa de la celdas.

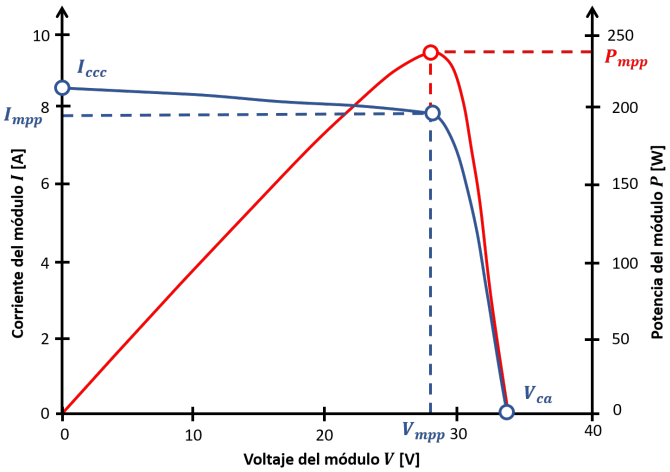


Figura 5.11: Curvas corriente-tensión y potencia-tensión de un panel de silicio policristalino de 250 $[W]$

La característica eléctrica de un panel solar, más conocida como **curva de corriente-tensión (I-V)**, se muestra en la Figura 5.11 en color azul. Simultáneamente, y en color rojo, se muestra la **curva potencia-tensión (P-V)**. Los parámetros más relevantes corresponden a la corriente de cortocircuito (I_{ccc}), la tensión de circuito abierto (V_{ca}), el punto de máxima potencia (P_{mpp}) y el factor de llenado o forma (FF). Un panel saludable tiene una curva I-V bastante rectangular y su punto de máxima potencia se encuentra en la "rodilla"de la curva.

El **factor de llenado** se define como $P_{mpp}/(V_{ca} \cdot I_{ccc})$, por lo que un panel solar saludable tiende a estar cerca de un factor de llenado unitario. Los paneles solares comerciales nuevos tienen factores de llenado cercano al 70-80 %. Es común que durante la vida útil de los paneles el factor de llenado vaya disminuyendo, de modo que la pendiente cerca de I_{ccc} aumenta y cerca de V_{ca} disminuye. Lo anterior corresponde a un aumento en la disipación de energía en forma de calor, y por ende, a una menor potencia de salida.

Los paneles solares, al igual que las celdas, pueden ser conectados en serie o en paralelo. En el primer caso se aumenta la tensión y en el segundo caso se aumenta la corriente.

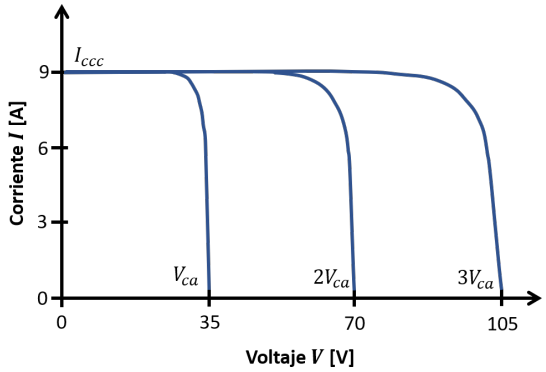


Figura 5.12: Cambios en la curva I-V para un conjunto de paneles en serie

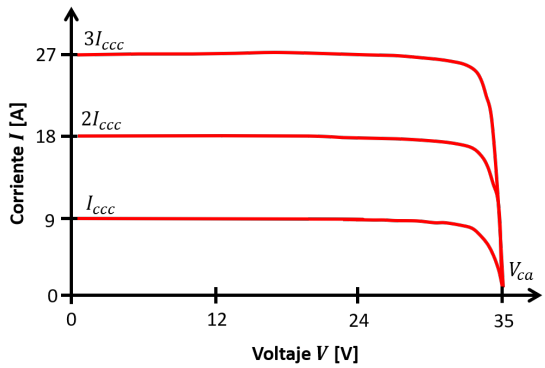


Figura 5.13: Cambios en la curva I-V para un conjunto de paneles en paralelo

La Figura 5.12 muestra que la curva característica de un sistema de paneles conectados en serie tiene un V_{ca} que corresponde a la suma de los paneles individuales. Por otro lado, la Figura 5.13 indica que cuando los paneles se conectan en paralelo, la I_{ccc} del sistema corresponde a la suma de aquella de los paneles individuales. Sistemas complejos (como granjas solares) conectan largas filas de paneles solares en serie hasta lograr altos voltajes (600 - 1000 $[V]$ por norma), y estas filas se conectan en paralelo a un solo inversor. En realidad existen muchas topologías, pero la de un inversor central es una de las más comunes.

Los paneles comerciales contienen una etiqueta en su parte trasera, la que indica el valor nominal de V_{ca}, I_{ccc} y P_{mpp} entre otros. Estos valores están medidos en condiciones estándar (STC), que corresponden a 1,0 $[kW/m^2]$

de radiación solar, 25 °C de temperatura de operación del panel y a una masa de aire (AM) correspondiente al espectro solar AM1.5 (ver Figura 5.14). El número x indica las veces que la masa de aire AMx corresponde a la AM1.0, que a su vez representa la distancia mínima que debe recorrer la luz solar para atravesar la atmósfera terrestre. Se ha determinado que en promedio la luz solar viaja 1.5 veces esta distancia mínima y por ende ha pasado a ser un estándar.

Es evidente que las plantas solares, tanto pequeñas como grandes, operan en condiciones que dependen del lugar donde han sido instaladas (latitud, altitud). No sólo la localidad afecta, sino que también el tipo de instalación. Un sistema instalado sobre un techo residencial, por ejemplo, no tiene las mismas condiciones de disipación de calor que un sistema instalado sobre un soporte inclinado empotrado al suelo, como en las grandes granjas solares. Es por tanto evidente que la temperatura de operación de los paneles será diferente.

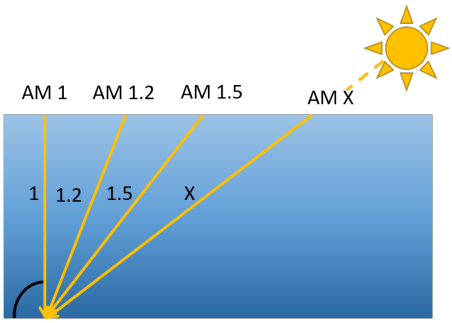


Figura 5.14: Concepto de AMx

La Figura 5.15 indica como cambia la curva característica de un panel solar para variaciones en la irradiancia. El parámetro más sensible corresponde a la corriente, que es directamente proporcional a la irradiancia, es decir, que si la irradiancia disminuye a la mitad entonces la corriente también. En contraste, la tensión es mucho menos variable con los cambios de irradiancia. De la figura se desprende que cuando la irradiancia cae de 1000 a 200 $[W/m^2]$ la tensión en el punto de máxima potencia (V_{mpp}) decae unos 5 $[V]$ (un 17 %). A pesar de esto, la caída de tensión puede llegar a ser importante en arreglos de paneles en serie, donde puede alcanzar valores de hasta 40 $[V]$.

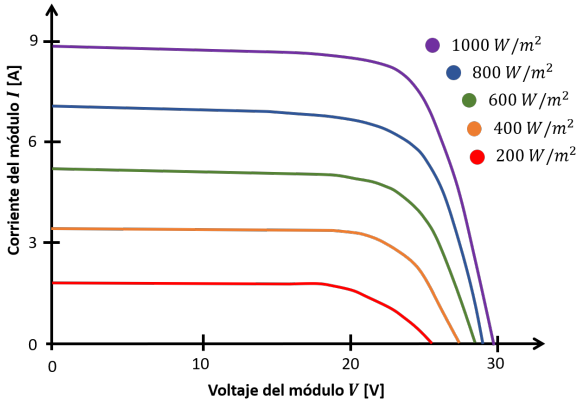


Figura 5.15: Cambio de la curva I-V para variaciones de la irradiancia

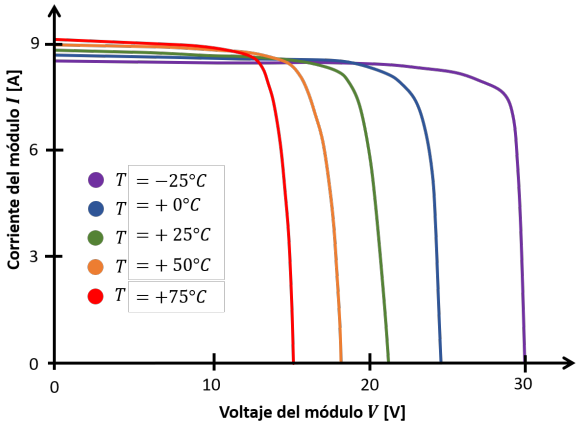


Figura 5.16: Cambio de la curva I-V para variaciones de la temperatura del panel

De la Figura 5.16, que indica los cambios en la curva I-V cuando cambia la temperatura del panel, se desprende que la tensión es mucho más sensible a los cambios de temperatura. A bajas temperaturas de operación, la tensión puede llegar a crecer hasta en 10 $[V]$ respecto a un valor medio, mientras que a altas temperaturas puede decaer en algo más que 5 $[V]$. Las variaciones de tensión en conjuntos grandes de paneles en serie puede incluso sobrepasar los 100 $[V]$, por lo que al diseñar un sistema se debe tomar en cuenta cuán baja o cuán alta puede llegar a ser la tensión, de modo que el rango de operación del sistema fotovoltaico esté dentro del rango de operación del inversor que sigue. Los coeficientes de temperatura típicos para paneles solares de silicio cristalino corresponden a -0,30 a -0,55 %/°C para V_{ca}, +0,02 a +0,08 %/°C para I_{ccc} y -0,37 a -0,52 %/°C para P_{mpp}.

Nótese que durante una jornada están variando la irradiancia, la temperatura de operación de los paneles y la potencia transferida.

La Figura 5.17 muestra el aumento de temperatura (en K) y la degradación del rendimiento del sistema fotovoltaico (en %) dependiendo del tipo de instalación. Se puede ver que para aumentar la eficiencia es necesario dar todas las facilidades al sistema para que pueda disipar lo más posible el calor que no puede transformar en electricidad. Los sistemas solares instalados sobre techos pueden llegar a tener pérdidas de entre 1,8 a 5,4 % dependiendo de la

ventilación. En el caso de sistemas solares integrados en fachadas, la pérdida de generación de electricidad puede llegar a ser de un 8,9 % si no existe forma de ventilar el calor.

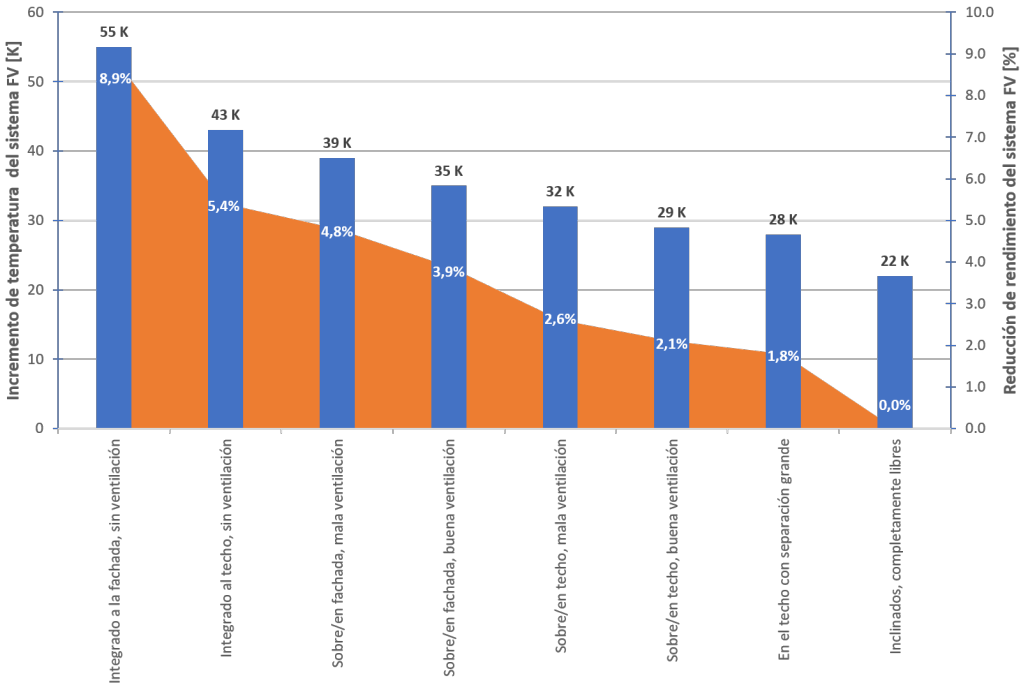


Figura 5.17: Variación del rendimiento y temperatura de operación de un sistema FV, dependiendo del tipo de instalación

5.6. Sistemas fotovoltaicos

Los paneles se agrupan en conjuntos o arreglos de paneles que, dependiendo de la escala del sistema (residencial, comercial o industrial), pueden tener distintas configuraciones.

Un sistema fotovoltaico puede ser conectado a la red pública o bien, estar aislado de ella. Conectadas a la red están normalmente las grandes centrales industriales (parques FV) y aquellas plantas residenciales pequeñas que venden excedentes a la red de distribución. Aisladas del SEP operan la mayoría de las plantas pequeñas. Sin embargo, la tendencia es a interconectarse e incluso a crear pequeñas redes denominadas **micro-redes**.

Desde otro punto de vista, hay que distinguir los sistemas con y sin almacenamiento de energía. Los sistemas con almacenaje, obviamente más caros, presentan la ventaja de poder operar cuando no hay recurso solar (de noche).

A veces se hace también la distinción entre sistemas que abastecen sólo consumos en CC, solo consumos en CA, o ambos tipos de consumos simultáneamente.

Los sistemas industriales (granjas), cuyo objetivo es típicamente generar energía eléctrica a gran escala, operan conectados directamente a la red, para lo cual requieren de inversores trifásicos para convertir la corriente y la tensión, de CC a CA con la frecuencia de la red. Además, para conectarse al SEP, que presenta una tensión mucho más alta, es necesario el uso de transformadores. No son frecuentes, pero al menos en teoría puede haber sistemas industriales grandes híbridos, con un complemento de generación a gas (cogeneración), eólico o diésel. Cabe hacer presente que los paneles de las granjas solares, al igual que las celdas solares, pueden conectarse en serie para aumentar la tensión del sistema, la que puede llegar a alcanzar valores de hasta 600 $[V]$, o incluso 1.000 $[V]$. En la actualidad se está discutiendo la posibilidad de aumentar la tensión hasta 1.500 $[V]$, en los sistemas fotovoltaicos de gran escala.

Los sistemas aislados pequeños son usados para alimentar equipos específicos o para disminuir el costo del consumo eléctrico de una residencia o industria. Estas plantas FV pueden estar conectadas al SEP vía red residencial, o bien, operar aisladas de la red.

Los sistemas híbridos aislados de la red suelen ser usados cuando el recurso solar no es suficiente para la aplicación.

El uso de baterías, para este caso, es opcional, pero las baterías pueden dar valor al sistema, haciéndolo más robusto y flexible.

5.7. Generación solar residencial

5.7.1. Sistemas aislados de la red

Los sistemas aislados de la red no necesariamente requieren de un sistema de almacenamiento (es el caso, por ejemplo, de las aplicaciones de bombeo de agua para riego durante el día por un período acotado de tiempo). Pero, si se quiere autonomía y flexibilidad en el uso de la energía generada (la demanda y la generación no son iguales en tiempo real), entonces es necesario que posean almacenamiento o sean híbridos. Además, los esquemas con baterías entregan cierta autonomía para cuando la red es inestable, o en emergencias como un *blackout*.

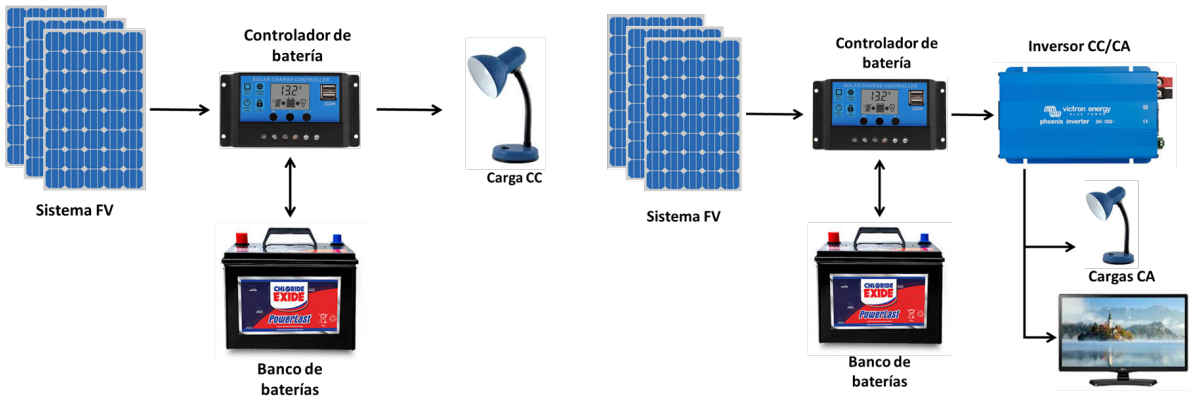


Figura 5.18: Sistema aislado de la red, con almacenamiento; con cargas, izq., en CC; der., en CA.

Los sistemas residenciales con baterías, cuya aplicación sea alimentar exclusivamente cargas que consumen corriente continua (algo frecuente para cabañas), solo requieren de un controlador para gestionar y proteger la batería (Figura 5.18, izq.). Los controladores tienen puertos para conectar baterías por un lado y cargas en corriente continua por el otro lado. Durante los períodos sin luz, los paneles pasan a ser una carga para el sistema y el controlador evita la descarga de las baterías y protege a los paneles solares de corrientes inversas.

Existen controladores de carga con seguimiento y sin seguimiento del punto de máxima potencia de los paneles. En el caso de un controlador sin seguimiento, los paneles no necesariamente operan en el punto de máxima potencia, y parte de la energía se pierde en forma de calor. Las pérdidas suelen estar en el orden del 10 al 40 %, dependiendo de la tensión de las baterías.

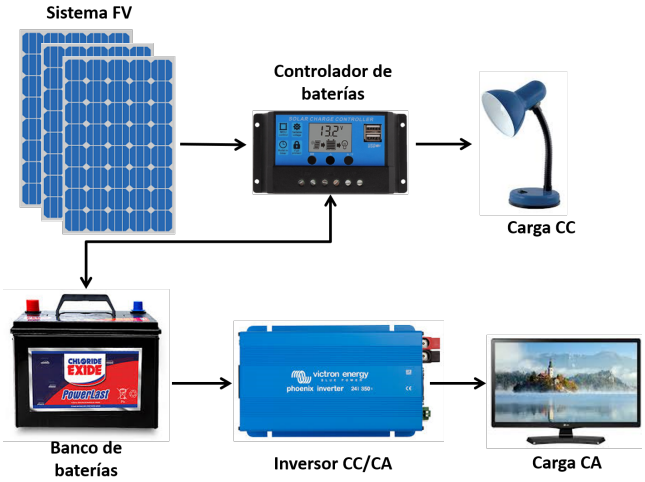


Figura 5.19: Sistema aislado de la red, con almacenamiento, con cargas en CA y CC simultáneamente

Pero, si la aplicación requiere alimentar electrodomésticos que consumen corriente alterna, entonces, además es necesario el uso de un inversor, que convierte de CC a CA. El controlador y el inversor pueden ser equipos independientes o integrados. En caso de ser equipos independientes, el inversor puede ser conectado directamente a las baterías (ver Figura 5.19) lo que permite abastecer simultáneamente cargas en CC y CA, o como una carga del controlador (ver Figura 5.18, der.), caso en que solo se abastece cargas en CA. Para este último caso no se debe exceder el máximo de corriente de carga que indica el controlador de carga, ya que este equipo puede quemarse o destruirse.

Existen inversores para conectarse a la red e inversores para sistemas aislados. Ambos tipos de inversores protegen las cargas contra cortocircuitos, variaciones de tensión bruscas, e incluso pueden tener integrados reguladores de carga con seguimiento del punto de máxima potencia.

Cabe hacer presente que es posible llevar los sistemas aislados un paso más allá y crear sistemas CC o CA (o una combinación de ambos) para suministrar electricidad a una villa completa. En estos casos, los sistemas fotovoltaicos son acoplados además a pequeños generadores diesel o a una mini-hidro.

5.7.2. Sistemas conectados a la red

Los sistemas conetados a la red no deben tener una capacidad superior al total máximo admisible (según la norma técnica) y además, tener medidores tanto para el flujo que inyectan, como para el que consumen de la red (net metering). Un sistema conectado a la red puede tener también baterías, aunque ello no es tan común.

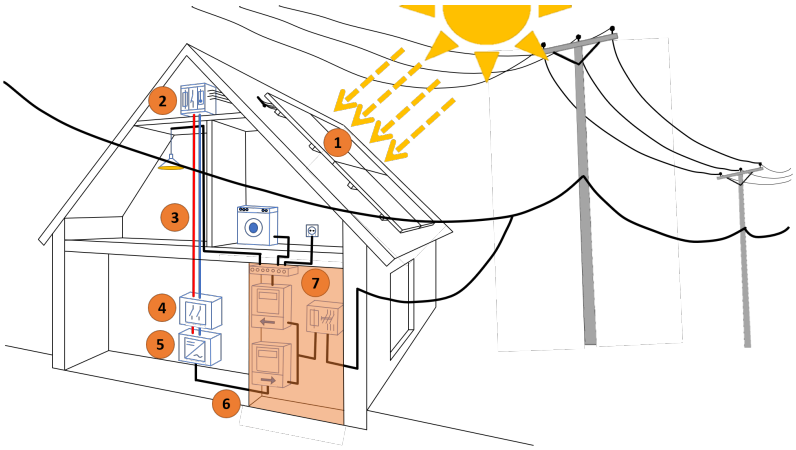


Figura 5.20: Sistema residencial conectado a la red

Los sistemas conectados a la red no solo precisan de inversores, sino también de otros equipos de protección. La Figura 5.20 muestra los siete componentes esenciales de un sistema residencial conectado a la red. Componente N° 1 son los paneles FV. En el componente N° 2, la **caja de reagrupación CC**, se conecta cada uno de los arreglos de paneles en serie. En esta caja se instalan además todos los dispositivos de protección para corriente continua, los que pueden incluir fusibles y diodos para cada arreglo de paneles. También se incluyen allí limitadores de tensión, para enviar el exceso de tensión a tierra. La conexión de esta caja con el inversor se hace mediante cables CC, componente N° 3, tanto para el polo positivo como negativo. El componente N° 4 es un desconectador de corriente continua, elemento necesario para aislar el inversor (componente N°5) de los paneles solares en casos de falla, reparación o mantenimiento. Este desconectador puede ser instalado dentro de la caja de reagrupación CC, o puede ser conectado justo antes del inversor (como se ilustra en la Figura 5.20). El inversor se conecta mediante cables (componente N° 6) a lo que se conoce como **caja de medición** (componente N° 7 en la Figura 5.20), que contiene los equipos de medición necesarios, los que se destacan en su conjunto por la cabina de color naranja. Cuando toda la energía generada es inyectada a la red, solo es necesario un medidor para esta inyección. En caso de que parte de la energía se consuma y la restante sea inyectada a la red, entoces se requiere además un medidor para la energía generada. De este modo se puede conocer la generación, el consumo y la inyección de energía.

5.7.3. Especificación del sistema FV

Las plantas FV residenciales son un caso especial dentro de los SEP, en cuanto emplean elementos de características similares a las de una conexión domiciliaria (ver Figura 5.20), que pueden ser adquiridos e instalados por particulares. Existe, por ello, cierta tendencia a construir dichas plantas con un proyecto no bien estudiado, y por personal no suficientemente calificado (¡soldaduras!). Pero, pueden ocurrir (no son descartables) arcos eléctricos en alguna parte de la instalación, siendo factible que con ellos se inicien incendios. Más peligroso, los paneles fotovoltaicos pueden alcanzar temperaturas elevadas, y si los materiales existentes en su vecindad inmediata (techo, soportes, cables) son inflamables, o si la ventilación no es la adecuada, las instalaciones en techos o fachadas pueden llevar a incendios de los edificios en que van montados, con todas las consecuencias del caso, y con producción de humos tóxicos. Además, los residuos de un incendio de este tipo pueden contener, según el tipo de tecnología y polímeros utilizados, concentraciones de plomo o cadmio, las cuales pueden implicar contaminantes para el suelo en una cantidad crítica.

Es por ello que a continuación se dan algunas pautas respecto al proyecto de una planta FV. El procedimiento general a seguir involucra cuatro cálculos: el del consumo energético de la casa por abastecer, el de la energía posible de generar por el sistema fotovoltaico, el del tiempo de autonomía de las baterías y el de las pérdidas en los cables. El dimensionado de los equipos necesarios para que el sistema aislado funcione correctamente (cantidad de paneles fotovoltaicos y baterías, y especificaciones del controlador de carga y del inversor) se derivan de estos cuatro puntos más imporantes y generales. En lo que sigue, se dará información relevante para todos los componentes del sistema.

Consumo energético, eficiencia y disminución de costos
La energía consumida por los equipos eléctricos de una residencia es el factor que más influye en el tamaño y el costo de un sistema FV. Es, por tanto, recomendable que antes de diseñar un sistema FV se mejore en lo posible la eficiencia de los consumos en la residencia. Esto se puede llevar a cabo, por ejemplo, reemplazando los equipos de iluminación por dispositivos LED y/o los dispositivos eléctricos por otros que, realizando las mismas tareas requeridas, consuman menos energía.

Por otro lado, es muy posible que incluir la calefacción como parte del consumo a cubrir con el sistema FV sea económicamente prohibitivo, ya que se aumenta de manera importante el consumo anual de una residencia. En estos casos es preferible calefaccionarse con métodos convencionales como parafina, o alimentar estas carga mediante la red pública y no con un sistema aislado.

Para el caso de casas móviles o cabañas muy apartadas del SEP, es recomendable usar solo artefactos que consuman corriente continua. De esta forma se evita el uso del inversor para CA, disminuyendo así los costos del sistema y al mismo tiempo aumentando la eficiencia del sistema (el inversor siempre presenta pérdidas).

La energía (Wh) que consumirá la residencia será normalmente un dato, pero si no es así, se puede usar como referencia la tabla de consumos de una residencia estándar de la norma norteamericana. Como el recurso solar es variable a lo largo del año, se requiere conocer también el consumo durante todo el año, o al menos en verano e invierno, que son los períodos extremos.

Un problema es fijar la duración de uso de los aparatos que conforman el consumo, ya que la mayoría opera de forma intermitente. Esto no solo se refiere a la intermitencia de la conexión de los equipos por parte de los habitantes de la residencia, sino que artefactos que siempre están encendidos no necesariamente consumen energía el 100 % del tiempo. El caso más obvio es el del refrigerador, que consume a potencia nominal entre un 50-60 % del tiempo que permanece conectado (24 h/día). Habiendo respaldo de baterías, la forma más simple de considerar el consumo es representarlo por la suma de los tiempos diarios.

Generación de energía, inclinación y corrección por temperatura
El sistema fotovoltaico por definir debe satisfacer al menos la demanda que se ha establecido. Para ello se debe estimar la verdadera generación posible del generador fotovoltaico, considerando la radiación horizontal del lugar, pero corregida por la inclinación de los paneles y por la temperatura real a la que operará el sistema FV. Para lo primero es necesario definir una inclinación media para optimizar el recurso (solo en verano, solo en invierno o todo el año), donde la optimización dependerá del uso que se le da al sistema.

Existen variados métodos para determinar la inclinación que debe tener un panel fotovotoltaico. De partida, se sabe por experiencia que no es recomendable inclinar los paneles a menos de 15°, debido a que bajo este ángulo el agua no escurre fácilmente por la superficie del panel. Ahora bien, para Chile el ángulo va cambiando según la latitud del lugar. A mayor latitud, mayor el ángulo respecto del plano horizontal. Hoy existen programas especializados que permiten determinar el ángulo fijo que maximiza el desempeño del panel. Otros métodos menos detallados, que consideran nubosidad pareja y constante, han determinado que para optimizar el recurso solar durante todo el año se debe sumar 8° al valor de la latitud del lugar.

Una vez establecida la inclinación de los paneles, es posible hacer el cálculo de generación que será la cota máxima. Para este cálculo es necesario estimar las horas medias de sol del lugar. Para estimar estas horas se debe usar el concepto de *Horas de Sol Equivalentes* (HSE). Las HSE de un día corresponden a las horas de sol promedio en condiciones estándar (1.000 $[W/m^2]$) en las cuales el sol irradia la misma densidad de energía que el día real completo.

Este cálculo de generación máxima debe ser corregido por temperatura. Es decir, se castiga este valor mediante los coeficientes de temperatura asociados al panel FV. Para esto es necesario conocer la temperatura a la que operará el sistema. Para estimar esta temperatura se pueden usar modelos que consideran la temperatura ambiente y la velocidad del viento del lugar.

Los datos necesario para los cálculos necesarios se encuentran disposnibles en la Norma Técnica de la Ley 20.365, la cual proporciona los siguientes anexos:

- Información comunal con respecto a latitud media y zona climática.
- Factor de corrección de la radiación incidente sobre una superficie inclinada.
- Radiación solar global, media mensual y media anual, sobre superficies horizontales.

- Radiación solar difusa, media mensual y media anual, sobre superficies horizontales.
- Temperatura ambiente media mensual y media anual de la comuna.
- Temperatura de agua de red media mensual y media anual de la comuna.

Banco de baterías y su autonomía
Para sistemas FV, las baterías usadas comúnmente son las baterías de plomo-ácido o alcalinas. Sin embargo, la tendencia es migrar hacia baterías de litio. Estas tecnologías suelen ser de ciclo profundo, pudiendo ser descargadas de manera interminente durante un largo periodo de tiempo, hasta incluso un 80 % de su capacidad nominal (esto disminuye su vida útil). Las baterías de plomo-ácido pueden ser de líquido ventiladas (abiertas) o de válvula regulada (cerrada, conocidas como baterías VRLA, por sus siglas en inglés).

Las baterías de plomo-ácido abiertas producen hidrógeno cuando están cerca de su carga máxima, debido a una reacción química interna. Es, por lo tanto, muy importante que este tipo de baterías tenga buena ventilación, ya que la acumulación de hidrógeno geseoso posee características explosivas. Al producir hidrógeno, la batería pierde agua, la que debe reponerse cada cierto tiempo (mantención mínima). Por otro lado, si la batería se descarga demasiado, también podría acortarse su vida útil.

Las baterías de plomo-ácido cerradas no requieren de mantención y solo poseen una válvula para disipar la presión que se genera cuando la batería se sobrecarga. Existen baterías cerradas de gel o de fibra de vidrio absorbente (AGM y *Absorbed Glass Mat*, respectivamente). La principal ventaja de estas baterías es que no derraman sus componentes internos incluso si la batería se quiebra/rompe. Además, no necesitan de mantennimiento y son fáciles de transportar. La desventaja que tienen es que son más costosas y sensibles a la temperatura.

Para el dimensionado de las baterías no solamente es necesario tener en cuenta los días de autonomía, sino también la capacidad total del banco y el porcentaje de descarga máxima de este. Todo esto en su conjunto nos entregará cierta autonomía para un sistema aislado de la red. Los días de autonomía hacen referencia a los días en que la batería alimentará las cargas del sistema sin ser recargada. Para determinar el número de días es muy importante definir si un consumo es crítico o no. Si no existen cargas críticas (o se tiene un generador de respaldo) entonces 2-3 días de autonomía es suficiente, mientras que si existen cargas (y no se tiene generador de respaldo) se pueden usar entre 5-7 días.

La capacidad de carga de una batería se mide en ampere-hora (Ah). Una batería de 100 [Ah] puede suministrar 1 [A] durante 100 horas o 4 [A] durante 25 horas. Dos o más baterías pueden ser conectadas en serie o en paralelo. Para ello es muy importante que las baterías interconectadas sean exactamente iguales, e incluso que tengan la misma edad, ya que en caso contrario las baterías más degradadas acelerarán la degradación de las baterías más nuevas. Si las baterías van en paralelo, la tensión será la de cada una de ellas, y la capacidad total será la suma. Si se las conecta en serie, la tensión del banco será el doble de aquella de cada batería, mientras que la capacidad será la misma.

La vida útil de una batería depende direcatamente de la profundidad de las descargas y número de ciclos. Por ejemplo, una batería que se descarga en un 50 % tendrá casi el doble de vida útil que una batería que se descarga casi un 80 %. Es común que las baterías en sistemas FV se diseñen para tener descargas profundas de entre un 40 y hasta 80 %.

Especificación de los controladores de carga
Dada su importancia en la vida útil de las baterías, es prioritario proteger y gestionar la carga y descarga de las baterías mediante un dispositivo automático. Tal dispositivo, que se conoce como **controlador de carga**, monitorea la tensión de la batería que, como ya se ha dicho, es un buen indicador del estado de carga de una batería. Una de las características importantes de un controlador de carga es la desconexión del sistema si la tensión está muy baja (LVD). Esta acción basta para descargas profundas en el caso de tener solo cargas CC. Cuando hay cargas AC, ello no elimina la obligación de usar un inversor con desconexión de baja tensión.

En el mercado existen dos tipos de controladores: los estándares y los con seguidores del punto de máxima potencia (MPPT). Los primeros funcionan a una tensión definida y fija, lo que quiere decir que un controlador que opera a 24 [V] requiere de una disposición de paneles definida para 24 [V] y de un banco de baterías de 24 [V]. Además, las cargas CC deben consumir corriente también a 24 [V]. Como el punto de máxima potencia de los paneles fotovoltaicos varía con las condiciones ambientales, si la tensión del sistema FV supera los 24 [V], esta diferencia se disipa como calor.

Una de las ventajas de los controladores con MPPT es que la diferencia de tensión anteriormente mencionada no es disipada como calor sino que es transformada a una corriente para aprovechar la energía. De modo que el controlador puede siempre seguir el punto de máxima potencia de los paneles fotovoltaicos. Esto quiere decir que la tensión y la corriente de entrada y de salida del controlador van a ser diferentes y dependerán de la irradiancia y la temperatura ambiente.

Cuando se escoge un controlador de carga es muy importante asegurarse de que la tensión máxima del esquema FV no supere la tensión de entrada del controlador, y de que la corriente máxima del equipo FV sea menor que la corriente del controlador que va hacia las baterías. Esto último permitirá que el controlador pueda convertir el exceso de tensión en corriente.

Cableado y pérdidas de energía
En las aplicaciones solares es muy importante que los cables eléctricos expuestos al sol sean resistentes a la radiación, de modo que su aislación no se degrade demasiado rápido. Por otro lado, y como idea general, no es recomendable usar conductores muy gruesos ni tampoco demasiados conductores delgados juntos. Ello genera pérdidas de potencia por calentamiento y puede incluso dañar la aislación de los conductores.

Para determinar correctamente el diámetro de los conductores del sistema es necesario tener en cuenta su capacidad de corriente y la caída de tensión en los conductores.

Se determina, primero, la corriente máxima que deberán transportar los conductores. Los cables que van desde los paneles fovotoltaicos hasta el controlador o batería deben transportar al menos la corriente de cortocircuito del sistema fotovoltaico. Los cables que van desde la batería hacia las cargas deberán transportar al menos la corriente máxima de todas las cargas. Por normas, se deben aplicar factores de seguridad a estas corrientes.

La caída de tensión en un conductor dependerá de su diámetro, su longitud y su capacidad de corriente. En general, se recomienda no sobrepasar una caída máxima de un 2 % en la tensión, aunque hay normas que consideran hasta un 5 %. A pesar de esto, es importante tener en cuenta que a mayores caídas hacia los consumos y potencia consumida constante, aumentan los costos del sistema, puesto que más energía se pierde en calor y no es correctamente aprovechada.

Para determinar el diámetro de los cables es posible usar el Código Eléctrico Nacional de EE.UU (NEC 2008), norma que contiene 4 tablas importantes. La primera indica el diámetro (en N° AWG) del cable según la capacidad de corriente que debe tener. Las otras tres tablas, que consideran sistemas de 12 $[V]$, de 24 $[V]$ y de 48 $[V]$, respectivamente, indican el diámetro (en N° AWG) del cable según la capacidad de corriente necesaria, una caída de tensión del 2 % máxima y la longitud del cable (una sola vía, no ida y vuelta).

5.8. Impacto de las plantas FV en las redes de distribución

La creciente instalación, en las redes de distribución, de pequeños generadores basados normalmente en energías renovables, convierten estas redes, tradicionalmente pasivas, en redes activas, que pasan de operar con un transporte unidireccional de la energía (desde el SEP hacia los consumos) a convertirse en redes con transporte en ambas direcciones, según las condiciones variables de generación y consumo. Cuando los generadores instalados en una red de distribución específica son varios, se habla de **generación distribuida** (DG, del inglés "distributed generation") o de **fuentes energéticas distribuidas** (DER, del inglés "distributed energy resources", aunque más precisa sería la designación DSCLVG (del inglés "distributed small capacity low voltaje generation"). Esta DG no es planificada de forma centralizada por las empresas eléctricas, sino que es instalada generalmente de forma aleatoria por particulares. La potencia suministrada tampoco puede ser controlada desde el centro nacional de despacho eléctrico, por lo que estas plantas operan libremente.

La DG sube, en general, la tensión en el lugar de conexión de cada unidad, originando condiciones muy distintas entre que un generador esté operando y que no lo esté haciendo. Si los generadores son pocos, el impacto sobre la regulación de la tensión todavía puede ser manejado. Pero, si el número de generadores crece, lo que puede ser el caso de las plantas fotovoltaicas en casas y edificios de una ciudad, el control se complica, y se puede prever que pronto será necesario instalar algún tipo de control interno en cada rama de distribución o micro-red (p.ej., en 380 [V]) en la que exista mucha generación, de manera que para el SEP se desempeñe como un consumo único controlable. Si la potencia DG es suficientemente grande, incluso estas micro-redes inteligentes podrían operar, bajo ciertas circunstancias, aisladas del SEP (operación isla).

El hecho de que algunas fuentes renovables generen de forma variable, con períodos de no generación, o bien oscilaciones de potencias (p.ej., dependiendo de las rachas de viento o de la radiación solar), hará necesarios esquemas dinámicos de almacenamiento de la energía, ya sea en baterías, volantes o condensadores. El eventual desarrollo de estas micro-redes inteligentes requiere, entonces, de avances importantes en temas como el control activo de áreas geográficas relativamente grandes, protecciones adecuadas, sensores y medidores adecuados, comunicaciones distribuidas, etc.

Un problema que pueden originar la DG es la descoordinación de las protecciones de la zona vecina del SEP, dependiendo de la potencia variable entregada por las DG y de la magnitud de las cargas locales. Por otra parte, las protecciones de la micro-red enfrentan condiciones completamente distintas si la micro-red opera conectada al SEP o lo hace en isla.

Un ejemplo de la primera micro-red aislada en Chile es el abastecimiento de Huatacondo, en el extremo norte, con una combinación de plantas eólicas, fotovoltaicas y diésel.

Un tema a tener en consideración son los problemas de operación que se presentarían si se desconecta simultáneamente toda la generación distribuida de una micro-red, por ejemplo, como consecuencia de una caída de la tensión en el SEP. Si la GD es proporcionalmente grande, ello podría llevar a problemas de estabilidad del SEP completo.

5.9. Los inversores en plantas FVs

Los inversores se clasifican no solo según la forma de onda con que convierten la energía CC en CA, sino también según el tipo de sistema al que se conectan. En este sentido, existen 3 tipos de inversores: autónomos (trabajan aislados del SEP), conectados a la red y bimodales (pueden operar de ambas formas). Los inversores conectados a la red, por su parte, se clasifican según la topología del esquema empleado, en inversor único, inversor por cada cadena de paneles (string), inversor para multi-string y microinversor (Figura 5.21).

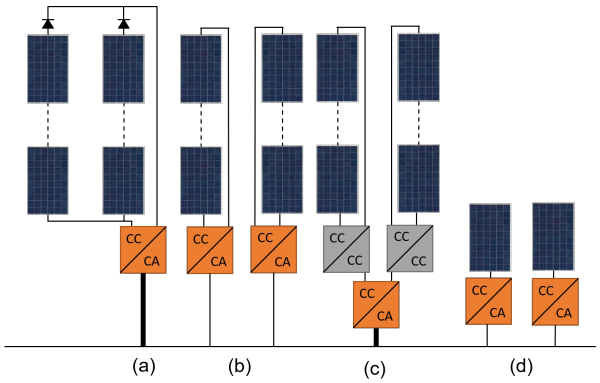


Figura 5.21: Esquemas para inversor conectado a la red; a) Inversor único, b) Inversor por cadena, c) Inversor para multi-strings y d) Microinversor.

El esquema de inversor único (caso a) es el más usado en la industria. Tres cadenas de paneles se conectan a una caja combinadora, la cual a su vez conecta tres fases al inversor trifásico. En la práctica, la capacidad de los inversores únicos varía entre unos pocos kW y hasta 100 MW. Debido a las altas potencias, cada string (hilera) tiene un diodo para proteger los módulos fotovoltaicos de corrientes inversas (sobre todo debido a sombreado). Esta topología es fácil de implementar, tiene bajos costos y el inversor es facil de operar y mantener. Sin embargo, existe gran caída de tensión en los cables, solo existe un MPPT para los tres grupos de strings, es dificil de expandir en una segunda etapa, es complicado encontrar el lugar de una falla y además, no es fácil de monitorear a nivel de strings.

Algunos de los inconvenientes de los inversores trifásicos únicos son resueltos en la topología de un inversor monofásico para cada cadena (caso b), donde cada uno emplea conexión monofásica, con comunicación entre ellos, y donde cada inversor tiene una sola cadena de módulos fotovoltaicos. Con tal conexión, las ventajas corresponden a menores caídas de tensión en los cables, mejor eficiencia del sistema, por emplear MPPT para cada cadena, habilidad de monitorear a nivel de cadena, y además, ser de fácil expansión (es posible agregar cadenas en paralelo). Obviamente, los costos de esta solución aumentan con respecto a la anterior. Además, existe poca flexibilidad ante sombreamiento y los inversores requieren de estructuras especiales para cada cadena.

En la solución (c), cada string tiene su propio MPPT, mediante un conversor CC/CC, los cuales se conectan a un inversor trifásico único. Los casos (c) y (d) no son muy usados debido a los costos de implementación. El caso del microinversor, que corresponde a un inversor por módulo, tiene altos costos por MW y de mantenimiento.

La eficiencia y la calidad de suministro de los inversores (en general) es un tema muy importante para la calidad y la seguridad del suministro de energía eléctrica, de la planta FV a la red. La eficiencia de un inversor dependerá básicamente de que tan bien dimensionado haya sido según el sistema con el cual está operando. Como se puede ver en la Figura 5.22, la eficiencia de un inversor está directamente relacionada con su potencia de salida CA

y con su potencia nominal, siendo ésta la potencia máxima con la que puede operar el equipo. Es relativamente constante en un amplio margen de la potencia, alcanzándose la eficiencia máxima (95 %) para potencias cercanas al 50 % de carga.

La cantidad de ruido o de armónicos que tiene la señal CA en los bornes del inversor es una medida de la calidad de la señal generada. Las normas exigen un máximo de distorsión armónica, para asegurar que el inversor no afecte la calidad de suminsitro de la red pública, ni tampoco a los equipos CA que alimenta directamente. Según Fourier, cualquier señal periódica puede ser descompuesta en una suma de señales senoidales, cuya frecuencia es múltiplo de la frecuencia fundamental (50 [Hz] o 60 [Hz]). Cada una de estas señales senoidales corresponde a un armónico de la señal fundamental. En general, los dispositivos de conmutación que deforman la onda, como los diodos, tiristores, transistores, etc., suelen originar estos armónicos. La distorsión armónica de una señal representa el contenido de armónicos que presenta esta señal y se cuantifica con un índice llamado *Distorsión Armónica Total* (THD, por sus siglas en inglés). Es este índice el que debe permanecer lo más bajo posible, para mantener una calidad mínima de la señal y evitar problemas como calentamiento de conductores o dispositivos, operaciones de las protecciones, resonancias en circuitos LC, vibraciones y acoplamientos con señales de comunicación, diferencia de potencial entre el neutro y la tierra, etc.

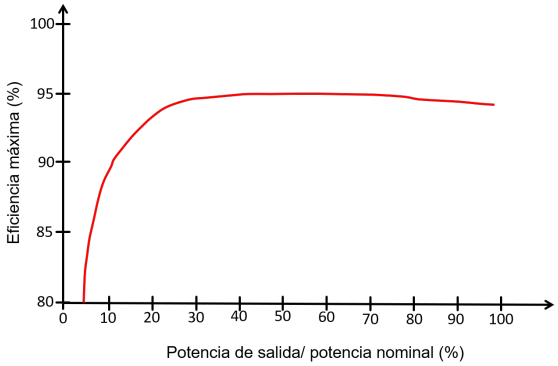


Figura 5.22: Curva de eficiencia estándar de un inversor, según su potencia de salida CA en relación a su potencia nominal.

5.10. El almacenamiento de energía

La mayoría de la población utiliza diariamente algún tipo de almacenamiento de energía electroquímico, en celulares, computadores portátiles, controles remotos, calculadoras, relojes, vehículos, etc. Por tanto, esta no es una tecnología nueva. De hecho, todo parte a fines del siglo XVIII, cuando se fabrica la primera batería, la pila de Volta, que poseía discos alternados de zinc y cobre, separados con una placa de cartón, y que utilizaba una solución de salmuera como electrolito. A mediados del siglo XIX (Planté) aparecen las baterías de plomo-ácido, recargables, las cuales evolucionaron luego a las baterías de níquel-cadmio, níquel-metal hidruro, litio ion, entre otras.

En la actualidad existen diversos tipos de tecnologías de almacenamiento de energía, desde unidades compactas y relativamente pequeñas, a grandes construcciones. Se emplean diversos tipos de clasificaciones de estas tecnologías, según el enfoque que se busque. Según la más usada, las tecnologías de almacenamiento de energía se dividen en cuatro grandes grupos: mecánicas, térmicas, electroquímicas y químicas. Para lograr un mejor entendimiento y poder realizar un análisis entre las diversas tecnologías es necesario tener claras las fuentes energéticas, los procesos que ocurren dentro del sistema y cuál es el elemento de acumulación de energía. Con este fin, se define un diagrama de flujo energético en el cual se especifican los componentes de cada tecnología marcando con distintos colores los procesos, equipamientos o materias primas (gris), el lugar donde se genera el almacenamiento de energía (naranjo) y en qué momento ésta entra como fuente de energía o se inyecta a la red eléctrica (morado). Luego se describe brevemente el funcionamiento de cada uno de los sistemas de almacenamiento.

5.10.1. Almacenamiento de bombeo hídrico (PHS)

Dentro de la primera categoría podemos encontrar las tecnologías de bombeo hídrico (PHS), en las que se almacena una gran cantidad de agua en un reservorio superior, represa o embalse, la que se deja fluir a un reservorio inferior (sistema bomba/turbina), el cual puede ser un contenedor cerrado, un río o el mar, cuando se requiere generar energía. Se genera así una fuerza mecánica que es transformada en electricidad (generador). Una vez agotado el embalse superior, o cuando ya no se requiere la energía, se bombea el agua de regreso al embalse (Figura 5.23).

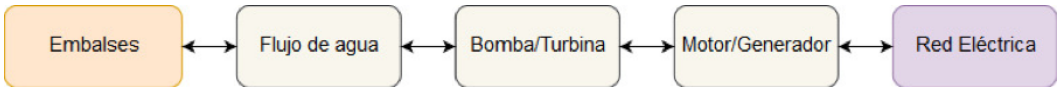


Figura 5.23: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento por bombeo hídrico.

Una variante que también se suele emplear es reemplazar el agua por una masa de gran volumen, que es subida o

bajada hidráulicamente cuando existe un exceso o déficit de energía en la red (sistemas ground-breaking energy storage (GBES)). Un caso curioso es el del tren avanzado (ARES), donde la gran masa es un tren. El eventual exceso de energía es utilizado para subir un pesado tren eléctrico a una gran altura. En tiempos de demanda energética, este tren emprende camino a su posición más baja y genera energía.

5.10.2. Almacenamiento energético de aire comprimido (CAES)

Sin embargo, las dos principales tecnologías de almacenamiento mecánico son la de aire comprimido (CAES) y la de volantes de inercia (Flywheel). En el almacenamiento de aire comprimido se mantiene un volumen o presión constante de aire en los reservorios, que pueden ser cavernas de sal, acuíferos o recipientes de presión construidos específicamente para este fin. Para esto, en los períodos de bajo costo de energía (incluso nulo o negativo), se toma el aire a presión atmosférica y se comprime depositándolo en un espacio sellado al vacío. Posteriormente, se puede utilizar el aire comprimido para generar energía eléctrica a través de una turbina/generador cuando las demandas energéticas aumenten o bien su precio sea alto (Figura 5.24).

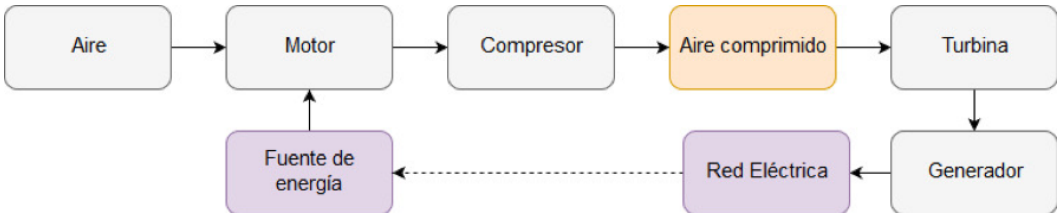


Figura 5.24: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento por aire comprimido.

La línea segmentada muestra la posibilidad de que energía eléctrica disponible en la red pueda ser utilizada en el proceso de recarga del sistema de almacenamiento.

El almacenamiento de energía de aire líquido (LAES) es una de las tecnologías termo-mecánicas que se está desarrollando últimamente, con el objetivo de mejorar la eficiencia energética. Esta es una alternativa al CAES, ya que utiliza la electricidad excedente para enfriar el aire hasta convertirlo en líquido, el que es almacenado en un tanque. Cuando la energía es requerida se calienta el aire hasta que se expande y hace girar una turbina.

5.10.3. Volantes de inercia

Los volantes almacenan energía al acelerar un rotor a velocidades muy altas con la electricidad excedente, manteniendo la energía como rotación. Los volantes de inercia son desacelerados a medida que se necesita extraer la energía del sistema. (Figura 5.25).

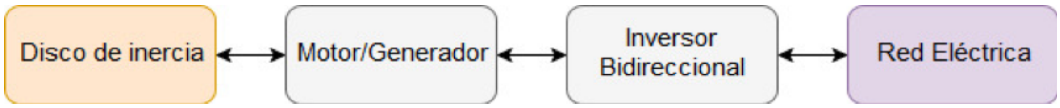


Figura 5.25: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento por volante de inercia.

5.10.4. Almacenamiento electroquímico

En el ámbito electroquímico destacan las baterías recargables, las cuales son ampliamente utilizadas en los dispositivos electrónicos y el transporte, pero que a escala SEP no son muy comunes. Las baterías o acumuladores más utilizados son los de plomo-ácido, níquel-metal hidruro, sodio-azufre e ión de litio. Los sistemas a escalas mayores utilizan bancos de baterías (Figura 5.26).

Figura 5.26: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento de energía electroquímica.

Un tipo nuevo de batería recargable es el de las baterías de flujo, en las que dos componentes químicos intercambian iones a través de una membrana que los separa. Estas tienen una mayor durabilidad que las baterías convencionales.

5.10.5. Celdas de combustible

Las celdas de combustible son también tipos de almacenamiento electroquímico. Producen energía a partir de suministros externos de un combustible y un oxidante. Cuando la energía es requerida se consume el combustible con el oxidante, generando electricidad y reductor, y cuando se necesita almacenar energía eléctrica, el sistema utiliza ésta con el reductor para producir oxidante y combustible. Por ejemplo, la celda de hidrógeno utiliza este gas como combustible y oxígeno como oxidante. Otros combustibles utilizados son hidrocarburos, alcoholes e incluso metales, mientras que los oxidantes incluyen aire, cloro y dióxido de cloro [11] (Figura 5.27).

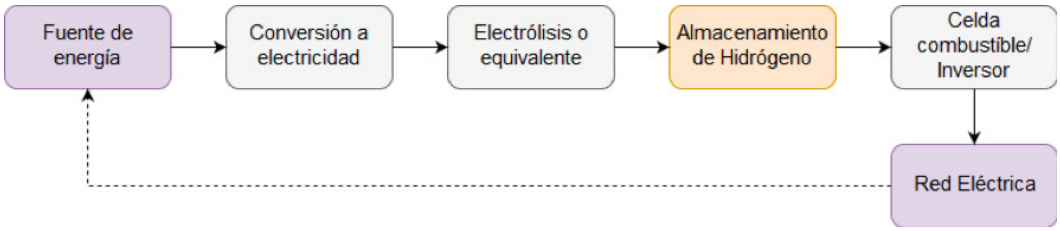


Figura 5.27: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento de celdas de combustible.

Cabe señalar que en este caso el almacenamiento se produce en el estanque con el elemento químico, en el caso de la figura, el estanque de hidrógeno.

5.10.6. Energía térmica

El almacenamiento de energía térmica en forma de calor latente se basa en la absorción o liberación de calor cuando un material almacenado sufre un cambio de fase reversible, como es el cambio de estado líquido a gaseoso, o de sólido a líquido. Los almacenamientos por calor sensible acumulan energía en la variación de temperatura de un material, para luego depositarlo en un contenedor aislado térmicamente (Figura 5.28).

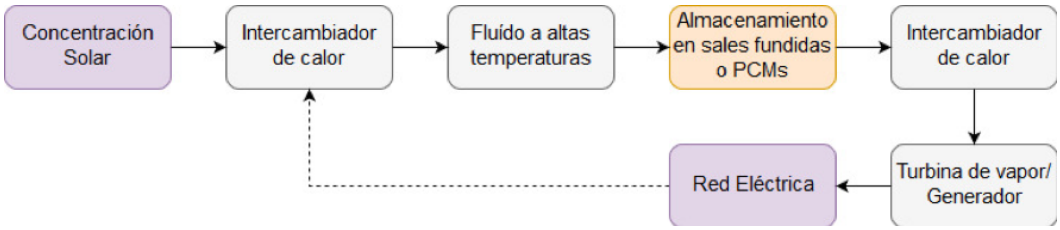


Figura 5.28: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento en energía térmica.

Este es el caso de la energía solar de concentración en torre o cilindro parabólica descritos en secciones anteriores. La energía térmica permite fabricar vapor a través de intercambiadores de calor. Se acciona una turbina que a su vez acciona un generador eléctrico que permite inyectar energía a la red eléctrica.

Los denominados estanques solares también son un tipo de almacenamiento térmico sensible en los que se llenan piscinas con agua salada, que actúa como colector de energía solar. Debido a la salinidad del agua se genera un gradiente, en el cual a mayor profundidad aumenta la concentración y la densidad. El calor absorbido permanece en el fondo porque el gradiente de salinidad inhibe la convección natural y el agua al estar más fría en la superficie actúa como aislante, impidiendo que se mezcle con el agua salada.

5.10.7. Power-to-gas

Los sistemas power-to-gas involucran el almacenamiento de hidrógeno derivado de la electrólisis. Se produce hidrógeno utilizando los excedentes de electricidad, para luego inyectarlo a la red de gas natural. Pero, para aumentar el suministro total de gas por el contenido de energía del hidrógeno, este puede ser sometido a una metanización, utilizando el dióxido de carbono residual de un proceso industrial (Figura 5.29).

Este tipo de combustibles también puede ser producido a través de la energía solar por vía directa o indirecta. Las vías directas producen el combustible en un sistema integrado, sin portadores de energía como intermediarios. Las vías indirectas pueden incluir la conversión de biomasa en biogás y la producción de hidrógeno por electrólisis del agua utilizando energía fotovoltaica.

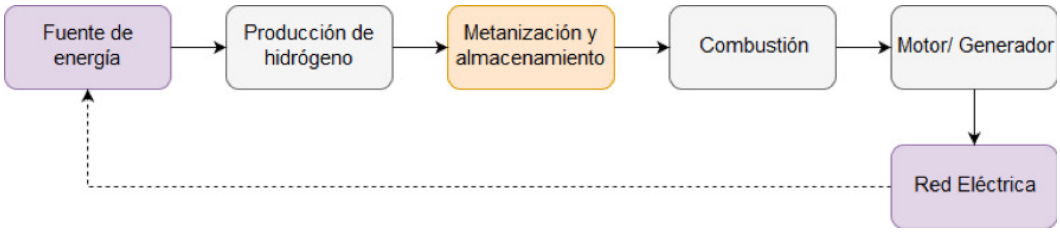


Figura 5.29: Diagrama de funcionamiento de un sistema de almacenamiento power-to-gas.

Otro tipo de almacenamiento, pero de menor densidad energética que las baterías, es el de los súper-capacitores, los cuales utilizan capacitancia electrostática de doble capa, y que superan hasta en 10.000 veces la carga de un capacitor dieléctrico convencional.

También existe el almacenamiento eléctrico. Un ejemplo de ello es el almacenamiento magnético de energía con superconductores. La energía entra al sistema accionando una bobina superconductora que forma un campo magnético para almacenarla.

Por último, el aumento explosivo esperado en la penetración de vehículos eléctricos, ofrece la oportunidad de intergrar estos sistemas de almacenamiento móvil a la redes eléctricas. Este concepto se conoce como V2G (del inglés vehicle to grid). De esta forma, el uso de los vehículos eléctricos no se limita a que sean cargados desde la red eléctrica, ofreciendo asimismo la posibilidad de inyectar energía a la red en los períodos en que se encuentran conectados a sus cargadores y la red así lo requiera.

5.10.8. Aplicaciones y alcance

Cada sistema de almacenamiento presenta características propias de índole técnica, estructura de costos y aspectos socio-ambientales, que condicionan su uso y aplicabilidad. Lo anterior lleva a la noción de poder definir, tal como sucede con los sistemas de generación, un mix óptimo de almacenamiento. Este mix busca ofrecer el mejor servicio de almacenamiento para el contexto específico en que se aplica, por ejemplo, su integración en Chile en un escenario de alta penetración de energía solar.

A modo de ejemplo, dependiendo de la tecnología seleccionada, es posible proveer los siguientes servicios:

- Arbitraje de energía entre períodos de bajo y alto costos de la energía.
- Servicios complementarios, como seguimiento y desplazamiento de carga, control de frecuencia, regulación de voltaje, reserva en giro.
- Mejoramiento de la calidad de suministro.
- Mejoramiento de la estabilidad de los SEP.
- Reducción de sobrecarga en líneas de transmisión (manejo de congestiones).
- Reducción de la capacidad de respaldo en generación requerida por el sistema.
- Apoyo en la partida en negro tras un apagón total del sistema.
- Postergación de proyectos de transmisión y distribución.
- Manejo de demanda de punta (recorte).
- Integración y manejo de energía renovable variable.

No cabe duda de que los sistemas de almacenaje cumplirán un rol muy relevante en los procesos de transformación energética que se están observando a nivel internacional.

5.11. Ejemplos de aplicación

5.11.1. Planteamiento del problema

Se desea instalar generación fotovoltaica en una residencia vacacional existente en la XV^{a} Región de Arica y Parinacota, en la provincia y comuna de Arica, Chile. No se conoce específicamente el consumo de esta vivienda, pero puede ser asimilado al de una residencia estándar de clase media alta, con refrigerador, televisor, microondas, etc. Se construirán circuitos especiales para abastecer algunos consumos en corriente continua. El sistema a dimensionar será autónomo con almacenamiento.

5.11.2. Solución

Consumo energético residencial

Lo primero que se debe calcular es el consumo de energía diario de la residencia, en $[Wh]$, cálculo que debe considerar separadamente el consumo en corriente continua y en corriente alterna. Ello se resume en la Tabla 5.2, donde por simplicidad, y dadas las condiciones vigentes en Arica, se consideran sólo dos estaciones, invierno y verano (6 meses cada una).

Tabla 5.2: Consumos CC y CA de una casa residencial con uso para vacaciones

Cargas individuales	**Cantidad**	**Potencia [W]**	**Uso [h/día]**		**Tipo**
			Invierno	**Verano**	
Lámpara incandescente	5	40	2	4	CC
Lámpara fluorescente	2	11	0.5	1	CC
Refrigerador	1	475	13	13	CA
Cocina eléctrica (pequeña)	1	1250	1	1	CA
Televisor color (32 pulgadas)	1	300	1	3	CA
Bomba de agua	1	500	3	1	CA
Calefacción habitación	1	1000	6	0	CA

De acuerdo con la Tabla 5.2 la potencia total para esta residencia estándar, cuyo cálculo corresponde a la suma simple de la potencia de todos los dispositivos ($P_{total} = \sum_{i=1}^{N} P_i$), corresponde a 3.525 $[W]$ en CA mientras que corresponde a 222 $[W]$ en CC.

Con respecto a la energía, la cual corresponde a la multiplicación de la potencia por un intervalo de tiempo ($E_{total} = \sum_{i=1}^{N} P_i \cdot \Delta t_i$), que consume esta residencia se tiene que durante los meses de verano el consumo diario en CA es de 8.825 $[Wh/\text{día}]$ y en CC es de 822 $[Wh/\text{día}]$. Para el caso del mes de invierno el consumo en CA aumenta a 15.225 $[Wh/\text{día}]$ mientras que en CC disminuye a 411 $[Wh/\text{día}]$. Un promedio anual indica que en promedio durante un día se consume en CA 12.025 $[Wh/\text{día}]$ mientras que en CC se consume 616,5 $[Wh/\text{día}]$.

Dimensionamiento del banco de baterías

Para calcular la capacidad del banco de baterías es necesario conocer el consumo (CC y CA) y la eficiencia del inversor. Además es necesario determinar la tensión CC del sistema. La eficiencia del inversor depende mucho de su uso, pero una buena estimación (conservadora) corresponde a una eficiencia del 90 %. Por otro lado, la tensión CC del sistema dependerá de las cargas y en este ejemplo supondremos 48 $[V]$.

Conociendo todos los datos mencionados anteriormente, la capacidad del banco de baterías en ampere-hora se calcula como $C =$ (Consumo CA/Eficiencia Inversor + Consumo CC)/Voltaje CC. Para nuestra residencia estándar se tiene entonces que $C = 291{,}20$ $[Ah/\text{día}]$.

Es deseable que el sistema tenga cierta autonomía por una cantidad limitada de días. Durante este periodo la batería debe alimentar tanto los consumos CA (vía el inversor) como los consumos CC sin la necesidad de cargarse. La capacidad del banco incluyendo los días de autonomía se calcula como $C' = C \cdot$ Días Autonomía. Considerando 3 días de autonomía se tiene que $C' = 873{,}60$ $[Ah]$.

Las baterías, como se mencionó en las secciones anteriores, no se deben descargar en un 100 % y es necesario considerar un porcentaje de descarga máxima. La capacidad total del banco, al considerar este parámetro, se calcula como $C'' = C'$/Factor Descarga Máxima. Asumiendo un factor de 75 % se tiene que $C'' = 1.164{,}80$ $[Ah]$.

Asimismo, se debe definir la cantidad de baterías que se conectarán en serie y en paralelo. Para conocer la cantidad de baterías en paralelo se calcula $N_{par} = C''$/Capacidad Nominal Batería y para conocer el número de baterías en serie se calcula $N_{ser} = C''$/Voltaje CC. Finalmente, el número de baterías será $N_{bat} = N_{par} \cdot N_{ser}$. Considerando una batería de 265 $[Ah]$ y 12 $[V]$ para la residencia estándar se tiene que $N_{par} = 5$, $N_{ser} = 4$ y por ende se necesita un total de 20 baterías.

Número de paneles FV, conexión e inclinación

En adelante se debe calcular el tamaño del sistema fotovoltaico necesario. Recurriendo a las Tablas 5.4 y 5.3 que siguen, creadas a partir de la información entregada por la Norma Técnica de la ley 20.365, se tienen todos los datos necesarios para calcular la generación del sistema FV que se pretende instalar. Para definir la cantidad de módulos debemos identificar la corriente y la tensión que el consumo le exige al sistema de paneles solares. Por un lado se debe tomar en cuenta que la batería tiene cierta eficiencia (menor al 100 %) y por otro lado se debe tomar en cuenta las HSE. La corriente pico que se le exige al sistema fotovoltaico se calcula, entonces, como $I_{pico} = C$/Eficiencia Batería/HSE.

Un valor estándar (y conservador) para la eficiencia de una batería es 80 %. Por otro lado, considerando que no existe un generador diésel de respaldo, se debe utilizar las HSE más bajas del año, ya que si los paneles FV pueden cargar las baterías en el día crítico entonces podrán hacerlo durante todos los días del año. Las menores HSE corresponden a las horas de sol promedio de un día del mes con las menores irradiancias. De acuerdo con la Tabla 5.3, Junio es el mes con menor radiación solar (143,51 $[kWh/m^2$/mes]). Por lo tanto, el peor día de invierno irradia en promedio 143,51 $[kWh/m^2$/mes]/30 [días] = 4,78 $[kWh/m^2$/día]. Las HSE, para una condición estándar (1.000 $[W/m^2]$) son, entonces, 4,78 horas.

Por ende se tiene que $I_{pico} = 76{,}15$ $[A]$. A modo de ejemplo se tomarán los datos de placa de un módulo fotovoltaico comercial que genera una potencia de 330 $[W]$ con $V_{mpp} = 37{,}8$ $[V]$ y $I_{mpp} = 8{,}74$ $[A]$. Para conocer cuantos módulos fotovoltaicos en paralelo necesitaremos calculamos $N_{par} = I_{pico}/I_{mpp}$, que en este caso corresponde a $N_{par} = 10$. No solamente necesitamos conocer la cantidad de módulos FV en paralelo, sino también en serie. Esta cantidad depende de la tensión CC de la batería, de modo que puede calcular como N_{ser} = Voltaje CC Sistema/Voltaje Nominal Módulo FV. Debido a que la tensión es sensible a la temperatura, el valor de la tensión del módulo debe corregirse usando los coeficientes térmicos del módulo. La tensión del módulo FV se corrige de como $V_T = V_{nom} + C_T \cdot (T - 25\ °\text{C})$, donde C_T corresponde al coeficiente de temperatura (normalmente negativo) en unidades de $V/°$C y T es la temperatura a la que opera el panel FV.

La temperatura a la que opera el panel se puede estimar sumando 25 °C a la temperatura ambiente donde opera el sistema. Esta estimación es válida únicamente para sistemas en el norte de Chile que se encuentran lejos de la costa (y su derivación está fuera del alcance de este libro).

El panel FV comercial usado en este ejemplo tiene un C_T = -0,145 $[V/°\text{C}]$ y tomando el valor de la temperatura máxima promedio para la comuna de Arica (ver Tabla 5.3 se tiene que el módulo opera a aproximadamente $T =$ 44,3 °C. Por lo tanto la tensión del módulo FV corregida corresponde a $V_{44{,}3°C} = 34{,}99$ $[V]$. Esto quiere decir que el número de paneles en serie es $N_{ser} = 2$. Consecuentemente, se necesitan 20 paneles FV.

Tabla 5.3: Radiación solar global media mensual sobre superficie horizontal y temperatura ambiente media mensual (para comuna de Arica)

Mes	**GHI** $[kWh/m^2]$	**Temperatura ambiente** [°**C**]
Enero	228,66	19,3
Febrero	200,47	19,3
Marzo	208,59	19,3
Abril	178,17	17,9
Mayo	161,04	15,6
Junio	143,51	14,3
Julio	155,44	13,6
Agosto	170,94	14,5
Septiembre	191,73	15,0
Octubre	229,73	16,4
Noviembre	235,28	17,4
Diciembre	238,11	17,7

Debemos determinar la inclinación de los paneles que optimiza el recurso solar en algún intervalo espcífico del año o durante todo el año. La Tabla 5.4 indica la irradiancia que reciben los paneles FV cuando tienen cierta inclinación. Lo anterior corresponde a los valores de GHI (en Tabla 5.3 corregidos por factores de acuerdo a la inclinación. Para este ejemplo se quiere optimizar el recurso durante todo el año, por lo tanto se requiere que la radiación global media anual sea la máxima. Es claro, en la Tabla 5.4, que a partir de los 20° de inclinación los paneles FV reciben anualmente menor radiación siendo una inclinación adecuada 15°.

Tabla 5.4: Radiación global media $[kWh/m^2/\text{día}]$ corregida en invierno y verano para distintas inclinaciones (para latitud 19 Sur)

Inclinación	**Invierno**	**Verano**	**Suma**
0	4.78	7.68	12.46
5	5.16	7.52	12.69
10	5.50	7.37	12.87
15	5.78	7.14	12.93
20	6.02	6.83	12.86
25	6.26	6.52	12.79
30	6.45	6.22	12.67
35	6.64	5.83	12.48
40	6.74	5.45	12.19

Especificación del controlador de carga

El controlador de carga es bastante simple de dimensionar. Es necesario asegurarse de que el controlador soporte la corriente máxima que inyectan los paneles solares con un margen de seguridad de 1,25. La corriente pico que debe tolerar el controlador de carga se calcula como $I_{pico,FV} = I_{ccc} \cdot N_{par} \cdot$ Factor Seguridad. La corriente de cortocircuito del panel comercial en este ejemplo tiene un valor de $I_{ccc} = 9{,}14$ $[A]$, por lo tanto $I_{pico,FV} = 114{,}25$ $[A]$. Por lo tanto el controlador debe tener una corriente nominal de 120 $[A]$.

Cuando se tienen cargas CC también se debe tener seguridad que el controlador soporta la corriente máxima exigida por las cargas. La corriente pico que exigen estas cargas se calcula como
$I_{pico,CC}$ = Potencia Total Carga CC/Voltaje CC Sistema. Por lo tanto, para el ejemplo se tiene que $I_{pico,CC}$ = 4,64 $[A]$ (que puede aproximarse a 5 $[A]$).

Especificación del inversor

En caso de un sistema autónomo donde las cargas sean críticas o necesarias es preciso que el inversor soporte los picos de demanda. La corriente pico en CA se calcula como $I_{pico,CA}$ = Potencia CA Total/Voltaje Carga CA. Para el caso de Chile la tensión de las cargas CA corresponde a 220 $[V]$ (aproximado a 240 $[V]$). Recordando que la potencia CA total de las cargas es $P_{CA} = 3.525$ $[W]$ se tiene que $I_{pico,CA}$ = 14,68 [A] (que puede aproximarse a 20 $[A]$).

Por ende el inversor debe ser de al menos 4.000 $[W]$, con un voltaje nominal de 48 $[V]$ con capacidad para soportar picos de corriente de 20 $[A]$.

Dimensionamiento del cableado

La Tabla 5.5 contiene el resumen de todas las especificaciones del sistema que se acaba de dimensionar. Varios de estos datos serán necesario para dimensionar el cableado del sistema residencial.

Tabla 5.5: Especificaciones del sistema residencial para el Ejemplo 1

Sistema	
Tensión nominal	48 [V]
Baterías	
Tensión nominal	12 [V]
Capacidad nominal	265 [Ah]
Paneles FV	
P_{mpp}	330 [W]
V_{mpp}	37,8 [V]
I_{mpp}	8,74 [A]
V_{ca}	46,9 [V]
I_{ccc}	9,14 [A]
Controlador de carga	
Tensión nominal	48 [V]
Corriente de entrada nominal	120 [A]
Corriente de salida nominal	5 [A]
Inversor	
Potencia nominal	4000 [W]
Tensión de entrada nominal (CC)	48 [V]
Tensión de salida nominal (CA)	240 [V]
Corriente de salida nominal (CA)	20 [A]

Como se mencionó anteriormente, para determinar el calibre del cable a usar es necesario determinar primero su ampacidad y determinar la caída de tensión máxima del cable. Además de conocer la longitud que debe tener el cable en el sistema. En este apartado solo se determinará el calibre que deben tener los cables de corriente CC desde el sistema FV hasta el inversor, pasando por las baterías y la caja de combinación de cargas CC. No se determinarán las especificaciones de los CA entre el inversor y las cargas CA. Es importante especificar que la distancia entre el sistema generador FV y la batería considera que el controlador está conectado entre medio.

Se asumirá que todos los tramos deberán tener una caída de tensión máxima de un 2 % y que la distancia entre los paneles FV y las baterías son de 12 $[m]$, la distancia entre la batería y las cargas CC son de 3 $[m]$ y la distancia

entre las baterías y el inversor son de 2 $[m]$.

Para determinar el calibre mínimo que deben tener los cables que van desde los paneles solares hasta las baterías se requiere determinar la corriente máxima de los paneles (I_{ccc}) y considerar un factor de seguridad de 1,25 (en caso de mucha irradiancia) y además considerar otro factor de 1,25 para que los conductores transporten el 80 % de su capacidad máxima, de modo que su ampacidad se calcula como $I_amp = I_{ccc}$ Sistema FV $\cdot 1,25 \cdot 1,25$. Considerando la conexión serie y paralelo de los 20 módulos del sistema se tiene que la I_{ccc} del sistema es 91,40 $[A]$, por lo tanto la ampacidad es $I_{amp} = 142,81$ $[A]$.

De acuerdo con la Tabla 5.6 se necesita un cable de un calibre de 1/0 AWG. Este calibre corresonde al mínimo necesario para transportar la corriente necesaria, pero no quiere decir que la tensión caíga menos del 2 %. Según la norma NEC 2008, para 12 $[m]$ de longitud de cable operando a 48 $[V]$ con una caída de tensión máxima de 2 % se necesita un calibre de 3/0 AWG. Para respetar tanto la ampacidad como la caída de tensión máxima de los cables se debe elegir el calibre mayor. Es decir, 3/0 AWG.

Para determinar el calibre mínimo de los cables que van desde las baterías hasta las cargas CC se debe calcular la corriente máxima de las cargas CC (cuando operan todas al mismo tiempo) y aplicar un factor de seguridad de 1,25 (solo una vez, ya que las cargas no se afectan por mejores niveles de radaición). La corriente máxima de las cargas se calcula como $I_{pico,CC} = PotenciaCargasCCTotal\ TensiónCCSistema$ y la ampacidad como $I_{amp} = I_{pico,CC} \cdot 1,25$. De modo que para este ejemplo se tiene $I_{pico,CC} = 4,63$ $[A]$ y $I_{amp} = 5,78$ $[A]$. De acuerdo con la Tabla 5.6 basta con un calibre de 14 AWG. Por otro lado, según la norma NEC 2008 para 3 $[m]$ de cable operando a 48 $[V]$ se necesita un cable de 14 AWG para no tener una caída más allá del 2 %.

Finalmente, para determinar el calibre del cable que va desde las baterias hasta el inversor es necesario calcular la corriente máxima que le exigirá el inversor a la batería y aplicarle un factor de seguridad de 1,25. La ampacidad entonces se puede calcular como $I_{amp} =$ (Potencia Nominal Inversor/Eficiencia Inversor/Tensión CC Sistema) $\cdot 1,25$. Por lo tanto, se tiene que la ampacidad es de $I_{amp} = 115,74$. Según la Tabla 5.6 se requiere de un calibre de 1/0 AWG. Por otro lado, según la norma NEC 2008 considerando un largo de 2 $[m]$ se tiene que el calibre mínimo para no tener una caída de tensión mayor al 2 % operando a 48 $[V]$ es de 4 AWG. Finalmente, sedebe elegir el calibre mayor, es decir, 1/0 AWG.

Tabla 5.6: Calibre conductores de cobre THWN en conductores o cables según la norma NEC 2008.

# AWG	**Ampacidad [A]**
14	15
12	20
10	30
8	50
6	65
4	85
2	115
1/0	150
2/0	175
3/0	200
4/0	230

Capítulo 6

El transformador de poder

6.1. Introducción

El empleo de los transformadores de poder (desarrollados hacia finales del siglo XIX) va directamente ligado al uso de la corriente alterna. En efecto, no es posible generar a tensiones muy altas, debido a las dimensiones que adquiriría el aislamiento del generador (hoy en día, el límite se encuentra en unos 25 $[kV]$). Por otra parte, la transmisión de potencias grandes es posible solo a tensiones elevadas (sobre 200 $[kV]$). Por lo tanto, entre el generador y el sistema de transmisión, habrá que intercalar siempre un transformador elevador. Similarmente, en los puntos de entrega a los sistemas de distribución, se colocan transformadores de bajada que reducen la tensión a un valor que sea adecuado para el servicio de las cargas.

Además de su función como nexo entre sistemas de distinto nivel de tensión, los transformadores suelen cumplir otras, no menos importantes, como elementos de control de la tensión y de los flujos de potencias (transformadores reguladores).

Una de las características sobresalientes de los transformadores de poder es su enorme seguridad de servicio y su elevado rendimiento, cualquiera que sea la carga transmitida. La importancia del rendimiento se aprecia al considerar que una variación pequeña en el rendimiento puede significar algunos MW de diferencia en pérdidas, lo que a lo largo del tiempo significa una energía perdida considerable. En cambio, no es importante la respuesta a la frecuencia (como sí lo es en los transformadores para uso en electrónica), debido a que el rango de frecuencias posibles es estrechísimo (por ejemplo 50 $[Hz] \pm 3\,\%$).

Se hará a continuación un breve repaso de las características de operación de los transformadores, justificando los resultados solo someramente, y sin entrar en detalles propios del diseño. El tema se supone conocido de otros cursos, y el capítulo tiene más bien el carácter de un resumen.

6.2. El transformador de dos enrollados

Consiste en dos bobinas independientes, una de N_1 vueltas (primario), y la otra de N_2 vueltas (secundario), colocadas en torno de un núcleo de material ferromagnético (altos μ y ρ). El primario está conectado a un sistema eléctrico, mientras que el secundario lo está a otro diferente (ver Figura 6.1). Al aplicar una tensión sinusoidal V_1 al primario, circulará por el núcleo magnético un flujo sinusoidal $\phi = \phi_{max}\, sen\,(\omega t)$, por lo cual el flujo total enlazado por cada bobina será $\phi_{total} = N\phi$. Tanto en el primario como en el secundario (abierto) se inducirán tensiones (fem) sinusoidales, de valores:

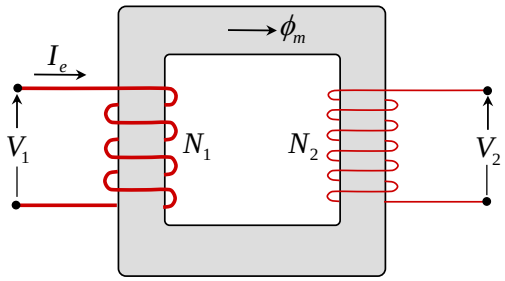


Figura 6.1: Transformador de 2 enrollados

$$E_1 = -\,N_1\,\frac{d\phi}{dt} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}\,N_1\,\phi_m\; sen\;(\omega t - \pi/2) \tag{6.1}$$

$$E_2 = -\,N_2\,\frac{d\phi}{dt} = \frac{\omega}{\sqrt{2}}\,N_2\,\phi_m\; sen\;(\omega t - \pi/2)$$

Y tales que:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{6.2}$$

Este flujo enlazado implica la existencia de una corriente inducida, inductiva, llamada **corriente de excitación** o de **magnetización**, I_{magn}. Como existen pérdidas en el núcleo, tanto por histéresis ($\Delta P_{hist} \approx kfB^2vol =$

$k' f^{-1} V_{medio}^2$, son el 60 a 70 % del total), como por corrientes parásitas ($\Delta P_{par} = k'' f^2 B^2/\rho = K V_{ef}^2/\rho$, constituyen el restante 30 a 40 %), dicha corriente presenta también una componente resistiva I_p. La corriente en vacío será entonces $I_e = I_p + jI_{magn}$ (donde j interioriza el desfase existente entre ambas corrientes). Cabe señalar que el coeficiente cuadrático asociado a las pérdidas por histéresis corresponde a una aproximación del coeficiente experimental de Steinmetz (usualmente entre $2,0$ y $2,5$ en equipos de potencia).

Por razones económicas, normalmente se trabaja en la zona saturada de la curva de excitación $E = f(I_{magn})$. En consecuencia, si bien E es sinusoidal, I_{magn} no lo será (ver Figura 6.2), e I_e contendrá una proporción relativamente alta de armónicas (45 % de tercera armónica y 15 % de quinta armónica son valores típicos).

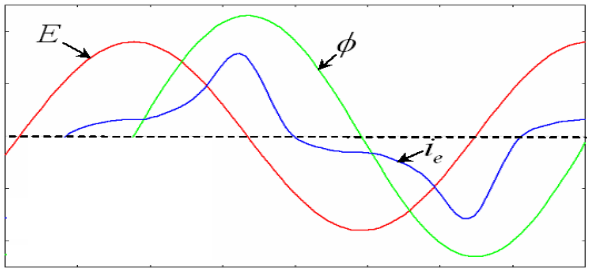


Figura 6.2: Corriente de excitación

En todo caso, la corriente en vacío de un transformador de poder es comparativamente pequeña ($0,5$ a $1,5$ % de la corriente nominal, para equipos de más de 1 $[MVA]$).

Si ahora se supone una impedancia Z conectada en el secundario, por esa bobina circulará una corriente I_2, muy superior a la de excitación. Esta corriente induce a su vez un flujo en el núcleo, de sentido contrario al original, que reduce el flujo total enlazado. En el primario deberá aparecer una corriente I_2' tal, que mantenga el flujo mutuo ϕ_m y, en consecuencia, $N_1 I_2' = N_2 I_2$.

La potencia es transferida, entonces, vía inducción electromagnética, desde el sistema primario al secundario. Como la potencia es la misma a ambos lados del transformador: $E_1 I_1^* = E_2 I_2^*$, de modo que en magnitud:

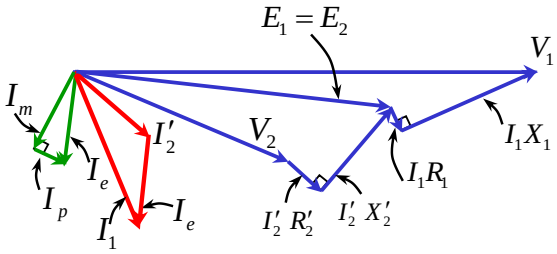


Figura 6.3: Diagrama fasorial del transformador

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} \tag{6.3}$$

Nótese que si el transformador introduce un desfase (p. ej., en conexiones de tipo $Dy1$), ¡lo hará de la misma forma para voltajes y corrientes!

Si se considera que el primario presenta cierta resistencia R_1 y que, a pesar del alto μ del núcleo, existe una fracción del flujo que se cierra por el aire (y que por ello es proporcional a $I_1 = I_e + I_2'$, y puede ser representado por una reactancia x_1), es posible suponer la existencia de una impedancia primaria Z_1. Un análisis similar nos lleva a suponer una impedancia Z_2, de manera que el diagrama fasorial (en por uno) es como el mostrado en la Figura 6.3.

Una representación completa del transformador sería, entonces, la que se muestra en la Figura 6.4, suponiendo que el abastecimiento se realiza desde el lado primario (V_1), donde se ha ubicado la rama de excitación.

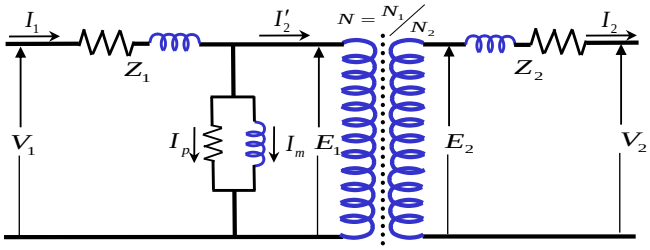


Figura 6.4: Representación general del transformador

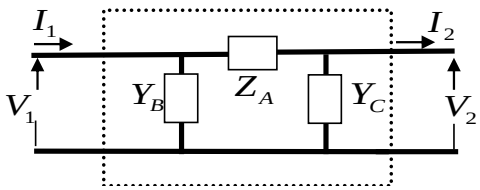
Las ecuaciones de este tetrapolo son:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N + NZ_1Y_0 & Z_1/N + NZ_2 + NZ_1Z_2Y_0 \\ NY_0 & 1/N + NZ_2Y_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

La representación usual de este transformador es mediante un circuito π, con impedancia serie Z_A y admitancias paralelo Y_B e Y_C (ver Figura 6.5 en página siguiente).

La determinación del valor de estos tres parámetros se hace igualando las expresiones de los parámetros B, A y D de ambos tetrapolos:



$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+Z_AY_C & Z_A \\ Y_B+Y_C+Z_AY_BY_C & 1+Z_AY_B \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Figura 6.5: Representación de un transformador mediante un circuito π

$$B = Z_A = Z_1/N + NZ_2(1 + Z_1Y_0) \tag{6.4}$$

$$A = N(1 + Z_1Y_0) = 1 + Z_AY_C \tag{6.5}$$

$$D = 1/N + NZ_2Y_0 = 1 + Z_AY_B$$

Despejando los términos de interés se obtienen los siguientes parámetros del modelo π:

$$Z_A = \ Z_1/N + \ NZ_2(1 + Z_1Y_0) \tag{6.6}$$

$$Y_B = \frac{1 - N(1 - NZ_2\,Y_0)}{Z_1 + \ N^2Z_2(1 + Z_1\,Y_0)}$$

$$Y_C = \frac{N[N(1 + Z_1Y_0) - 1]}{Z_1 + \ N^2Z_2(1 + Z_1\,Y_0)}$$

Como ya se dijo, la admitancia Y_0 (que representa la excitación) es pequeña (del orden de $0,01$ en pu), y varía en forma no lineal con la tensión, debido a la saturación del núcleo, hecho que normalmente se desprecia. Lo anterior, unido a que $Z = Z_1 + N^2Z_2$ es del orden de $0,1$ en pu, determina que los productos Z_1Y_0, Z_2Y_0 y $Z_1Z_2Y_0$ puedan despreciarse, de modo que normalmente se usa el tetrapolo simplificado:

$$Z_A = Z_1/N + NZ_2 = Z/N$$

$$Y_B = \frac{1 - N}{Z_1 + N^2Z_2} = \frac{1 - N}{Z}$$

$$Y_C = \frac{N(N - 1)}{Z_1 + N^2Z_2} = \frac{N(N - 1)}{Z} \tag{6.7}$$

Cuyos parámetros A, B, C y D valen:

$$A = 1 + Z_AY_C = N \tag{6.8}$$

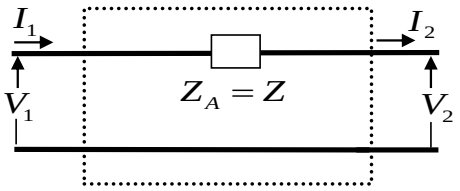
$$B = Z_A = Z_1/N + N/Z_2 = Z/N \tag{6.9}$$

$$C = Y_B + Y_C + Z_AY_BY_C = 0 \tag{6.10}$$

$$D = 1 + Z_AY_B = 1/N$$

Al trabajar en por uno, dividiendo las ecuaciones anteriores por la tensión y corriente bases según corresponda, el transformador ideal desaparece. Para los parámetros A,B,C y D ello es equivalente a reemplazar N por 1. Cuando en la representación de un transformador no es posible eliminar el transformador ideal de razón $N/1$, los parámetros Z_A, Y_B e Y_C del circuito equivalente dependen de N, por lo que deben ser recalculados cada vez que se modifica este factor. Esta situación se da en el caso de conexiones en paralelo de transformadores con distintas razones de transformación o en el uso de transformadores con cambiador de derivaciones.

En la situación frecuente en que las bases de tensión usadas permiten eliminar el transformador ideal, $N = 1$, $Z_A = Z_1 + Z_2 = Z$ y $Y_B = Y_C = 0$, y el circuito se simplifica a una impedancia serie Z (Figura 6.6). Más aún, dada la pequeñez relativa de la resistencia ($0,1X < R < 0,2X$), a menudo se reduce a una simple reactancia serie.



$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & Z_A \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$$

Figura 6.6: Representación por medio de impedancia serie

Esta reactancia de fuga resulta mayor en la medida en que crecen las dimensiones físicas de los enrollados del transformador, es decir, en la medida en que crece la tensión. De todas maneras, su valor se mantiene en un rango

bastante estrecho (5 a 15 %), expresado en base capacidad propia del transformador.

En la Tabla 6.1 se muestran los valores típicos de la reactancia de un transformador de 50 $[Hz]$, para distintos niveles de tensión de los enrollados (para 60 $[Hz]$, las reactancias típicas son un 20 % superiores). Para que el cuadro sea más completo, se incluyen también las reactancias de secuencia cero, que se verán más adelante. Para autotransformadores, tomar en principio los valores de la tabla, pero reducidos por la razón de transformación (p. ej., para un ATR 220/110 $[kV]$, $x_1 = 0,1 \cdot 110/220 = 5\,\%$).

Tabla 6.1: Reactancias de fuga típicas (valores en % base propia)

Clase tensión (kV)	Transformadores 50 Hz		Transformadores 60 Hz	
	X_1	X_0/X_1	X_1	X_0/X_1
15	4–7	0,85–0,94	5–8	0,85–0,94
69	7–10	0,85-0,94	8–12	0,85–0,94
115	8–12	0,81–0,87	10–14	0,81–0,87
161	9–15	0,80–0,87	11–18	0,80–0,87
230	10–15	0,65–0,84	12–18	0,65–0,84
500	11–15	0,65–0,84	13–18	0,65–0,84

6.3. Uso de un transformador en condiciones distintas de las de diseño

Es interesante analizar qué sucede cuando un transformador es energizado bajo condiciones diferentes de aquellas con las que se le diseñó (con otra frecuencia y/o con otra tensión). Las relaciones por considerar son $E = kfBS$, $\Delta P_{hist} = k_1 f B^2 S$, $\Delta P_{par} = k_2 f^2 B^2 S$.

Si la frecuencia utilizada es menor que la de diseño, (p. ej., 50 [Hz] en vez de 60 [Hz]), $B = E/kfS$ será mayor (en la misma proporción en que f es menor). Las pérdidas por corrientes parásitas $\Delta P_{par} = k_2 (fB)^2 S$ se mantendrán constantes, pero las pérdidas por histéresis $\Delta P_{hist} = k_1 B^2 f S$ serán mayores. Por tanto, el calentamiento neto del transformador será mayor, y habrá una reducción de su capacidad. Al revés, si la frecuencia utilizada es mayor que la de diseño, el calentamiento será menor y habrá una pequeña ganancia en capacidad.

Si la tensión aplicada es menor que la de diseño (p. ej., 12 [kV] en vez de 13,2 [kV]), la corriente tenderá a ser mayor, para mantener la potencia transferida, y las pérdidas en el cobre crecerán con el cuadrado de la corriente. En contraste, $B = E/kfS$ será menor (en la misma proporción en que bajó E), y las pérdidas, tanto por histéresis como por corrientes parásitas serán menores (en el cuadrado de la proporción en que bajó E). Sin embargo, este último efecto es claramente menor al incremento de las pérdidas en el cobre, por lo que el calentamiento neto del transformador será mayor, disminuyendo su capacidad.

6.4. Corriente transitoria de magnetización (Inrush)

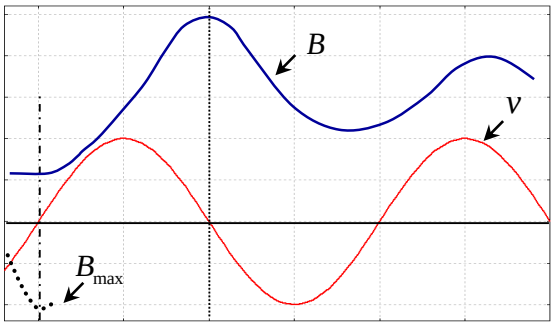


Figura 6.7: Feómeno de magnetización

Ya se indicó que la corriente de excitación de un transformador de poder es pequeña. Sin embargo, en el momento de conectar un transformador a la red, se puede producir una corriente transitoria elevada (con una duración de algunos ciclos), cuyo máximo ocurre aproximadamente al medio ciclo después de conectar, y que puede alcanzar fácilmente hasta unas diez veces, y en casos muy particulares hasta más de cien veces la corriente nominal. Este proceso transitorio se debe a la existencia de un flujo remanente en el núcleo magnético, que según sea la curva de histéresis, puede alcanzar aproximadamente al 60 % del flujo normal. Si no coincide la onda de tensión aplicada con la onda teórica que produciría el flujo remanente (hecho que es evidentemente muy probable), habrá un transitorio mientras la situación se acomoda (ver Figura 6.7).

La peor combinación ocurre si hay un desfase de 180° entre ambos flujos, caso en el que las magnitudes se suman. La onda resultante alcanza un máximo de $B = B_{rem} + 2B_{max}$, medio ciclo después de la conexión. Con este elevado flujo se satura el núcleo, y la corriente alcanza valores muy altos.

La Tabla 6.2 resume los valores máximos de la amplitud inicial de la corriente, en relación con el valor pico de la corriente nominal, para operación en vacío, de transformadores con enrollados cilíndricos concéntricos. La relación es mayor para la energización del enrollado interior (usualmente el de menor tensión), y para capacidades nominales menores. El tiempo que tarda la corriente en decaer a la mitad de su valor inicial es mayor para unidades de mayor capacidad. Para transformadores de mayor capacidad, diseñados a pedido, se limita la corriente de magnetización mediante un mejor uso del material ferromagnético.

Tabla 6.2: Corrientes de energización

Capacidad nominal	Energización por enrollado		Tiempo decaimiento
$[MVA]$	Exterior	Interior	$[ciclos]$
0,5	11	16	8 a 10
1	8,4	14	8 a 10
5	6,0	10	10 a 60
10	5,0	10	10 a 60
50	4,5	9	60 a 3600

6.5. Sobreexcitaciones temporales

La energización de un transformador no es la única situación en la que se pueden producir flujos excesivos. De mucho mayor peligro aun para el transformador son las sobrecorrientes resultantes de la aplicación temporal de tensiones que estén por sobre la nominal.

En efecto, cualquier aumento de la tensión aplicada implica un aumento de la corriente de excitación. Por razones económicas, los transformadores se diseñan normalmente de modo que, bajo régimen de plena carga, el circuito magnético se comience a saturar fuertemente con la aplicación de tensiones superiores en un 5 % a la nominal (o superiores en un 10 %, si el transformador está en vacío). Por lo tanto, la corriente de excitación crecerá rápidamente si la tensión aplicada es superior al 105 %, alcanzándose, por ejemplo corrientes del 200 % con tensiones de 108 %; o corrientes del orden del 100 % de la corriente de plena carga, con tensiones del orden de 140 %. El efecto térmico de estas corrientes es muy superior al de la corriente normal de carga, debido a su fuerte contenido de armónicas.

En la medida en que crece la saturación, aumentará la cantidad de flujo que se cierra por fuera del circuito magnético, y que circula, por ejemplo, por los elementos estructurales del transformador, esto es, por fierro no laminado. Como consecuencia, se producirá un fuerte aumento de las pérdidas, tanto por histéresis como por corrientes parásitas, y habrá un incremento de la temperatura dentro del transformador. Si esta situación se mantiene durante cierto tiempo, la temperatura subirá por sobre aquella que corresponde a la clase de aislamiento, y se producirán daños permanentes que pueden inutilizar el transformador, o que al menos reducirán fuertemente su vida útil.

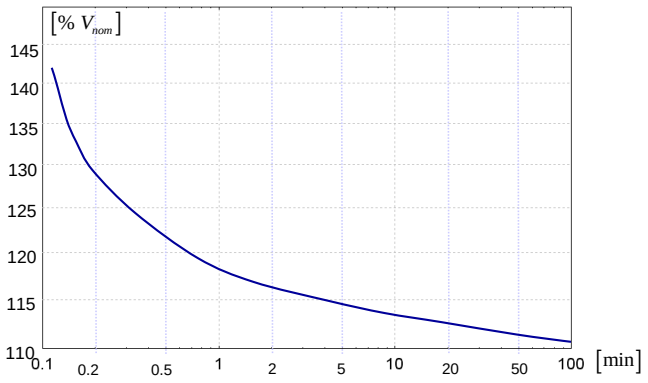


Figura 6.8: Tiempo límite aplicación de sobretensiones

Aunque las sobreexcitaciones permisibles varían de un diseño de transformador a otro, se suele adoptar como límite la curva de la figura 6.8, que da valores conservadores para el tiempo durante el cual se pueden aplicar determinadas sobretensiones, sin dañar el transformador. Nótese lo estrecho de los márgenes admisibles.

El fenómeno de la sobreexcitación resulta aun más exagerado si la frecuencia de la onda de tensión es inferior a la nominal, ya que las pérdidas por histéresis son inversamente proporcionales a la frecuencia (para E constante). Esta situación se puede presentar en los transformadores conectados directamente en serie con generadores (conexión unitaria), durante el proceso de partida de una máquina. En tal caso, se suele adoptar para el enrollado de baja tensión del transformador una tensión nominal que sea 5 % inferior a la nominal del generador, de manera de lograr tensiones más elevadas en el lado de alta tensión. Si el generador es excitado bajo control manual, cuando todavía gira a baja velocidad, y se mantiene invariable la posición del reóstato de la excitatriz correspondiente a medida que crece la velocidad, se producirán sobreexcitaciones muy severas en el transformador.

Otra situación peligrosa para los transformadores se puede presentar cuando están asociados a líneas de transmisión de extra alta tensión. Cualquier problema de operación que haga abrirse el extremo opuesto de la línea (que pasa así a operar como un condensador), podrá significar la aparición de tensiones elevadas en el transformador.

6.6. Cortocircuitos en bornes

La impedancia serie de los transformadores es comparativamente baja, sobre todo para unidades de menor tensión y capacidad (Tabla 6.1). Por lo tanto, de ocurrir un cortocircuito en los bornes secundarios de un transformador, o cerca de ellos, estando el equipo alimentado desde un sistema eléctrico grande (de baja impedancia de paso), podrán circular por el transformador corrientes altas (10 o más veces la nominal).

Además del efecto térmico, estas corrientes de cortocircuito producen esfuerzos mecánicos importantes en las bobinas, que tienden a desbaratar el transformador. Es por ello se han normado las corrientes máximas (efectivas simétricas) que pueden circular por los transformadores, así como los tiempos de permanencia de estas corrientes.

Tabla 6.3: Corrientes máximas admisibles

Capacidad $[MVA]$	I_{ccc}/I_{nom}	T perm $[s]$
0 a 0,63	25	2
0,63 a 3,15	16,7	4
3,15 a 10	10	6
10 a 40	9,1	7
40 a 200	8	8

En aquellas situaciones en las que las corrientes reales puedan superar estos valores, es preciso instalar un reactor serie limitante.

6.7. Disposición de los núcleos magnéticos

Una de las características que puede alterar la respuesta de un transformador trifásico es la constitución o disposición del núcleo magnético. Esto es particularmente válido durante la ocurrencia de perturbaciones, situación que se analizará en el Capítulo 13.

6.7.1. Banco de transformadores

Está formado por tres unidades monofásicas separadas, cada una de las cuales transforma un tercio de la potencia total (ver Figura 6.9). El circuito magnético se caracteriza por el hecho de que cada flujo tiene su propio circuito.

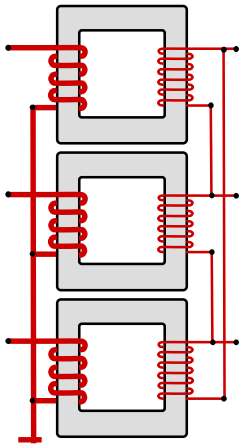


Figura 6.9: Banco

Es la disposición que requiere más hierro, y por ello la de mayores costos y pérdidas. Por otro lado, el peso y volumen de cada unidad monofásica es menor. que el de un transformador trifásico, lo que facilita el transporte. Por último, la capacidad de reserva requerida es menor, debido a que la falla de una unidad solo implica el cambio de dicha unidad, y no de todo el transformador triásico.

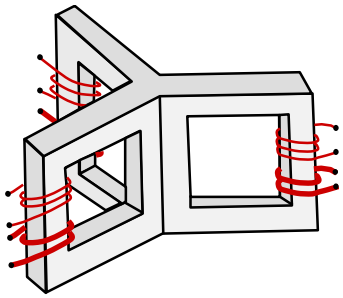


Figura 6.10: Tipo acorazado

6.7.2. Transformador tipo acorazado (*shell*)

Es una variante del banco de transformadores, en la que el núcleo magnético se dispone de tal manera que el retorno de las tres fases sea común (Figura 6.10). Con ello se ahorra fierro (hasta un 15 % respecto de la solución con banco de transformadores) y, consecuentemente, costo y pérdidas. En este caso, frente a una falla, ya no es posible reemplazar solo una unidad monofásica, sino que es preciso disponer de otro transformador trifásico completo de reserva.

Este tipo de transformador se usa preferentemente en las unidades de alta capacidad (corriente).

6.7.3. Transformador tipo núcleo (*core*)

Es tal vez el más empleado. En él se elimina totalmente el retorno en el circuito magnético, dado que, en condiciones normales, los tres flujos suman cero (Figura 6.11).

Con ello se ahorra fierro (hasta un 25 % respecto de la solución con banco de transformadores), y por ende costo y pérdidas. Además, amortigua el efecto de las terceras armónicas y de pequeños desequilibrios en las cargas. Sin embargo, requiere mayor capacidad de reserva que el banco de transformadores y, tal como se verá en el capítulo 13, la carencia de retorno magnético modifica la respuesta en caso de ocurrir alguna perturbación desequilibrada.

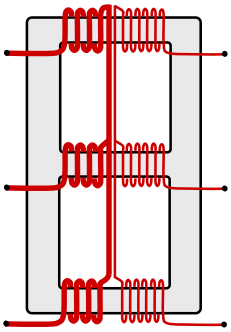


Figura 6.11: Tipo núcleo

6.8. Conexión eléctrica de los enrollados

La disposición eléctrica de los enrollados es otra de las características que pueden modificar la respuesta de un transformador, particularmente al ocurrir perturbaciones desequilibradas.

Cada enrollado posee dos terminales. Para los fines de ligar (en signo) los flujos con las magnitudes eléctricas, interesa asociarles una polaridad. Para un enrollado considerado en forma independiente, esta asociación es arbitraria, y cualquiera de los terminales podrá designarse como positivo. Ello significa que si se aplica tensión positiva a dicho terminal, circulará corriente hacia el otro terminal.

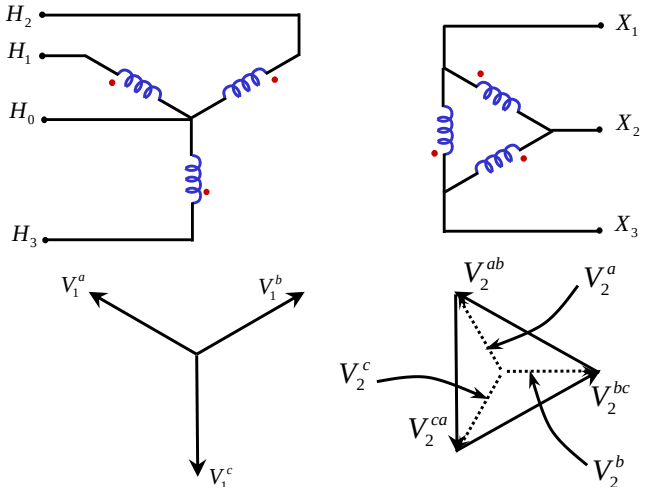


Figura 6.12: Conexiones de transformadores

Para los restantes enrollados del transformador que están ubicados en la misma pierna magnética, la definición de la polaridad ya no es arbitraria, pues está ligada con el sentido del flujo establecido por la primera bobina. Terminal positivo será aquel en el que se induce una tensión positiva cuando se aplica tensión positiva al terminal positivo del primer enrollado. Esta polaridad se suele indicar mediante puntos dibujados junto a los terminales positivos.

Los bornes de salida del transformador suelen ser identificados mediante letras (por ejemplo H_0, H_1, H_2 y H_3 los de alta tensión; X_0, X_1, X_2, X_3 los de baja tensión), como se muestra en la Figura 6.12 para el caso de una conexión estrella delta.

Pueden unirse entre sí (internamente casi siempre), de varias maneras, dando origen a disposiciones con diferentes propiedades, como se analiza a continuación.

6.8.1. Conexión en Y, en T o en estrella

Las tres fases de la alimentación van unidas a los extremos de igual polaridad de cada enrollado. Los otros extremos de estos enrollados se conectan a un punto común (ver Figura 6.13). El aislamiento requerido por cada enrollado será el que corresponda a la tensión fase-neutro. Si el neutro común está conectado a tierra, este aislamiento puede ser graduado, disminuyendo hacia dicho punto común.

En la Sección 6.2 se vio que la corriente de excitación de todo transformador contiene una fuerte componente de tercera armónica (para que el flujo pueda ser sinusoidal). Como dichas armónicas están en fase entre sí en las tres fases:

$$\begin{bmatrix} I_{m3} sen\,(3\omega t) \\ I_{m3} sen\,(3(\omega t - 2\pi/3)) \\ I_{m3} sen\,(3(\omega t - 4\pi/3)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{m3} sen\,(3\omega t) \\ I_{m3} sen\,(3\omega t) \\ I_{m3} sen\,(3\omega t) \end{bmatrix}$$

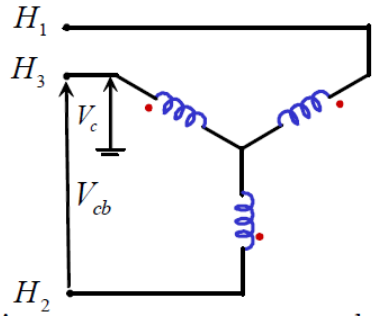


Figura 6.13: Conexión en T

Ellas solo podrán circular si el neutro se encuentra puesto a tierra. Si este no es el caso, la corriente contendrá solo componentes de quinta armónica y superiores, mientras que las fem inducidas contendrán una fuerte componente de tercera armónica (de hasta 70 %), que hace crecer el valor máximo de la tensión fase-neutro a cifras cercanas a la tensión entre fases (ver Figura 6.14).

Si el sistema de alimentación tiene su neutro conectado a tierra, aparecerá la tensión de tercera armónica (150 Hz) entre el punto común de la estrella y tierra, y el neutro oscilará a triple frecuencia.

Si el sistema de alimentación no está unido a tierra, la magnitud de la tensión entre el punto común de la estrella y tierra quedará condicionada por las capacitancias del sistema. Puede incluso haber resonancia entre dichas capacitancias y la inductancia del transformador, a una frecuencia muy similar a la de la tercera armónica, lo que podría reforzar la magnitud de las tensiones armónicas.

Un caso particular lo constituye el transformador tipo núcleo, donde se reduce mucho el flujo residual, por el hecho de circular por el aire. Las tensiones de tercera armónica son menores, y es menor la oscilación a triple frecuencia del neutro.

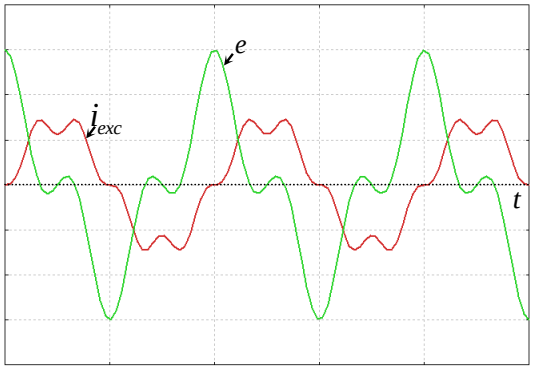


Figura 6.14: Formas de onda, conexión en T

6.8.2. Conexión en delta o triángulo

Los enrollados van dispuestos entre fases, formando un anillo cerrado. El aislamiento requerido es mayor, puesto que corresponde a la tensión entre fases. Por otra parte, las corrientes de delta son menores que las de línea, de modo que se requiere menos cobre (ver Figura 6.15).

Las terceras armónicas de la corriente de excitación pueden circular dentro de la delta, por lo que las fem inducidas serán sinusoidales.

Sin embargo, las terceras armónicas y sus múltiplos no saldrán hacia el sistema de alimentación, ya que se anulan al restar las corrientes de delta para formar la corriente de línea. Pese a ello, las corrientes de línea no serán sinusoidales, porque estarán presentes las quintas armónicas, de secuencia negativa, y otras superiores (ver Figura 6.16).

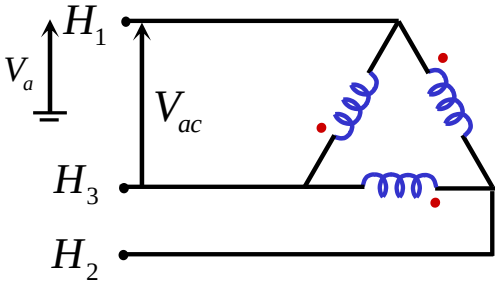


Figura 6.15: Conexión en delta

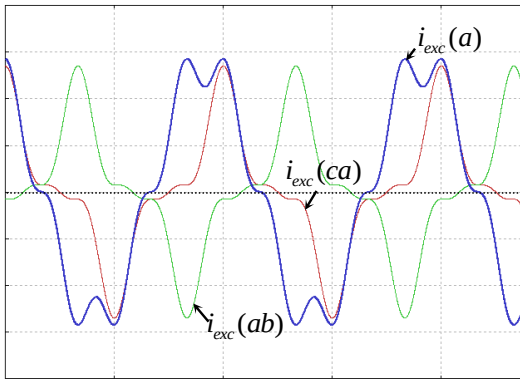


Figura 6.16: Respuesta en conexión delta

6.8.3. Conexión en zig-zag

En este caso se conectan en serie dos mitades de bobinas dispuestas sobre piernas diferentes del transformador (ver Figura 6.17). El conjunto se conecta luego en estrella. Requiere un 15 % más de cobre (enrollados) para producir igual efecto que la estrella, por lo que es más cara. La tercera armónica de la corriente de excitación puede circular solo si el neutro está a tierra, caso en el cual las fem inducidas son sinusoidales.

Si el neutro no está a tierra, aparecerán tensiones de tercera armónica. Aunque menores en magnitud que para la conexión estrella (en un factor $1/\sqrt{3}$), someten el aislamiento a un esfuerzo especial. Entre fases no aparecerá una tensión de tercera armónica, porque se anulan entre sí en los dos subenrollados. De esta forma, tampoco hay una oscilación del neutro a frecuencia triple.

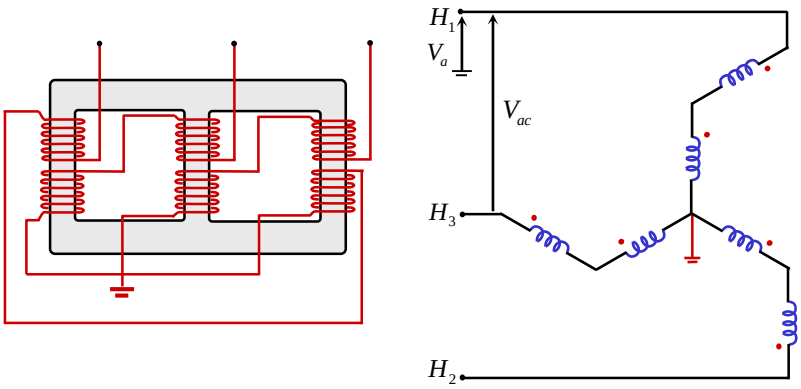


Figura 6.17: Conexión en zig-zag

La mayor diferencia de la conexión zig-zag con la estrella radica en el comportamiento durante perturbaciones asimétricas, hecho que se verá en el Capítulo 13.

6.8.4. Desfases primario-secundario

La representación gráfica de las conexiones eléctricas de transformadores (p.ej., Figuras 6.12, 6.13, 6.15) se hace de manera tal que los enrollados indiquen la posición de los fasores tensión correspondientes, tanto en lo que concierne a fase como a secuencia de fases (¡aunque no a la magnitud!). Enrollados ubicados en una misma pierna del transformador tienen sus tensiones en fase y, por lo tanto, deberán quedar paralelos en la representación.

En principio, las conexiones eléctricas de los enrollados de un transformador trifásico no tienen por qué ser iguales. Como es fácil de ver en los diagramas fasoriales correspondientes, la gran mayoría de las distintas formas de conectar los enrollados introduce desfases entre los fasores representativos de sus enrollados, en valores que son múltiplos de 30°. Para especificarlos en cada caso, se ha ido imponiendo una nomenclatura que es conveniente conocer: con una letra mayúscula (Y en caso de ser estrella, D si es delta y Z si es zig-zag) se indica la conexión eléctrica del lado de mayor tensión; con una letra minúscula la del lado de menor tensión. A continuación se coloca una cifra que indica el número de veces que hay que girar positivamente en 30° el fasor fase-neutro secundario para ponerlo en paralelo con el fasor fase-neutro primario. Dicho en forma gráfica, equivale a suponer que el fasor (fase-neutro) correspondiente al lado de alta tensión ocupa la posición (sobre el número 12) del minutero del reloj al dar la hora exacta, y que el fasor fase-neutro (¡de la misma fase!) en el lado de baja tensión ocupa el lugar del puntero horario del reloj. Si no hay desfase, marcará las cero horas. Si el desfase es +30°(el lado de baja tensión adelanta en 30°) marcará las 11. En cambio, si el desfase es –30°, marcará la 1.

Por ejemplo, el símbolo $Yy0$ indica que ambos enrollados están en estrella y que no existe desfase entre ambos. $Yy6$, en cambio, indica que si bien ambos enrollados están en estrella, existe un desfase de $6{\cdot}30 = 180°$ entre los fasores del primario y secundario.

$Dy1$ indica que el lado de alta tensión está conectado en delta, que el lado de baja tensión está en estrella, y que el desfase entre ambos es de –30° (hay que girar una vez en sentido positivo los fasores secundarios para que coincidan con los primarios).

Cuando se requiere representar el desfase θ en los circuitos equivalentes, se emplean transformadores ideales de razón $1\angle\theta : 1\angle 0$.

6.8.5. Conexiones más empleadas

En las Figuras 6.18 y 6.19 de las páginas que siguen se indican las conexiones que tienen alguna aplicación práctica, agrupadas de acuerdo con las conexiones eléctricas y los desfases primario-secundario que introducen.

A continuación se mencionan algunas características de las combinaciones de mayor uso:

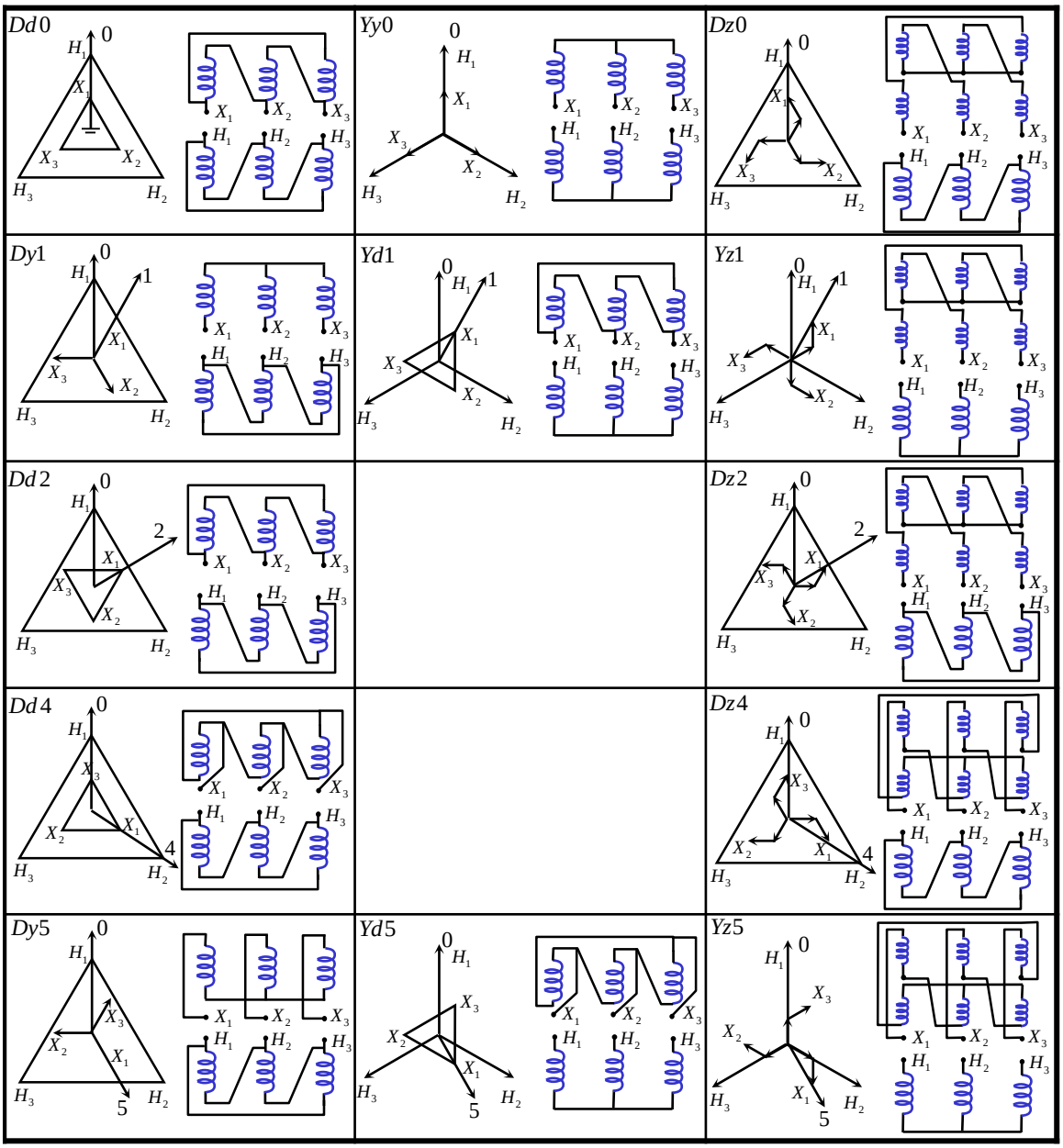


Figura 6.18: Conexiones de transformadores de dos enrollados (I^a parte, continúa en la próxima página)

Los **transformadores estrella-estrella** ($Yy0$, $Yy6$) se emplean para tensiones altas, ya que las bobinas requieren de menos aislación. Facilitan la alimentación de redes tetrafilares de distribución, por el hecho de tener un neutro en baja. Presentan los problemas ya vistos para esta conexión, en cuanto a la circulación de la tercera armónica de la corriente de excitación: problemas que se hacen extensivos al caso de corrientes de carga desequilibradas. Por ello, casi siempre se trabaja con ambos neutros conectados a tierra. Aun así, puede haber desplazamiento del neutro por efecto de la resistencia de la malla de tierra.

Los **transformadores delta-delta** ($Dd0$, $Dd2$, $Dd4$, $Dd6$, $Dd8$, $Dd10$) se emplean a veces, cuando se tiene corrientes de línea altas, para aprovechar el hecho de que las corrientes en la delta son más bajas. Por el aislamiento, las tensiones no pueden ser muy altas. Como carece de neutros, no posibilita la alimentación directa de redes tetrafilares. Una ventaja importante es que si falla una de las fases, sigue transformando trifásicamente. Por ello se emplean en algunas ocasiones en servicios auxiliares de subestaciones u otros consumos pequeños, pero de importancia.

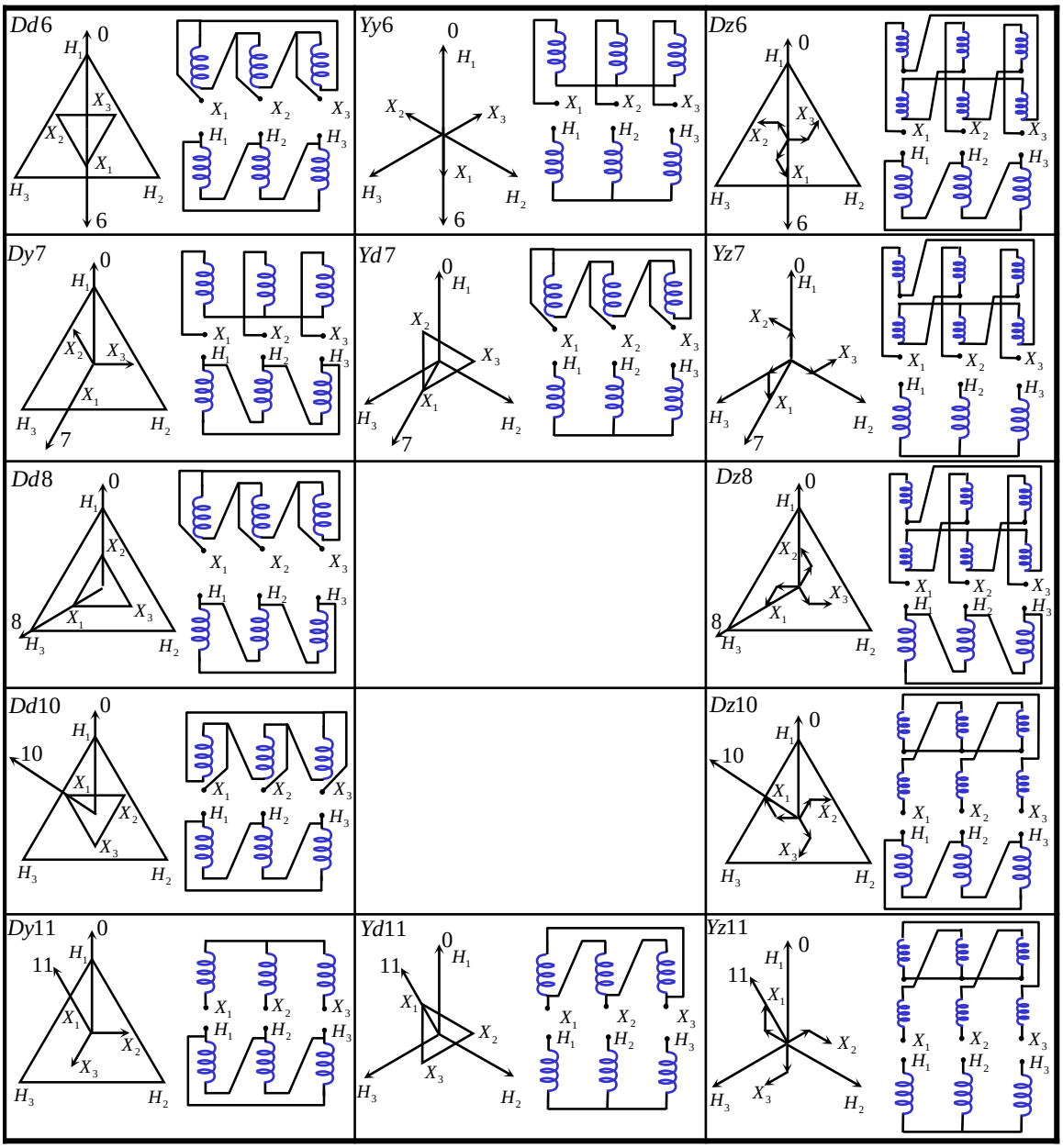


Figura 6.19: Conexiones de transformadores de dos enrollados (II^a parte)

El **transformador estrella-delta** ($Yd1$, $Yd5$, $Yd7$ e $Yd11$) es el más usado en las centrales, por ser más económico al aprovechar tanto las ventajas de la estrella en el lado de mayor tensión, como las de la delta en el lado del generador. Además, la delta estabiliza el neutro de la estrella, eliminando el principal problema de dicha conexión. Origina sí un desfase de 30° entre los fasores primarios y secundarios.

El **transformador estrella-zig-zag** ($Yz1$, $Yz5$, $Yz7$ e $Yz11$) introduce también desfases de 30° y mantiene puestas a tierra en ambos lados, pero es más caro que un estrella-delta. Se emplea entonces solo en casos especiales, como cuando hay que unir sistemas ya desfasados en 30°, como por ejemplo alta tensión con distribución.

El **transformador estrella-estrella-delta** se emplea cuando hay que unir sistemas en fase entre sí, aprovechando que la delta estabiliza los neutros de ambas estrellas.

Nótese que en teoría se pueden forzar conexiones del tipo $Yy4$ o $Yy8$, mediante la transposición de los terminales de salida del transformador y la conexión a la red, lo que no corresponde a una nueva forma de interconexión de bobinas como las mostradas en las Figuras 6.18 y 6.19.

6.9. Capacidad de un transformador

La capacidad nominal de un transformador representa la potencia máxima que este puede transformar en forma permanente. Se mide en MVA, y está determinada por el calentamiento admisible en el aislamiento. La tabla 6.4 resume las clases de aislamiento usuales y las temperaturas que cada una admite.

Tabla 6.4: Temperaturas admisibles ($°C$)

	Clase de aislamiento					
	A	A_0	E	B	F	H
	Orgánico con barniz orgánico	Orgánico en aceite	Papel con esmalte sintético	Inorgánico con barniz sintético	Inorgánico con silicona modificada	Inorgánico con silicona pura
Enrollados	60	65	75	80	100	135
Puntos alta Temp.	105	115	120	130	155	180
Núcleo	La temperatura no debe dañar materiales adyacentes					

La capacidad nominal constituye más una cantidad de referencia para las pruebas y garantías que otorga el fabricante, que un límite de operación. En efecto, la considerable variación en las solicitaciones (tensiones aplicadas, carga, temperatura ambiente, etcétera), hace que la temperatura máxima de trabajo se pueda conseguir bajo cargas muy diversas, en algunos casos superiores a la capacidad nominal. Así, por ejemplo, en forma conservadora, se puede aceptar que una reducción de $10°C$ en la temperatura ambiente (con respecto a la de diseño) permite un aumento de la máxima carga posible de un 10 %.

Por otra parte, si la carga no es constante en el tiempo, como ocurre normalmente en los transformadores de un sistema, es posible aceptar sobrecargas temporales, aprovechando la gran inercia térmica de la transmisión aceite-aire (aproximadamente 3 horas). Es así como las normas aceptan sobrecargas de 10 % durante 3 horas (por ejemplo, durante la punta de carga diaria), o de 30 % durante 1 hora, a continuación de una operación continua a media carga. Incluso es posible conseguir ocasionalmente sobrecargas mucho mayores, si se aceptan pequeñas pérdidas en la vida útil del transformador. Estas sobrecargas esporádicas dependerán de la temperatura ambiente, del tipo de ventilación del transformador y de la carga previa a que estaba sometido. En todo caso, no se debe olvidar que ¡el porcentaje de pérdida de vida útil correspondiente a determinada sobrecarga debe aplicarse cada vez que ocurre esa sobrecarga! Si la sobrecarga no es tan esporádica, puede acortar de forma importante la vida útil del transformador.

En la Figura 6.20 se han trazado los límites para una temperatura ambiente alta ($30°C$), suponiendo características térmicas conservadoras para los elementos del transformador. Se aprecia que es posible conseguir ocasionalmente sobrecargas del 50 % durante 4 horas, aceptando una pérdida de vida útil del transformador no superior a $0,5$ %.

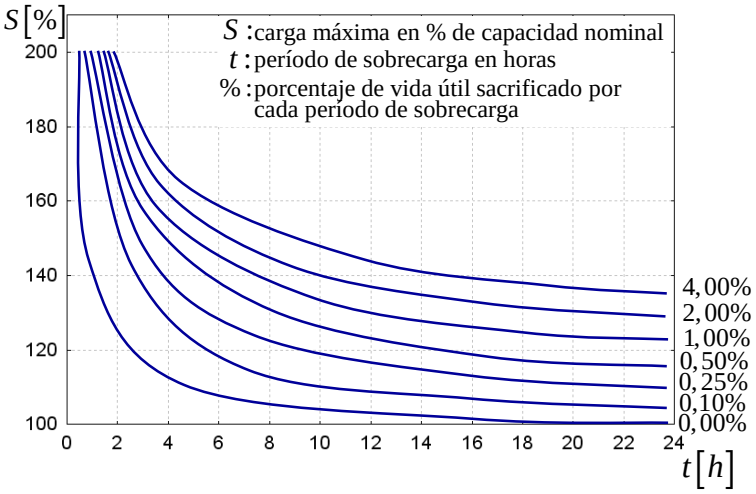


Figura 6.20: Sobrecapacidad de un transformador

Un caso especial de sobrecarga se presenta durante cortocircuitos en el sistema eléctrico. Debido al bajo valor de la reactancia de fuga, un cortocircuito en bornes del transformador implicará corrientes elevadas y distintas en las tres fases, lo que somete los enrollados a un gran esfuerzo. Por ello, los fabricantes establecen valores límites del producto *corriente* × *tiempo* que los equipos pueden resistir. En consecuencia, habrá que implementar protecciones que detecten la sobrecorriente y desconecten el transformador en el menor tiempo posible.

6.10. Tipos de ventilación

Los problemas de evacuación del calor producido por las pérdidas crecen en la medida en que aumenta la potencia transformada, obligando a hacer circular líquidos o gases refrigerantes especiales dentro del transformador. La circulación del refrigerante puede ocurrir por convección natural (N), ayudada por una buena disposición de las partes; o en forma forzada (F), con ayuda de impelentes mecánicos (existe también una categoría denominada D, en la que el aceite refrigerante es dirigido, por diseño, hacia las partes más calientes). A su vez, los refrigerantes usados pueden ser, por ejemplo, aire (A), aceite mineral (O), agua (W), o algún gas (G) tal como hidrógeno, etc.

El sistema de ventilación usado en un transformador se indica por medio de combinaciones de cuatro letras. Las dos primeras corresponden respectivamente al refrigerante en contacto con los devanados y al tipo de circulación, y las dos últimas a los mismos antecedentes, pero para el refrigerante en contacto con el ambiente exterior. Los sistemas más usados son:

El sistema ONAN, en el que el aceite que baña los enrollados circula por convección natural hacia los tanques enfriadores superiores, donde entrega su calor al aire ambiente. Es el más usado y el que sirve normalmente de referencia. El aceite, que cumple además un importante papel como aislante, debe tener baja viscosidad y alta resistividad dieléctrica. Presenta el grave problema de ser inflamable, lo que restringe su uso a transformadores ubicados al aire libre.

Nótese que, debido a la introducción de humedad en el transformador, se debe reprocesar el aceite de un transformador que ha permanecido un tiempo largo desenergizado al aire libre, antes de volver a energizarlo. De otra manera se corre un serio riesgo de producir una falla interna.

En **el sistema ONWF** se enfría el aceite con ayuda de agua a baja temperatura. Se suele usar en centrales hidroeléctricas, donde se dispone fácilmente de ese refrigerante.

En **el sistema ONAF** se aumenta la circulación del aire que lo rodea con ayuda de ventiladores. Con ello sube hasta en un 33 % la capacidad del transformador, aunque también el costo de operación. Se emplea, por lo tanto, cuando hay cargas altas esporádicas y una carga base menor. En algunos casos se agregan dos etapas de ventilación forzada.

En **el sistema OFAF** se agregan bombas para aumentar la circulación del aceite, con lo que sube hasta en un 25 % adicional la capacidad del transformador.

Cuando un transformador posee alternativas de ventilación, ellas se indican a través de las combinaciones de letras correspondientes, separadas por líneas oblicuas; por ejemplo, *ONAN / ONAF / OFAF*.

6.11. Cambiadores de derivación

La necesidad de poder variar, dentro de ciertos rangos estrechos, la tensión secundaria del transformador, ha llevado a equipar los transformadores con **cambiadores de derivación** (*tap changer*). Estos cambiadores pueden ser operados en vacío (con el transformador desenergizado), o bien bajo carga (más caros). Estos últimos van conectados generalmente en el lado del neutro del enrollado de mayor tensión (y menor corriente).

Los **cambiadores en vacío** exigen desconectar el transformador cada vez que se desee modificar la relación (interrumpiendo el abastecimiento del sistema secundario), de manera que solo se usan para mantener tensiones medias en el secundario. Usualmente tiene pasos de 2 o de $2,5\,\%$ y un rango máximo de $5\,\%$ (por ejemplo, $\pm 2,5\,\%$; o bien, $+2 \times 2,5\,\%$ y $-1 \times 2,5\,\%$: o también $\pm 2 \times 2,5\,\%$).

Los **cambiadores bajo carga** son dispositivos delicados, ya que cada operación de cambio de la relación N_1/N_2 implica una solicitación muy violenta para el equipo. En efecto, para que la corriente no se interrumpa, es preciso cortocircuitar durante el tiempo que dure el proceso las tomas o derivaciones involucradas, lo que a su vez equivale a cortocircuitar un cierto número de espiras del transformador.

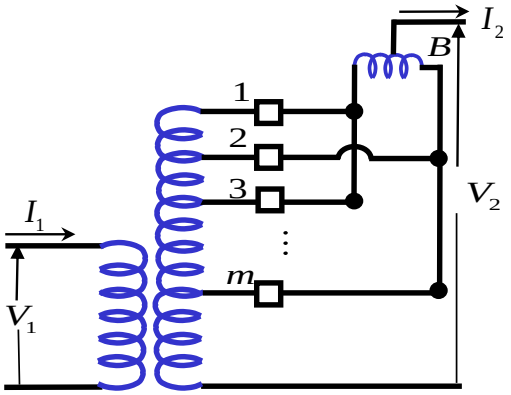


Figura 6.21: Cambiador bajo carga

La solución más usada responde básicamente al esquema de la Figura 6.21, en la que $1, 2, 3, ..., m$ son interruptores, y B es un pequeño autotransformador auxiliar, cuya reactancia es suficiente para limitar a valores aceptables la

corriente de cortocircuito cuando queda conectado entre dos derivaciones sucesivas. Si solo está cerrado el interruptor 1, la tensión V_2 será la máxima posible. Si se cierran simultáneamente 1 y 2, ocurre como si la toma estuviera en un punto intermedio entre las derivaciones 1 y 2, por lo que V_2 será menor. Si a continuación se abre 1, la toma quedará en 2, y se habrá completado el cambio de derivación.

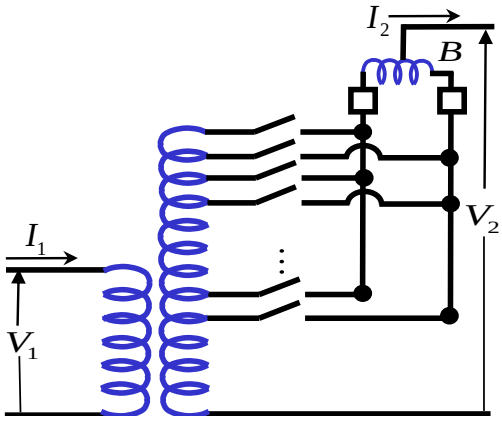


Figura 6.22: Otro cambiador bajo carga

El esquema de Figura 6.22 opera en forma parecida. Si bien tiene solo dos interruptores (lo que disminuye su costo), exige un equipo mecánico muy poderoso para efectuar todos los movimientos de contactos y operar (por medio de un mecanismo de peineta) los desconectadores.

En cualquiera de los esquemas, es de importancia que el proceso de cambio de derivación se efectúe en forma continua y completa, sin que se interrumpa, en caso de fallar la alimentación eléctrica de los servicios auxiliares. Este es el motivo por el cual en los equipos de mayor capacidad se incorpora un volante cuya energía cinética garantiza que el proceso se completará. Este volante es llevado a su velocidad de régimen por un motor auxiliar antes de iniciar el proceso.

La violencia que de todos modos adquiere el cambio hace que los cambiadores bajo carga sean elementos delicados, y sujetos a mantenimientos difíciles cada cierto número de operaciones.

El mejoramiento de las características de los tiristores, y su paulatino abaratamiento, han llevado a la aparición de esquemas de cambio de derivación bajo carga en los que tiristores auxiliares en paralelo con los contactos principales permiten el paso de la corriente mientras se efectúa el cambio de derivación. Con ello se evitan, además, los arcos eléctricos en los contactos principales, lo que reduce el número de intervenciones de mantenimiento. La tecnología es relativamente compleja, y para implementarla se requiere disponer de baja tensión en el transformador.

En la especificación de las características del cambiador bajo carga hay dos aspectos de importancia: el rango total de variación y la magnitud del paso entre derivaciones.

A primera vista parece lógico pensar que la regulación de tensión será tanto mejor cuanto menor sea la magnitud de los pasos del cambiador. Sin embargo, estudios hechos en redes europeas y norteamericanas confirman que la reducción de la magnitud de los pasos de regulación, más allá de un 2 a $1,5\,\%$, significa un mejoramiento muy leve en la calidad de la regulación. Como cada paso de reducción implica un aumento del costo del cambiador, se han normalizado valores tales como 1,25 %, 1,5 %, 2 % y 2,5 %.

El rango total del cambiador influye en forma mucho más notoria en la calidad de la regulación, mejorándola en la medida en que crece dicho rango. Como todo aumento del rango trae consigo también un aumento del costo del cambiador, se han normalizado valores tales como $\pm 10\,\%$, $\pm 12\,\%$ y $\pm 15\,\%$.

El circuito equivalente en por uno de un transformador provisto de cambiadores bajo carga será el usual del transformador, seguido de un transformador ideal de razón variable. La Figura 6.23 muestra el circuito equivalente para una razón de transformación $t:1$ (por ejemplo, $1,05/1$, correspondiente a más $5\,\%$ o $2 \cdot 2,5\,\%$), distinta de la nominal $N/1$.

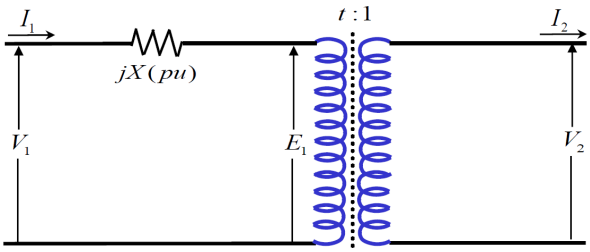


Figura 6.23: Circuito equivalente transformador con cambiador bajo carga

Los valores de los parámetros ABCD, de la matriz de admitancias y del circuito equivalente π, se obtienen directamente de lo ya visto en la Sección 6.2 (notar que en este caso la matriz de admitancia considera la corriente I_2 saliendo del tetrapolo).

$$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} t & X/t \\ 0 & 1/t \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} \tag{6.11}$$

$$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/jX & -t/jX \\ t/jX & -t^2/jX \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix}$$

Nótese que, en estricto rigor, la reactancia del circuito equivalente depende de la posición del cambiador. Sin embargo, en la práctica esta variación es pequeña, y se suele admitir que las reactancias son constantes, e iguales a la que corresponde a la toma media (entregadas por el fabricante, a partir de los ensayos de cortocircuito y circuito abierto).

Las relaciones matriciales permiten asimismo definir un modelo π equivalente para este tipo de transformadores (Figura 6.24).

Cabe señalar también que el transformador ideal de razón de transformación t de la Figura 6.22 puede ser modelado en el lado del primario. ¡Es importante considerar que en este caso las relaciones matriciales cambian consistentemente!

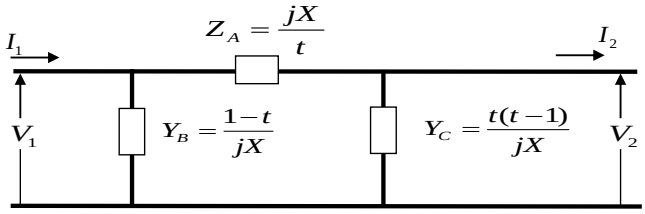


Figura 6.24: Transformador con cambiador de derivación

Cargando "Representacion_en_pu" en el programa DeepEdit, y utilizando la herramienta de flujo de potencia, es posible estudiar el efecto en el sistema al cambiar la derivación "t" del transformador de poder.

6.12. Transformadores en paralelo

Para poder operar en paralelo dos o más transformadores, es indispensable que ellos tengan conexiones compatibles, esto es, que operen con idénticos niveles de tensión en ambos enrollados ($N_1/N_2 = N_I/N_{II}$), y que los desfases que introducen sean iguales (los fasores tensión deben ser de igual magnitud y fase). Además, deben poseer igual sentido de rotación de los fasores secundarios.

Esto restringe, en principio, la puesta en paralelo al caso de transformadores cuyos índices horario en sus conexiones eléctricas sean iguales (por ejemplo, $Yy0$ con $Dd0$ o con $Dz0$; $Dy1$ con $Yd1$ e $Yz1$; etcétera). Sin embargo, con algunos cambios en las uniones de salida, es posible también poner en paralelo algunos transformadores con índice horario diferente.

Por ejemplo, diferencias de 4 en el índice horario (0 con 4 y 8; 1 con 5 y 9; 2 con 6 y 10; 3 con 7 y 11) implican desfases de 120° o 240°, que se pueden eliminar girando en forma cíclica las fases (desplazándolas en 120°).

Diferencias de 2 en el índice horario se pueden eliminar en algunos casos invirtiendo el sentido de rotación de los devanados de uno de los transformadores, permutando entre sí dos de las fases en el primario, y otras dos en el secundario. Por ejemplo, un $Yd11$ se puede convertir en un $Yd1$ procediendo como se muestra en la Figura 6.25.

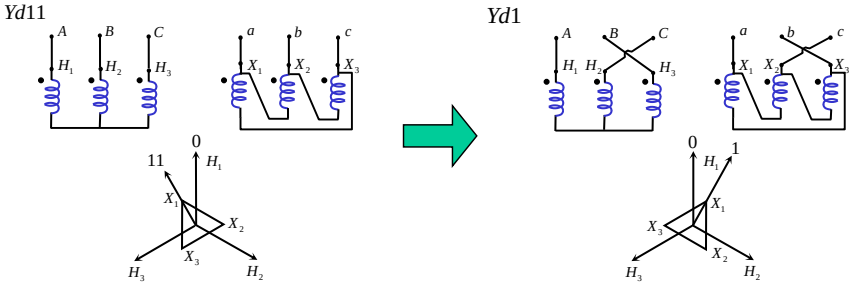


Figura 6.25: Conversión de conexiones en transformadores

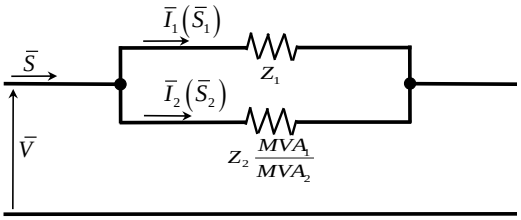


Figura 6.26: Transformadores en paralelo

Aunque las razones de transformación sean iguales, la división de la carga total S entre dos transformadores en paralelo no se producirá naturalmente en proporción a sus capacidades (MVA_i) (ver Figura 6.26).

$$\left(\frac{\overline{S}_1}{\overline{V}}\right)^* \overline{Z}_1\ (pu1) = \left(\frac{\overline{S}_2}{\overline{V}}\right)^* \overline{Z}_2\ (pu1)$$

$$\left(\frac{\overline{S}_1}{\overline{S}_2}\right)^* = \frac{\overline{Z}_2\ (pu1)}{\overline{Z}_1\ (pu1)} \tag{6.12}$$

Para que dos transformadores en paralelo se carguen proporcionalmente a sus capacidades, sus impedancias, expresadas en por uno en una base común, deben guardar entre sí la relación inversa que las correspondientes capacidades. Dado que usualmente los valores de los parámetros se conocen en base propia, reemplazando Z_2 ($pu1$) por Z_2 ($pu2$) y multiplicando por el factor MVA_1/MVA_2, la relación anterior queda expresada como:

$$\left(\frac{\overline{S}_1}{\overline{S}_2}\right)^* = \frac{Z_2\ (pu2)}{Z_1\ (pu1)} \times \frac{MVA_1}{MVA_2} \tag{6.13}$$

Consecuentemente, **para que dos transformadores en paralelo se carguen proporcionalmente a sus capacidades, sus impedancias, expresadas en por uno en las respectivas capacidades, deben ser iguales** ($Z_2\ (p.u,2) = Z_1\ (p.u,1)$)**.**

En el fondo, se ha establecido una restricción adicional (y parcial) para la conexión en paralelo de transformadores, ya que si no se cumple la condición anterior, toma más carga el transformador de menor impedancia, que puede llegar a sobrecargarse.

Por último, cabe destacar que, dentro de cierto margen, la condición de que las tensiones de ambos transformadores sean iguales en magnitud no es del todo obligatoria, como lo es la del desfase de dichas tensiones. Si las tensiones no son rigurosamente idénticas (por ejemplo, derivaciones diferentes), la conexión en paralelo es posible, aunque no siempre recomendable, ya que se establecerá una corriente interna de circulación que compensa, por medio de las caídas en las impedancias internas, las diferencias entre las fem individuales diferentes y la tensión común en los bornes.

$$\Delta I = \frac{\Delta E}{j\ (X_A\ +\ X_B)} = \frac{V_{2A}\ -\ V_{2B}}{j\ (X_A\ +\ X_B)} \tag{6.14}$$

$$I'_A = I_A + \Delta I \tag{6.15}$$

$$I'_B = I_B - \Delta I$$

La suma fasorial de esta corriente con las de carga **conduce a la sobrecarga anticipada del transformador de mayor tensión, limitando así la capacidad máxima del conjunto**.

6.13. Transformadores de N enrollados

Es relativamente frecuente la existencia de transformadores con más de dos enrollados, ya que resultan más económicos que la combinación de varios transformadores separados de dos enrollados cada uno. En este caso, cada enrollado puede tener tensión y capacidad diferentes.

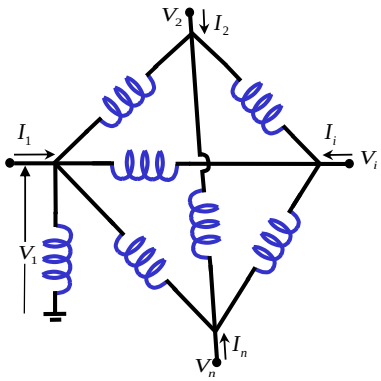


Figura 6.27: Circuito equivalente monofásico

En la situación general de un transformador de n enrollados, el circuito equivalente tendrá $n(n-1)/2$ impedancias que unen los n terminales entre sí (ver Figura 6.27), y que corresponden a

$$V_i = jI_1X_{1i} + jI_2X_{2i} + ... + I_iZ_{ii} + ... + jI_nX_{ni} \quad (i = 1, 2, ...n)$$

o bien:

$$I_i = Y_{1i}V_1 + Y_{2i}V_2 + ... + Y_{ii}V_i + ... + Y_{ni}V_n \tag{6.16}$$

Estos parámetros X_{ij} se determinan experimentalmente, por ejemplo, aplicando tensión reducida a un enrollado, cortocircuitando y midiendo corriente en otro, pero dejando los demás abiertos en el circuito físico, pero no en el circuito equivalente. Para determinar los parámetros recíprocos Y_{ij}, se aplica tensión a un enrollado y se cortocircuitan los demás.

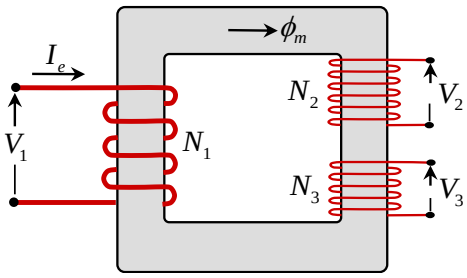


Figura 6.28: Transformador monofásico de 3 enrollados

En el caso de bancos de transformadores monofásicos, estas medidas se realizan, ya sea en su forma de conexión trifásica especificada (ejemplo Yd1), o bien haciendo circular en las unidades monofásicas las corrientes especificadas.

6.13.1. Transformadores de 3 enrollados

Las impedancias representativas de un transformador de tres enrollados (Figura 6.28) se obtienen normalmente por pares de enrollados, mediante pruebas de cortocircuito (por ejemplo, $Z_{12} = V_1/I_2$, si $V_2 = I_3 = 0$). Puesto que los enrollados tienen capacidades nominales diferentes, es normal que estas impedancias resulten también expresadas en bases diferentes. En tal caso, habrá que expresarlas primero en una base de potencia única y común.

Nótese que, por la forma de medir estas impedancias, no es posible representar el transformador mediante un circuito en delta que las use directamente, ya que en tal circuito no se obtendría Z_{12} al medir V_1/I_2, ¡sino el paralelo de Z_{12} y $(Z_{23} + Z_{31})$!

En este caso particular en que $n = 3$, es fácil determinar un circuito equivalente en estrella y, a partir de él, un circuito equivalente en delta (ver Figura 6.29).

Siendo Z_{12}, Z_{23} y Z_{31} los resultados de las pruebas efectuadas, y si se denominan por Z_p, Z_s y Z_t las impedancias de la estrella equivalente, y por Z'_{12}, Z'_{23} y Z'_{31} las de la delta equivalente, se tendrá:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= Z_p + Z_s \\ Z_{23} &= Z_s + Z_t \\ Z_{31} &= Z_t + Z_p \end{aligned} \tag{6.17}$$

De donde resulta que:

$$\begin{aligned} Z_p &= \frac{1}{2}\ (Z_{12} + Z_{13} - Z_{23}) \\ Z_s &= \frac{1}{2}\ (Z_{21} + Z_{23} - Z_{31}) \\ Z_t &= \frac{1}{2}\ (Z_{31} + Z_{32} - Z_{12}) \end{aligned} \tag{6.18}$$

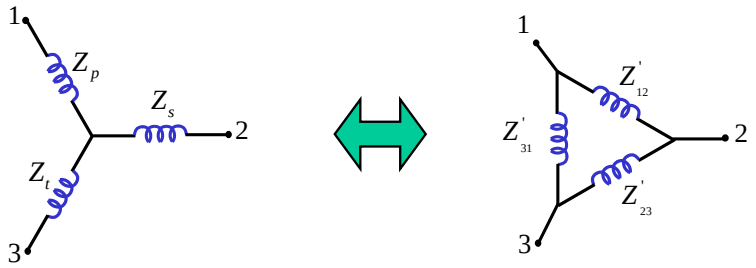


Figura 6.29: Circuitos equivalentes transformador tres enrollados

Usando la transformación estrella a delta, se puede plantear también un circuito equivalente en delta con las ecuaciones de transformación:

$$\begin{aligned} Z'_{12} &= Z_{12} + Z_p Z_s / Z_t \\ Z'_{23} &= Z_{23} + Z_s Z_t / Z_p \\ Z'_{31} &= Z_{31} + Z_p Z_t / Z_s \end{aligned} \tag{6.19}$$

Si hay desfases que considerar $(\Delta - Y)$, habrá que agregar transformadores ideales de razón $1\angle\theta : 1\angle 0$, en la rama correspondiente.

No se debe olvidar que los Z_p, Z_s y Z_t no son "reales", en el sentido de que se obtienen por medio de una manipulación matemática. Por ello, **pueden resultar negativos** (¡capacitivos!), dependiendo de la disposición física relativa de los enrollados. Por ejemplo, en el caso más común en que los enrollados se disponen de menor a mayor tensión a partir del núcleo, resulta que $Z_{13} \approx Z_{12} + Z_{23}$. Según sea la aproximación de esta relación, puede resultar $Z_s = 0$, o incluso ligeramente negativo.

Tampoco se debe olvidar que el punto común de la estrella es ficticio (¡en el sentido de que esta no presenta un neutro!) y que el circuito equivalente es monofásico y no trifásico (¡como aparece a primera vista!).

6.13.2. Transformadores de cuatro enrollados

El circuito equivalente de un transformador de cuatro enrollados debe tener cuatro terminales, y al menos seis impedancias independientes que los unan, correspondientes a las impedancias de cortocircuito entre cada dos pares de terminales, con los otros dos terminales abiertos. De las muchas formas posibles de simplificar este circuito, una de las más conocidas es la de la Figura 6.30, que garantiza valores positivos para e y f.

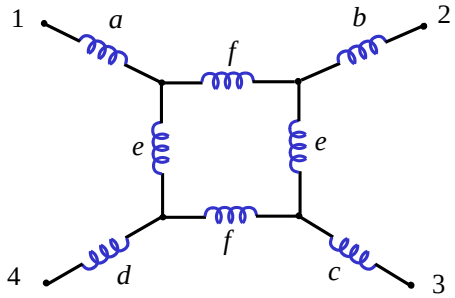


Figura 6.30: Circuito equivalente transformador de 4 enrollados

Si se designan las impedancias de cortocircuito experimentales como Z_{12}, Z_{23}, etcétera, y con a, b, c, d, e, f, las impedancias del nuevo circuito equivalente, se tendrá:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= a + b + \frac{f\ (2\,e{+}f)}{2\ (e{+}f)} \\ Z_{13} &= a + c + (e + f)/2 \end{aligned}$$

etc., de donde se obtiene primero e y f, eliminando a, b, c, d, y luego las otras incógnitas, reemplazando e y f:

$$
\begin{aligned}
e &= Z_{13} + Z_{24} - Z_{12} - Z_{34} + \sqrt{(Z_{13} + Z_{24} - Z_{12} - Z_{34})\,(Z_{13} + Z_{24} - Z_{14} - Z_{23})} \\
f &= Z_{13} + Z_{24} - Z_{14} - Z_{23} + \sqrt{(Z_{13} + Z_{24} - Z_{12} - Z_{34})\,(Z_{13} + Z_{24} - Z_{14} - Z_{23})} \\
a &= \frac{1}{2}\left(Z_{12} + Z_{14} - Z_{24} - \frac{e\,f}{e+f}\right) \\
b &= \frac{1}{2}\left(Z_{12} + Z_{23} - Z_{13} - \frac{e\,f}{e+f}\right) \\
c &= \frac{1}{2}\left(Z_{23} + Z_{34} - Z_{24} - \frac{e\,f}{e+f}\right) \\
d &= \frac{1}{2}\left(Z_{34} + Z_{14} - Z_{13} - \frac{e\,f}{e+f}\right)
\end{aligned}
\tag{6.20}
$$

Para que e y f sean positivos, se deberá cumplir que $Z_{13} + Z_{24} > Z_{12} + Z_{34}$ y que $Z_{13} + Z_{24} > Z_{14} + Z_{23}$, lo que siempre se puede conseguir designando adecuadamente los terminales. Si e y f resultan pequeños, puede introducirse una simplificación adicional al despreciarlos.

6.14. Autotransformadores

Se les puede ver como la conexión eléctrica en serie de dos enrollados situados en un mismo núcleo magnético. El devanado de menor tensión se denomina **enrollado común**, y el otro, **enrollado serie** (ver Figura 6.31).

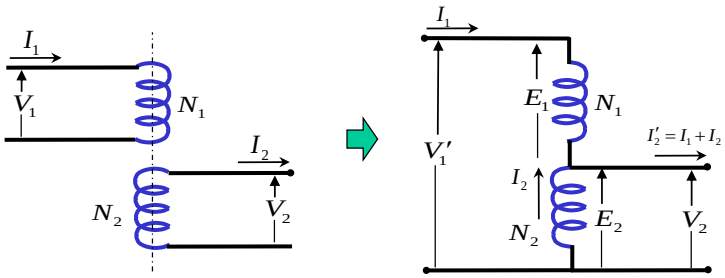


Figura 6.31: Conexión eléctrica de un autotrasformador

Para que la conexión sea posible, este último devanado debe estar aislado a un nivel superior al que tendría como transformador. El devanado común va conectado al sistema de menor tensión y el serie al de mayor tensión. La potencia es transferida, en parte por inducción y en parte por conducción eléctrica.

La ventaja de esta forma constructiva, respecto de la conexión normal como transformador, radica en la mayor capacidad que es posible conseguir, manteniendo las corrientes por enrollado y con ello las pérdidas óhmicas.

En efecto:

$$
\frac{V_1{}'}{V_2} = \frac{V_1 + V_2}{V_2} \approx \frac{E_1 + E_2}{E_2} = \frac{N_1 + N_2}{N_2} = \frac{N_1'}{N_2} \tag{6.21}
$$

Además:

$$
\frac{I_1}{I_2{}'} = \frac{I_1}{I_1 + I_2} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = \frac{N_2}{N_1'} \tag{6.22}
$$

de modo que se confirma que la capacidad como autotransformador es mayor que como transformador:

$$
\frac{Cap\ ATR}{Cap\ TR} = \frac{V_2\,I_2'}{V_2\,I_2} = \frac{I_2'}{I_2} = \frac{N_1'}{N_1} = \frac{N_1 + N_2}{N_1} = \frac{N_1'}{N_1' - N_2} = \frac{N_1'/N_2}{N_1'/N_2 - 1}
$$

El aumento de capacidad se obtiene por medio de la suma de I_2, la corriente "transformada" magnéticamente, con la corriente primaria I_1, que es transferida directamente al circuito secundario.

En un autotransformador, el hecho de que la relación dependa de I_2'/I_2, implica que para niveles de tensión dados, es posible conseguir una capacidad determinada empleando menos cobre, puesto que I_2 es menor que I_2'. Esta economía es la principal ventaja que justifica el uso de los autotransformadores. El ahorro en cobre es mayor en la medida en que la razón de transformación N_1/N_2 se acerque a uno, y se va haciendo significativamente menor en la medida en que N_1'/N_2 sobrepase de dos.

Por otra parte, la menor cantidad de cobre usado reduce algo la longitud de los núcleos magnéticos, con lo que disminuyen también las pérdidas en el hierro y la corriente de magnetización.

La unión metálica entre primario y secundario constituye en algunos casos una desventaja de los autotransformadores, puesto que facilita la transmisión de perturbaciones, como por ejemplo, sobretensiones. Este factor limita

también la razón de transformación al rango $N_1'/N_2 \leqslant 2$.

Un importante inconveniente de los autotransformadores radica en la disminución de las impedancias propias (en pu), con relación a las de los transformadores. Ya por diseño resultan menores que las de estos últimos, debido a que no existen las fugas primario-secundario para la parte común del enrollado, pero al expresarlas en por uno en una base mayor de tensión, disminuyen notablemente. Esto hace crecer las corrientes para el caso de cortocircuitos en bornes, pudiéndose sobrepasar los máximos tolerables (25 veces la corriente nominal), e incluso haciendo que en ocasiones sea necesario agregar reactores limitadores en serie.

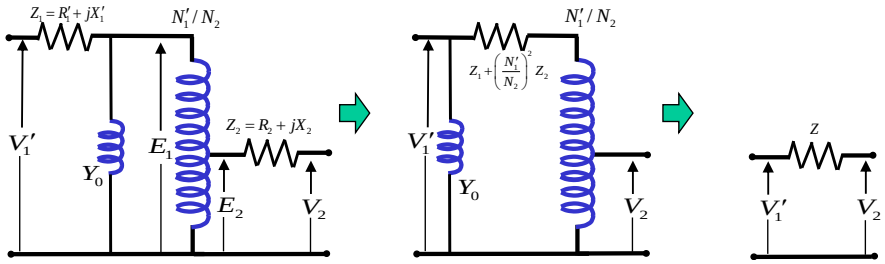


Figura 6.32: Circuito equivalente de un autotransformador

El circuito equivalente de un autotransformador, como el mostrado en la Figura 6.32, es similar al de un transformador, adoptando la razón de transformación N_1'/N_2.

La corriente de excitación, expresada en por uno en las bases como autotransformador: $[I_{eATR}/I_{eTR} = (V_1' - V_2)/V_2]$, es menor que para el transformador equivalente, de modo que puede ser despreciada casi en la totalidad de los casos.

La conexión en estrella (Yy) de autotransformadores trifásicos tiene un comportamiento similar al del transformador de igual conexión, particularmente en lo referente a las terceras armónicas. Una falla a tierra en el sistema de mayor tensión repercutirá en tensiones anormalmente altas entre los terminales del lado de menor tensión y tierra. La forma usual de superar estos problemas consiste en agregar un tercer enrollado de estabilización, conectado en delta.

La conexión en delta (Dd) es poco usada. Cabe mencionar que en este caso las tensiones secundarias quedan desfasadas respecto de las primarias. El comportamiento es similar al del transformador de igual conexión.

La conexión zig-zag-estrella (Zy) es empleada ocasionalmente para poner a tierra sistemas aislados. Se desempeña también igual que el transformador correspondiente.

6.15. Transformador regulador (*booster*)

Los transformadores reguladores (*booster* en inglés) son una variedad de autotransformador en la que los enrollados serie y paralelo son en realidad transformadores cuyos secundarios se realimentan, como se muestra en la Figura 6.33. El transformador de excitación puede ser un transformador o un autotransformador de dos enrollados.

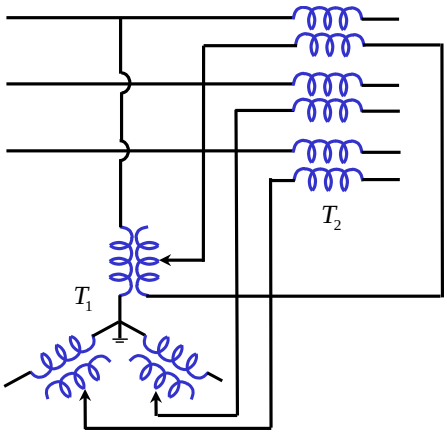


Figura 6.33: Transformador regulador

Se emplean fundamentalmente en aquellos nudos en los que, existiendo ya un transformador sin cambiador de derivaciones, se hace necesario regular la tensión, así como en el caso de líneas en las que no se requiere cambiar de nivel de tensión, pero sí regular tensión dentro de los márgenes normales (por ejemplo, redes de distribución primaria, o alimentaciones secundarias largas que salen de una central). También se suelen emplear en nudos normales, en vez de un transformador con cambiador incorporado, atendiendo a consideraciones de seguridad de servicio. En efecto, siendo el cambiador de derivaciones la componente más sujeta a la posibilidad de fallas, o al menos la que requiere mayor mantenimiento, se tendrá cierta ventaja en mantenerlo separado del transformador.

Analicemos un esquema más detallado del regulador, como el de la figura 6.34:

El secundario de $T1$, o **transformador de excitación**, está provisto de tomas, de manera que por medio del **transformador serie** $T2$, se suma a la tensión V_1 una tensión proporcional y en fase con ella. La disposición constructiva tiene por finalidad reducir el nivel de aislamiento del transformador serie $T2$, por ejemplo a $0,15V_1$ en lugar de V_1.

A pesar de la complejidad aparente del esquema, el circuito equivalente resulta similar al de un transformador con derivaciones incorporadas.

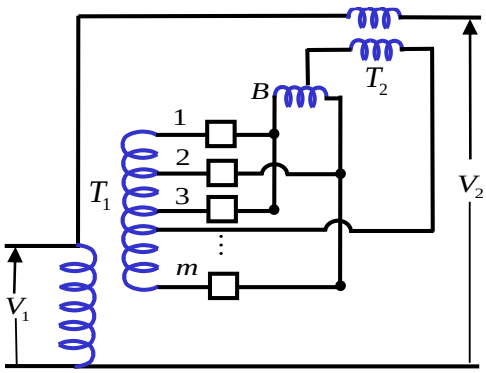


Figura 6.34: Transformador regulador

En efecto, el circuito completo, sin simplificar, tendría la forma indicada en la Figura 6.35(a), donde Z_s es la suma de las impedancias de fuga de $T1$ y $T2$, valor que es relativamente constante.

Si $T1$ presenta una razón de transformación $V_1/V_1' = 1/n$, y $T2$ una razón $V_2'/V_2'' = 1/m$, se tendrá que

$$V_2 = V_1 + V_2' = V_1 + V_2''/m$$

$$V_2 = V_1 + (V_1' - I_3 Z_s)/m = V_1 + (nV_1 - I_3 Z_s)/m$$

$$V_2 = V_1 + nV_1/m - I_2 Z_s/m^2$$

$$V_2 = \frac{m\ +\ n}{m}\, V_1 - \frac{Z_s\, I_2}{m^2}$$

Lo que equivale a un transformador ideal de razón variable $t = m/(m+n)$, en serie con una impedancia $Z = Z_s/m^2$ (ver Figura 6.35(b)). En el caso de considerar el transformador ideal al lado derecho de la impedancia, la razón de transformación se mantiene, mientras que la impedancia queda expresada como

$Z = Z_s/\,(m+n)^2$.

Los transformadores reguladores son también de utilidad en el control de la repartición de cargas entre sistemas paralelos (líneas de distinta tensión o largo, o incluso de igual tensión y largo, pero distinto conductor). La inyección de una tensión en serie con una de las líneas produce una corriente de circulación que se suma a la corriente de una de las líneas y se resta a la de la otra, modificando así ambas corrientes.

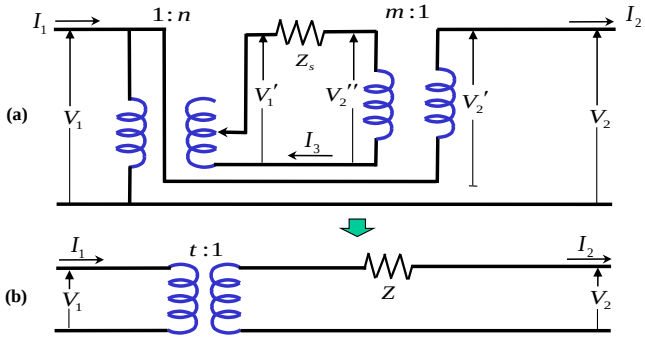


Figura 6.35: Circuito equivalente de un transformador regulador

6.16. Transformador desfasador

En el transformador regulador recién visto, el transformador serie va conectado a un transformador de excitación que está en la misma fase. Con ello se consigue regular tensión y, consecuentemente, potencia reactiva. Si el equipo se diseña de modo que el transformador de excitación vaya conectado en una fase y el transformador serie a otra fase, se consigue un equipo que, más que controlar tensión, regula el ángulo de desfase entre sus dos extremos. El equipo descrito recibe el nombre de **transformador desfasador** o **regulador de ángulo** (*phase angle regulating transformer*, Figura 6.36).

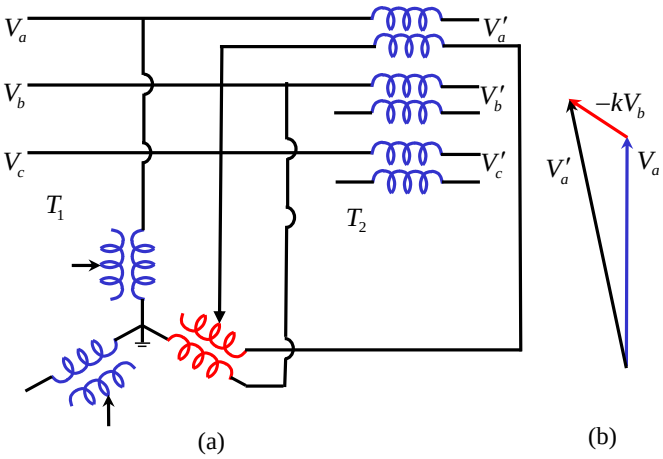


Figura 6.36: Transformador desfasador

En efecto, la fase de la corriente por el transformador serie, producto de la inyección de una tensión por el transformador de excitación, depende de la dirección relativa de este voltaje respecto de la tensión normal de la línea. Si el transformador de excitación está conectado entre dos fases de la línea, habrá un control sobre la componente en fase de la corriente, y con ello sobre la repartición de potencias activas (desfasador).

Desde el punto de vista matemático, y como consecuencia de un análisis semejante al hecho para el transformador regulador, resulta necesario modelar una razón de transformación compleja $\bar{t}$, de acuerdo con la siguiente relación:

$$\frac{\bar{E}_1}{\bar{V}_2} = \bar{t} = t\angle\delta = a + jb$$

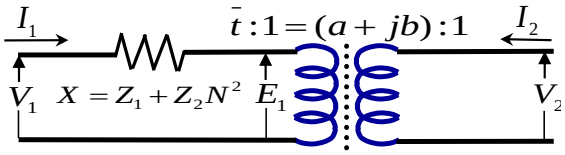


Figura 6.37: Equivalente transformador desfasador

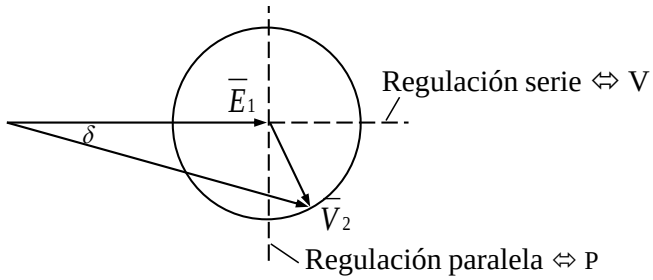


Figura 6.38: Razón de transformación compleja

Por lo tanto, el modelo equivalente monofásico del transformador desfasador es el mostrado en la Figura 6.37. Para este modelo monofásico, utilizando las mismas propiedades del transformador con cambiador de derivaciones, se obtiene la matriz de admitancias:

$$\begin{vmatrix} \overline{I_1} \\ \overline{I_2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/jX & -\bar{t}/jX \\ -\overline{t^*}/jX & t^2/jX \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \overline{V_1} \\ \overline{V_2} \end{vmatrix}$$

La Figura 6.38 resume el diagrama fasorial asociado a la razón de transformación compleja.

Cabe destacar que la matriz de admitancias no puede ser sintetizada en un circuito pasivo RLC. Ello queda en evidencia por la falta de simetría de la matriz, que para el caso del circuito π equivalente entrega dos valores distintos para la impedancia serie.

6.17. Los transformadores de medida

Se utilizan para medir tensiones y corrientes en las líneas de alta tensión, aislando de ellas los instrumentos de medida. Se protege así al personal que debe usar dichos instrumentos y se reducen las magnitudes a medir a una escala uniforme y conveniente (por ejemplo, 115 $[V]$, 5 $[A]$). De esta forma, se evita llegar a los centros de medida (salas de comando), con secciones de conductor y aislamientos desproporcionados y antieconómicos. También se incluyen en esta categoría los transformadores que alimentan relés y otros elementos de protección.

La teoría es, en líneas generales, la misma de los transformadores de poder, solo que adquieren mayor importancia algunos efectos que son secundarios en dichos transformadores, tales como las caídas de tensión internas y la corriente de magnetización, debido a su influencia sobre la precisión de medida. Ello implica usar materiales de alta permeabilidad y de bajas pérdidas, y un diseño que reduzca las fugas a un mínimo.

Una limitación importante en el uso de los transformadores de corriente radica en la inconveniencia de mantener abierto el circuito secundario mientras circula corriente por el primario (impuesta por el sistema). En efecto, en tales condiciones, la corriente de excitación es igual a la corriente impuesta por el sistema, el flujo crece enormemente, y las mayores pérdidas en el fierro provocan un calentamiento excesivo que puede destruir el transformador. Paralelamente crece la tensión inducida entre los bornes secundarios, alcanzando valores peligrosos para la seguridad de los operadores.

6.18. Ruido (zumbido) de los transformadores

La magneto-estricción del núcleo de hierro origina el zumbido característico de los transformadores de poder, en el que el espectro sonoro radiado está entre los 100 y los 500 $[Hz]$. El ruido depende de la densidad del flujo: un cambio de 10 % en la densidad de flujo origina un cambio de 2 a 3 dB (A) en el nivel de ruido, en el rango 12 a 16 kGs. En el rango usual de la densidad de flujo, el nivel de ruido puede ser reducido en hasta unos 10 dB (A), con ayuda de medidas tomadas en el transformador mismo. Reducciones mayores requieren de medidas externas.

La Tabla 6.5 resume los niveles de ruido permitidos, medidos a 3 metros del equipo.

Tabla 6.5: Niveles de ruido permitidos

Capacidad nominal MVA	2	3	5	8	10	12	16	20	30	40
Nivel de ruido [dB]	52	55	57	60	62	63	65	66	68	70

6.19. Ejemplos de aplicación

Introduciendo datos de pruebas de cortocircuito y circuito abierto, se pueden calcular los parámetros de un transformador, utilizando la aplicación "Modelo Transformador" del sitio web del libro.

A continuación se plantea un par de problemas resueltos sobre el tema:

6.19.1. Ejemplo 1

Un transformador posee las siguientes características: razón 220/60/10 [kV], 75/75/25 [MVA], conexión Yy0d1, reactancias de fuga X_{220-60} = 11,5 [Ω] en base 75 [MVA]; X_{60-10} = 2,5 [Ω] en base 25 [MVA]; X_{220-10} = 0,2533 ohms, medidos desde 10 [kV]. Este transformador alimenta una red de repartición en 60 [kV], cuyo consumo neto es S = 60 + j30 [MVA], independiente de la tensión. En el terciario está conectado un banco de condensadores estáticos, que a tensión nominal entrega 24 [MVAr]. A su vez, el sistema que alimenta por 220 [kV] al transformador es tan grande, que puede ser asimilado a una barra infinita.

Si se está operando de manera que la tensión en barras del consumo es 61,8 [kV], determinar la tensión que allí aparece si acso se desconectan los condensadores.

Solución

Trabajando en pu 75 $[MVA]$, 220/60/10 $[kV]$:

$X_{220-60} = 0,115$

$X_{220-10} = 0,2533 \cdot 75/100 = 0,190$

$X_{60-10} = 0,25 \cdot 75/25 = 0,075$

$X_{220} = 0,5(0,115 + 0,190 - 0,075) = 0,115$

$X_{60} = 0,5(0,75 + 0,115 - 0,190) = 0$

$X_{10} = 0,5(0,190 + 0,075 - 0,115) = 0,075$

El condensador entrega $Q = 24/75 = 0,32\ pu$ cuando $V = 1\ pu$, y tiene entonces una reactancia

$X_C = V^2/Q = 1/0{,}32 = -j3,125.$

El circuito a resolver será el de la figura 6.39

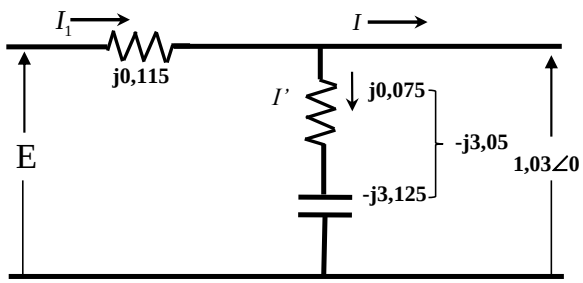


Figura 6.39: Circuito a resolver

$V = 61,8/60 = 1,03\measuredangle(0)$

$S = (60 + j30)/75 = 0,8 + j0,4 = 0,8944\measuredangle(26,57)$

$I = 0,8684\measuredangle(-26,57) = 0,7767 - j0,3883$

$I' = 1,03/(-j3,05) = j0,3377$

$I_1 = I + I' = 0,7767 - j0,0506 = 0,7783\measuredangle(-3,731)$

$E = 1,03 + 0,115 \cdot 0,7783\measuredangle(86,269) = 1,0358 + j0,893$

$E = 1,040\measuredangle(4,927)$

Al eliminar la rama paralelo, yusando ahora E como referencia,

$S = 0,8 + j0,4 = 0,8944\measuredangle(26,57)$

$I = 0,8944\measuredangle(-26,57)/(V_r + jV_i)$

$V_r - jV_i = 1,04 - 0,8944 \cdot 0,115\measuredangle(63,43)/(V_r + jV_i) = 1,04 - (0,046 + j0,092)/(V_r + jV_i)$

$1,04V_r + j1,04V_i - V_r^2 - V_i^2 = 0,046 + j0,092$

Igualando partes imaginarias,

$V_i = 0,092/1,04 = 0,0885$

Igualando partes reales,

$V_r^2 - 1,04V_r + 0,0078 + 0,046 = 0$

$V_r = 0,52 + \sqrt{0,2166} = 0,9854$

$V = 0,9854 - j0,0885 = 0,9893\measuredangle(-5,132)\ pu = 59,4\ [kV]$

6.19.2. Ejemplo 2

Tres transformadores monofásicos, de razón 154/66/12 $[kV]$ y capacidad 20/20/8 $[MVA]$, se conectan de manera de formar un banco trifásico de conexión Dd0y1. Las reactancias de fuga, determinadas mediante pruebas de cortocircuito, son $X_{154-66kV} = 43{,}9$ [Ω], medidos desde 154 [kV]; $X_{66-12kV} = 2{,}64\,\%$ base 8 [MVA]; $X_{12-154kV} = 18\,\%$, base 20 [MVA].

Determinar un circuito equivalente que pueda ser utilizado entre puntos de una red eléctrica con potencia base 100 [MVA] y tensiones base 154, 69 y 23 [kV].

Solución

Primero se expresan las reactancias monofásicas en una base común, como 20 $\text{MVA}_{1\phi}$:
$X_{154-66} = 43,9 \cdot 20/154^2 = 0,037\ pu$
$X_{66-12} = 0,0264 \cdot 20/6 = 0,066\ pu$
$X_{12-154} = 0,18\ pu$
Estos valores se mantienen para las bases trifásicas 60 [MVA] y $154/66/12\sqrt{3}$ [kV] $(154/66/20,78$ [kV]).

Cambiando a base 100 [MVA],

$X_{154-66} = 0,037 \cdot 100/60 = 0,0617$ pu

$X_{66-12} = 0,066 \cdot 100/60 = 0,110$ pu

$X_{12-154} = 0,18 \cdot 100/60 = 0,300$ pu

Las reactancias de una estrella equivalente valen:

$X_{154} = 0,5 \cdot (0,0617 + 0,3 - 0,11) = 0,126$ pu

$X_{66} = 0,5 \cdot (0,11 + 0,0617 - 0,3) = -0,064$ pu

$X_{20,8} = 0,5 \cdot (0,3 + 0,11 - 0,0617) = 0,174$ pu

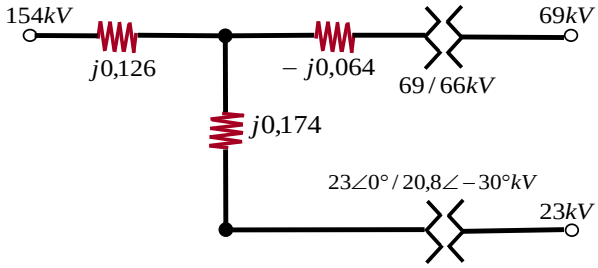


Figura 6.40: Circuito conexión estrella

Como las tensiones 66 [kV] y 20,8 [kV] no calzan con los valores exigidos, y además hay un desfase de 30° entre 20,8 y 23 [kV], hay que intercalar transformadores auxiliares de razones 69/66 [kV] y $23\angle(0°)/20,78\angle(-30°)$, como se muestra en la figura 6.40.

Si por alguna razón se prefiere emplear la representación en triángulo, los valores de las reactancias, en pu, son:

$X_{154-66} = 0,126 - 0,064 - 0,126 \cdot 0,064/0,174 = 0,0153$

$X_{66-20,8} = 0,174 - 0,064 - 0,174 \cdot 0,064/0,126 = 0,0212$

$X_{20,8-154} = 0,126 + 0,174 - 0,126 \cdot 0,174/0,064 = -0,0415$

Este circuito equivalente, que también emplea transformadores auxiliares, se muestra en la figura 6.41.

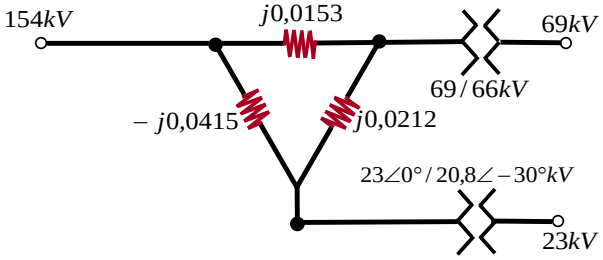


Figura 6.41: Circuito conexión delta

6.19.3. Ejemplo 3

Cierta central térmica posee un generador de 135 $[MVA]$, 13,2 $[kV]$, $X = 170\,\%$, que alimenta un sistema de 154 $[kV]$ mediante dos transformadores en paralelo, ambos de 70 $[MVA]$, pero uno de reactancia $X = 10\,\%$ y razón $13,2/154$ $[kV]$ y el otro de reactancia $X = 9\,\%$ y razón $13,2/158$ $[kV]$

Trabajando en por uno base 70 $[MVA]$, verificar si es posible servir un consumo $S = 100,1 + j70$ $[MVA]$, si la tensión en barras de alta se mantiene en 154 $[kV]$.

Solución

El circuito por resolver es el de la Figura 6.42 en la página siguiente:

Tomando como referencias la tensión en el consumo, $V = 1\angle 0^o$ y la potencia de 70 $[MVA]$,

$S = 1,43 + j1 = 1,745\angle(34,97)$

$I = 1,745\angle(-34,97)$

$V' = 154 \cdot V/158 = 0,9747\angle 0$

$I_2' = 158 \cdot I_2/154 = 1,026 I_2$

La caída ΔV debe ser la misma en ambas ramas:

$V_1 = 1 + j0,1 \cdot I_1 = V' + j0,09 \cdot I_2' = 0,9747 + j0,09234 \cdot I_2$

y, como $I_2 = I - I_1$:

$0,02532 = j0,09234\,(1,43 - j1 - I_1) - j0,1 \cdot I_1$

$j0,1923 \cdot I_1 = 0,06702 + j0,1320 = 0,1481\measuredangle(63,09)$

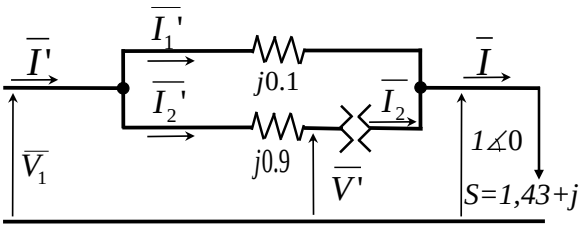


Figura 6.42: Circuito a resolver

$I_1 = 0,7699\measuredangle(-26,91) = 0,6865 - j0,3485$

$I_2 = 1,43 - j1 - 0,6865 + j0,3485 = 0,7435 - j0,6515 = 0,9886\measuredangle(-41,23)$

$I_2' = 1,0143\measuredangle(-41,23) = 0,7628 - j0,6685$

$I' = I_1 + I_2' = 1,4493 - j1,0169 = 1,7705\measuredangle(-35,06)$

$V_1 = 1 + j0,1 \cdot 0,7699\measuredangle(-26,91) = 1,0348 + j0,06865 = 1,0371\measuredangle(3,8)$

De modo que la central entrega una potencia:

$S = V_1 \cdot (I')^* = 1,8362\measuredangle(38,85) = 1,43 + j1,152 \Longrightarrow 100,1[MW] + j80,6[MVAr] = 128,5$ [MVA]

Es decir, la combinación de transformadores consume $10,6$ $[MVAr]$.

Por su parte, las potencias transferidas por los transformadores son:

$S_{tr1} = V_1 \cdot (I_1)^* = 0,7985\measuredangle(30,71) \Longrightarrow 55,9$ [MVA]

$S_{tr2} = V_1 \cdot (I_2')^* = 1,0519\measuredangle(45,02) \Longrightarrow 73,6$ [MVA]

El transformador 2 resulta algo sobrecargado.

Capítulo 7

Parámetros de las líneas de transmisión

7.1. Introducción

En este capítulo se presentará un resumen de la forma de obtener los parámetros representativos de las líneas de transmisión como elementos de un circuito. Las materias serán tratadas con un mayor detalle, en comparación con el resto de las componentes de un SEP, considerando que no siempre se enseñan en los cursos de circuitos eléctricos. No se tratarán, en cambio, aspectos propios del diseño mecánico de las líneas.

Las líneas de transmisión pueden ser aéreas o subterráneas, en cuyo último caso se utilizan los llamados cables de poder (mucho más costosos). Dado el mayor uso de líneas aéreas en sistemas de transmisión de alta tensión, el análisis se centrará en este tipo de elementos. En la parte final de este capítulo se mencionan aspectos propios de la representación de cables de poder.

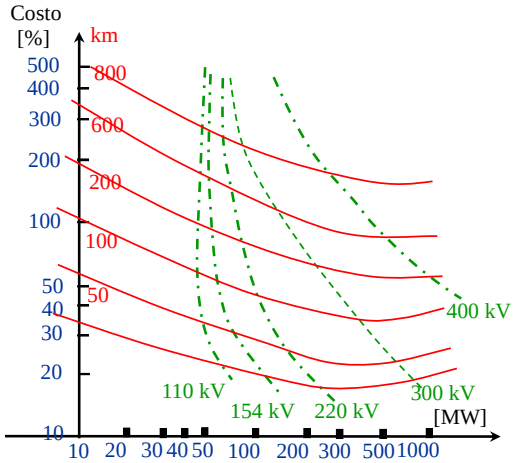


Figura 7.1: Costos en líneas de transmisión

Las líneas aéreas constituyen las uniones entre aquellas partes del sistema eléctrico que están físicamente separadas (centrales, subestaciones de llegada a grandes urbes, distribución). Adquieren dimensiones importantes cuando las potencias transmitidas o las distancias de transmisión son grandes, lo que es característico de los sistemas hidroeléctricos.

Como resultado de sus dimensiones físicas, las líneas aéreas de transmisión son los elementos del sistema eléctrico que presentan normalmente la mayor inversión, y donde, en consecuencia, adquiere mayor importancia el diseño económico. A este mayor costo contribuyen, de manera no despreciable, las crecientes dificultades para habilitar rutas de paso para nuevas líneas, que no afecten el sentido estético, la economía, ni el sentimiento ecológico de los propietarios y vecinos de los terrenos acupados.

La Figura 7.1 muestra una relación (aproximada) de costos, que relaciona la distancia de transmisión L con la potencia transmitida P y con la tensión V.

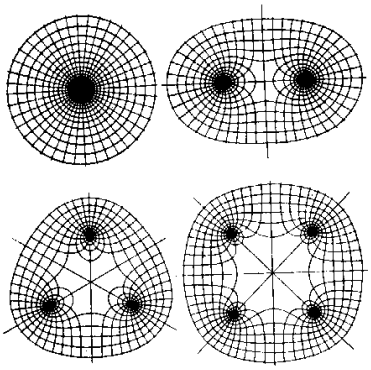


Figura 7.2: Líneas de campo eléctrico en conductores

Las líneas aéreas de conductor desnudo ponen en eventual peligro de contacto eléctrico a las personas y vehículos que circulan cerca o por debajo de ellas, y a su vez, quedan expuestas a la eventual intervención de estas personas, lo que puede afectar la seguridad de la transmisión eléctrica. Es por ello que la norma define una **franja de seguridad** en torno y a lo largo de cada línea, que es función de la tensión nominal, conductor empleado, flecha, velocidad del viento, temperatura ambiente, etc. En esta franja, cuyo ancho debe ser calculado para cada vano de la línea (ya que las condiciones de flecha, viento, etc. cambian a lo largo de ella) se prohíbe la erección de viviendas y de construcciones permanentes de cualquier tipo, así como la plantación de árboles que por su altura puedan hacer contacto con los conductores. Árboles existentes fuera de la franja de seguridad, que alcancen una altura tal que, en caso de caer el árbol, puedan llegar a hacer contacto con los conductores de la línea, deberán ser talados cuando correspon-

da. Por otra parte, los campos electromagnéticos originados por la línea, cuya intensidad disminuye con el aumento de la distancia al conductor, deben ser tolerables para los vecinos, en los límites de la franja. Cabe indicar que en el caso de las líneas de más de 25 kV se permite la plantación bajo ellas de parronales o árboles frutales, siempre que el propietario mantenga las alturas máximas de tales plantaciones a menos de 4 m sobre el nivel del suelo, y separe los alambrados paralelos a la línea en tramos cortos, para que en ellos no se produzca una inducción peligrosa.

El hecho de estar expuestas a la agresión del ambiente, hace necesario un mantenimiento preventivo de las líneas: los aisladores deben ser lavados periódicamente, aquellos que estén quebrados deben ser sustituidos, los tramos de conductor dañados deben ser reparados o reemplazados, etc. Lo anterior es un costo no despreciable por considerar al momento de planificar la línea.

Otra característica de las líneas aéreas es la existencia de un gran gradiente superficial de tensión en los conductores, sobre todo si tienen un diámetro pequeño para la tensión que soportan. Como resultado, el entorno al conductor se ioniza, y si esta ionización adquiere un nivel importante, el conductor se "enciende": aparece una corona de color azulado, especialmente visible de noche, y se escucha un zumbido característico (efecto corona).

Estas señales indican que en la superficie del conductor se están originando pequeñas descargas, que van acompañadas de ondas electromagnéticas en una amplia gama de frecuencias, que afectan, entre otras, la transmisión de ondas de radio y televisión en sus cercanías.

Para disminuir la densidad de campo, es preciso agrandar el diámetro del conductor, en la medida en que sube la tensión de la transmisión. Cuando este valor resulta excesivo, se coloca más de un conductor por fase, de manera de aumentar artificialmente el "diámetro equivalente" del conductor total (ver Figura 7.2).

7.2. Descripción física

La longitud de las líneas aéreas hace imposible su aislamiento completo y seguro respecto del medio ambiente. Para evitar el contacto indeseado con los conductores energizados, fruto del error humano, se ha hecho necesario suspender los conductores de **torres o estructuras** especiales, a una altura tal que, en las peores condiciones de calentamiento (por carga y temperatura ambiente), la parte más baja quede a más de unos 5,5 metros de altura (ver Tabla 7.1).

Tabla 7.1: Separaciones típicas en líneas aéreas

Tensión $[kV]$	15	23	66	110	154	220	500
Separación fases $[m]$	1 a 1,4	1,4 a 1,6	2 a 3	3 a 5	4,5 a 6	5,0 a 7,5	12 a 14
Altura torre $[m]$	12 a 13	12 a 13	13 a 18	15 a 21	18 a 24	21 a 30	30 a 38
Número aisladores	1	1 a 2	4 a 6	7 a 10	8 a 11	11 a 20	20 a 38
Altura conductor - suelo $[m]$	5,5 a 6,6	5,6 a 6,6	6,4 a 6,9	6,5 a 7,2	6,9 a 7,4	7,0 a 7,8	9,0 a 9,5
Dist. mínima a conductor $[m]$	2 a 2,5	2,0 a 2,5	2,9 a 3,2	3,3 a 3,8	3,8 a 4,1	4,4 a 4,7	7,5 a 8,0
Ancho faja servidumbre $[m]$	7 a 10	9 a 11	16 a 24	18 a 25	20 a 30	25 a 35	55 a 75

La distancia vertical entre la altura de suspensión y el punto más bajo del conductor se denomina **flecha**. La distancia entre estructuras es el **paso o vano,** que usualmente varía entre unos 200 y unos 450 metros, aunque al cruzar ríos o desfiladeros suelen conseguirse distancias mayores (Figura 7.3).

Al incremento de las dimensiones físicas de las estructuras contribuye la necesidad de separar los conductores de las tres fases en una distancia tal que la tensión aplicada no haga saltar el arco, aunque las separaciones se alteren por efectos del viento o de las cargas de hielo o nieve. Estas separaciones dependen a su vez de la longitud del vano, de la flecha y del tipo de estructura.

Hay dos tipos de estructuras, las **estructuras de suspensión**, que se usan en los tramos rectos de las líneas, donde deben resistir básicamente el peso de los conductores (más algún esfuerzo lateral de viento); y las **estructuras de anclaje**, que se ubican en los quiebres del trazado de la línea, o en los cruces de carreteras o ferrocarriles, las que, además del peso del conductor, deben soportar las distintas combinaciones de esfuerzos que se pueden producir por efecto del viento, hielo o nieve sobre los conductores, o por la cortadura de alguno(s) de ellos.

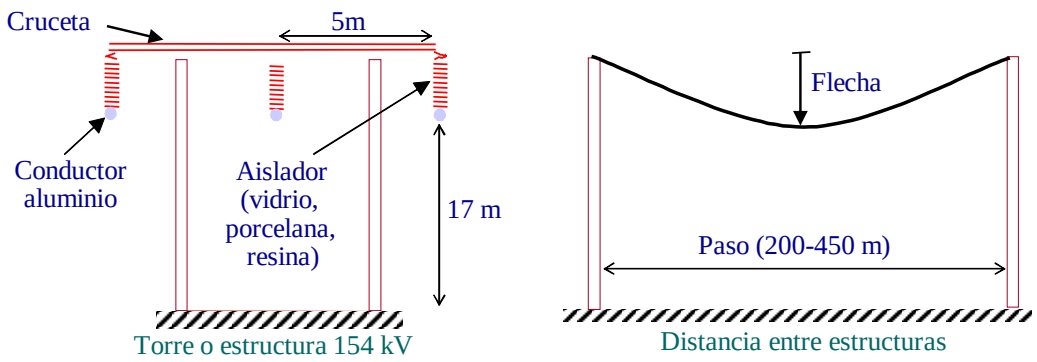


Figura 7.3: Características físicas generales de una línea de transmisión

Las torres son usualmente de acero galvanizado (durante algún tiempo se usó también el acero preoxidado *corten*), pero en tensiones más bajas (hasta 110 $[kV]$ aproximadamente) se emplea mucho el poste de hormigón, e incluso el poste de madera (Figura 7.4). **Las crucetas**, o sea, los brazos de donde cuelgan los conductores, son normalmente de acero.

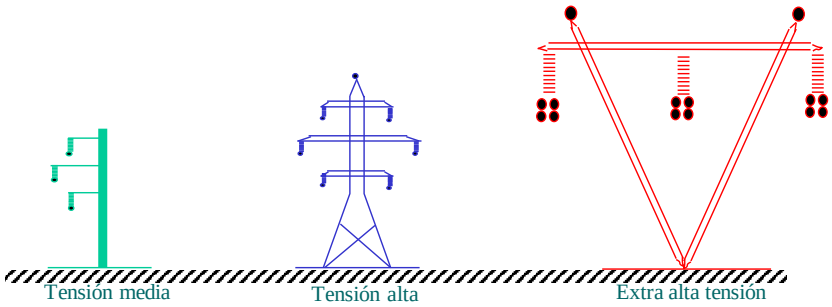


Figura 7.4: Estructuras alternativas

Por su material (porcelana, vidrio templado o polímero) y diseño, **los aisladores** trabajan bien sometidos a tensión mecánica y no tan bien si el esfuerzo es de compresión. Debido a ello, se les emplea básicamente como elementos **de suspensión**, de los cuales penden los conductores (Figura 7.5).

El número de unidades depende del nivel de tensión (por ejemplo, sólo cuatro discos en 66 $[kV]$, con un largo total de la cadena de unos 0,9 metros, y hasta unos 22 discos para 500 $[kV]$, con un largo total de la cadena de unos 3,8 metros). Para tensiones bajas puede usarse también el **aislador de apoyo** (Figura 7.6), que va apoyado sobre la cruceta, mientras que el conductor va a su vez apoyado sobre el aislador.

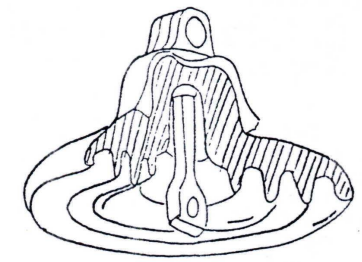


Figura 7.5: Aislador suspensión

En la elección del conductor para una aplicación específica hay un compromiso entre las pérdidas óhmicas en el conductor (que existirán durante toda la vida útil de la línea) y la inversión inicial requerida. El material casi universalmente usado (sobre todo para tensiones superiores a los 100 $[kV]$) es el **aluminio**, ya sea puro, designado usualmente como *ASC* (*aluminium stranded conductor*), aunque también se usa la designación alternativa *AAC* (*all aluminium conductor*); en forma de aleaciones, con los nombres *AASC* (*aluminium alloy stranded conductor*) o *AAAC* (*all aluminium alloy conductor*), que presentan mayor resistencia mecánica; o en combinaciones con hebras de acero, *ACSR* (*aluminium conductor, steel reinforced*), o con hebras de aleación (ACAR, *aluminium conductor, alloy reinforced*), con una resistencia mecánica aún mayor.

El uso del aluminio se debe al menor costo total que resulta para la línea, por efecto de su bajo peso específico (1/3 del peso del **cobre**, que es el otro material interesante), que permite incrementar el paso y hacer más livianas las torres. Para tensiones más bajas, donde la ubicación y dimensiones de las torres están condicionadas por otros factores, predomina el uso del cobre, que presenta una conductividad aproximadamente 60 % superior a la del aluminio.

Los conductores se componen de hebras trenzadas, tanto para facilitar la fabricación, disminuir el efecto pelicular en la corriente, como principalmente para reducir las vibraciones mecánicas una vez instalados.

Las dimensiones de los conductores han sido normalizadas por los fabricantes, empleándose con mayor frecuencia las normas métricas (sección en mm^2) y las norteamericanas (sección en circular mil, CM).

El **circular mil** representa el área de un círculo de diámetro 1 mil (una milésima de pulgada):

$$1\ [CM] = \pi \cdot 0,254^2 \cdot \frac{10^{-2}}{4} = 0,5067 \cdot 10^{-3}\ [mm^2]$$

Frecuentemente se emplea la unidad mil veces mayor, que curiosamente no se llama kilocircularmil, sino se denomina MCM = mil circular mil (¡!):

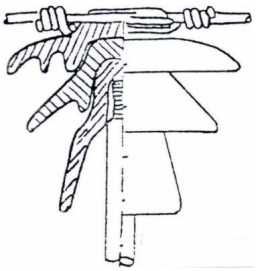


Figura 7.6: Aislador de apoyo

$$1\ [MCM] = 0,5067\ [mm^2] \tag{7.1}$$

Cuando las tensiones son muy altas, se hace indispensable emplear dos o más conductores en paralelo por fase, para así aumentar el diámetro equivalente del conductor. En la jerga eléctrica se habla de **conductores fasciculados** o de un **haz de conductores** (ver Figura 7.4 derecha). En algunos casos se usan líneas fasciculadas para alcanzar secciones de conductor mayores que las disponibles comercialmente, o bien para reducir la reactancia serie.

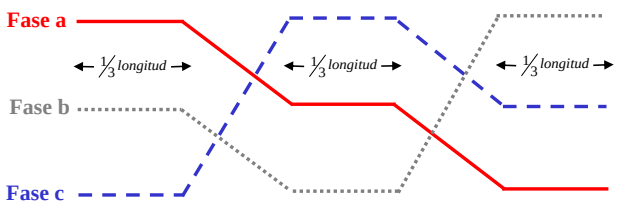


Figura 7.7: Esquema general de las transposiciones

Puesto que los campos electromagnéticos a los cuales están sometidos los conductores son diferentes según sea su posición espacial y relativa, en líneas de cierta longitud se trata de igualar esta situación para las tres fases, haciendo que, en tercios sucesivos de la línea, las distintas fases ocupen cada una de las tres posiciones posibles (**transposiciones**), idea que se representa en el esquema de la Figura 7.7. Las estructuras en las que se produce la rotación son especiales, más grandes y más complejas, en la medida en que crece la tensión. Por ello, en líneas de extra alta tensión se reducen las transposiciones a un mínimo, e incluso muchas veces no se hacen.

Un último aspecto constructivo por destacar en el diseño de las líneas, es la necesidad de protegerlas contra descargas atmosféricas, puesto que lo rayos, además de producir sobretensiones temporales de gran magnitud, suelen implicar corrientes fuertes y peligrosas. Esta protección se logra colocando en la parte alta de la línea uno o más **conductores de guardia**, delgados conductores de acero o de combinaciones acero-aluminio, unidos directamente a las estructuras de manera de dirigir a tierra (a través de la estructura) la corriente peligrosa.

En relación con la franja de seguridad mencionada en la sección 7.1, cabe indicar, en términos generales, que ella consta de tres sectores. El primero es el tramo bajo la línea misma, que queda establecido por la posición de los conductores que en reposo sobresalen más hacia los lados, hecho que a su vez queda definido por las características de diseño de la estructura, que debe respetar las separaciones mínimas entre conductores, y eventualmente por la necesidad de conseguir una reactancia especial de la línea. El ancho de este tramo es distinto en vanos con estructuras de remate (más anchas) que en aquellos con estructuras de suspensión.

El segundo tramo corresponde al desplazamiento lateral que pueden tener los conductores bajo la acción del viento. Es el más difícil de definir (de hecho la revisión actual de la norma está topando en este punto), porque puede ser muy variable según cuál sea la combinación de temperatura ambiente, temperatura en el conductor, velocidad de viento, etc., que se adopte. Exagerar en condiciones extremas que nunca se dan en conjunto lleva a franjas demasiado amplias; minimizar la combinación a adoptar puede llevar a situaciones peligrosas. Un aspecto adicional, que debe ser considerado también de alguna manera, es el hecho de que en líneas en descampado hay una muy escasa probabilidad de que haya personas situadas en los límites de la franja, justo cuando el viento y/o la temperatura sean extremos. La norma establece un ángulo mínimo de cálculo de 30º respecto a la vertical.

El tercer tramo está constituido por la distancia de seguridad propiamente tal. Ésta deberá ser de 1,3 m (a cada lado) para las líneas de distribución domiciliaria (400 V); de 2 m para las líneas de distribución en tensiones entre 10 y 23 kV; y de 2,5 m + 0,01 m por cada kV de tensión nominal por sobre 25 kV, para las líneas de alta tensión. La distancia mínima con respecto a árboles es de 5 m en todos los casos.

La franja de servidumbre es una franja igual, o ligeramente mayor que la franja de seguridad, que queda establecida en un contrato escriturado entre el propietario de la línea y el del terreno, y por la cual se paga una

indemnización al dueño del predio. Viene a ser una franja de seguridad escriturada. Valores típicos se dan en la Tabla 7.1

7.3. Parámetros eléctricos

El comportamiento eléctrico de una línea de transmisión puede ser representado con ayuda de los siguientes cuatro parámetros:

- una resistencia serie R,
- una reactancia serie $X = \omega L$,
- una conductancia paralelo G, y
- una susceptancia paralelo capacitiva $B = \omega C$.

Puesto que dichos valores están distribuidos a lo largo de la línea, se les expresa por unidad de longitud de ella y por fase del circuito (esto último no se puede lograr siempre en forma exacta, sobre todo si la línea carece de transposiciones, es decir, es asimétrica).

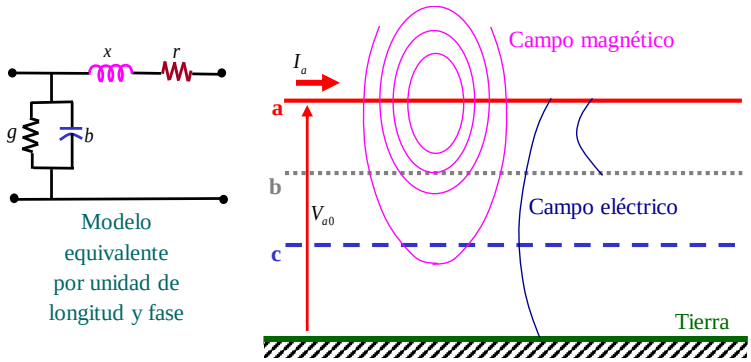


Figura 7.8: Parámetros de una línea de transmisión trifásica

En la Figura 7.8 se muestra el circuito equivalente por unidad de longitud y la relación de los parámetros X y B con el campo magnético y eléctrico, respectivamente, en una línea de transmisión trifásica.

El estudio de estos parámetros se hará en orden creciente de su importancia, comenzando con las pérdidas (R y G), siguiendo con el campo eléctrico y terminando con el campo magnético.

7.4. Conductancia paralelo

Es el menos importante de los parámetros, y usualmente se le desprecia, tanto por ignorancia en cuanto a su determinación, como por su valor comparativamente pequeño ($g \approx 4 \cdot 10^{-8}$ $[S/km]$). La conductancia paralelo representa fundamentalmente las pérdidas por efecto corona, las pérdidas en el dieléctrico, y las fugas a través de la superficie de los aisladores, todas las cuales varían radicalmente con el clima, las condiciones ambientales del polvo, humedad o salinidad, altura sobre el nivel del mar, etc., como se aprecia en la Figura 7.9.

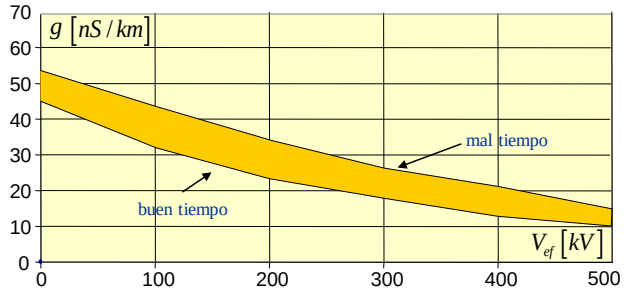


Figura 7.9: Valores típicos de conductancia

Se denomina **efecto corona** al conjunto de fenómenos ligados a la aparición de conductividad en un gas aislante (aunque sin llegar a la pérdida completa de sus propiedades aislantes), debido a su ionización, en la proximidad de un conductor sometido a alta tensión. Ello ocurre como consecuencia de la existencia, en el gas, de pares ión-electrón libre, que al ser sometidos a un campo eléctrico intenso, se aceleran y chocan, generando más iones, los que provocan desplazamientos de cargas, dando origen así a breves corrientes de alta frecuencia.

En el caso de las líneas aéreas, la aparición del efecto corona es frecuente, puesto que la intensidad del campo en la superficie del conductor puede ser muy alta, como consecuencia de puntas o imperfecciones del material, depósitos calcáreos, etc. Según las experiencias de Peek, la tensión rms a la cual aparece el efecto corona en el aire, en torno de un conductor cableado, considerando la influencia de la densidad del aire y las características de la superficie del conductor, está dada por:

$$V\ [kV_{rms\ fase-tierra}] = 21,1\, m\, \delta\, r \left(1 + \frac{0,301}{\sqrt{\delta\, r}}\right)\ ln\left(\frac{GMD}{r}\right)$$

donde m representa la rugosidad de la superficie (normalmente se toma $m = 0{,}85$ a $0{,}9$), r es el radio del conductor en cm, GMD la separación equivalente entre conductores (ver subsección 7.6.1.4), en cm, y $\delta = 3,921\, b/(273 + T)$ es la densidad relativa del aire, siendo b la presión barométrica, medida en cm de mercurio y T la temperatura ambiente en ^oC.

La expresión confirma que, para un radio r dado, la tensión a la cual aparece el efecto corona es más alta mientras menor la temperatura ambiente, mayor la presión barométrica y mayor la separación entre conductores. Expresada como tensión entre fases, con GMD en metros y reemplazando r por el diámetro D en mm, queda:

$$V\ [kV_{fase-fase}] = \frac{6,45\, b\, D}{273 + T}\left(1 + \frac{0,68\sqrt{273 + T}}{\sqrt{b\, D}}\right) \cdot ln\left(\frac{2000\, GMD}{D}\right) \tag{7.2}$$

Tabla 7.2: Valores típicos de b y δ

Altitud m.s.n.m.	Presión barométrica cm de Hg		Densidad relativa del aire δ		
	normal	baja	T = 10 °C	T = 15 °C	T = 25 °C
0	76,0	74	1,053 a 1,011	1,035 a 0,994	1,000 a 0,961
500	71,6	70	0,992 a 0,956	0,975 a 0,939	0,942 a 0,908
1.000	67,4	65	0,934 a 0,896	0,918 a 0,881	0,887 a 0,851
1.500	63,4	60	0,878 a 0,838	0,863 a 0,824	0,834 a 0,796
2.000	59,7	57	0,827 a 0,790	0,813 a 0,776	0,786 a 0,750
3.000	52,6	51	0,729 a 0,706	0,716 a 0,694	0,692 a 0,671
4.000	46,4	45	0,643 a 0,624	0,632 a 0,613	0,611 a 0,592
5.000	40,6	39	0,563 a 0,540	0,553 a 0,531	0,534 a 0,513

La Tabla 7.2 muestra valores típicos de la presión (en función de la altura sobre el nivel del mar y de la densidad relativa del aire) para algunos valores de la temperatura ambiente.

La aparición de efecto corona va acompañada de un muy pequeño incremento de las pérdidas de transmisión (p. ej., 4 $[kW/km]$ en 500 $[kV]$), las que pueden ser hasta unas 50 veces más grandes con mal tiempo (neblina, lluvia, nieve, elementos que incrementan las irregularidades de la superficie del conductor). Debido a su pequeñez, normalmente se las desprecia. La fórmula más empleada para su cálculo es la debida a Peterson:

$$\Delta P\ [kW/km] = \frac{0,00002095\, f\, V^2\, W}{\left[\log\left(\frac{GMD}{r}\right)\right]^2}$$

en la que f es la frecuencia, en Hz, V la tensión entre fases, en kV, r el radio del conductor en cm y W un coeficiente experimental para tomar en cuenta las condiciones climáticas.

No siendo las pérdidas determinantes para evitar el efecto corona, el diámetro mínimo por usar en cada nivel de tensión debería estar condicionado por el nivel de ruido audible o por el nivel de radiointerferencia originado en los límites de la franja de servidumbre. Como no existen normas claras al respecto, usualmente se limita el diámetro del conductor según la fórmula de Peek. La Tabla 7.3 muestra los radios mínimos para los conductores por ocupar en cada nivel de tensión. En ella se considera presiones normales y una temperatura ambiente relativamente alta (35 ^oC a 500 m.s.n.m., 30 ^{o}C a 1.000 m.s.n.m., 25 ^{o}C a 2.000 m.s.n.m.), así como separaciones mínimas entre conductores usuales para cada nivel de tensión. La tensión aplicada supuesta es 110 %.
En la práctica se suele aumentar este diámetro en un 5 a 10 %, para protegerse de condiciones atmosféricas más negativas. Se observa que el efecto corona no es problema a tensiones bajas. A partir de los 220 $[kV]$ se requieren diámetros grandes e impracticables, lo que lleva al uso de conductores fasciculados.

Tabla 7.3: Diámetros mínimos en función de la tensión

Tensión [kV]	GMD [m]	Diámetro mínimo [mm]			
		500 m.s.n.m.	1.000 m.s.n.m.	2.000 m.s.n.m.	3.000 m.s.n.m.
13,8	1,0	0,35	0,36	0,41	0,46
23	1,4	0,80	0,85	0,96	1,1
66	2,4	4,0	4,2	4,8	5,4
110	3,3	8,0	8,5	9,6	10,8
154	5,0	12,0	12,6	14,3	16,0
220	6,2	18,7	19,8	22,5	25,2
500	12,0	49,4	52,1	59,2	66,3

7.5. La resistencia serie

Aunque su importancia en la operación de la línea no es muy grande, sobre todo en el caso de líneas de alta tensión, es fundamental en la economía de la operación, al condicionar las pérdidas de transmisión.

La resistencia depende del material (ρ) y de las dimensiones (sección S y largo L) del conductor, de la temperatura T y de la frecuencia f de la corriente que circula: $R = \frac{\rho L}{S} f(T)\phi(f)$.

En efecto, la resistividad ρ depende del material y de la temperatura. Para el caso del cobre recocido normalizado (usado como referencia), a $20°C$, $\rho = 17,24\ [n\Omega m^2/m] = 17,24\ [\Omega mm^2/km]$.

Tabla 7.4: Resistividades típicas de conductores

Material	Cobre (97,5 %)	Aluminio	Aleación Al	ACSR	Acero
Resistividad [$\Omega\ mm^2/km$]	17,7	28,3	32	30 a 36	100 a 150

Los materiales de uso comercial común son el cobre estirado en frío, con una conductividad relativa de 97,5 %, el aluminio estirado en frío, con una conductividad relativa de 60 a 62 %, el $ACSR$, con hebras de acero y de aluminio, las aleaciones de aluminio y, en casos muy especiales o en los cables de guardia, el acero (conductividad relativa 10 a 15 %). Otros materiales, de menor resistividad, como oro, plata, etc., tienen costos excesivos.

La resistividad ρ varía linealmente con la temperatura, de forma que $\rho_t = \rho_0 + \lambda T$, donde λ depende del material (para combre recocido, $\lambda = 0,068\ [n\Omega m/°C]$). Como las dimensiones del conductor también varían linealmente con la temperatura $[L_T = L_0(1 + \beta T)]$, en que β depende del material, (y para cobre recocido vale $\beta = 16,92\ [\mu m/°C m_{inicial}]$, la resistencia resulta ser una función compleja de la temperatura:

$$R_{T'} = R_T \left(1 + \frac{\lambda}{\rho_T}\Delta T\right)\left(1 - \beta\Delta T + \beta^2\Delta T^2 - \ldots\right) \approx R_T \left[1 + \left(\frac{\lambda}{\rho_T} - \beta\right)\Delta T\right]$$

$$R_{T'} = R_T\left(1 + \alpha_T \Delta T\right) \tag{7.3}$$

en que α, o coeficiente de temperatura de la resistencia, es función del material y de la temperatura inicial Para cobre recocido, a $20°C$, $\alpha = 0,00393\ [°C^{-1}]$.

En vista de la dependencia de R respecto de la temperatura, se acostumbra determinarla para $50\,^oC$ en el conductor, temperatura representativa de condiciones promedio. Si la carga y la temperatura ambiente son bajas, puede usarse $25\,^oC$. El valor extremo está en el orden de los $85\,^oC$, puesto que ya a $100\,^oC$ el material sufre daño permanente. En los casos particulares en que se conozca la temperatura en el conductor, habrá que corregir R a dicho valor.

La variación de la resistencia con la frecuencia se debe al efecto pelicular. En virtud de él, la corriente no se distribuye uniformemente en el conductor, sino que tiende a concentrarse en la periferia exterior (cargas representadas en color negro en la Figura 7.10), con lo que aumentan las pérdidas. La figura ejemplifica esta distribución de la corriente en los casos de corriente continua y alterna.

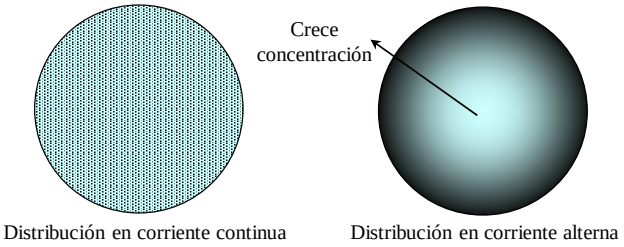


Figura 7.10: Efecto pelicular

Dado que el cálculo teórico es complejo (funciones de Bessel), y considerando que la frecuencia está fija en 50 (o 60) $[Hz]$ (despreciando armónicas), se prefiere calcular R experimentalmente como $\Delta P/I^2$, midiendo las pérdidas ΔP. El valor de R a 50 $[Hz]$ es hasta un 10 % superior al R óhmico normal.

El valor final de la resistencia debe ser corregido, además, para poder considerar el hecho de que el conductor es trenzado, lo que reduce la sección útil en un pequeño porcentaje.

En vista de la dependencia relativamente compleja de la resistencia con los diversos factores involucrados, en la práctica resulta preferible obtenerla a partir de tablas experimentales promedio, suministradas por los fabricantes (ver sección 7.10).

7.6. Susceptancia capacitiva

La susceptancia capacitiva depende directamente de la frecuencia y, en menor grado, del tipo de conductor y de la disposición de las fases. Como se verá a continuación, tiene una expresión logarítmica, función de un cociente de las dimensiones físicas de la línea, cociente que resulta ser poco variable (250 a 350), de manera que en la práctica, cualquiera que sea el conductor y la tensión de una línea, la capacitancia fluctuará en torno a unos **8,5 a 9,5** $[nF/km]$ y por lo tanto, a 50 Hz, la susceptancia B se encontrará en el rango de **2,8 a 3** $[\mu S/km]$. A 60 $[Hz]$, B será del orden de **5,5 a 5,8** $[\mu S/milla]$.

La existencia de esta capacitancia implica la presencia de una corriente de excitación de la línea en caso de aplicarle tensión, aunque el otro extremo de la línea quede abierto ($Q = BV^2$). Es así como, en esta condicion de operación, unos 80 $[km]$ de línea de 66 $[kV]$ producen el efecto equivalente a un banco de condensadores de 1 $[MVAr]$, si se opera en 50 $[Hz]$. Operando en 60 $[Hz]$, 70 $[km]$ (45 millas) hacen el mismo efecto (ver Tabla 7.5).

El efecto de esta capacitancia resulta entonces más notorio cuando la línea opera en vacío o con poca carga. En los capítulos finales de este texto se verá que también es de importancia primordial en la propagación de las sobretensiones transitorias de maniobra.

Hay que consignar que el campo eléctrico, que es el responsable de la existencia de la susceptancia capacitiva (Figura 7.8), se ve afectado por la presencia de la tierra. Sin embargo, para las alturas usuales de los conductores, el aumento de la capacitancia es pequeño (1 a 2 %), y se suele despreciar. Una forma de considerar esta influencia es recurrir al método de las imágenes, suponiendo conductores "imagen" bajo tierra, con cargas de signo contrario.

Tabla 7.5: Largos de línea equivalentes a un banco de 1 $[MVAr]$

Tensión $[kV]$	66	110	154	220	500
MVAr/km a 50 Hz	0,012	0,035	0,07	0,14	0,7 a 0,8
Largo equivalente a 50 Hz $[km]$	80	30	14	7,5	1,4
MVAr/km a 60 Hz	0,015	0,037	0,08	0,16	0,8 a 0,9
Largo equivalente a 60 Hz $[km]$	70	30	12	6	1,2

La consideración de todos los conductores, más sus respectivas imágenes, lleva a un complejo sistema de capacitancias entre todos ellos (y entre cada conductor y tierra). En lo posible, este sistema debe ser simplificado y reducido a una capacitancia equivalente a tierra por fase.

Las relaciones fundamentales que se emplean para calcular la capacitancia son $C = q/V$, esto es, el cociente entre la carga atrapada q $[Coulomb/m]$ del conductor considerado y la tensión V aplicada, que a su vez se calcula como $V = \int \overrightarrow{E} d\overrightarrow{x} = \varepsilon^{-1} \int \overrightarrow{D} d\overrightarrow{x}$, donde $\overrightarrow{E}$ es el campo eléctrico y $\overrightarrow{D}$ la densidad del campo eléctrico; y "x" la distancia entre conductores.

7.6.1. Conductores simples

Conductores simples (uno por fase) son aquellos que se emplean en las líneas de hasta unos 220 $[kV]$. A mayores tensiones se hace presente rápidamente el efecto corona, obligando a aumentar artificialmente el radio del conductor equivalente mediante el uso de dos o más conductores por fase (conductores fasciculados), situación que se verá en la sección siguiente.

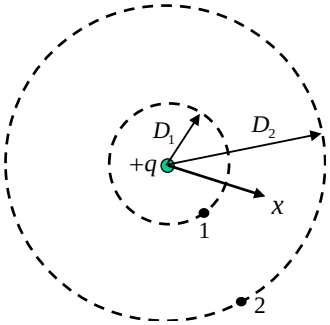


Figura 7.11: Campo eléctrico

1. Campo eléctrico de un conductor simple

La intensidad del campo eléctrico de un conductor cilíndrico, de un metro de largo (Figura 7.11), calculada con ayuda del teorema de Gauss, vale:

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 x} \quad [V/m] \tag{7.4}$$

en que $\varepsilon_0 = 1/(36\pi 10^9) = 8,85{\cdot}10^{-12}$ $[F/m]$ es muy pequeño.

Por lo tanto, la diferencia de potencial entre los puntos 1 y 2 será:

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E dx = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D_2}{D_1} \tag{7.5}$$

Es importante señalar que si las cargas varían senoidalmente con el tiempo, V_{12} podrá ser representado por un fasor.

2. Caso de un conductor en presencia de la tierra

El campo eléctrico en presencia de la tierra equipotencial es analizado normalmente suponiendo la existencia de un conductor imagen ficticio, con carga $-q$, situado bajo tierra, a una profundidad D_{a0} (Figura 7.12). La intensidad total E en un punto cualquiera del aire será la suma de las intensidades parciales debidas a cada una de las cargas ($E = \sum \frac{q_i}{2\pi\varepsilon x_i}$). Para simplificar, se supone cargas uniformemente repartidas en la superficie de los conductores, lo que es aceptable en la medida en que las separaciones entre conductores sean mucho mayores que los correspondientes radios (en la práctica, $D \approx 250$ a 350 r). Por esta misma razón, se integra hasta D_{ij} y no hasta $D_{ij} - r_j$.

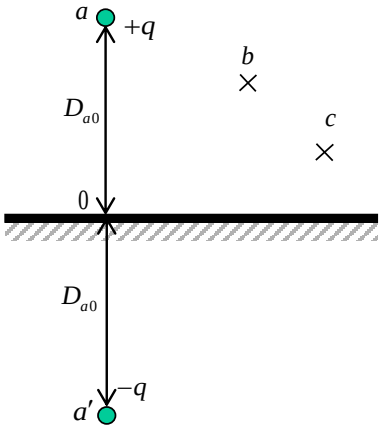


Figura 7.12: Método de imágenes

Aplicando reiteradamente 7.6.1 se puede calcular entonces la diferencia de potencial entre dos puntos b y c como:

$$V_{bc} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{D_{ac}}{D_{ab}} - \ln\frac{D_{a'c}}{D_{a'b}}\right) = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{D_{ac}}{D_{ab}}\frac{D_{a'b}}{D_{a'c}}\right)$$

En particular, la diferencia de potencial entre el conductor de radio r y tierra será:

$$V_{b0} = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{D_{a'b}}{D_{ab}}$$

y si el punto b está sobre el conductor a:

$$V_{a0} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_{aa'}}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{2D_{a0}}{r} \tag{7.6}$$

3. Caso general de m conductores

La intensidad E en un punto cualquiera será la suma de las intensidades parciales debidas a la carga de cada uno de los conductores, es decir, $E = \sum_{i=1}^{m} \frac{q_i}{2\pi\varepsilon_0 x_i}$ (Figura 7.13).

Resulta entonces posible calcular las diferencias de potencial entre conductores y tierra como la superposición de las diferencias de potencial debidas a cada una de las cargas del sistema:

$$V_{a0} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D_{aa'}}{r_a} + q_b \ln\frac{D_{ab'}}{D_{ab}} + \ldots + q_m \ln\frac{D_{am'}}{D_{am}}\right] \tag{7.7}$$

$$\vdots \tag{7.8}$$

$$V_{m0} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D_{ma'}}{D_{ma}} + q_b \ln\frac{D_{mb'}}{D_{mb}} + \ldots + q_m \ln\frac{D_{mm'}}{r_m}\right]$$

Generalizando,

$$[V] = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}[\ln D]\,[q] = [C]^{-1}\,[q]$$

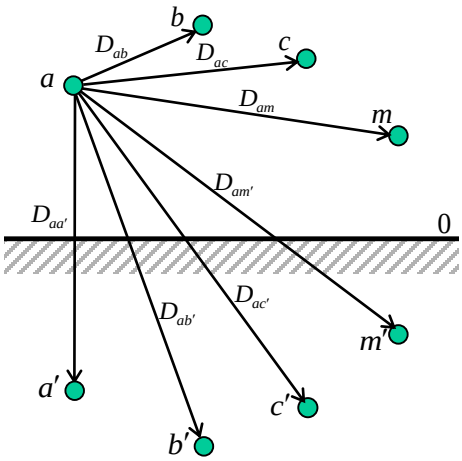


Figura 7.13: Caso de m conductores

de modo que la matriz $[C]$ se obtiene invirtiendo esta expresión. Los términos diagonales de $[C]$ representan las capacitancias entre los sucesivos conductores y tierra, mientras que los términos fuera de la diagonal representan las capacitancias entre conductores. Aplicando una transformación delta $\rightarrow$ estrella a estas últimas, se obtienen capacitancias fase-neutro, que se pueden sumar a los términos diagonales, en el caso que el neutro está a potencial de tierra. Nótese que estas capacitancias serán distintas en cada fase, dada la distinta ubicación de los conductores.

En el caso general, entonces, las cargas eléctricas en cada uno de los conductores dependerán de las tensiones fase-tierra en todos los conductores (incluyendo los conductores imagen, ficticios, bajo tierra). Sin embargo, el acoplamiento entre conductores suele ser débil, y por ello despreciable en primera instancia.

Si se desprecia el efecto de la tierra, que es pequeño, y asumiendo que no hay otras cargas eléctricas en las cercanías, las cargas suman cero, por lo cual es posible agregar otra ecuación, $q_a = -\sum q_i$.

4. Línea trifásica con transposiciones

Una solución bastante usada para neutralizar los acoplamientos en el caso de líneas trifásicas es hacer que los conductores ocupen sucesivamente las tres posiciones posibles en la disposición, en tramos de igual longitud (ver Figura 7.7). En tal caso es posible obtener para la capacitancia una expresión independiente de las cargas eléctricas, siempre que se proceda en forma aproximada, suponiendo que la carga eléctrica se mantiene constante, cualquiera que sea la posición del conductor. Lo anterior no es completamente riguroso, ya que la capacitancia a tierra en cada posición es diferente, aunque la tensión aplicada sea constante. El error resulta pequeño para las disposiciones usuales de los conductores en las líneas de transmisión.

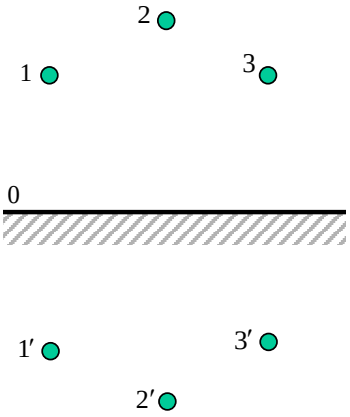


Figura 7.14: Tres conductores

Sean entonces 1, 2 y 3 las posiciones de los conductores (Figura 7.14).

La tensión promedio en cada fase valdrá:

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_{10} + V_{20} + V_{30}) = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}[q_a \ln\frac{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}{r_a r_b r_c} + q_b \ln\frac{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}{D_{12}D_{23}D_{31}} + q_c \ln\frac{D_{13'}D_{21'}D_{32'}}{D_{13}D_{21}D_{32}}]$$

pero, $r_a = r_b = r_c$, $D_{13'} = D_{31'}$, $D_{21'} = D_{12'}$y $D_{32'} = D_{23'}$, de modo que:

$$V_{a0} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\left[q_a \ln\frac{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}{r^3} + (q_b + q_c)\ln\frac{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}{D_{12}D_{23}D_{31}}\right]$$

Si no hay otras cargas eléctricas en las cercanías, ($\sum q_i = 0$), de modo que $q_b + q_c = -q_a$ y

$$V_{a0} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\left[q_a \ln \frac{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}{r^3}\frac{D_{12}D_{23}D_{31}}{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}\right]$$

Llamando **distancia equivalente** o **distancia media geométrica** (entre fases) a $D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$ $[m]$, **altura equivalente de la línea** a $H_{eq} = \sqrt[3]{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}$ $[m]$, y **profundidad equivalente de imagen** a $S_{eq} = \sqrt[3]{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}$ $[m]$, la expresión se reduce a $V_{a0} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_{eq}}{r}\frac{H_{eq}}{S_{eq}}$ $[V/m]$, y por lo tanto la susceptancia queda dada por:

$$B = \omega C_{a0} = \frac{\omega q_a}{V_{a0}} = \frac{4\pi^2 f\varepsilon_0}{\ln\dfrac{D_{eq}}{r}\dfrac{H_{eq}}{S_{eq}}} = \frac{4\pi^2 f\varepsilon_0}{\ln\dfrac{D'_{eq}}{r}} \quad [S/m] \tag{7.9}$$

En la medida en que aumenta la altura de los conductores sobre tierra, el cociente H_{eq}/S_{eq} se acercará a uno, motivo por el cual generalmente 7.6.1 se simplifica a:

$$B = \frac{4\pi^2 f\varepsilon_0}{\ln\dfrac{D_{eq}}{r}} = \frac{\pi f}{9\ln\dfrac{D_{eq}}{r}} \quad [S/m] \tag{7.10}$$

expresión que indica que la susceptancia de la línea varía, aunque en menor grado (expresión logarítmica) con la distancia media geométrica y el radio del conductor (de hecho, crece si las fases están más cercanas entre sí y si el radio del conductor es mayor).

En la práctica se suele tabular esta expresión para distintos radios y separaciones, lo que exige calcular su recíproco $x_c = 1/\omega C$, en la forma:

$$x_c = \frac{1}{4\pi^2 f\ \varepsilon_0}\left[\ln\frac{1}{r} + \ln D_{eq} + \ln H_{eq} - \ln S_{eq}\right] = x_a^{'} + x_d^{'} + x_h^{'} - x_s^{'} \approx x_a^{'} + x_d^{'} \quad [\Omega m]$$

Los fabricantes suministran tablas experimentales de $x_a^{'}$ para los diferentes conductores, que combinadas con una tabla general de $x_d^{'}$ permiten calcular x_c (ver tablas en la sección 7.10 al final del capítulo).

Según el país del fabricante, estas tablas se dan a 50 $[Hz]$ y/o a 60 $[Hz]$, y en $[M\Omega \times km]$ o bien, en $[M\Omega \times milla]$ (¡nótese que la unidad es $M\Omega$ multiplicado por km!). Esto modifica el coeficiente de los logaritmos anteriores, que pasa a ser $9/\pi f = 0,0573$ para 50 $[Hz]$ y $0,15/1,609\pi = 0,02967$ en el caso de 60 $[Hz]$.

Hay que tener especial cuidado en el uso de las tablas, debido a que en rigor la descomposición en $x_a^{'}$ y $x_d^{'}$ trae consigo el peligro de mezclar unidades. En efecto, puesto que el argumento de los logaritmos debe ser adimensional, está implícito en $x_a^{'}$ un numerador de largo unitario, y en $x_d^{'}$ un denominador de largo unitario. Este largo unitario será de un metro en las tablas métricas y de un pie en las tablas americanas. Por lo tanto, la descomposición en $x_a^{'}$ y $x_d^{'}$ es diferente en ambas tablas, y solo tienen sentido tomadas en conjunto. No es posible, entonces, sumar un $x_a^{'}$ sacado de un tipo de tablas con un $x_d^{'}$ sacado de otro tipo de tablas.

Lo que sí se puede hacer es corregir $x_a^{'}$. Si se conoce $x_a^{'}$ en $[M\Omega \times milla]$, a la frecuencia f_1, $x_A^{'}$ en $[M\Omega \times km]$ y a la frecuencia f_2 estará dado por:

$$x_A^{'} = \frac{2,8648}{f_2}\ln\left[3,281\exp\frac{x_a^{'}\ f_1}{1,7805}\right] = 1,609\,\frac{f_1}{f_2}x_a^{'} + \frac{3,403}{f_2} \tag{7.11}$$

y al revés, conocido $x_A^{'}$ se tendrá:

$$x_a^{'} = 0,6214\,\frac{f_2}{f_1}x_A^{'} - \frac{2,115}{f_1} \tag{7.12}$$

La expresión logarítmica de x_c confirma la relativa constancia de su valor, que a 50 [Hz] fluctuará en torno a los 0,36 $[M\Omega \times km]$, mientras que en 60 [Hz] lo hará en torno a los 0,30 $[M\Omega \times km]$. Ello que significa que B oscilará en torno a $1/0,36 = 2,8$ $[\mu S/km]$ en 50 [Hz] y a 5,3 $[\mu S/milla]$ en 60 [Hz].

7.6.2. Conductores fasciculados

A medida que crece la tensión, adquiere mayor importancia el efecto corona y, como la forma de combatir este fenómeno está ligada al aumento del diámetro del conductor, llega un momento ($\approx$ 250 $[kV]$) en el que este

diámetro es impracticable, y se debe buscar la solución de poner dos o más conductores en paralelo en cada fase, separados por distancias del orden de los 30 a 50 [cm].

El cálculo es más complejo que para conductores simples, pero suele simplificarse con ayuda de algunas aproximaciones, basadas en el hecho de que la separación entre conductores del haz o fascículo (s) es mucho menor que la separación entre fases (D_{ij}).

1. Haz de dos conductores

De acuerdo con la Figura 7.15, llamando r al radio del subconductor, s a la separación entre subconductores, suponiendo un ciclo de transposiciones, y despreciando el efecto de la tierra (dadas las dimensiones de las torres para tensiones superiores a los 220 [kV]), se tendrá:

$$V_{a0} = \frac{1}{3}\left(V_{10} + V_{20} + V_{30}\right)$$

$$V_{a0} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\frac{q_a}{2}\ln\frac{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}{r^3} + \frac{q_a}{2}\ln\frac{D_{1I'}D_{2II'}D_{3III'}}{s^3} + \frac{q_b}{2}\ln\frac{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}{D_{12}D_{23}D_{31}} + \frac{q_b}{2}\ln\frac{D_{1II'}D_{2III'}D_{3I'}}{D_{1II}D_{2III}D_{3I}} + \frac{q_c}{2}\ln\frac{D_{13'}D_{21'}D_{32'}}{D_{13}D_{21}D_{32}} + \frac{q_c}{2}\ln\frac{D_{1III'}D_{2I'}D_{3II'}}{D_{1III}D_{2I}D_{3II}}$$

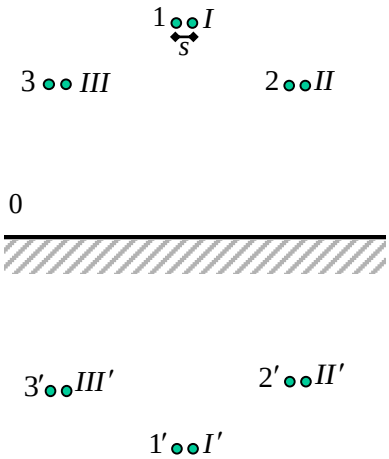


Figura 7.15: Haz de dos conductores

pero, $D_{12'} = D_{21'}$, $D_{23'} = D_{32'}$, $D_{31'} = D_{13'}$, y además, siendo s pequeño en relación con los D_{ij} , $D_{1II} \sim D_{2I} \sim D_{12}$, $D_{2III} \sim D_{3II} \sim D_{23}$, $D_{3I} \sim D_{1III} \sim D_{31}$, $D_{1I'} \sim D_{11'}$, $D_{2II'} \sim D_{22'}$, $D_{3III'} \sim D_{33'}$, $D_{1II'} \sim D_{2I'} \sim D_{12'}$, $D_{2III'} \sim D_{3II'} \sim D_{23'}$, $D_{3I'} \sim D_{1III'} \sim D_{31'}$, etc., por lo que:

$$V_{a0} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_a}{2}\ln\frac{\left(D_{11'}D_{22'}D_{33'}\right)^2}{r^3s^3} + \frac{q_b+q_c}{2}\ln\frac{\left(D_{12'}D_{23'}D_{31'}\right)^2}{\left(D_{12}D_{23}D_{31}\right)^2}\right]$$

pero $q_b + q_c = -q_a$, de modo que:

$$V_{a0} = \frac{q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt{rs}}\left[\frac{V}{m}\right]$$

y, por lo tanto,

$$C_{a0} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt{rs}}}\left[\frac{F}{m}\right]$$

$$B = \omega C_{a0} = \frac{\pi f}{9\ln\dfrac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt{rs}}}\left[\frac{\mu S}{km}\right] \tag{7.13}$$

Estas expresiones son idénticas a las de un conductor simple, cambiando r por $\sqrt{rs}$. Como $s > r$, se achica algo el logaritmo, y B será algo mayor (aprox. 25 %) que para un conductor simple, oscilando en torno de 3,5 [$\mu S/km$], para 50 [Hz] y a 6,8 [$\mu S/milla$] a 60 []H]z. Usando tablas,

$$x_c = \frac{1}{2}\left(x_a^{'} - x_s^{'}\right) + x_d^{'} = \frac{1}{2}x_a^{'} + \left(x_d^{'} - \frac{1}{2}x_s^{'}\right) \quad [M\Omega km] \tag{7.14}$$

Como $s < 1$ [m], $x_s^{'}$ será negativo (lo que confirma que habrá un crecimiento de $x_d^{'}$).

2. Haz de tres conductores (dispuestos simétricamente)

De acuerdo con la Figura 7.16 y suponiendo un ciclo de transposiciones,

$$V_{a0} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_a}{3}\ln\frac{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}{r^3} + \frac{q_a}{3}\ln\frac{D_{1I'}D_{2II'}D_{3III'}}{s^3} + \frac{q_a}{3}\ln\frac{D_{1a'}D_{2b'}D_{3c'}}{s^3}\right.$$
$$+ \frac{q_b}{3}\ln\frac{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}{D_{12}D_{23}D_{31}} + \frac{q_b}{3}\ln\frac{D_{1II'}D_{2III'}D_{3I'}}{D_{1II}D_{2III}D_{3I}} + \frac{q_b}{3}\ln\frac{D_{1b'}D_{2c'}D_{3a'}}{D_{1b}D_{2c}D_{3a}}$$
$$\left.+ \frac{q_c}{3}\ln\frac{D_{13'}D_{21'}D_{32'}}{D_{13}D_{21}D_{32}} + \frac{q_c}{3}\ln\frac{D_{1III'}D_{2I'}D_{3II'}}{D_{1III}D_{2I}D_{3II}} + \frac{q_c}{3}\ln\frac{D_{1c'}D_{2a'}D_{3b'}}{D_{1c}D_{2a}D_{3b}}\right]$$

pero, $D_{12'} = D_{21'}$, $D_{23'} = D_{32'}$, $D_{31'} = D_{13'}$, y además, siendo s pequeño en relación con los D_{ij} , $D_{1I'} \sim D_{1a'} \sim D_{11'}$, $D_{2II'} \sim D_{2b'} \sim D_{22'}$, $D_{3III'} \sim D_{3c'} \sim D_{33'}$, $D_{1II'} \sim D_{2I'} \sim D_{1b'} \sim D_{2a'} \sim D_{12'}$, $D_{2III'} \sim D_{3II'} \sim D_{2c'} \sim D_{3b'} \sim D_{23'}$, $D_{3I'} \sim D_{1III'} \sim D_{3a'} \sim D_{1c'} \sim D_{31'}$,

$$V_{a0} = \frac{1}{6\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_a}{3}\ln\frac{\left(D_{11'}D_{22'}D_{33'}\right)^3}{r^3s^3s^3} + \frac{q_b+q_c}{3}\ln\frac{\left(D_{12'}D_{23'}D_{31'}\right)^3}{\left(D_{12}D_{23}D_{31}\right)^3}\right]$$

y, como $q_b + q_c = -q_a$:

$$\begin{aligned} V_{a0} =& \frac{q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt[3]{rs^2}} \quad \left[\frac{V}{m}\right] \\ C_{a0} =& \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt[3]{rs^2}}} \quad \left[\frac{F}{m}\right] \\ B =& \frac{\pi f}{9\ln\dfrac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt[3]{rs^2}}} \quad \left[\frac{\mu S}{km}\right] \end{aligned} \tag{7.15}$$

expresiones otra vez idénticas a las del conductor simple, cambiando ahora r por $\sqrt[3]{rs^2}$. Como $s > r$, B será mayor que en el haz de dos conductores, fluctuando en torno a 4,5 $[\mu S/km]$ en 50 [Hz] y a 8,7 $[\mu S/milla]$ en 60 [Hz], lo que implica un incremento del 60 % respecto al caso de conductor simple. Si se usan tablas,

$$x_c = \frac{1}{3}\left(x_a^{'} - 2x_s^{'}\right) + x_d^{'} = \frac{1}{3}x_a^{'} + \left(x_d^{'} - \frac{2}{3}x_s^{'}\right) \quad [M\Omega km] \tag{7.16}$$

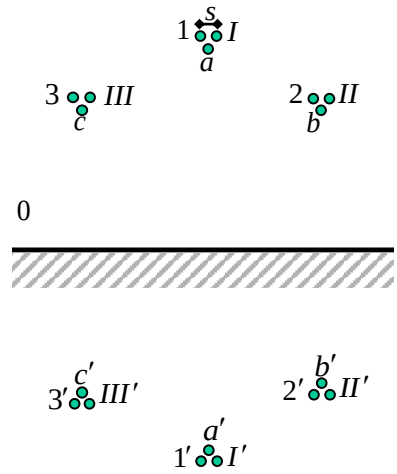
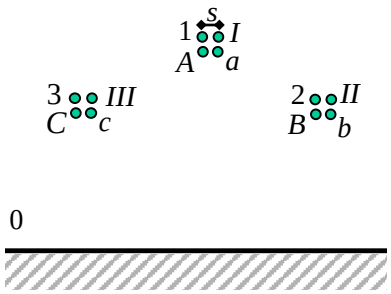


Figura 7.16: Haz con tres conductores

3. Haz de cuatro conductores (dispuestos simétricamente)



En este caso, suponiendo un ciclo de transposiciones y de acuerdo con la Figura 7.17, un desarrollo similar a los anteriores lleva a que:

$$\begin{aligned} C_{a0} =& \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\dfrac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt[4]{\sqrt{2}rs^3}}} \quad \left[\frac{F}{m}\right] \\ B =& \frac{\pi f}{9\ln\dfrac{D_{eq}H_{eq}}{S_{eq}\sqrt[4]{\sqrt{2}rs^3}}} \quad \left[\frac{\mu S}{km}\right] \end{aligned} \tag{7.17}$$

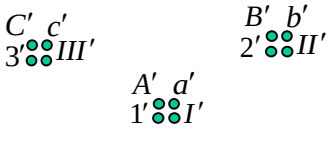


Figura 7.17: Haz de cuatro conductores

expresiones similares a las del conductor simple, reemplazando r por $\sqrt[4]{\sqrt{2}rs^3}$. B resulta mayor que en el haz de 3 conductores, fluctuando en torno a 7 $[\mu S/km]$ en 50 [Hz] y a 13,5 $[\mu S/milla]$ en 60 [Hz]. Usando tablas,

$$\begin{aligned} x_c =& \frac{1}{4}\left(x_a^{'} - 3x_s^{'}\right) + x_d^{'} - 0,00495 \\ =& \frac{1}{4}x_a^{'} + \left(x_d^{'} - \frac{3}{4}x_s^{'} - 0,00495\right) \quad [M\Omega km] \end{aligned} \tag{7.18}$$

7.6.3. Líneas trifásicas de doble circuito

La existencia de líneas trifásicas en paralelo, de igual o diferente conductor, es muy frecuente en la práctica (ver Figura 7.18).

Si están colocadas en una misma estructura, o si están relativamente cercanas entre sí, la susceptancia del conjunto quedará afectada por los acoplamientos mutuos entre los circuitos. El método de cálculo es el mismo que el de la sección 7.6.2, con la salvedad de que ahora no se cumple $s << D_{ab}$.

Aceptando que los conductores en paralelo (1-4, 2-5, 3-6) toman la misma carga, y que hay transposiciones, de modo que cada conductor ocupa sucesivamente las seis posiciones (aunque manteniendo siempre el mismo orden relativo):

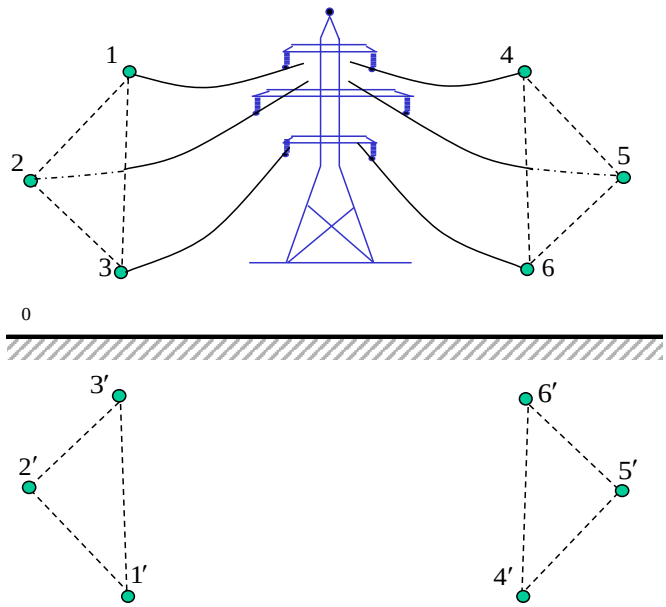


Figura 7.18: Líneas trifásicas de doble circuito

$$
\begin{aligned}
V_{a0} =& \frac{1}{12\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q_a}{2}\ln\frac{D_{11'}D_{22'}D_{33'}}{r_1^3}+\frac{q_a}{2}\ln\frac{D_{44'}D_{55'}D_{66'}}{r_2^3}+\frac{q_a}{2}\ln\frac{D_{14'}D_{25'}D_{36'}}{D_{14}D_{25}D_{36}}+\frac{q_a}{2}\ln\frac{D_{41'}D_{52'}D_{63'}}{D_{41}D_{52}D_{63}}\right.\\
&+\frac{q_b}{2}\ln\frac{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}{D_{12}D_{23}D_{31}}+\frac{q_b}{2}\ln\frac{D_{45'}D_{56'}D_{64'}}{D_{45}D_{56}D_{64}}+\frac{q_b}{2}\ln\frac{D_{15'}D_{26'}D_{34'}}{D_{15}D_{26}D_{34}}+\frac{q_b}{2}\ln\frac{D_{42'}D_{53'}D_{61'}}{D_{42}D_{53}D_{61}}\\
&\left.+\frac{q_c}{2}\ln\frac{D_{13'}D_{21'}D_{32'}}{D_{13}D_{21}D_{32}}+\frac{q_c}{2}\ln\frac{D_{46'}D_{54'}D_{65'}}{D_{46}D_{54}D_{65}}+\frac{q_c}{2}\ln\frac{D_{16'}D_{24'}D_{35'}}{D_{16}D_{24}D_{35}}+\frac{q_c}{2}\ln\frac{D_{43'}D_{51'}D_{62'}}{D_{43}D_{51}D_{62}}\right]
\end{aligned}
$$

pero, $D_{14'} = D_{41'}$, etc., y $D_{12'} = D_{21'}$, etc., y $D_{45'} = D_{54'}$, etc., y $D_{15'} = D_{51'}$, etc., y $D_{42'} = D_{24'}$, etc. Para simplificar la expresión, llamemos:

$$
\begin{array}{ccc}
H_{eq1} = \sqrt[3]{D_{11'}D_{22'}D_{33'}} & H_{eq2} = \sqrt[3]{D_{44'}D_{55'}D_{66'}} & D_{eq1} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}\\
D_{eq2} = \sqrt[3]{D_{45}D_{56}D_{64}} & D_{eq'} = \sqrt[3]{D_{14}D_{25}D_{36}} & D_{eq''} = \sqrt[3]{D_{15}D_{26}D_{34}}\\
D_{eq'''} = \sqrt[3]{D_{42}D_{53}D_{61}} & D_{eqm} = \frac{\sqrt{D_{eq''}D_{eq'''}}}{D_{eq'}} & S_{eq1} = \sqrt[3]{D_{12'}D_{23'}D_{31'}}\\
S_{eq2} = \sqrt[3]{D_{45'}D_{56'}D_{64'}} & S_{eq'} = \sqrt[3]{D_{14'}D_{25'}D_{36'}} & S_{eq''} = \sqrt[3]{D_{15'}D_{26'}D_{34'}}\\
S_{eq'''} = \sqrt[3]{D_{42'}D_{53'}D_{61'}} & S_{eqm} = \frac{\sqrt{S_{eq''}S_{eq'''}}}{S_{eq'}} &
\end{array}
$$

con lo cual,

$$
\begin{aligned}
V_{a0} &= \frac{q_a}{2\pi\varepsilon_0}\ln\sqrt{\frac{D_{eqm}\sqrt{D_{eq1}D_{eq2}}\sqrt{H_{eq1}H_{eq2}}}{S_{eqm}\sqrt{r_1r_2}\sqrt{S_{eq1}S_{eq2}}}}\\
C_{a0} &= \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\sqrt{\frac{D_{eqm}\sqrt{D_{eq1}D_{eq2}}\sqrt{H_{eq1}H_{eq2}}}{S_{eqm}\sqrt{r_1r_2}\sqrt{S_{eq1}S_{eq2}}}}} \quad \left[\frac{F}{m}\right]
\end{aligned}
\tag{7.19}
$$

Lo normal es que la disposición sea la misma para ambos circuitos, por lo cual $D_{eq1} = D_{eq2}$, $H_{eq1} = H_{eq2}$, $S_{eq1} = S_{eq2}$ y $r_1 = r_2$, lo que implica:

$$
C_{a0} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\sqrt{\frac{D_{eq}D_{eqm}H_{eq}}{rS_{eq}S_{eqm}}}}
$$

En la medida en que crece la altura sobre el suelo (alta tensión), los términos D_{eqm}, H_{eq}, S_{eq}, S_{eqm} pasan a ser muy parecidos, y su cociente tiende a uno, por lo cual:

$$C_{a0} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\sqrt{\frac{D_{eq}}{r}}} \tag{7.20}$$

Evidentemente, la capacitancia de cada circuito valdrá la mitad de la que se obtiene con esta relación.

7.7. La reactancia inductiva

La reactancia inductiva es el parámetro técnicamente más importante de una línea aérea, puesto que afecta fuertemente a la capacidad de transmisión. En líneas de distribución, X es inferior a la resistencia del conductor, pero en líneas de transmisión es claramente superior:

Tabla 7.6: Relación X/R típica para las líneas aéreas

Tensión $[kV]$	13,8	66	110	154	220	500	750
Relación X/R	0,3 a 0,5	0,5 a 0,7	1,5 a 3	2 a 3	4 a 6	10 a 15	~ 30

Depende directamente de la frecuencia y en menor grado del tipo de conductor y de la disposición geométrica de las tres fases. Al igual que la capacitancia, X tiene una expresión logarítmica, lo que significa que es poco sensible a variaciones de las características del conductor (simple) o de la disposición espacial de ellos. De hecho, cualquiera sea la tensión, conductor o disposición usada, para un conductor simple el valor de X fluctuará en torno de 0,4 $[\Omega/km]$ en 50 [Hz] y de 0,8 $[\Omega/milla]$ en 60 [Hz]. Conviene consignar también que la forma del campo magnético, que es el responsable de la existencia de X para un conductor simple, no se ve afectada por la presencia de la tierra, puesto que $\mu_{aire} \approx \mu_{tierra} \approx \mu_0$.

7.7.1. Conductores simples en el aire

Un circuito de una línea cualquiera está formado cuanto menos por dos conductores. En dicho caso, el campo magnético se calcula como la suma de los campos originados por cada uno de los conductores en forma independiente (principio de superposición). Primero se analizarán los enlaces mutuos entre conductores y después los enlaces de flujo debidos a la propia corriente del conductor.

1. Enlaces mutuos con otros conductores

Suponiendo dos conductores sólidos y cilíndricos muy largos, cuyo retorno está a una gran distancia D_2 (Figura 7.19 en la página que sigue), se calcularán los enlaces en el conductor 1 debidos a la corriente i_2 en el conductor 2. La dificultad del cálculo radica en el hecho de que los enlaces de flujo son diferentes para cada hilo dS (pues $\overrightarrow{B} = B(y_2)\overrightarrow{dS}$), lo que obliga a determinar un valor promedio de ellos.

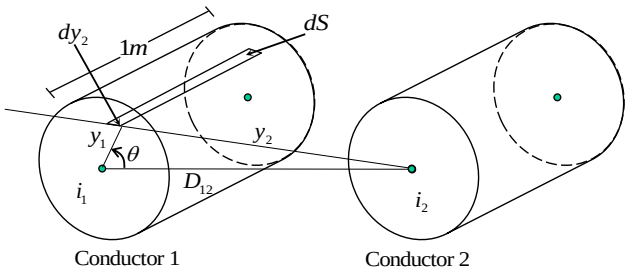


Figura 7.19: Enlaces mutuos entre dos conductores

Sea un filamento de corriente dS en el conductor 1, de los cuales habrá $N = \pi r^2/dS$, cuya posición se fija con las coordenadas y_1 y ángulo θ. La ley de Ampère define el campo magnético originado por una corriente i como $\oint H dl = i$. Si se supone permeabilidad μ constante, la ecuación anterior equivaldrá a $\frac{1}{\mu}\oint B dl = i$. Aplicado a la Figura 7.19 se tendrá $i_2 = \frac{B}{\mu}\oint dl = \frac{B}{\mu}2\pi y_2$, de modo que el campo magnético que enlaza al filamento dS, debido a la circulación de i_2, será $B = \frac{\mu i_2}{2\pi y_2}$. El flujo $d\phi$ que corta la superficie $dy_2 * 1$ (multiplicado por un metro de conductor) será $d\phi = \frac{\mu i_2}{2\pi}\frac{dy_2}{y_2}$. Integrando hasta una distancia muy grande D_2 se obtendrá el flujo que enlaza a dS: $\phi = d\Lambda = \frac{\mu i_2}{2\pi}\ln\frac{D_2}{y_2}$. Como hay N filamentos distintos de corriente i_1, con enlaces diferentes, el enlace medio de flujo valdrá $\Lambda = \frac{1}{N}\int d\Lambda = \frac{1}{\pi r^2}\int \phi dS = \frac{\mu i_2}{2\pi^2 r^2}\int(\ln D_2 dS - \ln y_2 dS)$, y, como $y_2 = \sqrt{D_{12}^2 + y_1^2 - 2D_{12}y_1\cos\theta}$ y $dS = y_1 d\theta dy_1$, resulta:

$$\Lambda = \frac{\mu i_2}{2\pi^2 r^2}\left[\pi r^2 \ln D_2 - \frac{1}{2}\int_0^r y_1 dy_1 \int_0^{2\pi} \ln\left(D_{12}^2 + y_1^2 - 2D_{12}y_1\cos\theta\right) d\theta\right].$$

Como la integral en $d\theta$ vale $4\pi \ln D_{12}$,

$$\Lambda = \frac{\mu i_2}{2\pi^2 r^2}\left[\pi r^2 \ln D_2 - 2\pi \ln D_{12}\int_0^r y_1 dy_1\right] = \frac{\mu i_2}{2\pi}\ln\frac{D_2}{D_{12}}\left[\frac{Wbv}{m}\right]$$

Por último, dado que $\mu \approx 4\pi \times 10^{-7}$ (depende muy ligeramente del material del conductor),

$\Lambda \approx 2 \times 10^{-4} i_2 \ln \frac{D_2}{D_{12}}$ $[Wbv/km]$.

2. Enlaces propios internos de una hebra

Los enlaces propios son de dos tipos: internos al conductor, que solo enlazan algunos hilos de corriente, y externos al conductor, que enlazan al total de la corriente i_1.

Para el análisis de los enlaces internos, supóngase un conductor cilíndrico sólido como el mostrado en la Figura 7.20, cuyo retorno está a una gran distancia D_1. Aunque el volumen del conductor sea comparativamente pequeño, la elevada densidad de campo hace que la energía almacenada en el campo magnético interior, aunque pequeña, no sea del todo despreciable. También aquí se presenta la dificultad de que los enlaces de flujo son diferentes para cada hilo de corriente, obligando a determinar un valor promedio de ellos. Suponiendo el conductor dividido en hilos de superficie dS, habrá que promediar $\pi r^2/dS$ de ellos en el total del conductor.

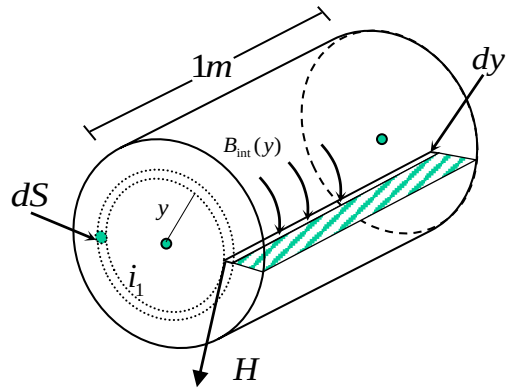


Figura 7.20: Enlaces propios internos de una hebra

Se analizarán los $2\pi y dy/dS$ hilos que se encuentran en un anillo de ancho dy, ubicado a una distancia y del centro, y que se enlazan con el total del flujo interno comprendido entre los cilindros de radios y a r (plano sombreado en la Figura 7.20). La ley circuital de Ampère permite calcular este flujo: $\oint B \cdot dl = \mu j =$ corriente enlazada. Tomando como curva de integración una circunferencia concéntrica, a lo largo de la cual B es constante, se tendrá $j = \frac{B}{\mu}\oint d\ell = 2\pi B\frac{y}{\mu}$ y, considerando la corriente uniformemente repartida, lo que supone despreciar el efecto pelicular, así como la influencia de cualquier otro conductor vecino, $\frac{j}{i_1} = \frac{\pi y^2}{\pi r^2}$, de modo que:

$$B_{int} = \frac{\mu j}{2\pi y} = \frac{\mu i_1 y}{2\pi r^2} \quad \left[\frac{T}{m}\right]$$

El flujo interno, debido al conductor completo, que es enlazado por los $2\pi y 1\ dy/dS$ hilos del anillo, será (el 1 proviene de considerar un metro de conductor):

$$\phi_y = \int_y^r B_{int} dS = \int_y^r \frac{\mu i_1 y 1}{2\pi r^2} dy = \frac{\mu i_1}{4\pi r^2}\left(r^2 - y^2\right)\left[\frac{Wb}{m}\right]$$

$$d\Lambda = \frac{2\pi y dy}{dS}\phi_y = \frac{\mu i_1 y(r^2 - y^2)dy}{2r^2 dS}$$

y los enlaces medios para un hilo cualquiera de corriente en el conductor valdrán:

$$\Lambda = \frac{1}{N}\int d\Lambda = \frac{dS}{\pi r^2}\int_0^r \frac{\mu i_1 y(r^2 - y^2)dy}{2r^2 dS} = \Lambda_{int} = \frac{\mu i_1}{2\pi r^4}\int_0^r (r^2 y - y^3)dy = \frac{\mu i_1}{8\pi} = \frac{\mu_r \mu_o i_1}{8\pi} \quad \left[\frac{Wbv}{m}\right]$$

Puesto que $\mu_r \approx 1,0$(1,000022 para el aluminio) y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}[H/m]$,

$$\Lambda_{int} = \frac{i}{2} \times 10^{-4}\ [Wbv/km]$$

¡¡valor que resulta independiente de las dimensiones del conductor!!

La relación entre corriente y Λ se denomina **inductancia,** que puede ser **mutua** (M), cuando la corriente enlazada i_1 es distinta de la corriente i_2 que produce el campo magnético, o **propia** (L), en el caso de que la corriente enlazada sea la misma que produce el campo. La determinación exacta de L y M es compleja, ya que involucra el cálculo de $\oint Hdl$. En la práctica se hace necesario recurrir a algunas simplificaciones, como por ejemplo suponer conductores uniformes, de largo infinito, por los cuales circulan corrientes constantes, uniformemente repartidas en todo el conductor (sin efecto pelicular).

Para el caso en análisis, se define la inductancia interna del conductor sólido como $L_{int} = \Lambda_{int}/i_1 = 5 \times 10^{-5}$ $[H/km]$ y la correspondiente reactancia interna como $X_{int} = \omega L_{int} = \pi f 10^{-7} = 0,01571$ $[\Omega/km]$ en 50 $[Hz]$.

3. Enlaces propios externos de una hebra

En forma similar al caso anterior,

$$\begin{aligned} B_{ext} =& \frac{\mu_2 i}{2\pi y} \quad (y > r) \\ d\phi_{ext} =& B_{ext} dS = \frac{\mu_2 i dy}{2\pi y} \\ d\Lambda =& d\phi = \frac{\mu_2 i}{2\pi} \frac{dy}{y} \end{aligned}$$

de manera que si se integra hasta una distancia muy grande $y = D_1$ a la cual se encuentra el conductor de retorno, y si se considera que $\mu_2 \approx 4\pi 10^{-7}$, se obtiene: $\Lambda_{ext} = \frac{\mu_2 i}{2\pi} \ln \frac{D_1}{r} \approx 2 \times 10^{-7} i \ln \frac{D_1}{r}$.

4. Enlaces propios totales

En resumen, los enlaces totales de flujo para un conductor cilíndrico sólido, debidos a la circulación de corriente en el mismo conductor, serán:

$$\Lambda = \Lambda_{int} + \Lambda_{ext} = 2 \times 10^{-7} i \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D_1}{r} \right) = 2 \times 10^{-7} i \ln \frac{D_1}{re^{-1/4}} = 2 \times 10^{-7} i \ln \frac{D_1}{D_{aa}}$$

donde $D_{aa} = re^{-1/4}$ o **radio propio geométrico** representa el radio ficticio (¡¡ $0,7788r < r$!!) de un conductor cilíndrico sólido equivalente, que no posee enlaces internos (o sea campo magnético interno).

La ecuación de los enlaces de flujos totales resulta idéntica en su forma a la de Λ_{ext}, de modo que la introducción de D_{aa}equivale a hacer desaparecer los enlaces internos.

Se suele definir la inductancia propia del conductor L_a, y consecuentemente la reactancia,

$$X_a = \omega L_a = 4\pi f 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{aa}} = X_{int} - 4\pi f 10^{-7} \ln r \quad [\Omega/m]$$

5. Conductor con hebras

Por facilidad de construcción y de manejo, los conductores reales no son sólidos, sino constituidos por hebras trenzadas, dispuestas en capas concéntricas. Si se supone que por cada una de las n hebras iguales circula una misma parte de la corriente total (repartición uniforme), los enlaces para cada hebra valdrán:

$$\Lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \left[i_1 \ln \frac{D_1}{D_{aa}} + i_2 \ln \frac{D_2}{D_{12}} + \cdots + i_n \ln \frac{D_n}{D_{1n}} \right] \tag{7.21}$$

$$\vdots \tag{7.22}$$

$$\Lambda_n = 2 \times 10^{-7} \left[i_1 \ln \frac{D_1}{D_{n1}} + i_2 \ln \frac{D_2}{D_{n2}} + \cdots + i_n \ln \frac{D_n}{D_{aa}} \right]$$

Como $i_1 = i_2 = \cdots = i_n = I/n$, y en la medida que el retorno se aleja, $D_1 \sim D_2 \sim \cdots \sim D_n = D$, entonces:

$$\Lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left[\ln D^n - \ln D_{aa} D_{12} D_{13} \cdots D_{1n} \right] \tag{7.23}$$

$$\vdots \tag{7.24}$$

$$\Lambda_n = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{n} \left[\ln D^n - \ln D_{aa} D_{n1} D_{n2} \cdots D_{nn-1} \right]$$

Llamando $D_{11} = \sqrt[n]{D_{aa}D_{12}D_{13}\cdots D_{1n}}$, $D_{ii} = \sqrt[n]{D_{aa}D_{i1}D_{i2}\cdots D_{in}}$, $D_{nn} = \sqrt[n]{D_{aa}D_{n1}D_{n2}\cdots D_{nn-1}}$, etc.,

$$\Lambda_1 = 2\times 10^{-7} I\left[\ln D - \ln D_{11}\right] \tag{7.25}$$

$$\vdots \tag{7.26}$$

$$\Lambda_n = 2\times 10^{-7} I\left[\ln D - \ln D_{nn}\right]$$

El promedio para todo el conductor será:

$$\Lambda = \frac{1}{n}\sum \Lambda_i = 2\times 10^{-7} I\left[\ln D - \ln\left(D_{11}D_{22}\cdots D_{nn}\right)^{\frac{1}{n}}\right] = 2\times 10^{-7} I \ln\frac{D}{D_{aa'}}$$

en que:

$$\begin{aligned} D_{aa'} &= \sqrt[n]{D_{11}D_{22}\cdots D_{ii}\cdots D_{nn}} \\ &= \sqrt[n]{D_{aa}\sqrt[n]{D_{12}D_{13}\cdots D_{1n}D_{21}D_{23}\cdots D_{2n}\cdots D_{n1}D_{n2}\cdots D_{nn-1}}} \end{aligned} \tag{7.27}$$

es el **radio geométrico propio** de un conductor formado por n hebras.

Se concluye que, para un conductor comercial formado por n hebras dispuestas en varias capas, el radio propio geométrico no es una constante, como en el caso de un conductor sólido, sino que depende del número y disposición de las hebras.

Por similitud con el caso del conductor sólido, se define $L_a = 2\times 10^{-4}\ln\frac{1}{D_{aa'}}$ $[H/km]$ y la reactancia propia $X_a = \omega L_a$. Puesto que todas las distancias que intervienen en la definición de $D_{aa'}$ son función de r, se suele escribir $X_a = X_{int} - 4\pi f 10^{-4}\ln r$, donde la reactancia interna X_{int} ya no es constante, sino que varía con el número de capas y la sección de las distintas hebras (ver Tabla 7.7 en página siguiente).

Los fabricantes entregan tablas experimentales, tanto de X_{int} como de $X_d = 4\pi f 10^{-7}\ln D$ (ver tablas para X_a y X_d, al final de este capítulo). Estos valores dependen de la frecuencia, y por ello se dan para 50 $[Hz]$ y/o 60 $[Hz]$. Además, y según sea el país, se dan en $[\Omega/km]$ o bien en $[\Omega/milla]$, lo que modifica el coeficiente de los logaritmos, que pasa a ser 0,0628 en un caso, y 0,1214 en el otro.

Ya se dijo que dimensionalmente hay un problema en la descomposición que se ha hecho de los logaritmos, cuyos argumentos ya no son números, sino que tienen una dimensión física. No hay que olvidar que sólo tienen sentido en conjunto.

Tabla 7.7: Valores típicos de X_{int} para conductores con hebras

Capas	N° hebras	D_{aa}/r	$X_{int}[\Omega/km]$
1	1	0,779	0,0157
	3	0,678	0,0244
2	7	0,7255	0,0202
	16	0,767	0,0167
3	19	0,758	0,0174
	27	0,773	0,0162
	33	0,773	0,0162
4	37	0,768	0,0166
	48	0,778	0,0158
	60	0,779	0,0157

Por tanto, no es directo el paso de un tipo de tablas al otro. Si se tiene X_a en $[\Omega/milla]$, a una frecuencia f_1, el valor X_A en $[\Omega/km]$, a la frecuencia f_2, estará dado por:

$$X_A = 4\pi f_2 10^{-4}\ln 3,281\exp\frac{X_a}{0,2022\times 10^{-2} f_1}$$

es decir,

$$X_A[\Omega/km] = 0,001493 f_2 + 0,6214 \frac{f_2}{f_1} X_a \tag{7.28}$$

Por el contrario, conocido X_A en $[\Omega/km]$, X_a en $[\Omega/milla]$ estará dado por:

$$X_a[\Omega/milla] = 1,609 \frac{f_1}{f_2} X_A - 0,002402 f_1 \tag{7.29}$$

6. Caso de n conductores, sin retorno por tierra

De acuerdo con lo anterior, los enlaces de flujo en torno de cada conductor valdrán:

$$\Lambda_i = \sum_{j=1}^{n} \Lambda_{ij} = 2 \times 10^{-7} \left[i_1 \ln \frac{D_1}{D_{1i}} + i_2 \ln \frac{D_2}{D_{2i}} \cdots + i_i \ln \frac{D_i}{D_{aa'}} + \cdots i_n \ln \frac{D_n}{D_{ni}} \right]$$

donde los D_{ij} son las distancias entre centros de conductores. En el caso de que las corrientes sumen cero (lo que no es aplicable a la situación en que existen corrientes de retorno por el suelo, caso que se verá en el capítulo 13), se tendrá $i_1 = -\sum_{j=2}^{n} i_j$, de modo que:

$$\Lambda_i = 2 \times 10^{-7} \left[-i_1 \ln D_{i1} - i_2 \ln D_{i2} - \cdots + i_i \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \cdots \right. \tag{7.30}$$

$$\left. -i_n \ln D_{in} + i_1 \ln D_1 + \cdots - (i_1 + i_2 + \cdots + i_n) \ln D_i + \cdots + i_n \ln D_n \right] \tag{7.31}$$

$$\Lambda_i = 2 \times 10^{-7} \left[-i_1 \ln D_{i1} - i_2 \ln D_{i2} - \cdots + i_i \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \cdots - i_n \ln D_{in} + i_1 \ln \frac{D_1}{D_i} + i_2 \ln \frac{D_2}{D_i} + \cdots + i_n \ln \frac{D_n}{D_i} \right]$$

Si ahora se hacen crecer los D_j, los cocientes D_j/D_i tenderán a uno, y consecuentemente, los logaritmos tenderán a cero, con lo que la expresión se simplifica a:

$$\begin{aligned} \Lambda_i &= 2 \times 10^{-7} \left[-i_1 \ln D_{i1} - i_2 \ln D_{i2} - \cdots i_i \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \cdots - i_n \ln D_{in} \right] \\ &= 2 \times 10^{-7} \sum_{\mu} i_j \ln \frac{1}{D_{j\mu}} \end{aligned}$$

La expresión anterior queda en forma matricial como $[\Lambda] = 2 \cdot 10^{-7} \ln[D][I]$. Puesto que el retorno se ha supuesto a una gran distancia, los coeficientes representan inductancias equivalentes, propias y mutuas, de los n conductores, $[\Lambda] = [L][I]$.

Se confirma entonces que los enlaces de flujo, y con ello las caídas de tensión, dependen no sólo de la corriente en el propio conductor, sino también de todas las demás corrientes (aunque el acoplamiento entre fases sea en realidad bastante débil, y a menudo despreciable).

7. Línea trifásica sin transposiciones

Se analizará ahora el caso de una línea de tres conductores, que no está transpuesta, y cuyas corrientes (aunque desequilibradas) suman cero. Como se requiere analizar circuitos cerrados, conviene descomponer las corrientes I_a, I_b e I_c en componentes I_1, I_2 e I_3 tales que I_1 vaya por la fase a y retorne por la b, I_2 vaya por b y retorne por c, e I_3 vaya por c y retorne por a (Figura 7.21).

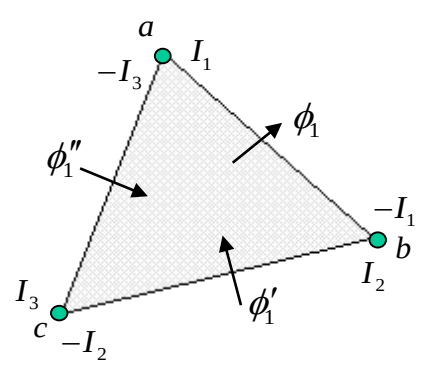


Figura 7.21: Línea sin transposiciones

Los enlaces de flujo en torno de cada uno de los tres circuitos así formados valdrán:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= L_{11} I_1 - L_{12} I_2 - L_{13} I_3 \\ \Lambda_2 &= L_{22} I_2 - L_{21} I_1 - L_{23} I_3 \\ \Lambda_3 &= L_{33} I_3 - L_{31} I_1 - L_{32} I_2 \end{aligned}$$

en que, por ejemplo, L_{11} representa los enlaces de flujo en torno del circuito 1, originados por I_1 que fluye en a y por $-I_1$ que fluje en b:

$$L_{11} = L_{aa} - L_{ab} + L_{bb} - L_{ba} = L_{aa} + L_{bb} - 2L_{ab}$$

L_{12} y L_{13} representan los enlaces en torno de los circuitos 2 y 3 que originan esas mismas corrientes:

$$\begin{aligned} L_{12} &= L_{bb} - L_{bc} + L_{ac} - L_{ab} \\ L_{13} &= L_{aa} - L_{ac} + L_{bc} - L_{ab} \end{aligned} \tag{7.32}$$

Nótese que los flujos ϕ'_1 y $\phi"_1$ deben sumar necesariamente ϕ_1, es decir, $L_{11} = L_{12} + L_{13}$, lo que simplifica las ecuaciones: $\Lambda_1 = L_{12}(I_1 - I_2) + L_{13}(I_1 - I_3)$, es decir, $\Lambda_1 = L_{12}I_b + L_{13}I_a$, y equivale a plantear que no hay acoplamientos mutuos con los circuitos 2 y 3 , y que los coeficientes de I_a e I_b representan las inductancias propias de esos conductores. Luego:

$$\begin{aligned} L_{aa'} &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ab}}{D_{aa}} \frac{D_{ac}}{D_{bc}} \right) \\ L_{bb'} &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ab}}{D_{bb}} \frac{D_{bc}}{D_{ac}} \right) \\ L_{cc'} &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{D_{ac}}{D_{cc}} \frac{D_{bc}}{D_{ab}} \right) \end{aligned}$$

8. Línea trifásica con transposiciones

De acuerdo con lo que se ha visto hasta el momento, los enlaces de flujo totales no dependen solo de la corriente en el propio conductor, sino también de todas las demás corrientes. Ya se dijo, al estudiar la capacitancia, que el hecho de disponer los conductores en cada una de las posiciones posibles en la estructura, por tramos aproximadamente iguales, simplificaba estos acoplamientos.

Si se designa por $(\Lambda_a)_i$ los enlaces de flujo para el conductor a cuando ocupa la posición i, se tendrá:

$$\Lambda_a = \frac{1}{3}\left[(\Lambda_a)_1 + (\Lambda_a)_2 + (\Lambda_a)_3\right] = 2 \times 10^{-7} \left[i_a \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \frac{i_b}{3} \ln D_{12}D_{23}D_{31} - \frac{i_c}{3} \ln D_{12}D_{23}D_{31} \right]$$

lo que, con las designaciones ya establecidas, determina:

$$\begin{aligned} \Lambda_a &= 2 \times 10^{-7} i_a \ln \frac{D_{eq}}{D_{aa'}} \quad \left[\frac{Wbv}{m} \right] \\ X &= \omega L = \frac{\omega \Lambda}{i_a} = 4\pi f 10^{-4} \ln \frac{D_{eq}}{D_{aa'}} = X_a + X_d \left[\frac{\Omega}{km} \right] \end{aligned} \tag{7.33}$$

Como $D_{eq} \sim 300\ a\ 500 D_{aa'}$, X resulta aproximadamente constante, con un valor del orden de 0,4 $[\Omega/km]$ en 50 [Hz] (0,8 $[\Omega/milla]$ en 60 [Hz], cualquiera que sean los conductores y su disposición.

7.7.2. Conductores fasciculados

Para este análisis se considerarán solo circuitos trifásicos con transposiciones. Cuando se trate de haces con más de dos conductores por fase, se supondrá que están dispuestos simétricamente.

1. **Haz de dos conductores** (ver Figura 7.15)

$$\begin{aligned} \Lambda_a = 2 \times 10^{-7} \Big[& \frac{i_a}{2} \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \frac{i_a}{2} \ln s - \frac{i_b}{2} \ln \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} - \frac{i_b}{2} \ln \sqrt[3]{D_{1II}D_{2III}D_{3I}} \\ & - \frac{i_c}{2} \ln \sqrt[3]{D_{31}D_{12}D_{23}} - \frac{i_c}{2} \ln \sqrt[3]{D_{1III}D_{2I}D_{3II}} \Big] \end{aligned} \tag{7.34}$$

Si se considera que s es pequeño en relación con los D_{ij}, entonces $D_{12} \sim D_{1II} \sim D_{2I} \sim D_{I-II}$, $D_{2III} \sim D_{3II}$, $D_{3I} \sim D_{1III}$, y más el hecho de que $i_a + i_b + i_c = 0$, la expresión se simplifica a:

$$\Lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{i_a}{2} \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \frac{i_a}{2} \ln s + i_a \ln D_{eq} \right]$$

de modo que:

$$X_1 = 4\pi f 10^{-4} \ln \frac{D_{eq}}{\sqrt{sD_{aa'}}} \left[\frac{\Omega}{km} \right] \tag{7.35}$$

o, en su forma para uso con tablas de fabricantes:

$$X_1 = \frac{X_a}{2} + \left(X_d - \frac{X_s}{2}\right) \tag{7.36}$$

Las expresiones son similares a las de un conductor simple, cambiando $D_{aa'}$ por $\sqrt{sD_{aa'}}$. Puesto que $s > D_{aa'}$, la reactancia serie de un haz de dos conductores por fase es inferior a la de un conductor simple. En la práctica, X_1 fluctuará en torno de 0,33 [Ω/km] en 50 [Hz] y de 0,64 [$\Omega/milla$] en 60 [Hz].

2. **Haz de tres conductores** (ver Figura 7.16)

$$\Lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{i_a}{3} \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \frac{2i_a}{3} \ln s - (i_b + i_c) \ln D_{eq}\right]$$

luego:

$$X_1 = 4\pi f 10^{-4} \ln \frac{D_{eq}}{\sqrt[3]{D_{aa'} s^2}} \quad \left[\frac{\Omega}{km}\right] \tag{7.37}$$

expresión similar a la de un conductor simple, cambiando $D_{aa'}$ por $\sqrt[3]{s^2 D_{aa'}}$. La expresión para uso de tablas sería:

$$X_1 = \frac{X_a}{3} + \left(X_d - \frac{2X_s}{3}\right) \tag{7.38}$$

El valor de X_1, fluctúa en torno de 0,29 [Ω/km] para 50 [Hz] y de 0,56 [$\Omega/milla$] para 60 [Hz].

3. **Haz de cuatro conductores** (ver Figura 7.17)

$$\Lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{i_a}{4} \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \frac{2i_a}{4} \ln s - \frac{i_a}{4} \ln (s\sqrt{2}) - (i_b + i_c) \ln D_{eq}\right]$$
$$\Lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{i_a}{4} \ln \frac{1}{D_{aa'}} - \frac{3i_a}{4} \ln s - \frac{i_a}{4} \ln \sqrt{2} + i_a \ln D_{eq}\right]$$

lo que implica:

$$X_1 = 4\pi f 10^{-4} \ln \frac{D_{eq}}{\sqrt[4]{\sqrt{2} D_{aa'} s^3}} \quad \left[\frac{\Omega}{km}\right] \tag{7.39}$$

expresión similar a la de un conductor simple, cambiando $D_{aa'}$ por $\sqrt[4]{\sqrt{2} D_{aa'} s^3}$. La expresión para uso de tablas será:

$$X_1 = \frac{X_a}{4} + \left(X_d - \frac{3X_s}{4} - 0,0054\right) \quad \left[\frac{\Omega}{km}\right] \tag{7.40}$$

El valor de X_1 fluctúa en torno de 0,27 [Ω/km] para 50 [Hz] y de 0,51 [$\Omega/milla$] para 60 [Hz].

4. **Líneas trifásicas de doble circuito** (ver Figura 7.18)

Suponiendo que hay transposiciones completas, de manera que cada conductor ocupe sucesivamente las seis posiciones posibles en la estructura (por tramos de un largo similar, manteniendo siempre el mismo orden relativo, y suponiendo además que los conductores en paralelo toman la misma corriente), se tendrá:

$$\Lambda_a = \frac{\sum \Lambda_i}{6} = 10^{-7} \left[i_a \ln \frac{1}{D_{aa'}} - i_a \ln \sqrt[3]{D_{14} D_{25} D_{36}} - (i_b + i_c) \ln \sqrt[6]{D_{12} D_{23} D_{34} D_{45} D_{56} D_{61}}\right.$$
$$\left. - (i_b + i_c) \ln \sqrt[6]{D_{13} D_{24} D_{35} D_{46} D_{51} D_{62}}\right]$$

Llamando:

$$D_{eq1} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}} \qquad D_{eq2} = \sqrt[3]{D_{45}D_{56}D_{64}} \qquad D_{eq3} = \sqrt[3]{D_{14}D_{25}D_{36}}$$

$$D_{eq4} = \sqrt[3]{D_{15}D_{26}D_{34}} \qquad D_{eq5} = \sqrt[3]{D_{16}D_{24}D_{35}} \qquad D_{eqm} = \frac{\sqrt{D_{eq4}D_{eq5}}}{D_{eq3}}$$

$$\Lambda_a = 10^{-7}\left[i_a \ln\frac{1}{D_{aa'}} - i_a \ln D_{eq3} + \frac{i_a}{2}\ln D_{eq1} + \frac{i_a}{2}\ln D_{eq2} + \frac{i_a}{2}\ln D_{eq4} + \frac{i_a}{2}\ln D_{eq5}\right]$$

de modo que:

$$X_1 = 4\pi f 10^{-4} ln\sqrt{\frac{\sqrt{D_{eq1}D_{eq2}D_{eq4}D_{eq5}}}{D_{eq3}D_{aa'}}} \quad \left[\frac{\Omega}{km}\right] \tag{7.41}$$

Si la disposición de ambos circuitos es igual, $D_{eq1} = D_{eq2}$, $D_{eq4} = D_{eq5}$, y:

$$X_1 = 4\pi f 10^{-4} ln\sqrt{\frac{D_{eq1}D_{eq4}}{D_{eq3}D_{aa'}}} \quad \left[\frac{\Omega}{km}\right] \tag{7.42}$$

La expresión por usar con tablas sería:

$$X_1 = \frac{1}{2}\left[X_a + \frac{1}{2}\left(X_{d1} + X_{d2} + X_{d4} + X_{d5}\right) - X_{d3}\right] \quad \left[\frac{\Omega}{km}/fase\right] \tag{7.43}$$

La reactancia de cada circuito vale el doble de estas expresiones.

7.8. Los cables de poder

En aquellos casos en que no es posible o deseable tender líneas aéreas (salida subterránea de centrales generadoras, alimentaciones dentro de la ciudad, cruces de aeropuertos u otros obstáculos insalvables en forma aérea, etc.), se debe recurrir al uso de cables de poder, esto es, conductores convenientemente aislados y protegidos, que puedan ser colocados en canaletas (accesibles para revisión), o más corrientemente, enterrados. Por su misma constitución, estos cables son entre 5 y 10 veces más caros que las líneas aéreas equivalentes, tomando en cuenta todos los costos involucrados. Además, presentan una importante restricción en cuanto a la longitud posible de cubrir con ellos.

Como conductor se emplea preferentemente el cobre, y en menor proporción el aluminio. Para el aislamiento se usan papel (celulosa de fibra larga) impregnado en aceite y plásticos (polímeros). La ventaja del papel radica en que asegura en mayor medida la no formación de burbujas de aire, que son la causa principal del inicio de descargas parciales y la consiguiente destrucción de la aislación. Estos cables presentan una resistencia a la descarga del orden de los 100 a 150 $[kV_{perm}/cm]$, y de hasta 1.000 $[kV_{imp}/cm]$.

Atendiendo a las solicitaciones mecánicas, golpes, agua, corrosión, etcétera, a que puede quedar sometido un cable, se colocan diversos recubrimientos protectores o forros, ya sea de plástico, goma, plomo, aluminio, tiras de hierro, etc.

La unión de trozos de cable, así como el paso a línea aérea, se hace mediante las llamadas **mufas** o **cajas de unión**. Son elementos delicados, que deben ser terminados en sitio por operarios especializados, capaces de graduar y unir los aislamientos.

Los cables de poder pueden ser monofásicos, esto es, cada fase aislada, protegida y tendida por separado, o bien trifásicos, en los que las tres fases van en un envoltorio común. En este último caso se debe terminar el aislamiento de cada conductor en pantallas de papel metalizado, con el fin de asegurar campos radiales a través del aislante. Tanto las pantallas como los forros protectores van conectados normalmente a tierra.

El comportamiento eléctrico y la representación de los cables son similares a los de las líneas aéreas, aunque la magnitud de los parámetros resulta diferente. La resistencia, por ejemplo, es mayor que en las líneas aéreas, pues debe considerar también las pérdidas que se producen en los distintos blindajes, debido a la circulación por ellos de una corriente inducida; a la distribución anormal de las corrientes, debido al **efecto de proximidad** de las fases;

y a las pérdidas debidas a la inducción magnética (campo creado por la corriente de sentido contrario que se induce en las envolturas metálicas). Como resultado, R es de 1,5 a 2 veces mayor que la sola resistencia del conductor.

La conductancia paralelo es también bastante mayor que en las líneas aéreas, puesto que las pérdidas en el dieléctrico son mucho mayores que las correspondientes en los aisladores y al efecto corona.

La susceptancia capacitiva B expresada en $[\mu S/km]$, es bastante mayor que en las líneas aéreas, debido al mayor ε (p. ej., 3,5 ε_0), a la menor distancia entre conductores, y a la existencia de capacitancias con respecto a los blindajes metálicos ($C = 2\pi\varepsilon/ln\,(R/r)$, si R es el radio del blindaje). Valores típicos oscilan en un rango mayor que para las líneas aéreas (entre 300 y 9.000 $[nF/km]$). Si el cable trifásico no presenta pantallas interiores, para obtener una capacitancia equivalente única al neutro ficticio será preciso combinar las capacidades C_1 entre conductores (está en delta), y C_0 entre conductores y blindajes (están en estrella): $C = C_0 + 3C_1$.

Tabla 7.8: Datos típicos para cables

Tensión $[kV]$	$MVAr/km$	X $[\Omega/km]$	X/R
13,8	0,01	0,10	0,4
66	0,15	0,12	0,8
110	0,4 a 1	0,15	1,5
154	0,8 a 2	0,16	2
220	2 a 4	0,18	6
500	9 a 13	0,20	9

La reactancia serie X resulta menor que en las líneas aéreas, debido a la menor distancia entre conductores y al efecto reductor de la corriente de signo contrario que fluye por los envoltorios metálicos. No es un valor único y constante como en las líneas aéreas, pues oscila en el rango $0,1$ a $0,2$ $[\Omega/km]$.

Una limitante importante en el uso de los cables de poder es el calentamiento, difícil de disipar rápidamente. Para aumentar la convección del calor, en cables de una tensión nominal superior a los 60 $[kV]$, se emplean refrigerantes tales como aceite, nitrógeno, SF6, etc., mantenidos con una ligera sobrepresión para evitar burbujas, y que se expanden hacia estanques enfriadores, o se contraen al interior del cable, según la temperatura.

Aun así, la temperatura limita la carga máxima bastante por debajo de la carga natural, lo que implica que los cables de poder constituyen siempre una fuente de potencia reactiva para el sistema.

Una consecuencia secundaria de este hecho es la limitación del largo de los cables submarinos que operan con corriente alterna. Como en tales cruces no es posible instalar reactores (paralelo) en puntos intermedios, la sola corriente capacitiva en vacío puede llevar la temperatura de operación a su valor límite (p. eje., para unos 50 $[km]$ de cable en 110 $[kV]$ o para unos 35 $[km]$ de cable en 220 $[kV]$).

Más detalles se pueden encontrar en la aplicación "Cables de poder" del sitio web del libro.

7.9. Ejemplos de aplicación

El cálculo de los parámetros de una línea de transmisión puede ser realizado utilizando la aplicación "Parámetros LT" del sitio web.

7.9.1. Ejemplo 1

Sea una línea de 110 [kV], 50 [Hz], 121 [km] de largo, conductor Cu 2/0 y la disposición de la Figura 7.22.

Calcular la impedancia serie y la admitancia paralelo de la línea.

Solución

$D_{ab} = 4,2\ [m]$

$D_{bc} = \sqrt{4,2^2 + (2,7 - 2,1)^2} = 4,243\ [m]$

$D_{ca} = \sqrt{4,2^2 + (2,7 + 2,1)^2} = 6,378\ [m]$

$GMD = \sqrt[3]{4,2 \cdot 4,243 \cdot 6,378} = \sqrt[3]{113,66} = 4,844\ [m]$

De las tablas, a $50°C$,

$Radio\ = 0,00525\ [m]$

$R = 0,2989\ [\Omega/km]$

$x_a = 0,3499\ [\Omega/km]$

$x'_a = 0,3004\ [M\Omega km]$

$x_d = 0,06283 \ln 4,844 = 0,0991\ [\Omega/km]$

$x'_d = 0,0573 \ln 4,844 = 0,0904\ [M\Omega km]$

$z = 0,2989 + j0,449 = 0,5394\ \angle 56,35\ [\Omega/km]$

$y = 10 - 6/0,3908 = j2,559\ [\mu S/km]$

$Z = 0,5394\ \angle 56,35\ [pu]$

$Y = j121\Delta 121y = 0,03746\ \angle 90\ [pu]$

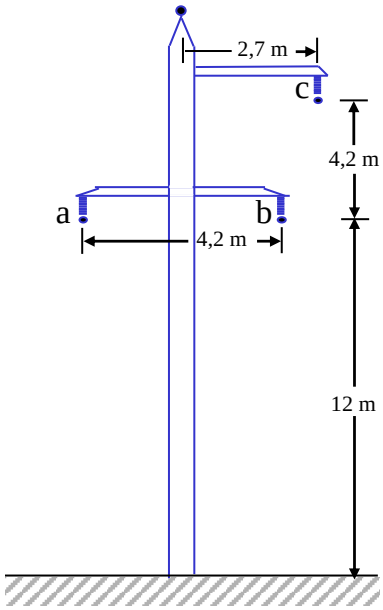


Figura 7.22: Torre de 110 kV

7.9.2. Ejemplo 2

Un cable trifásico de 60 $[kV]$, 300 $[mm^2]$ de sección, 10 $[km]$ de largo, tiene una impedancia serie de 0,078+j0,119 $[\Omega/km]$ y una capacitancia electrostática de 0,43 $[\mu F/km]$. Si el límite térmico del cable es 655 $[A/fase]$, verificar si es posible operar en régimen de carga natural.

Solución

$z = 0,078 + j0,119 = 0,1423\ \angle 56,76\ [\Omega/km]$

$y = j314 \cdot 0,43 \cdot 10^{-6} = j0,0001351\ [S/km]$

$Z_c = \sqrt{\dfrac{z}{y}} = \sqrt{1053,29}\ \angle(-16,52) = 32,455\ \angle(-16,62)[\Omega]$

$S_c = 60^6 \cdot 10^6/32,455 = 110,9\ [MVA]$

$I = 110{,}900/60 \cdot \sqrt{3} = 1{,}067\ [A]$

No es posible operar con carga natural.

7.10. Tablas de conductores

En las páginas siguientes se presenta, por medio de las Tablas 7.9 hasta la 7.13, un conjunto de datos que resume las características físicas y eléctricas de distintas familias de conductores. Esta sección complementa distintos aspectos teóricos analizados en este capítulo. Cuando existe más de una combinación de hebras que proporciona una misma sección, se ha colocado un solo conductor, como representativo de todas ellas.

Se hace notar que la capacidad de corriente indicada en cada caso es teórica, puesto que corresponde a la corriente que lleva el conductor a $75\,°C$, partiendo de una temperatura ambiente de $15\,°C$, con presencia de sol y con un viento de solo 2 $[km/h]$.

En la práctica la capacidad será bastante menor porque, debido a razones económicas, las líneas se suelen diseñar (distancia al suelo del conductor) con temperaturas del orden de los $55\,°C$ en el conductor.

Tabla 7.9: Características conductores cobre comercial ($\sigma = 97\,\%$)

Nombre	Sección		He-bras	Diá-me-tro	Peso	Carga Rotura	Capac. máxima 75°C	Resistencia, Ω/km			X_a	X_a‘
								a 25°C		a 50°C	React. serie	React. paralelo
	mm^2	MCM	N°	mm	kg/km	t	A	cc	50 Hz	50 Hz	Ω/km	MΩ*km
--	506,7	1.000	61	29,25	4.595	20,41	1.300	0,0365	0,0385	0,0418	0,2817	0,2421
--	481,4	950	61	28,60	4.365	19,41	1.260	0,0384	0,0405	0,0440	0,2831	0,2434
--	456,0	900	61	27,77	4.136	18,37	1.220	0,0405	0,0424	0,0460	0,2849	0,2451
--	430,7	850	61	27,02	3.905	17,37	1.170	0,0429	0,0448	0,0486	0,2866	0,2466
--	405,4	800	37	26,14	3.676	16,33	1.130	0,0456	0,0472	0,0513	0,2887	0,2485
--	380,0	750	37	25,32	3.447	15,47	1.090	0,0486	0,0501	0,0546	0,2907	0,2503
--	354,7	700	37	24,45	3.216	14,42	1.040	0,0521	0,0535	0,0562	0,2929	0,2523
--	329,4	650	37	23,60	2.987	13,52	990	0,0561	0,0576	0,0626	0,2952	0,2544
--	304,0	600	37	22,63	2.758	12,25	940	0,0608	0,0620	0,0675	0,2980	0,2568
--	278,7	550	37	21,77	2.527	11,25	890	0,0663	0,0675	0,0735	0,3001	0,2590
--	253,3	500	37	20,66	2.298	10,21	810	0,0729	0,0738	0,0805	0,3036	0,2620
--	228,0	450	37	19,55	2.067	9,28	780	0,0810	0,0818	0,0893	0,3080	0,2652
--	228,0	450	19	19,55	2.067	9,00	780	0,0810	0,0818	0,0893	0,3083	0,2652
--	202,7	400	19	18,44	1.838	7,96	730	0,0912	0,0918	0,1002	0,3120	0,2685
--	177,3	350	19	17,24	1.609	7,08	670	0,1042	0,1046	0,1143	0,3161	0,2724
--	152,0	300	19	15,96	1.378	6,12	610	0,1215	0,1219	0,1330	0,3209	0,2768
--	152,0	300	12	16,69	1.378	5,96	610	0,1215	0,1219	0,1330	0,3182	0,2742
--	126,7	250	19	14,57	1.149	5,10	540	0,1458	0,1460	0,1597	0,3267	0,2820
--	126,7	250	12	15,24	1.149	5,06	540	0,1458	0,1460	0,1597	0,3238	0,2794
AWG 4/0	107,2	211,6	12	14,02	972	4,30	490	0,1723	0,1725	0,1883	0,3290	0,2842
AWG 4/0	107,2	211,6	7	13,25	972	4,15	480	0,1723	0,1725	0,1883	0,3354	0,2874
AWG 3/0	85,0	167,8	7	11,80	771	3,34	420	0,2173	0,2173	0,2374	0,3427	0,2940
AWG 2/0	67,4	133,1	7	10,51	616	2,69	360	0,2738	0,2738	0,2989	0,3499	0,3007
AWG 1/0	53,5	105,5	7	9,36	485	2,16	310	0,3455	0,3455	0,3765	0,3572	0,3074
AWG 1	42,4	83,69	7	8,33	384	1,73	270	0,4356	0,4356	0,4753	0,3645	0,3139
AWG 1	42,4	83,69	3	9,14	381	1,64	270	0,4340	0,4340	0,4704	0,3630	0,3087
AWG 2	33,6	66,37	7	7,42	305	1,38	230	0,5494	0,5494	0,5990	0,3718	0,3207
AWG 2	33,6	66,37	3	8,12	302	1,32	240	0,5450	0,5450	0,5934	0,3704	0,3155
AWG 2	33,6	66,37	1	6,54	299	1,36	220	0,5386	0,5386	0,5872	0,3753	0,3279
AWG 3	26,7	52,63	7	6,60	242	1,10	200	0,6928	0,6928	0,7556	0,3792	0,3274
AWG 3	26,7	52,63	3	7,24	240	1,07	200	0,6858	0,6858	0,7481	0,3776	0,3221
AWG 3	26,7	52,63	1	5,82	237	1,11	190	0,6792	0,6792	0,7407	0,3826	0,3345
AWG 4	21,1	41,74	3	6,45	190	0,85	180	0,8650	0,8650	0,9432	0,3849	0,3287
AWG 4	21,1	41,74	1	5,18	188	0,89	170	0,8562	0,8562	0,9339	0,3899	0,3412
AWG 5	16,8	33,10	3	5,74	151	0,68	150	1,0874	1,0874	1,1893	0,3922	0,3354
AWG 5	16,8	33,10	1	4,62	149	0,72	140	1,0790	1,0790	1,1775	0,3971	0,3478
AWG 6	13,3	26,25	3	5,11	120	0,55	130	1,3732	1,3732	1,4975	0,3995	0,3419
AWG 6	13,3	26,25	1	4,11	118	0,56	120	1,3620	1,3620	1,4851	0,4045	0,3545
AWG 7	10,5	20,82	1	3,67	94	0,47	110	1,7170	1,7170	1,8703	0,4116	0,3609
AWG 8	8,37	16,51	1	3,26	74	0,37	90	2,1650	2,1650	2,3612	0,4190	0,3677

Tabla 7.10: Características conductores ACSR (aluminio/acero)

Nombre	Sección en mm^2		He-bras	Diá-me-tro	Peso	Carga Rotura	Capac. máxima 80°C	Resistencia, Ω/km			X_a	X_a‘
								a 25°C		a 50°C	React. serie	React. paralelo
	Al	Total	N°	mm	kg/km	t	A	cc	50 Hz	50 Hz	Ω/km	MΩ·km
Kiwi	1.098	1.170	72/7	44,12	3.427	22,82	1.600	0,0295	0,0299	0,0320	0,2549	0,2190
Bluebird	1.092	1.165	84/19	44,75	3.736	27,53	1.590	0,0290	0,0295	0,0315	0,2528	0,2179
Chukar	902	976,7	84/19	40,69	3.086	23,29	1.440	0,0342	0,0347	0,0372	0,2585	0,2229
Falcon	806	908,7	54/19	39,24	3.041	24,77	1.350	0,0375	0,0379	0,0410	0,2601	0,2250
Lapwing	806	859,8	45/7	38,15	2.667	19,10	1.350	0,0381	0,0386	0,0416	0,2632	0,2268
Parrot	765	863,1	54/19	38,25	2.890	23,50	1.310	0,0395	0,0399	0,0432	0,2622	0,2263
Nuthatch	765	817,0	45/7	37,24	2.533	18,15	1.310	0,0399	0,0402	0,0434	0,2647	0,2281
Plover	725	818,7	54/19	37,21	2.738	22,26	1.260	0,0414	0,0417	0,0452	0,2637	0,2281
Bobolink	725	775,4	45/7	36,25	2.400	17,40	1.260	0,0421	0,0424	0,0459	0,2668	0,2296
Martin	685	772,1	54/19	36,17	2.585	21,01	1.220	0,0437	0,0440	0,0477	0,2652	0,2296
Dipper	685	731,1	45/7	35,20	2.265	16,36	1.220	0,0444	0,0447	0,0484	0,2683	0,2313
Pheasant	645	726,8	54/19	35,10	2.433	19,79	1.170	0,0464	0,0467	0,0505	0,2673	0,2316
Bittern	645	689,1	45/7	34,16	2.134	15,47	1.170	0,0471	0,0473	0,0512	0,2704	0,2331
Grackle	604,5	679,7	54/19	33,99	2.281	19,00	1.120	0,0494	0,0496	0,0539	0,2695	0,2333
Bunting	604,5	647,7	45/7	33,07	2.000	14,53	1.120	0,0500	0,0502	0,0544	0,2725	0,2348
Finch	564	636,6	54/19	32,84	2.129	17,75	1.070	0,0530	0,0531	0,0577	0,2715	0,2352
Bluejay	564	604,4	45/7	31,98	1.867	13,54	1.070	0,0532	0,0534	0,0580	0,2746	0,2367
Curlew	524	593,6	54/7	31,65	1.981	16,68	1.020	0,0565	0,0567	0,0617	0,2741	0,2373
Ortolan	524	560,2	45/7	30,81	1.734	12,58	1.020	0,0571	0,0573	0,0623	0,2767	0,2389
Cardinal	483	547,3	54/7	30,38	1.829	16,32	990	0,0612	0,0613	0,0667	0,2767	0,2397
Rail	483	517,3	45/7	29,59	1.600	11,77	990	0,0618	0,0619	0,0675	0,2792	0,2412
Canary	456	515,3	54/7	29,51	1.725	14,58	960	0,0646	0,0646	0,0704	0,2782	0,2414
Crane	443	499,9	54/7	29,11	1.674	14,25	940	0,0665	0,0666	0,0726	0,2792	0,2421
Condor	403	454,5	54/7	27,76	1.524	12,77	880	0,0729	0,0730	0,0795	0,2818	0,2449
Tern	403	431,6	45/7	27,00	1.333	10,03	880	0,0737	0,0738	0,0804	0,2849	0,2466
Mallard	403	494,7	30/19	28,96	1.838	18,39	880	0,0720	0,0720	0,0787	0,2782	0,2425
Drake	403	468,0	26/7	28,14	1.628	14,36	880	0,0727	0,0728	0,0794	0,2813	0,2440
Cuckoo	403	454,5	24/7	27,74	1.524	12,65	880	0,0744	0,0744	0,0810	0,2818	0,2450
Crow	363	408,5	54/7	26,28	1.370	11,95	820	0,0810	0,0810	0,0889	0,2855	0,2479
Redwing	363	445,1	30/19	27,46	1.653	15,65	820	0,0800	0,0800	0,0878	0,2813	0,2456
Starling	363	421,6	26/7	26,70	1.465	12,87	830	0,0803	0,0804	0,0883	0,2844	0,2510
Gull	338	361,0	54/7	25,38	1.276	11,14	790	0,0880	0,0881	0,0968	0,2876	0,2499
Flamingo	338	381,6	24/7	25,40	1.278	10,75	790	0,0868	0,0868	0,0953	0,2881	0,2500
Goose	322	410,0	54/7	24,84	1.218	10,73	760	0,0921	0,0922	0,1013	0,2891	0,2514
Egret	322	395,6	30/19	25,88	1.471	14,30	760	0,0898	0,0899	0,0988	0,2849	0,2490
Grosbeak	322	374,7	26/7	25,15	1.302	11,43	770	0,0904	0,0904	0,0992	0,2881	0,2506
Rook	322	364,0	24/7	24,82	1.219	10,30	760	0,0907	0,0908	0,0996	0,2896	0,2515
Kingbird	322	341,0	18/1	23,88	1.028	7,13	760	0,0923	0,0923	0,1014	0,2930	0,2535
Duck	306,6	380,5	54/7	24,21	1.158	10,21	730	0,0969	0,0969	0,1064	0,2912	0,2527
Teal	306,6	376,5	30/19	25,25	1.398	13,57	730	0,0942	0,0943	0,1035	0,2870	0,2503
Squab	306,6	356,5	26/7	24,54	1.240	11,02	740	0,0950	0,0950	0,1044	0,2896	0,2542
Peacock	306,6	346,4	24/7	24,21	1.161	9,77	740	0,0955	0,0955	0,1047	0,2912	0,2574
Eagle	282	347,8	30/7	24,21	1.298	12,61	700	0,1025	0,1026	0,1126	0,2896	0,2528
Dove	282	327,9	26/7	23,55	1.140	10,02	700	0,1033	0,1034	0,1135	0,2922	0,2520

Tabla 7.10: Características conductores ACSR (continuación)

Nombre	Sección en mm^2		He-bras	Diá-me-tro	Peso	Carga Rotura	Capac. máxima 80°C	Resistencia, Ω/km			X_a	X_a'
								A 25°C		a 50°C	React. serie	React. paralelo
	Al	Total	N°	mm	kg/km	t	A	cc	50 Hz	50 Hz	Ω/km	MΩ*km
Parakeet	282	318,5	24/7	23,22	1.067	9,00	700	0,1037	0,1037	0,1139	0,2937	0,2550
Osprey	282	298,2	18/1	22,33	899	6,23	700	0,1044	0,1044	0,1145	0,2984	0,2574
Heron	253	312,4	30/7	22,96	1.162	11,09	680	0,1168	0,1168	0,1283	0,2927	0,2559
Hen	242	298,1	30/7	22,43	1.112	10,78	630	0,1193	0,1193	0,1310	0,2942	0,2572
Hawk	242	281,1	26/7	21,79	977	8,88	640	0,1200	0,1200	0,1318	0,2973	0,2588
Flicker	242	273,1	24/7	21,49	914	7,79	630	0,1208	0,1208	0,1326	0,2984	0,2595
Pelican	242	255,1	18/1	20,68	771	5,35	630	0,1216	0,1216	0,1335	0,3031	0,2618
Lark	201	248,4	30/7	20,47	927	9,20	560	0,1433	0,1433	0,1574	0,3000	0,2624
Ibis	201	234,2	26/7	19,89	814	7,49	560	0,1444	0,1444	0,1585	0,3031	0,2639
Chickadee	201	212,5	18/1	18,87	642	4,50	560	0,1466	0,1466	0,1599	0,3087	0,2671
Oriole	170,5	210,3	30/7	18,82	784	7,87	510	0,1690	0,1690	0,1856	0,3052	0,2672
Linnet	170,5	198,3	26/7	18,31	689	6,73	510	0,1701	0,1701	0,1868	0,3082	0,2688
Merlin	170,5	179,9	18/1	17,37	544	3,93	510	0,1720	0,1720	0,1888	0,3139	0,2716
Piper	152	187,5	30/7	17,78	697	7,00	480	0,1944	0,1944	0,2136	0,3087	0,2703
Ostrich	152	176,7	26/7	17,27	614	5,76	470	0,1908	0,1908	0,2096	0,3118	0,2720
Partridge	135	142,6	26/7	16,31	547	5,11	440	0,2145	0,2145	0,2357	0,3155	0,2753
Waxwing	135	157,2	18/1	15,47	431	3,12	440	0,2168	0,2168	0,2381	0,3212	0,2785
Owl	135	153,0	6/7	16,09	507	4,33	440	0,2436	0,2436	0,2828	0,3487	0,2763
Penguin (4/0)	107	125,1	6/1	14,30	433	3,79	360	0,2711	0,2711	0,3000	0,3621	0,2828
Cochin	107	169,4	12/7	16,84	785	9,39	440	0,2567	0,2567	0,3574	0,3652	0,2737
Dotterel	89,6	141,6	12/7	15,42	657	7,85	320	0,3064	0,3064	0,4145	0,3719	0,2786
Pigeon (3/0)	85,0	99,2	6/1	12,75	344	3,01	315	0,3420	0,3420	0,4288	0,3710	0,2895
Leghorn	68,2	108,0	12/7	13,46	500	6,17	270	0,4015	0,4015	0,5252	0,3844	0,2864
Quail (2/0)	67,4	78,6	6/1	11,35	273	2,40	270	0,4264	0,4264	0,5301	0,3802	0,2961
Raven (1/0)	53,5	62,4	6/1	10,11	216	1,99	235	0,5370	0,5370	0,6538	0,3891	0,3028
Petrel	51,6	81,7	12/7	11,70	378	4,70	220	0,5289	0,5289	0,6737	0,3968	0,2943
Robin (1)	42,4	49,5	6/1	9,02	171	1,61	205	0,6768	0,6768	0,8111	0,4004	0,3093
Sparate (2)	33,6	42,1	7/1	8,26	159	1,65	180	0,8434	0,8434	1,0162	0,4170	0,3144
Sparrow (2)	33,6	39,2	6/1	8,03	136	1,29	180	0,8527	0,8527	1,0118	0,4072	0,3160
Swan (4)	21,1	24,7	6/1	6,35	85,4	0,85	140	1,3536	1,3536	1,5649	0,4326	0,3295
Turkey (6)	13,3	15,5	6/1	5,03	53,7	0,54	100	2,1498	2,1498	2,4487	0,4517	0,3428
Wren (8)	8,37	9,8	6/1	3,99	33,8	0,34	70	3,4572	3,4572	3,9378	0,4862	0,3667

Tabla 7.11: Características conductores de aluminio AAC (aluminio, $\sigma = 62\,\%$)

Nombre	Sección		He-bras	Diá-me-tro	Peso	Carga Rotura	Capac. máxima 75°C	Resistencia, Ω/km			X_a	X_a'
								a 25°C		a 50°C	React. serie	React. paralelo
	mm^2	MCM	N°	mm	kg/km	t	A	cc	50 Hz	50 Hz	Ω/km	MΩ*km
Cowslip	1.013	2.000	91	41,41	2.791	15,49	1.630	0,0284	0,0312	0,0341	0,2598	0,2222
Jessamine	887	1.750	61	38,72	2.445	13,45	1.550	0,0326	0,0346	0,0380	0,2640	0,2260
Coreopsis	806	1.590	61	36,90	2.222	12,23	1.460	0,0359	0,0368	0,0415	0,2671	0,2288
Gladiolus	766	1.511	61	35,98	2.110	11,64	1.410	0,0378	0,0399	0,0435	0,2688	0,2302
Carnation	725	1.431	61	35,02	1.998	11,12	1.370	0,0399	0,0419	0,0457	0,2704	0,2318
Columbine	685	1.352	61	34,02	1.888	10,61	1.320	0,0423	0,0442	0,0482	0,2723	0,2334
Narcissus	645	1.272	61	32,94	1.777	10,00	1.270	0,0449	0,0467	0,0510	0,2742	0,2353
Hawthorn	604	1.193	61	31,96	1.665	9,55	1.220	0,0479	0,0496	0,0542	0,2762	0,2370
Marigold	564	1.113	61	30,88	1.555	8,92	1.160	0,0513	0,0529	0,0577	0,2783	0,2390
Larkspur	524	1.034	61	29,76	1.443	8,30	1.130	0,0553	0,0566	0,0620	0,2806	0,2411
Bluebell	524	1.034	37	29,71	1.443	8,06	1.130	0,0553	0,0566	0,0620	0,2807	0,2412
Camellia	507	1.000	61	29,25	1.397	8,01	1.090	0,0570	0,0583	0,0641	0,2817	0,2421
Hawkweed	507	1.000	37	29,23	1.397	7,80	1.090	0,0570	0,0583	0,0641	0,2819	0,2420
Goldenrod	483	954	61	28,60	1.333	7,66	1.080	0,0599	0,0613	0,0671	0,2831	0,2434
Magnolia	483	954	37	28,55	1.333	7,43	1.080	0,0599	0,0612	0,0670	0,2833	0,2435
Snapdragon	456	900	61	27,77	1.257	7,24	1.030	0,0635	0,0645	0,0712	0,2849	0,2451
Cockcomb	456	900	37	27,74	1.257	7,00	1.030	0,0635	0,0645	0,0712	0,2850	0,2451
Crocus	443	875	61	27,36	1.222	7,14	1.020	0,0652	0,0665	0,0729	0,2860	0,2459
Anemone	443	875	37	27,37	1.222	6,82	1.020	0,0652	0,0665	0,0729	0,2858	0,2459
Lilac	403	795	61	26,11	1.110	6,50	960	0,0721	0,0728	0,0800	0,2889	0,2486
Arbutus	403	795	37	26,07	1.110	6,30	960	0,0721	0,0728	0,0800	0,2889	0,2487
Cattail	380	750	61	25,35	1.048	6,15	930	0,0765	0,0770	0,0846	0,2907	0,2503
Petunia	380	750	37	25,32	1.048	5,97	930	0,0765	0,0770	0,0846	0,2907	0,2503
Nasturtium	363	716	61	24,76	1.000	5,96	900	0,0795	0,0803	0,0884	0,2921	0,2516
Violet	363	716	37	24,73	1.000	5,79	900	0,0795	0,0803	0,0884	0,2923	0,2517
Flag	355	700	61	24,48	978	5,83	870	0,0815	0,0821	0,0903	0,2929	0,2523
Verbena	355	700	37	24,45	978	5,66	870	0,0815	0,0821	0,0903	0,2930	0,2523
Orchid	322	636	37	23,31	888	5,15	830	0,0895	0,0904	0,0993	0,2960	0,2551
Meadowsweet	304	600	37	22,63	838	4,85	790	0,0950	0,0955	0,1048	0,2978	0,2568
Mistletoe	282	557	37	21,80	777	4,50	760	0,1025	0,1033	0,1135	0,3001	0,2589
Dahlia	282	557	19	21,73	777	4,43	760	0,1025	0,1033	0,1135	0,3015	0,2590
Hyacinth	253	500	37	20,66	698	4,13	710	0,1142	0,1145	0,1260	0,3037	0,2620
Zinnia	253	500	19	20,60	698	3,98	710	0,1142	0,1145	0,1260	0,3050	0,2622
Syringa	242	477	37	20,18	666	3,93	690	0,1199	0,1201	0,1325	0,3051	0,2633
Cosmos	242	477	19	20,12	666	3,80	690	0,1199	0,1201	0,1325	0,3064	0,2635
Goldentuft	228	450	19	19,55	629	3,58	635	0,1267	0,1270	0,1404	0,3082	0,2652
Canna	202	398	19	18,38	555	3,22	610	0,1435	0,1438	0,1582	0,3121	0,2687
Daffodil	177	350	19	17,24	489	2,90	560	0,1630	0,1633	0,1795	0,3161	0,2724
Tulip	170	336	19	16,90	470	2,79	550	0,1696	0,1698	0,1869	0,3173	0,2735
Peony	152	300	19	15,96	419	2,48	510	0,1910	0,1912	0,2100	0,3210	0,2768
Laurel	135	267	19	15,05	373	2,25	475	0,2144	0,2145	0,2363	0,3246	0,2802
Daisy	135	267	7	14,88	373	2,19	475	0,2144	0,2145	0,2363	0,3281	0,2808
Valerian	127	250	19	14,57	349	2,11	445	0,2279	0,2280	0,2516	0,3267	0,2820
Sneezeworth	127	250	7	14,40	349	2,05	445	0,2276	0,2277	0,2515	0,3301	0,2827
Oxlip (4/0)	107	211	7	13,25	296	1,74	410	0,2697	0,2698	0,2970	0,3354	0,2874
Phlox (3/0)	85,1	168	7	11,80	235	1,38	350	0,3405	0,3405	0,3747	0,3428	0,2941
Aster (2/0)	67,4	133	7	10,51	186	1,14	305	0,4294	0,4294	0,4723	0,3500	0,3007
Poppy (1/0)	53,7	106	7	9,36	148	0,90	260	0,5412	0,5412	0,5952	0,3572	0,3074

Tabla 7.12: Características conductores AASC (aleación de aluminio)

Nombre	Sección		He-bras	Diá-me-tro	Peso	Carga Rotura	Capac. máxima 75°C	Resistencia, Ω/km			X_a	X_a'
								a 25°C		a 50°C	React. serie	React. paralelo
	mm^2	MCM	N°	mm	kg/km	t	A	cc	50 Hz	50 Hz	Ω/km	MΩ*km
	1.013	2.000	91	41,41	2.793	29,24	1.540	0,0326	0,0359	0,0387	0,2598	0,2222
	963	1.900	91	40,37	2.655	27,71	1.510	0,0343	0,0374	0,0404	0,2614	0,2236
	912	1.800	61	39,28	2.514	26,51	1.490	0,0371	0,0400	0,0434	0,2631	0,2252
Tola	887	1.750	61	38,72	2.445	19,10	1.470	0,0373	0,0403	0,0436	0,2640	0,2260
Tincal	861	1.700	61	38,15	2.374	25,07	1.450	0,0382	0,0412	0,0448	0,2650	0,2269
Turret	811	1.600	61	37,04	2.236	23,56	1.390	0,0408	0,0434	0,0471	0,2669	0,2285
Tenet	760	1.500	61	35,85	2.095	22,09	1.340	0,0431	0,0464	0,0505	0,2689	0,2304
Tasset	709	1.400	61	34,63	1.955	20,67	1.280	0,0464	0,0487	0,0532	0,2711	0,2324
Taper	659	1.300	61	33,37	1.817	19,20	1.220	0,0501	0,0536	0,0569	0,2735	0,2345
Taker	633	1.250	61	32,70	1.746	14,61	1.190	0,0520	0,0544	0,0591	0,2747	0,2357
Tetro	608	1.200	61	32,08	1.677	17,68	1.160	0,0543	0,0563	0,0615	0,2760	0,2368
Spate	557	1.100	61	30,70	1.537	16,22	1.100	0,0592	0,0610	0,0667	0,2787	0,2393
Saker	507	1.000	37	29,23	1.397	14,94	1.050	0,0665	0,0675	0,0734	0,2817	0,2421
Greeley	470	927,2	37	28,15	1.295	13,82	990	0,0716	0,0729	0,0800	0,2841	0,2443
	456	900	37	27,74	1.257	13,41	975	0,0738	0,0752	0,0823	0,2850	0,2451
Sora	422	833,6	37	26,70	1.165	9,71	940	0,0780	0,0794	0,0870	0,2874	0,2472
	405	800	37	26,14	1.117	11,90	930	0,0830	0,0843	0,0923	0,2887	0,2485
	380	750	37	25,32	1.048	11,21	880	0,0883	0,0897	0,0982	0,2907	0,2503
Flint	375	740,8	37	25,16	1.035	11,02	860	0,0896	0,0907	0,0995	0,2911	0,2507
Sural	357	704,6	37	24,50	984	8,44	840	0,0924	0,0936	0,1027	0,2931	0,2523
Elgin	331	652,4	19	23,53	911	9,96	790	0,1018	0,1030	0,1128	0,2953	0,2545
	304	600,0	37	22,63	838	9,31	750	0,1107	0,1117	0,1211	0,2978	0,2568
Darien	283	559,5	19	21,79	781	8,53	720	0,1186	0,1195	0,1320	0,3014	0,2589
Remex	283	559,5	19	21,79	781	6,31	730	0,1161	0,1170	0,1286	0,3016	0,2589
Rex	255	503,6	19	20,68	703	5,67	680	0,1293	0,1302	0,1430	0,3047	0,2619
Cairo	236	465,4	19	19,88	650	7,11	640	0,1427	0,1430	0,1570	0,3071	0,2642
	228	450,0	19	19,55	629	6,83	605	0,1473	0,1482	0,1624	0,3082	0,2652
Rede	213	419,6	19	18,90	586	5,08	600	0,1550	0,1558	0,1710	0,3103	0,2671
	203	400	19	18,44	559	6,11	575	0,1660	0,1665	0,1825	0,3119	0,2685
Canton	200	394,5	19	18,30	551	6,01	570	0,1683	0,1692	0,1849	0,3123	0,2689
Radar	180	355,1	19	17,40	496	4,35	540	0,1833	0,1838	0,2020	0,3155	0,2718
Butte	158	312,8	19	16,30	436	4,98	490	0,2122	0,2127	0,2332	0,3196	0,2756
Ramie	158	312,8	19	16,30	436	3,83	500	0,2079	0,2086	0,2291	0,3196	0,2756
	152	300,0	19	15,96	419	4,77	480	0,2211	0,2216	0,2430	0,3209	0,2768
Ratch	143	281,4	19	15,50	393	3,45	465	0,2313	0,2318	0,2548	0,3228	0,2785
Alliance	125	246,9	7	14,31	344	3,88	420	0,2670	0,2681	0,2953	0,3305	0,2830
Kittle	125	246,9	7	14,30	344	2,87	425	0,2635	0,2640	0,2904	0,3304	0,2829
Amherst	99,2	195,7	7	12,74	273	3,08	365	0,3394	0,3396	0,3728	0,3378	0,2897
Kopeck	99,2	195,7	7	12,77	273	2,28	365	0,3323	0,3325	0,3658	0,3377	0,2896
Anaheim	78,7	155,4	7	11,35	217	2,45	315	0,4274	0,4275	0,4690	0,3451	0,2963
Kayak	78,7	155,4	7	11,35	217	1,94	315	0,4178	0,4180	0,4598	0,3451	0,2963
Azusa	62,5	123,3	7	10,11	172	2,02	270	0,5388	0,5389	0,5906	0,3524	0,3029
Kibe	62,5	123,3	7	10,11	172	1,56	275	0,5264	0,5265	0,5794	0,3524	0,3029
Ames	39,3	77,5	7	8,02	108	1,27	200	0,8572	0,8573	0,9399	0,3669	0,3162
Kench	39,3	77,5	7	8,00	108	1,01	205	0,8390	0,8390	0,9230	0,3671	0,3164
Alton	24,7	48,7	7	6,36	68	0,80	150	1,3638	1,3638	1,4944	0,3815	0,3295
Kaki	24,7	48,7	7	6,36	68	0,65	150	1,3357	1,3357	1,4696	0,3815	0,3295
Akron	15,5	30,6	7	5,04	42,7	0,50	110	2,1710	2,1710	2,3810	0,3961	0,3428

Tabla 7.13: Características conductores ACAR (aluminio/aleación aluminio)

Nombre	Sección		He-bras	Diá-me-tro	Peso	Carga Rotura	Capac. máxima 75°C	Resistencia, Ω/km			X_a	X_a'
								a 25°C		a 50°C	React serie	React paralelo
	mm^2	MCM	N°	mm	kg/km	t	A	cc	50 Hz	50 Hz	Ω/km	MΩ*km
--	1.013	2.000	54/37	41,41	2.793	21,09	1.590	0,0304	0,0332	0,0356	0,2598	0,2222
	1.013	2.000	48/13	41,41	2.793	18,42	1.640	0,0295	0,0324	0,0348	0,2598	0,2222
	963	1.900	33/28	40,37	2.655	20,50	1.580	0,0322	0,0348	0,0376	0,2614	0,2236
	963	1.900	48/13	40,37	2.655	17,47	1.600	0,0310	0,0338	0,0366	0,2614	0,2236
	912	1.800	33/28	39,28	2.515	19,42	1.535	0,0340	0,0366	0,0395	0,2631	0,2252
	912	1.800	48/13	39,28	2.515	16,55	1.550	0,0328	0,0355	0,0383	0,2631	0,2252
	887	1.750	33/28	38,72	2.455	18,89	1.510	0,0350	0,0375	0,0405	0,2640	0,2260
	887	1.750	48/13	38,72	2.445	16,10	1.530	0,0338	0,0365	0,0393	0,2640	0,2260
	861	1.700	33/28	38,15	2.375	18,37	1.480	0,0359	0,0385	0,0416	0,2650	0,2269
	861	1.700	48/13	38,15	2.375	15,65	1.490	0,0347	0,0375	0,0405	0,2650	0,2269
	811	1.600	33/28	37,04	2.235	17,34	1.430	0,0382	0,0408	0,0440	0,2668	0,2285
	811	1.600	48/13	37,04	2.235	14,78	1.440	0,0368	0,0395	0,0428	0,2668	0,2285
	760	1.500	33/28	35,85	2.095	16,04	1.375	0,0407	0,0434	0,0468	0,2689	0,2304
	760	1.500	48/13	35,85	2.095	13,79	1.395	0,0393	0,0421	0,0455	0,2689	0,2304
	709	1.400	33/28	34,63	1.955	15,01	1.315	0,0436	0,0463	0,0500	0,2711	0,2324
	709	1.400	48/13	34,63	1.955	12,91	1.335	0,0421	0,0449	0,0486	0,2711	0,2324
	659	1.300	33/28	33,37	1.815	14,06	1.255	0,0469	0,0496	0,0536	0,2734	0,2345
	659	1.300	48/13	33,37	1.815	12,15	1.275	0,0453	0,0480	0,0520	0,2734	0,2345
	633	1.250	33/28	32,70	1.745	13,53	1.225	0,0488	0,0514	0,0556	0,2747	0,2357
	633	1.250	48/13	32,70	1.745	11,69	1.245	0,0471	0,0498	0,0540	0,2747	0,2357
	608	1.200	18/19	32,02	1.677	13,75	1.195	0,0516	0,0539	0,0582	0,2760	0,2369
	608	1.200	48/13	32,08	1.677	11,19	1.215	0,0490	0,0517	0,0561	0,2759	0,2368
	557	1.100	18/19	30,65	1.537	12,57	1.130	0,0559	0,0585	0,0634	0,2787	0,2394
	557	1.100	48/13	30,70	1.537	10,40	1.145	0,0535	0,0561	0,0611	0,2786	0,2393
	507	1.000	18/19	29,23	1.397	11,45	1.070	0,0615	0,0641	0,0695	0,2817	0,2421
	507	1.000	48/13	29,25	1.397	9,58	1.080	0,0588	0,0615	0,0670	0,2817	0,2421
	481	950	18/19	28,48	1.327	10,86	1.040	0,0647	0,0672	0,0730	0,2833	0,2436
	481	950	24/13	28,48	1.327	9,73	1.050	0,0632	0,0657	0,0715	0,2833	0,2436
	456	900	24/13	27,74	1.257	9,21	1.010	0,0668	0,0693	0,0754	0,2850	0,2451
	431	850	24/13	26,95	1.187	8,71	990	0,0706	0,0732	0,0797	0,2868	0,2468
	405	800	24/13	26,14	1.117	8,26	950	0,0751	0,0777	0,0846	0,2887	0,2485
	380	750	24/13	25,32	1.048	7,78	910	0,0800	0,0826	0,0900	0,2907	0,2503
	354	700	24/13	24,45	978	7,31	860	0,0858	0,0885	0,0965	0,2929	0,2523
	329	650	24/13	23,58	908	6,96	820	0,0924	0,0951	0,1038	0,2952	0,2544
	304	600	24/13	22,63	838	6,39	775	0,1000	0,1029	0,1122	0,2978	0,2568
	279	550	24/13	21,67	768	5,89	745	0,1091	0,1120	0,1222	0,3005	0,2593
	253	500	24/13	20,66	698	5,38	700	0,1200	0,1230	0,1343	0,3035	0,2620
	228	450	12/7	19,55	629	4,81	625	0,1335	0,1366	0,1491	0,3082	0,2652
	203	400	12/7	18,44	559	4,33	595	0,1502	0,1535	0,1676	0,3119	0,2685
	177	350	12/7	17,24	489	3,82	550	0,1717	0,1753	0,1916	0,3161	0,2724
	152	300	12/7	15,96	419	3,34	500	0,2001	0,2042	0,2230	0,3209	0,2768
	125	246,9	4/3	14,31	345	2,74	450	0,2455	0,2502	0,2755	0,3305	0,2830
	99,2	195,7	4/3	12,74	273	2,17	385	0,3096	0,3155	0,3446	0,3378	0,2897
	78,7	155,4	4/3	11,35	217	1,74	335	0,3897	0,3970	0,4338	0,3451	0,2963
	62,5	123,3	4/3	10,11	172	1,43	280	0,4913	0,5000	0,5468	0,3524	0,3029
	39,3	77,5	4/3	8,02	108	0,91	205	0,7814	0,7955	0,8698	0,3669	0,3162
	24,7	48,7	4/3	6,36	68	0,59	150	1,2432	1,2664	1,3842	0,3815	0,3295
	15,5	30,6	4/3	5,04	43	0,38	110	1,9800	2,0162	2,2037	0,3961	0,3428

Capítulo 8

Modelos de operación de una línea de transmisión

8.1. Introducción

En el Capítulo 7 se vio cómo calcular los parámetros distribuidos de una línea, $z = r + jx$ e $y = g + jb$. A continuación se explicarán los modelos comúnmente empleados para representar el comportamiento de una línea completa, recurriendo a estos parámetros.

La complejidad del modelo por ocupar está relacionada fundamentalmente con el largo y la tensión nominal de la línea: líneas largas y de tensión alta exigen una representación más completa; mientras que las líneas cortas y de menor tensión aceptan modelos aproximados.

La representación por usar en programas computacionales será normalmente mediante los circuitos equivalentes **pi** exacto o **pi** aproximado. Para cálculos menores o para entender mejor el comportamiento de una línea, conviene usar los parámetros A, B, C y D.

8.2. Representación de una línea

De acuerdo con la Figura 8.1, las ecuaciones aplicables a un tetrapolo elemental de largo $\Delta\ell$, ubicado a una distancia ℓ del extremo receptor, serán:

$$V(\ell + \Delta\ell) = V(\ell) + z\Delta\ell I(\ell + \Delta\ell)$$

$$I(\ell + \Delta\ell) = I(\ell) + y\Delta\ell V(\ell)$$

$$\frac{V(\ell + \Delta\ell) - V(\ell)}{\Delta\ell} = z\, I(\ell + \Delta\ell)$$

$$\frac{I(\ell + \Delta\ell) - I(\ell)}{\Delta\ell} = y\, V(\ell)$$

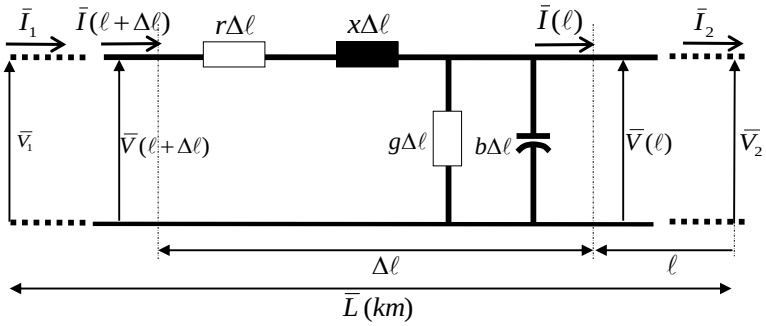


Figura 8.1: Tetrapolo elemental

De esta forma, si $\Delta\ell$ tiende a cero se tendrá:

$$\frac{dV}{d\ell} = zI \tag{8.1}$$

$$\frac{dI}{d\ell} = yV$$

Es importante destacar que en las ecuaciones anteriores no se consideran variaciones en el tiempo, por lo que se habla de estado cuasi-estacionario.

Derivando de nuevo se obtienen ecuaciones independientes para V e I:

$$\frac{d^2V}{d\ell^2} = z\,\frac{dI}{d\ell} = z\,y\,V$$

$$\frac{d^2I}{d\ell^2} = y\,\frac{dV}{d\ell} = z\,y\,I \tag{8.2}$$

lo que se puede escribir como la clásica ecuación de ondas:

$$\frac{d^2V}{d\ell^2} - \gamma^2\, V = 0$$
$$\frac{d^2I}{d\ell^2} - \gamma^2\, I = 0 \tag{8.3}$$

donde $\gamma = \sqrt{z\,y}$ y cuyas soluciones son del tipo:

$$V = V_i\, e^{\gamma\,\ell} \;+\; V_r\, e^{-\gamma\,\ell}$$
$$I \;= I_i\, e^{\gamma\,\ell} \;+\; I_r\, e^{\gamma\,\ell} \tag{8.4}$$

Dada la relación existente entre V e I, los coeficientes I_i e I_r dependen de V_i y V_r.

En efecto,

$$I = \tfrac{1}{z}\,\tfrac{dV}{d\ell} = \tfrac{1}{z}\,\left(\gamma\, V_i\, e^{\gamma\,\ell} \;-\; \gamma\, V_r\, e^{-\gamma\,\ell}\right) = \sqrt{\tfrac{y}{z}}\,\left(V_i\, e^{\gamma\,\ell} \;-\; V_r\, e^{-\gamma\,\ell}\right),$$

de modo que:

$$I_i = \quad \sqrt{\frac{y}{z}}\, V_i = \quad y_c\, V_i$$
$$I_r = -\sqrt{\frac{y}{z}}\, V_r = -\, y_c\, V_r \tag{8.5}$$

Conviene detenerse a analizar un poco el significado de los nuevos parámetros que se han definido durante la solución.

El parámetro $\gamma = \sqrt{z\,y}$ es un número complejo, que se denomina **constante de propagación**. Tiene dimensión $[m^{-1}]$ o, en términos prácticos, $[km^{-1}]$, y es de magnitud pequeña. En efecto, como ya se vio en el Capítulo 7, para un conductor simple y 50 $[Hz]$, $z \approx 0,39\ a\ 0,42\ \angle 70^\circ\ [ohm/km]$ e $y \approx 2,8\ a\ 3,1\ \angle 90^\circ\ [\mu S/km]$, de modo que $zy \approx 1,0\ a\ 1,3 \times 10^{-6}\ \angle(140\ a\ 180)^\circ\ [km^{-2}]$, y $\gamma \approx 1,0\ a\ 1,15 \times 10^{-3}\ \angle\,(70\ a\ 90)^\circ\ [km^{-1}]$.

La constante de propagación suele ser expresada en coordenadas cartesianas como $\alpha + j\beta$. Como γ está en el primer cuadrante, tanto α como β serán positivos. La parte real α se denomina **constante de atenuación** y se mide en $[Np/km]$. La parte imaginaria β se denomina **constante de fase**, y se mide en $[rad/km]$. Para líneas aéreas de conductor simple, en que $y \approx j\omega C$, $x = j\omega L$, se tendrá:

$$\gamma = \sqrt{j\,\omega\,C\;(r + j\,\omega\,L)} = j\,\omega\,\sqrt{LC}\,\sqrt{1\;-\;j\,\frac{r}{\omega L}} = j\,\omega\,\sqrt{LC}\,\left(1\;-\;j\,\frac{r}{2x}\;+\;\frac{r^2}{8\,x^2}\;\mp\;...\right) \tag{8.6}$$

Si se desprecian los términos de orden superior, puesto que normalmente $r < x$, la expresión se simplifica a $\gamma \approx \omega\,\sqrt{L\,C}\;(r/2\,x + j)\;\left[m^{-1}\right]$. Se concluye que α varía en torno de $1,25{\cdot}10^{-3} r\ [Np/km]$ y β en torno de $1,07{\cdot}10^{-3}$ $[rad/km]$ o bien, 0,06 $[^\circ/km]$.

El significado físico de α y β se aclara a partir de las ecuaciones de la línea:

$$V = V_i\, e^{\gamma\,\ell} + V_r\, e^{-\,\gamma\,\ell} = |V_i|\;e^{\alpha\,\ell}\, e^{j\,(\beta\,\ell\,+\,\angle V_i)} + |V_r|\;e^{-\alpha\,\ell}\, e^{j\,(\angle V_r\,-\,\beta\,\ell)}$$

Se aprecia que el factor $e^{\alpha\ell}$ solo modifica la magnitud de V_i y de V_r, atenuando $|V_i|$ a medida que la onda se acerca al extremo receptor, y lo contrario con $|V_r|$.

El término $e^{j\beta\ell}$ no modifica las magnitudes de V_i y V_r, pero sí sus fases, retardando a V_i a medida que la onda se acerca al extremo receptor, y adelantando a V_r.

Por lo tanto, el primer término en la solución de V puede ser interpretado como una onda que se desplaza hacia el extremo receptor (onda incidente), mientras que el segundo término representa una onda que viaja hacia el extremo transmisor (onda reflejada).

Se denomina **longitud de onda** λ al largo de la línea para el cual se produce un ciclo completo de variación en 360° (2π radianes) del desfase $\beta\ell$:

$$\lambda = \frac{2\,\pi}{\beta} \approx \frac{2\,\pi}{\omega\,\sqrt{L\,C}}\;[km] \tag{8.7}$$

Para un conductor simple y 50 $[Hz]$, $\lambda \approx 6.000$ [km], valor muy superior al de cualquier línea real, lo que implica que nunca se produce un ciclo completo en una línea real.

El parámetro $y_c = \sqrt{y/z} = y/\gamma$ tiene dimensiones de admitancia, es independiente del largo de la línea y se denomina **admitancia característica**. En la práctica se emplea más su recíproco $z_c = \sqrt{z/y} = z/\gamma$, que se denomina **impedancia característica** o **natural**:

$$z_c \approx \sqrt{\frac{r\ +\ j\,\omega\,L}{j\,\omega\,C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\sqrt{1\ -\ j\,\frac{r}{\omega\,L}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\left(1 - j\,\frac{r}{2x} + \frac{r^2}{8\,x^2} \mp ...\right)$$

Como normalmente $r < x$, pueden despreciarse los términos de orden superior, y:

$$z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\left(1 - j\,\frac{r}{2\,x}\right)\,[\Omega] \tag{8.8}$$

Para 50 $[Hz]$ y un conductor simple, la magnitud de este fasor fluctuará en torno de $\sqrt{\frac{0{,}39\ a\ 0{,}42}{(2{,}8\ a\ 3{,}1)\,10^{-6}}} = 10^3\,\sqrt{0,14}$, es decir, entre 380 y 400 $[\Omega]$, mientras que el ángulo variará entre –3° y –15°, según la importancia relativa de r.

Por último, es interesante consignar que el cociente entre las ondas incidentes de tensión y corriente es el mismo en cualquier punto de la línea, y viene dado por la impedancia característica z_c:

$$z_c = \frac{V_i\,e^{\gamma\,\ell}}{I_i\,e^{\gamma\,\ell}} = \frac{V_i}{y_c\,V_i} \tag{8.9}$$

8.3. Parámetros A, B, C, D de una línea

La representación por ondas hecha en la sección anterior no es cómoda para los cálculos en condiciones permanentes, debido a la pequeñez de los exponentes de las funciones (se volverá sobre ellas en el Capítulo 18). Aunque matemáticamente sea lo mismo, es más cómodo usar funciones hiperbólicas. La ecuación (8.4) vale, en el extremo receptor:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_i\ +\ V_r \\ I_2\ &= y_c\,V_i - y_c\,V_r \end{aligned} \tag{8.10}$$

De donde:

$$\begin{aligned} V_i &= \tfrac{1}{2}\ (V_2\ +\ z_c\,I_2) \\ V_r &= \tfrac{1}{2}\ (V_2\ -\ z_c\,I_2) \end{aligned} \tag{8.11}$$

lo que resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$V = 1/2\ (V_2 + z_c\,I_2)\ e^{\gamma\,\ell} + 1/2\ (V_2 - z_c\,I_2)\ e^{-\gamma\,\ell} =\ V_2\ \cosh\,(\,\gamma\,\ell) + z_c\,I_2\,senh\,(\,\gamma\,\ell)$$

$$I\ = 1/2\ (y_c\,V_2 + I_2)\ e^{\gamma\,\ell} - 1/2\ (y_c\,V_2 - I_2)\ e^{-\gamma\,\ell} = y_c\,V_2\,senh\ (\gamma\,\ell) + I_2\ \cosh\ (\gamma\,\ell)$$

Aplicando estas relaciones al extremo transmisor de la línea de longitud $\bar{L}$, y llamando $Z = z\bar{L}$ a la impedancia total e $Y = y\bar{L}$ a la admitancia total, se pueden identificar los parámetros A, B, C, D de la línea como:

$$\begin{aligned} A &= D = \cosh\ \left(\gamma\,\bar{L}\right) = \cosh\ \left(\sqrt{Z\,Y}\right) \\ B &= z_c\,senh\ \left(\gamma\,\bar{L}\right) = z_c\,senh\ \left(\sqrt{Z\,Y}\right) = Z\ \frac{senh\left(\sqrt{Z\,Y}\right)}{\sqrt{Z\,Y}} \\ C &= y_c\,senh\ \left(\gamma\,\bar{L}\right) = y_c\,senh\ \left(\sqrt{Z\,Y}\right) = Y\ \frac{senh\left(\sqrt{Z\,Y}\right)}{\sqrt{Z\,Y}} \end{aligned} \tag{8.12}$$

Como ya se dijo, para las líneas aéreas la constante de propagación $\sqrt{Z\,Y}$ es normalmente pequeña, y su ángulo estará entre los 90 y 65°, aproximadamente, según sea la importancia relativa de la resistencia. En tales condiciones, $\cosh\left(\sqrt{Z\,Y}\right) \leqslant senh\ \left(\sqrt{Z\,Y}\right)/\sqrt{Z\,Y} \leqslant 1$, de modo que $A \leqslant 1$, $B \leqslant Z$, $C \leqslant Y$.

8.3.1. Determinación de los parámetros A,B,C,D

El cálculo es directo si se dispone de una calculadora o computadora capaz de determinar cosenos y senos hiperbólicos. Si no es el caso, se puede recurrir a funciones hiperbólicas reales o a desarrollos en serie.

Descomposición en funciones hiperbólicas reales

Los parámetros A, B, C y D pueden ser calculados por medio de la descomposición:

$$\begin{aligned} \cosh\left(\gamma\,\bar{L}\right) &= \cosh\left((\alpha + j\,\beta)\ \bar{L}\right) = \cosh\ \left(\alpha\,\bar{L}\right)\ \cos\ \left(\beta\,\bar{L}\right) + j\,senh\ \left(\alpha\,\bar{L}\right)\ sen\ \left(\beta\,\bar{L}\right) \\ senh\ \left(\gamma\,\bar{L}\right) &= senh\left((\alpha + j\,\beta)\ \bar{L}\right) = senh\ \left(\alpha\,\bar{L}\right)\ \cos\ \left(\beta\,\bar{L}\right) + j\ \cosh\ \left(\alpha\,\bar{L}\right)\ sen\ \left(\beta\,\bar{L}\right) \end{aligned} \tag{8.13}$$

Desarrollo en serie
A través del desarrollo en serie de las funciones exponenciales $\left(e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...\right)$ se encuentran desarrollos para los parámetros A, B, C y D:

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2} + \frac{(ZY)^2}{24} + \frac{(ZY)^3}{720} + ... = 1 + \frac{ZY}{2} + \frac{1}{6}\left(\frac{ZY}{2}\right)^2 + \frac{1}{90}\left(\frac{ZY}{2}\right)^3 + ... \tag{8.14}$$

$$B = Z\left[1 + \frac{ZY}{6} + \frac{(ZY)^2}{120} + \frac{(ZY)^3}{5040} + ...\right] = Z\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{ZY}{2}\right) + \frac{1}{30}\left(\frac{ZY}{2}\right)^2 + \frac{1}{630}\left(\frac{ZY}{2}\right)^3 + ...\right]$$

$$C = Y\left[1 + \frac{ZY}{6} + \frac{(ZY)^2}{120} + \frac{(ZY)^3}{5040} + ...\right] = Y\left[1 + \frac{1}{3}\left(\frac{ZY}{2}\right) + \frac{1}{30}\left(\frac{ZY}{2}\right)^2 + \frac{1}{630}\left(\frac{ZY}{2}\right)^3 + ...\right]$$

La cantidad de términos por usar dependerá de la longitud de la línea. Como $\gamma \approx 1,07 \times 10^{-3}$ $[km^{-1}]$, despreciar en A el término ZY equivale a cometer un error de 1 % cuando $\sqrt{ZY} \geqslant 0,14$, es decir, si la línea tiene más de unos 135 $[km]$ de longitud. Despreciar el término $(ZY)^2$ implicará un error de 1 % cuando $\sqrt{ZY} \geqslant 0,74$, lo que solo es posible en líneas de EAT.

En B y C, despreciar el término ZY equivale a un error de 1 % si $\sqrt{ZY} \geqslant 0,24$, lo que ocurre para líneas de más de 200 $[km]$ de largo.

8.3.2. Obtención experimental de los parámetros

Los parámetros que caracterizan las líneas aéreas pueden ser encontrados en forma experimental, por medio de medidas de la impedancia de entrada $Z_e = V_1/I_1$, hechas para dos condiciones diferentes de carga. Las condiciones más lógicas para hacer estas medidas son la de línea en vacío ($I_2 = 0$) y la de línea en cortocircuito ($V_2 = 0$).

$$Z_{e\,0} = \frac{z_c \cosh\left(\sqrt{ZY}\right)}{senh\left(\sqrt{ZY}\right)} = \frac{z_c}{tgh\left(\sqrt{ZY}\right)} \tag{8.15}$$

$$Z_{e\,ccc} = \frac{z_c\, senh\left(\sqrt{ZY}\right)}{\cosh\left(\sqrt{ZY}\right)} = z_c\, tgh\left(\sqrt{ZY}\right)$$

de donde:

$$z_c = \sqrt{Z_{e\,0}\, Z_{e\,ccc}} \tag{8.16}$$

$$tgh\left(\sqrt{ZY}\right) = \sqrt{\frac{Z_{e\,ccc}}{Z_{e\,0}}}$$

$$senh\left(\sqrt{ZY}\right) = \frac{tgh\left(\sqrt{ZY}\right)}{\sqrt{1 - \left(tgh\left(\sqrt{ZY}\right)\right)^2}} = \sqrt{\frac{Z_{e\,ccc}}{Z_{e\,0} - Z_{e\,ccc}}}$$

$$A = D = \cosh\left(\sqrt{ZY}\right) = \sqrt{\frac{Z_{e\,0}}{Z_{e\,0} - Z_{e\,ccc}}}$$

$$B = \frac{Z_{e\,ccc}}{\sqrt{1 - Z_{e\,ccc}/Z_{e0}}} = A\, Z_{e\,ccc}$$

$$C = \frac{1}{Z_{e\,0}\sqrt{1 - Z_{e\,ccc}/Z_{e0}}} = A\, Y_{e\,0} \tag{8.17}$$

Al hacer la prueba de cortocircuito se aplican tensiones simétricas equilibradas V_{1ccc} (entre fases), de una magnitud tal que circulen corrientes I_{1ccc} del orden de la corriente nominal, y se miden V_{1ccc} entre fases, I_{1ccc} y P_{1ccc} (total). Las corrientes resultan generalmente algo distintas en las tres fases, por las inevitables asimetrías constructivas y de transposiciones. En tal caso se emplea, como un buen promedio para cada fase, $I_{1ccc} = (I_{1a} + I_{1b} + I_{1c})/3$, y:

$$Z_{e\,ccc} = \frac{V_{1\,ccc}}{\sqrt{3}\, I_{1\,ccc}} \qquad R_{e\,ccc} = \frac{P_{1\,ccc}}{3\, I_{1\,ccc}^2} \qquad X_{e\,ccc} = \sqrt{Z_{e\,ccc}^2 - R_{e\,ccc}^2}$$

Al hacer las medidas con circuito abierto se aplican tensiones simétricas del orden de la tensión nominal, y se miden V_{10} (entre fases), I_{10} en cada fase y P_{10} (total). Nuevamente se adopta, como un buen promedio para cada fase, $I_{10} = 1/3(I_{1a} + I_{1b} + I_{1c})$, y:

$$Z_{e\,0} = \frac{V_{1\,0}}{\sqrt{3}\, I_{1\,0}} \qquad R_{e\,0} = \frac{P_{1\,0}}{3\, I_{10}^2} \qquad X_{e\,0} = \sqrt{Z_{e\,0}^2 - R_{e\,0}^2}$$

8.4. Circuito equivalente exacto

Al calcular los parámetros $ABCD$ se ha supuesto que z e y están uniformemente distribuidos a lo largo de la línea. Para la inclusión de la línea en la representación de un sistema, es necesario recurrir a un circuito simple y simétrico. Esta representación suele ser una estrella, una *pi* o una doble *pi*, según sean las necesidades.

8.4.1. Circuito pi exacto

Lo más usual es recurrir al llamado **circuito pi exacto** (ver Figura 8.2).

Igualando los parámetros generales de este circuito, $B = Z'$; $A = D = 1 + Z'Y'/2$; $C = Y' + Z'(Y')^2/4$ con aquellos de la línea, se obtienen los valores de Z' e Y' a considerar (¡que no son los $Z = z\bar{L}$ e $Y = y\bar{L}$ totales de la línea!):

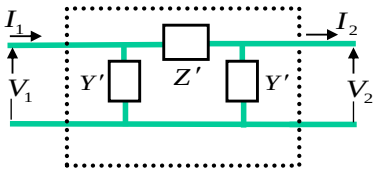


Figura 8.2: Circuito pi exacto

$$Z' = Z\,\frac{senh\left(\sqrt{ZY}\right)}{\sqrt{ZY}} = B \tag{8.18}$$

$$Y' = Y\,\frac{tgh\left(\frac{1}{2}\sqrt{ZY}\right)}{\frac{1}{2}\sqrt{ZY}} = \frac{A-1}{B} = \frac{C}{A+1}$$

Aunque corresponde a una situación teórica, que no se da en la práctica, resulta interesante saber que para líneas muy largas ($\bar{L} > 0{,}5\lambda$), la impedancia serie Z' puede resultar capacitiva, y la admitancia paralelo Y' resultar inductiva (¡!). En efecto:

$$Z' = z_c \operatorname{senh}\left(\gamma\bar{L}\right) \approx \sqrt{\frac{L}{C}}\left(1 - j\,\frac{R}{2X}\right)\left[\operatorname{senh}\left(\alpha\,\bar{L}\right)\cos\left(2\pi\,\bar{L}/\lambda\right) + j\cosh\left(\alpha\,\bar{L}\right) sen\left(2\pi\,\bar{L}/\lambda\right)\right]$$

De modo que $X' \approx \sqrt{L/C}\left[\cosh\left(\alpha\,\bar{L}\right) sen\left(2\pi\,\bar{L}/\lambda\right) - (R/2X)\, senh\left(\alpha\,\bar{L}\right)\cos\left(2\pi\,\bar{L}/\lambda\right)\right]$ y, puesto que $cosh\left(\alpha\,\bar{L}\right) > senh\left(\alpha\,\bar{L}\right) > 0$, el signo de X' quedará determinado por el signo de $sen\left(2\pi\,\bar{L}/\lambda\right)$, función que será positiva mientras $0 < \bar{L} < \lambda/2$, pero negativa si $\lambda/2 < \bar{L} < \lambda$.

Un desarrollo similar aplicado a $Y' = 2Y_0 tgh\left(\frac{1}{2}\sqrt{ZY}\right)$ lleva a que:

$$B' = \frac{sen\left(2\pi\,\bar{L}/\lambda\right) + \frac{R}{2X}\, senh\left(\alpha\,\bar{L}\right)}{\sqrt{\frac{L}{C}}\left[\left(\cosh\left(\frac{1}{2}\,\alpha\,\bar{L}\right)\, cos\left(\pi\,\bar{L}/\lambda\right)\right)^2 + \left(senh\left(\frac{1}{2}\alpha\,\bar{L}\right)\, sen\left(\pi\,\bar{L}/\lambda\right)\right)^2\right]}$$

Cantidad que será negativa mientras $2\pi\,\bar{L}/\lambda > R\, senh\left(\alpha\,\bar{L}\right)/2X$, lo que ocurre para longitudes comprendidas en un rango ligeramente menor que $\frac{1}{2}\lambda < \bar{L} < \lambda$.

8.4.2. Circuito estrella, Y o T exacto

Aunque menos usado, se consignan también los valores del **circuito Y, T o estrella exacto** (ver Figura 8.3):

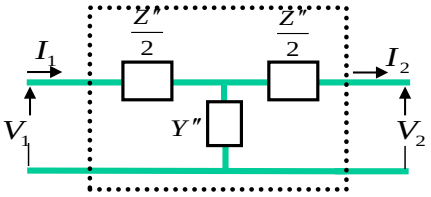


Figura 8.3: Circuito T exacto

$$\frac{1}{2}Z" = Z\,\frac{tgh\left(\frac{1}{2}\sqrt{ZY}\right)}{\sqrt{ZY}} = \frac{A-1}{C} = \frac{B}{A+1}$$

$$Y" = Y\,\frac{senh\left(\sqrt{ZY}\right)}{\sqrt{ZY}} = C \tag{8.19}$$

8.5. Circuitos aproximados

Una representación exacta de la línea solo es indispensable cuando su longitud excede los 500 [km]. Para líneas de un largo comprendido entre los 150 y los 500 [km], consideradas **líneas de largo mediano,** es posible aproximar las funciones hiperbólicas como $senh\left(\sqrt{ZY}\right) \approx \tanh\left(\sqrt{ZY}\right) \approx \sqrt{ZY}$. Con ello, los elementos del circuito pi exacto de la Figura 8.2 se simplifican a:

$$Z' = Z\,\frac{senh\left(\sqrt{ZY}\right)}{\sqrt{ZY}} \approx Z \tag{8.20}$$

$$Y' = \frac{1}{2}Y\,\frac{tgh\left(\frac{1}{2}\sqrt{ZY}\right)}{\frac{1}{2}\sqrt{ZY}} \approx \frac{Y}{2}$$

Este resultado queda representado por el llamado **circuito pi nominal** (ver Figura 8.4), más sencillo y de aplicación más directa, cuyos parámetros $ABCD$ son:

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{2}$$

$$B = Z \tag{8.21}$$

$$C = Y\left(1 + \frac{ZY}{4}\right)$$

Se advierte que, bajo el supuesto de línea mediana o corta (lo que se verifica para la mayoría de las líneas de transmisión reales), ¡los parámetros distribuidos se convierten en parámetros concentrados!

Para el caso de **líneas muy cortas**, es decir, de una longitud inferior a 30 km en líneas aéreas, y sobre todo, de tensiones inferiores a 100 $[kV]$, se puede despreciar el efecto de la susceptancia y reducir el circuito equivalente a una impedancia serie Z.

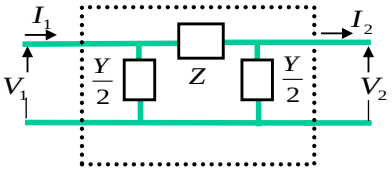


Figura 8.4: Circuito pi nominal

8.6. Capacidad térmica

La capacidad térmica de una línea representa la corriente máxima que esta puede transmitir en forma continua. Se mide en $[MVA]$ (a tensión nominal), y está condicionada por el calentamiento admisible en los conductores, de manera de mantener la altura mínima sobre el suelo dentro de las normas. El calentamiento del conductor depende mucho de las condiciones físicas del lugar, tales como temperatura ambiente, magnitud del viento, presencia o no de radiación solar, altura sobre el nivel del mar, etcétera. Se le suele dar en forma de curvas de $[MVA]$ en función de la temperatura ambiente (Figura 8.5), trazadas para un determinado viento (usualmente, el mínimo), para la temperatura en el conductor de diseño de la línea, y separando situaciones con presencia de sol de aquellas sin sol. La mayoría de estas curvas se basan en la norma IEEE 738.

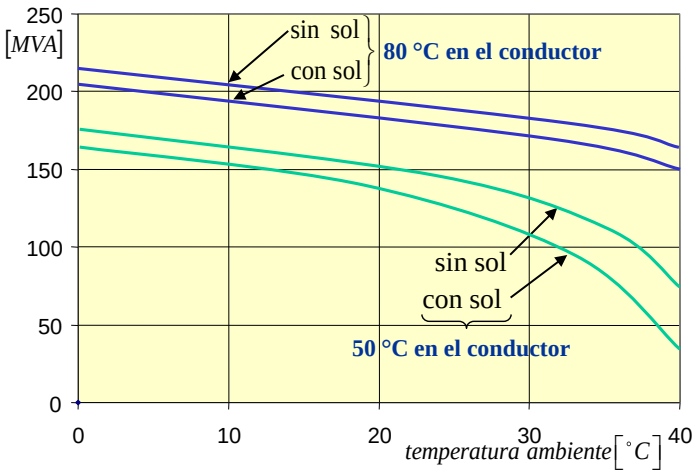


Figura 8.5: Capacidad térmica de una línea

En condiciones de emergencia, de corta duración, es posible aceptar temperaturas más altas en el conductor, siempre que la pérdida de altura sobre el suelo no sea muy grande y que la temperatura en el conductor no supere unos $90°C$ (el conductor comienza a dañarse a partir de esas temperaturas). Por ello es frecuente que la curva se dé parametrizando la temperatura en el conductor.

Además del sol, influye el viento. Lo normal es trazar las curvas despreciándolo (suponiendo una suave brisa de 2 $[km/h]$). También es posible dibujar estas curvas parametrizando el viento en vez de la temperatura en el conductor.

No se debe olvidar que existen otros factores, tanto técnicos como económicos (regulación de tensión, pérdidas, estabilidad, etcétera), que suelen limitar las transmisiones máximas a valores inferiores a los límites de capacidad térmica.

8.7. Comportamiento de la línea bajo diferentes condiciones de carga

8.7.1. Línea en vacío (sin carga)

En tal caso S_2, y por ende I_2, valen cero, de modo que $V_1 = AV_2$. Como para líneas de transmisión reales $|A| < 1$ (y más pequeño mientras más larga la línea y más grande Y), resulta que $|V_2| > |V_1|$. En una línea que opera en vacío, la tensión crece hacia el extremo receptor sin carga, y este crecimiento, conocido como **efecto Ferranti**, es mayor para tensiones nominales más altas (mayor Y) y para líneas largas.

La corriente en el extremo transmisor, expresada en función de la tensión V_1 impuesta por el sistema, será $I_1 = CV_2 = CV_1/A$.

Como C y A están en el primer cuadrante ($\gamma \approx 90°$, $\alpha \approx 0°$), I_1 tendrá un ángulo cercano a 90°, lo que significa que **la corriente en el extremo transmisor será capacitiva** (el efecto del campo eléctrico predomina sobre el del campo magnético). Este efecto es más notorio mientras mayor la tensión y más larga la línea, e implica que la máquina con la cual se energiza la línea debe absorber una cantidad importante de reactivos ($S_1 = V_1 I_1^* = C^* V_1^2 / A^*$).

La situación de transmisión con cargas pequeñas es similar a la descrita, aunque el efecto es progresivamente menor al incrementar la carga.

8.7.2. Línea con carga natural

Un caso particular de carga, que en teoría representa las condiciones técnicas óptimas de operación de una línea, se produce cuando $V_2/I_2 = z_c$ (**carga natural**). La potencia compleja vale $S_2 = V_2 I_2^* = V_2^2/z_c^*$. Como el ángulo de z_c es pequeño y negativo (inferior a $-15°$), la carga natural viene a ser un consumo ligeramente capacitivo.

Al operar una línea con carga natural, desaparece la onda reflejada ya que $V_r = \frac{1}{2}(V_2 - z_c I_2) = 0$. Además, $V_i = \frac{1}{2}(V_2 + z_c I_2) = V_2$, de modo que $V = V_2 e^{\gamma \ell}$, $I = I_2 e^{\gamma \ell}$.

Como consecuencia, la impedancia "vista" en cualquier punto de la línea será siempre z_c:

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} = z_c$$

Otra característica del régimen de carga natural es que el gradiente longitudinal de tensión resulta función lineal del largo de la línea: $V_1 = V_2 e^{\gamma \bar{L}} = V_2 e^{\alpha \bar{L}} e^{j\beta \bar{L}}$, y $|V_1| = |V_2|\,[1 + \alpha \bar{L} + \frac{1}{2}\,(\alpha \bar{L})^2 + ...]$. Como α es pequeño (10^{-3} $[km^{-1}]$), los términos en $(\alpha \bar{L})^2$ o superiores serán despreciables para longitudes $\bar{L}$ de hasta unos 1000 $[km]$:

$$|V_1| \approx |V_2|\,(1 + \alpha \bar{L})$$

$$Grad = \frac{|V_1| - |V_2|}{|V_2|} \approx \alpha\,\bar{L} \tag{8.22}$$

También es importante destacar que una línea operada con carga natural presenta bajas pérdidas de transmisión, especialmente en cuanto a su parte reactiva. En efecto, se tendrá $S_1 = V_1\,I_1^* = V_1^2/z_c^* = V_2^2\,e^{2\,\alpha\,\bar{L}}/z_c^* = S_2\,e^{2\,\alpha\,\bar{L}} \approx S_2\,\left(1 + 2\,\alpha\,\bar{L}\right)$, y las pérdidas valdrán $\Delta S = S_1 - S_2 \approx 2\alpha \bar{L} S_2$.

La pérdidas de potencia activa son pequeñas, $\Delta P = 2\alpha \bar{L}\ |S_2|\,cos(\measuredangle z_c) \approx 2\alpha \bar{L} P_2$, y $\Delta P/P = 2\alpha \bar{L}$.

Las pérdidas de potencia reactiva son aun más pequeñas: $\Delta Q = 2\alpha \bar{L}\ |S_2|\,sen(\measuredangle z_c) \approx 0$, lo que equivale a decir que la potencia reactiva consumida por la línea (XI^2) es prácticamente igual a la potencia reactiva generada por ella misma (BV^2).

Finalmente, cabe indicar que la relación $S_1 = S_2 e^{2\alpha \bar{L}}$ permite determinar experimentalmente el valor de α:

$$\alpha = \frac{ln\ (S_1/S_2)}{2\,\bar{L}}\ [Np/km] \tag{8.23}$$

8.7.3. Potencia activa de onda (SIL)

Debido a que la línea operada con carga natural presenta un comportamiento óptimo, es bastante frecuente usar dicha carga como una medida de la capacidad de transmisión.

La carga natural teórica $S_c = V_2^2/z_c^*$ es poco práctica como valor de referencia, ya que depende de la tensión que exista en el extremo receptor, que variará de una situación a otra. Por ello se recurre a una definición aproximada de la carga natural, conocida como **potencia activa de onda** o *surge impedance load* **(SIL)**, en la que se reemplaza la tensión real V_2 por la tensión nominal correspondiente. Usando además la aproximación de la fórmula (8.2) para la parte real de z_c:

$$SIL\ \ [MW] = (kV_{nominal})^2 \sqrt{\frac{b[S/km]}{x[\Omega/km]}} \tag{8.24}$$

En estudios de tipo general se suele simplificar aun más la expresión, adoptando un valor fijo para z_c (en 50 [Hz][1], 400 [Ω] si se trata de un conductor simple, 310 [Ω] si es un fascículo doble, 250 [Ω] para un fascículo triple y 200 [Ω] para 4 subconductores), lo que lleva a expresiones como:

SIL $[kW]$ = 2,5 kV_{nom}^2 para 1 cond/fase,

SIL $[kW]$ = 3,3 kV_{nom}^2 para 2 cond/fase,

[1] En 60 $[Hz]$, los valores son un 20 % superiores

SIL $[kW] = 4{,}0\ kV_{nom}^2$ para 3 cond/fase,

SIL $[kW] = 5{,}0\ kV_{nom}^2$ para 4 cond/fase.

En la siguiente tabla se dan valores (en [MW]) del SIL en 50 $[Hz]$, para líneas de distintas tensiones.

Tabla 8.1: SIL [MW]

kV$_{nominal}$	1 cond/fase	2 cond/fase	3 cond/fase	4 cond/fase
66	10			
110	30			
154	60			
220	120	160	200	240
400	400	530	650	800
500		800	1000	1250
750		1850	2250	2800
1100		4000	4850	6000

8.7.4. Línea con carga cualquiera

Si la carga de una línea es inferior a la natural, la potencia reactiva generada por la línea (BV^2) será mayor que la consumida en la propia reactancia (XI^2), y la línea será, por ende, una fuente de reactivos que se entregan hacia ambos extremos.

Como ya se vio, el gradiente de tensión será negativo para cargas muy bajas y líneas de mayor tensión. Al ir subiendo la carga, se irá acortando paulatinamente el tramo inicial para el cual el gradiente sigue siendo negativo, mientras que para el tramo final, el gradiente se hará paulatinamente más positivo. En todo caso, el crecimiento del gradiente con el largo de la línea será casi lineal.

Si la carga de una línea es superior a la natural, la potencia reactiva generada por la línea (BV^2) será menor que aquella consumida en la propia reactancia (XI^2), y la diferencia deberá ser suplida desde fuentes externas en el sistema, en uno o ambos extremos. Las cantidades por inyectar crecen fuertemente con la tensión, por lo que resulta menos económico cargar líneas con potencias superiores a la natural, mientras mayor sea la tensión nominal. Si bien en 66 $[kV]$ se suele llegar a 3 SIL, en 154 $[kV]$ no se acostumbra pasar de 2 SIL, y en 220 $[kV]$, de $1,5\ SIL$.

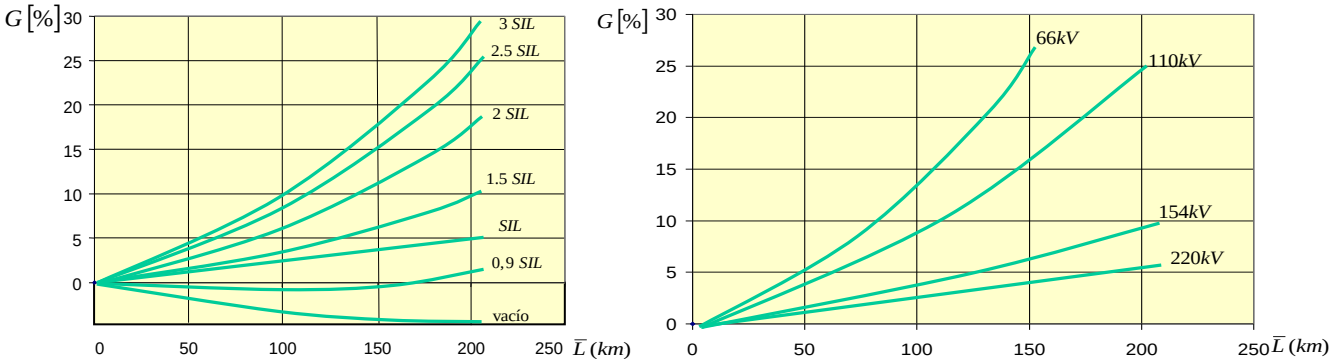


Figura 8.6: Gradiente longitudinal en líneas de 154 kV (izquierda) y de cualquier tensión (derecha)

El gradiente longitudinal crece más que con carga natural, haciéndose marcadamente exponencial a medida que crece la carga. En la Figura 8.6 izquierda, trazada para una línea de 154 $[kV]$, 50 $[Hz]$, Cu 400 MCM, $GMD =$ 6 $[m]$, se aprecia que un aumento de la carga implica una disminución de la distancia de transmisión aceptable. Este hecho es más notorio mientras mayor la tensión.

Para una distancia de transmisión dada, y para un determinado múltiplo de la carga natural, el gradiente G resulta mayor cuanto menor sea la tensión nominal (Figura 8.6 derecha). Esto confirma que, aceptando un determinado gradiente máximo (por ejemplo, 10 %), se requiere una tensión más alta para transmitir a mayor distancia.

En el Capítulo 17 se analizará el fenómeno de la estabilidad transitoria de la operación de un sistema. Allí se verá que la potencia máxima por transmitir en forma estable está dada por:

$$P = \frac{V_1\,V_2}{X} sen\,(\delta) = \frac{k\,V_1\,V_2}{\bar{L}} sen\ (\delta)$$

Expresión que confirma la necesidad de elevar la tensión para transmitir a mayores distancias, y que, para una tensión dada, es posible transmitir potencias mayores si las distancias son menores.

8.7.5. Los cables de poder

La representación equivalente de los cables es similar a la de las líneas aéreas. Sin embargo, como la longitud es en general pequeña, no se requiere el circuito *pi* exacto, usándose normalmente el circuito *pi* nominal.

Debido a las diferentes características de X e Y, la impedancia natural Z_0 es bastante menor que en las líneas aéreas, variando entre 40 y 60 [Ω]. Por otra parte, en los cables de poder, el ángulo correspondiente (negativo) es mayor. Como consecuencia, la carga natural es hasta 10 veces mayor que para las líneas aéreas.

8.8. Ejemplos de aplicación

En la aplicación "Gradiente" del sitio web del libro, es posible estudiar el comportamiento de una línea de transmisión bajo distintas condiciones de carga.

Asimismo, cargando en DeepEdit el caso "Línea bajo diferentes condiciones de carga" se pueden estudiar las distintas condiciones de carga de una línea de transmisión de 220 [kV] y 150 [km] de longitud. La carga especificada corresponde a la carga natural de la línea. Dejando fuera de servicio el consumo, se comprueba el efecto Ferranti y el comportamiento capacitivo de la línea (ver Tabla 7.5).

En la aplicación "Modelos de LT" del sitio web del libro, podrá estudiar el error asociado a distintos niveles de modelación de una línea de transmisión. Se presentan también los diagramas de círculo asociados al extremo transmisor y receptor.

8.8.1. Ejemplo 1

Sea la línea de 110 [kV], 50 [Hz], 121 [km] de largo, conductor Cu 2/0, estudiada en el ejemplo 1 del capítulo anterior.

Calcular la constante de propagación, la impedancia característica, los parámetros A, B, C y D, y los circuitos equivalentes π exacto y nominal.

Determinar, además, las condiciones en el extremo transmisor, cuando se alimenta una carga de 35 MW, factor de potencia 95 %, con tensión 95 %.

Solución

En el capítulo anterior se calcularon la impedancia y la admitancia de la línea:

$z = 0,2989 + j0,449 = 0,5394\ \measuredangle(56,35)\ [\Omega/km]$

$y = 10 - 6/0,3908 = j2,559\ [\mu S/km]$

$Z = 0,5394 \cdot 121\ \measuredangle(56,35) = 65,267\ \measuredangle(56,35)[\Omega] = 0,5394\ \measuredangle(56,35)\ [pu\ 100MVA]$

$Y = 2,559 \cdot 121 \cdot 10^{-6}\ \measuredangle(90) = 0,0003096\ \measuredangle(90)\ [S] = 0,03746\ \measuredangle(90)\ [pu\ 100MVA]$

Con esos datos,

$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{1,38 * 10^{-6}}\ \measuredangle(73,17) = 1,1748\ \measuredangle(73,17) = 0,3401 + j1,1245\ [km^{-1}]$

$Z_c = \sqrt{z/y} = \sqrt{0,2108 \cdot 10^6}\ \measuredangle(-16,83) = 459\ \measuredangle(-16,83)\ [\Omega]$

Los parámetros A, B, C y D para el circuito exacto valen (despreciando términos en $(ZY)^2$, ya que ZY es pequeño)

$A = D = 1 + 0,5ZY + (ZY)^2/6 = 1 + 0,0101\ \measuredangle(146,35) = 0,9916 + j0,0056 = 0,9916\ \measuredangle(0,32)\ [pu\ 100MVA]$

$B = Z(1 + ZY/6) = [0,5394\ \measuredangle(56,35)][1 - 0,0028 + j0,0019)]$

$\quad = [0,5394\ \measuredangle(56,35)][0,9972\ \measuredangle(0,11)] = 0,5379\ \measuredangle(56,46) = 0,2972 + j0,4483\ [pu\ 100MVA]$

$C = Y(1 + ZY/6) = 0,03746 \cdot 0,9972\ \measuredangle(90,11) = 0,03736\ \measuredangle(90,11)\ [pu\ 100MVA]$

O bien, si se prefiere usar la representación circuital, las impedancias son

$Z' = B = 0,5379 \measuredangle(56,46)$ $[pu\ 100MVA]$
$Y' = Y(1 - ZY/12) = y(1 + 0,0014 - j0,0009) = 0,03746 \cdot 1,0014 \measuredangle(89,95)$
$= 0,03751 \measuredangle(89,95)$ $[pu\ 100MVA]$

La representación π nominal emplea los parámetros
$A = D = 1 + 0,5ZY = 0,9916 + j0,0056 = 0,9916 \measuredangle(0,32)$ $[pu\ 100MVA]$
$B = Z = 0,5394 \measuredangle(56,35)$ $[pu\ 100MVA]$
$C = Y(1 + ZY/4) = 0,03746 \cdot 0,9958 \measuredangle(90,16) = 0,0373 \measuredangle(90,16)$ $[pu\ 100MVA]$

o bien, el circuito con Z en serie e Y/2 en paralelo.

a) Empleando el circuito π exacto
$P_2 = 0,35$ $[pu]$

$Q_2 = 0,115$ $[pu]$

$S_2 = 0,35 + j0,115 = 0,3684 \measuredangle(18,195)$ [pu]

$V_2 = 0,95 \measuredangle(0)$ [pu]

$I_2 = 0,3878 \measuredangle(-18,195)$ [pu]

$V_1 = 0,9916 \cdot 0,95 \measuredangle(0,32) + 0,5379 \cdot 0,3878 \measuredangle(38,265) = 0,942 \measuredangle(0,32) + 0,2086 \measuredangle(38,265)$

$V_1 = 0,942 + j0,00526 + 0,1638 + j0,1292 = 1,1058 + j0,1818 = 1,121 \measuredangle(9,3)$ [pu]

$I_1 = 0,03736 \cdot 0,95 \measuredangle(90,11) + 0,9916 \cdot 0,3878 \measuredangle(-17,88) = 0,03549 \measuredangle(90,11) + 0,3845 \measuredangle(-17,88)$

$I_1 = -0,00007 + j0,03549 + 0,3659 - j0,1181 = 0,3658 - j0,0826 = 0,375 \measuredangle(-12,73]$ [pu]

$S_1 = 1,121 \cdot 0,375 \measuredangle(22,03) = 0,4204 \measuredangle(22,03) = 0,3897 + j0,1577$ [pu]

b) Empleando el circuito π nominal,
$V_1 = 0,9916 \cdot 0,95 \measuredangle(0,32) + 0,5394 \cdot 0,3878 \measuredangle(38,155) = 0,942 \measuredangle(0,32) + 0,2092 \measuredangle(38,155)$

$V_1 = 0,942 + j0,00526 + 0,1645 + j0,1292 = 1,1065 + j0,1345 = 1,115 \measuredangle(6,9)$ [pu]

$I_1 = 0,0373 \cdot 0,95 \measuredangle(90,16) + 0,9916 \cdot 0,3878 \measuredangle(-17,875) = 0,03544 \measuredangle(90,16) + 0,3845 \measuredangle(-17,875)$

$I_1 = -0,0001 + j0,03544 + 0,3659 - j0,118 = 0,3658 - j0,0826 = 0,375 \measuredangle(-12,72]$ [pu]

$S_1 = 1,115 \cdot 0,375 \measuredangle(19,62) = 0,4181 \measuredangle(19,62) = 0,394 + j0,14$ [pu]

Para una línea de largo medio, usar el circuito π nominal no introduce un gran error.

Se aprecia, además, la poca capacidad de transmisión de una línea de 110 kV.

Capítulo 9

Regulación de las tensiones y control de la potencia reactiva

9.1. Introducción

La tensión existente en un punto cualquiera de una red eléctrica afecta directamente a los equipos allí conectados, tanto en cuanto a su aislamiento como a su correcta operación. En vista de ello, se han normalizado los niveles de tensión posibles de ocupar (**tensiones nominales o de servicio**), en algunos pocos valores internacionalmente aceptados. Con ello se consigue una mayor seguridad y calidad del servicio, así como facilitar y abaratar la fabricación de los diversos equipos eléctricos.

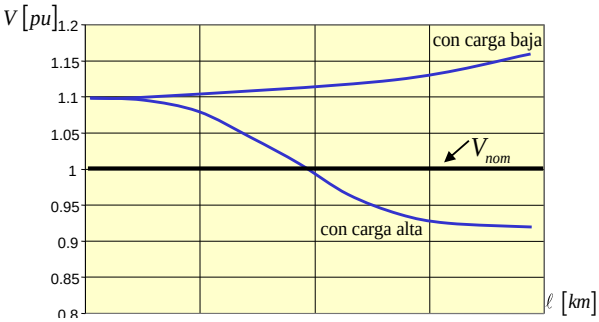


Figura 9.1: Tensiones medias en diversos nudos

Sin embargo, la corriente que circula desde las centrales hacia los consumos producirá, naturalmente, caídas de tensión a lo largo de las líneas (**gradiente longitudinal escalar** $G(p.u.) = |V_1| - |V_2|$), haciendo que tanto las tensiones instantáneas, como incluso **las tensiones medias** en los diversos nudos, difieran a menudo de la tensión nominal (Figura 9.1). Uno de los problemas básicos a los que se ve enfrentado un ingeniero de sistemas es, entonces, el de mantener las tensiones en todos los puntos de la red en valores aceptables.

Por otra parte, las corrientes no se mantienen constantes a lo largo del tiempo, ya que los consumos no lo hacen. En consecuencia, las variaciones lentas o bruscas de los consumos producen fluctuaciones de las tensiones de cada nudo (Figura 9.2).

Como los equipos eléctricos funcionan adecuada y económicamente solo dentro de ciertos rangos de tensión, surge entonces la necesidad de regular las tensiones, manteniéndolas en cada nudo dentro de una aceptable **banda de regulación local** en torno de la tensión media. La regulación no puede ser perfecta, y la tensión resultante en un punto cualquiera presentará de todos modos ciertas variaciones.

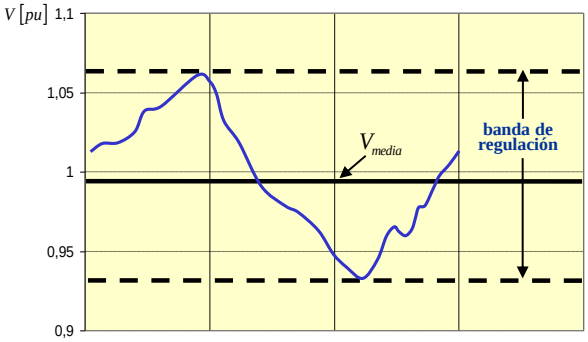


Figura 9.2: Banda de regulación

En relación con estos cambios de las corrientes, es preciso recordar que la componente reactiva de la corriente, al circular por los elementos del sistema, es la causa básica de las variaciones de tensión en cada nudo del sistema, mientras que la componente activa origina fundamentalmente cambios en los ángulos de las tensiones, que son controlados por los generadores. En consecuencia, es conveniente evitar la circulacion de potencia reactiva, generándola, en lo posible, localmente donde se la requiera.

Los valores de la tensión media y de los rangos de la banda de regulación serán diferentes de un lugar a otro. Además, las necesidades de regulación de tensión cambian, dependiendo de si el nudo en cuestión corresponde

a una central, a una línea de transmisión o a una red de distribución,, y de si se está operando en condiciones normales o de emergencia.

En el caso de los generadores, la tensión en bornes se controla mediante la corriente de excitación que, por razones económicas, se restringe usualmente a un $\pm$ 5 %.

En las redes de distribución, la situación estará limitada por las características de los consumos. Estos solo funcionan adecuadamente con tensiones medias cercanas a la nominal, y admiten variaciones lentas que no sobrepasen un $\pm$ 5 % en aplicaciones térmicas, como cocinas, lámparas, calentadores; y un $\pm$ 8 % en el caso de motores, lavadoras, receptores de radio y televisión, etcétera. Si las tensiones son muy altas, habrá más calentamiento y menor vida útil. Si son muy bajas, habrá mal rendimiento, malas características de torque, etc.

Las variaciones de tensión admisibles en las líneas de transmisión son bastante mayores, debido fundamentalmente a la inexistencia de consumos. Habrá un límite superior (usualmente +10 %), impuesto por la calidad del dieléctrico en los aislamientos; el riesgo de reencendido del arco en los interruptores (luego de una apertura); las sobrecargas (calentamiento) admisibles en equipos conectados en paralelo (condensadores, reactores, etcétera); la saturación de los transformadores; etc.

Existirá también un límite inferior, impuesto por la capacidad de ruptura de los interruptores, que baja con la tensión; el aumento de las pérdidas, puesto que una misma potencia con menor tensión significa mayor corriente; y en cierta medida, por la respuesta de equipos (como condensadores), que entregan menos potencia reactiva al bajar la tensión. Según el caso, este límite podrá llegar a -10 %.

De hecho, la norma chilena establece los siguientes rangos aceptables de variación de la tensión en transmisión:

A) En estado normal, con todos los elementos e instalaciones del SEP en servicio:

   a) 97 a 103 % para instalaciones con tensión nominal igual o superior a 500 [kV]
   b) 95 a 105 % para instalaciones con tensión nominal comprendida entre 200 y 500 [kV]
   c) 93 y 107 % para instalaciones con tensión nominal inferior a 200 [kV].

B) En estado de alerta, esto es, sin reservas, producto de la ocurrencia de una contingencia simple:

   a) 96 a 104 % para instalaciones con tensión nominal igual o superior a 500 [kV]
   b) 93 a 107 % para instalaciones con tensión nominal comprendida entre 200 y 500 [kV]
   c) 91 y 109 % para instalaciones con tensión nominal inferior a 200 [kV].

Los transformadores que unen los distintos niveles de tensión dentro de un sistema estarán, en general, provistos de cambiadores de derivaciones, tanto en vacío como bajo carga, permitiendo ajustar los niveles medios y regular fluctuaciones de tensión respectivamente. En algunos casos se deberá recurrir también a otros medios de regulación adicionales, cuando ellos se justifiquen económicamente.

9.2. Clasificación de las variaciones de tensión

Según sus características, se pueden distinguir:

a) **Variaciones lentas**, que incluyen tanto variaciones previsibles (periódicas) como aleatorias. Las primeras se originan en los cambios periódicos de los consumos, que presentan máximos al mediodía y en la tarde, y mínimos pronunciados en la noche. Las variaciones aleatorias provienen de las conexiones y desconexiones de los consumos, que ocurren en instantes imprevisibles, así como del hecho de que los consumos reales son siempre algo distintos de los supuestos.

   En la práctica es difícil distinguir entre variaciones periódicas y aleatorias. De hecho, lo que se conoce es su combinación, que conduce a reparticiones estadísticas de las tensiones posibles (casi gaussianas).

b) **Variaciones del tipo parpadeo** (en inglés *flicker*), que incluyen variaciones regulares y aleatorias, conocidas también con el nombre de pestañeo. Se deben a los golpes de corriente causados por el funcionamiento intermitente de algunos equipos, que toman y botan carga en forma brusca, como refrigeradores, ascensores, soldadores, laminadoras, hornos de arco, ferrocarriles, etc.

c) **Caídas de tensión** por debajo del valor 90 %, de breve duración (desde fracciones de segundo hasta algunos segundos) y de amplitudes muy variables (hasta del 100 % de la tensión). Se producen como consecuencia de fallas en el sistema, siendo su efecto casi equivalente al de una interrupción del servicio.

Las repercusiones de estas variaciones de tensión no son idénticas, y en cada caso se deberán adoptar medios diferentes para tratar de anularlas, o al menos, de reducirlas. La calidad de esta compensación es, sin lugar a dudas, un problema económico.

En lo que sigue de este capítulo se analizará exclusivamente el control de las variaciones lentas de tensión en las redes de transmisión y distribución. La forma de controlar (automáticamente) la tensión en las centrales generadoras, el pestañeo y las caídas de tensión, se estudiarán en capítulos posteriores.

9.3. Formas de regular las variaciones lentas de tensión

La regulación de las variaciones lentas de tensión tiene por finalidad mantener el módulo de la tensión en todo el sistema en el mejor valor posible. No considera el problema del desfase del fasor tensión, puesto que este desfase carece de importancia en los circuitos radiales de distribución, mientras que en las redes de transmisión, el problema se incorpora a otro más vasto y complejo, cual es el control de la estabilidad. Tampoco se considerará en este capítulo el problema de escoger un nivel adecuado de tensión nominal, hecho que se supondrá ya resuelto e institucionalizado.[1].

Los métodos más empleados para regular tensión son:

a) **Por inyección (o absorción) de potencia reactiva**, de manera de modificar la energía reactiva circulante en el sistema. Esto se consigue con el empleo de condensadores estáticos, de compensadores sincrónicos y tiristorizados; de reactores, y con ayuda de los generadores de las centrales.

b) **Por inserción de una tensión serie adicional**, que compense la caída que se desea regular. Se logra, por ejemplo, con los transformadores con derivaciones, que permiten variar discontinuamente la razón de transformación. Las derivaciones pueden ser operables bajo carga o en vacío (más baratas).

c) **Por modificación de la reactancia**, con el fin de mantener constante la caída longitudinal ZI. Esto se consigue, ya sea usando conductores fasciculados, condensadores serie, colocando líneas en paralelo (*"regulación con cobre"*), o disminuyendo el largo de las líneas (por ejemplo, acercando los transformadores de distribución a los consumos).

Según su forma de actuar, **los medios de regulación de tensión** se pueden clasificar en:

a) **De regulación continua**, como los reguladores de inducción, los compensadores sincrónicos y tiristorizados.

b) **De regulación cuasi-continua**, como los cambiadores de derivación bajo carga de los transformadores.

c) **De regulación intermitente**, como los condensadores estáticos.

d) **De regulación fija**, como los condensadores serie y los cambiadores de derivación en vacío.

9.4. Regulación de tensión por inyección de potencia reactiva

La mayoría de los consumos requieren energía reactiva inductiva para establecer su campo magnético, así como energía capacitiva para su campo eléctrico.

Los motores de inducción presentan durante su marcha normal una $tg\,(\varphi)$ cercana a uno ($0,75$ a $1,3$). Sin embargo, durante la partida, cuando deben establecer el campo magnético, toman corrientes fuertemente inductivas, alcanzando valores de $tg\,(\varphi)$ del orden de 5 a 6.

Las máquinas sincrónicas, que establecen su campo magnético fundamentalmente por medio de la excitatriz, pueden presentar un carácter inductivo o capacitivo, dependiendo de si están sub- o sobreexcitadas. Las restricciones en el diseño del circuito excitatriz hacen que en general no puedan entregar más reactivos que hasta $tg\,(\varphi) = 0,5$ o, cuando mucho, $0,75$. Un caso especial, que se verá más adelante, son los compensadores sincrónicos.

La $tg\,(\varphi)$ de los transformadores presenta un valor promedio del orden de $0,5$, que resulta de la suma de los reactivos requeridos para mantener el campo magnético y de la energía requerida por los flujos de fuga.

Los otros consumos posibles en un sistema consumirán cantidades de potencia reactiva variables entre cero para los consumos térmicos y $tg\,(\varphi) \approx 1$ para elementos tales como las lámparas fluorescentes compensadas.

[1] La manera más evidente de disminuir las caídas de tensión sería subir en cada caso la tensión nominal, pero ello llevaría a tensiones nominales diferentes en cada línea

El análisis experimental de los consumos reales muestra que generalmente la $tg\,(\varphi)$ está entre $0,5$ y 1. Para el sistema eléctrico, este hecho implica transportar cantidades de potencia reactiva similares a las de potencia activa, con el consiguiente aumento de las pérdidas y de la caída de tensión. Por lo tanto, **el camino básico para mejorar la regulación de tensión será reducir el flujo de reactivos, produciéndolos directamente donde se necesiten y no trayéndolos desde las centrales** (salvo que estas sean inmediatas a los consumos). De hecho, la norma chilena establece, para la conexión al SEP de instalaciones de subtransmisión, factores de potencia medios (en 60 minutos) comprendidos entre 93 % inductivo y 96 % capacitivo para clientes individuales con tensiones inferiores a 30 [kV]; entre 96 % inductivo y 98 % capacitivo para nudos de tensiones nominales entre 30 y 100 [kV]; y entre 98 % inductivo y 100 % para nudos de tensiones nominales superiores a 100 [kV].

El problema del flujo de reactivos se agudiza en aquellas instalaciones que consumen **energía deformante**, esto es, cuyo funcionamiento deforma la onda de corriente o de tensión (circuitos saturados, rectificación, fenómenos de ionización, etcétera). En cada período de la onda deformada se produce una transferencia de energía reactiva hacia la planta a través de las frecuencias armónicas. Para reducir su influencia sobre el nivel de tensión, y evitar que lleguen a las máquinas, se requiere instalar en las cercanías de tales equipos filtros de armónicas, compuestos de inductancias y capacitancias con una frecuencia de resonancia apropiada, capaces de generar la energía deformante requerida.

9.4.1. Transmisiones radiales que no incluyen admitancias (sistemas de distribución)

El circuito más sencillo, desde el punto de vista de regulación de tensión, es una impedancia serie Z, como se muestra en la Figura 9.3. Corresponde al caso de líneas de distribución, transformadores, líneas cortas, etc., y en cierta medida constituye una primera aproximación para los casos más complejos. Por definición:

$$\overline{I} = \left(\frac{\overline{S}_2}{\overline{V}_2}\right)^* = \frac{P_2 \; - \; j\,Q_2}{V_2}$$

$$|\;I\;| = \frac{\sqrt{P_2^2 \; + \; Q_2^2}}{|V_2|}$$

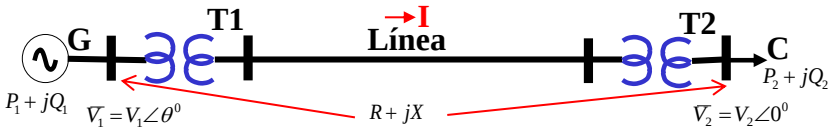


Figura 9.3: Transmisiones radiales que no incluyen admitancias

de modo que $\Delta P \; = \; R\,|I|^2 \; = \; R\,P_2^2/V_2^2 + R\,Q_2^2/V_2^2$, explicitando que las pérdidas crecen con Q, en algunos casos, fuertemente (las pérdidas crecen también con P; sin embargo, no es posible influir sobre esta variable, puesto que su transmisión es la finalidad del SEP).

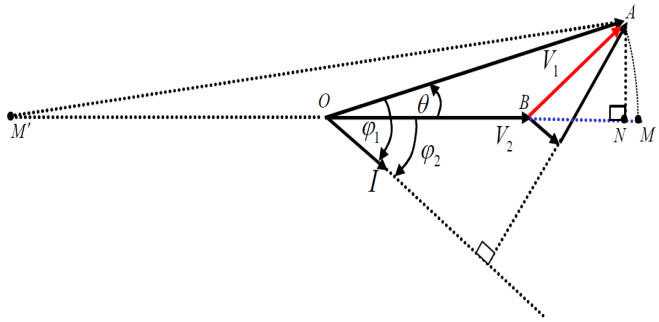


Figura 9.4: Diagrama fasorial caso sin admitancias

En la Figura 9.4, si el desfase θ es pequeño (menor a 10 %), el gradiente longitudinal de tensión valdrá básicamente la parte real:

$$G = |V_1| - |V_2| = \frac{R\,P_2 \; + \; X\,Q_2}{V_2}$$

$$G = \frac{X\,Q_2}{V2}\;\;(1 + cotg\;(\varphi_2)\;\cot g\;(\angle z)) \tag{9.1}$$

donde φ_2 es el desfase entre V_2 e I, y $\angle z$ el ángulo de Z. La $tg\,(z)$ es cercana a uno en los sistemas de media y baja tensión (donde es aplicable esta simplificación), mientras que en líneas de alta tensión es mayor que uno, llegando aproximadamente a 10 para líneas de EAT, o en circuitos con transformadores en serie.

En el caso particular de $0 < R << X$ (circuitos con transformadores), y con desfases pequeños, se tendrá que $G \approx X\,Q/V$.

Si el desfase es superior a unos 10°, estas relaciones entregan un error de cierta importancia, y corresponde entonces usar una relación mejorada.

De la Figura 9.4, $G = BN \; + NM = BN + AN^2/(NO \; + \; OM')$, y si se acepta que $NO \approx V_2$:

$$G \approx \frac{R\,P_2 \; + \; X\,Q_2}{V_2} + \frac{(X\,P_2 \; - \; R\,Q_2)^2}{2\,V_2^3} \tag{9.2}$$

El desfase θ entre las tensiones V_1 y V_2 puede ser calculado como $\Delta\,\theta \approx sen\;(\Delta\,\theta) = AN/OA$, de modo que:

$$\Delta\,\theta = \frac{X\,P_2\ -\ R\,Q_2}{V_1 V_2} \tag{9.3}$$

Relación que, cuando $0 < R << X$, se reduce a $\Delta\,\theta \approx XP/V^2$, lo que confirma que la causa fundamental del incremento de $\Delta\theta$ en el desfase será el flujo de la potencia activa.

La relación de ΔV indica que V, P y Q no son independientes entre sí. Se aprecia, además, que la causa fundamental de la existencia de G es el flujo de los reactivos Q. Sin embargo, existe de todas maneras un término de menor importancia, que depende del flujo de potencia activa P.

Como P no puede ser modificado, puesto que su transmisión es la finalidad del sistema eléctrico, habrá que actuar sobre Q para regular la magnitud de ΔV. Si se suponen desfases θ pequeños, y $|V_1|$ constante por efecto de la excitación de las máquinas allí existentes, entonces, para mantener constante $|V_2|$, se deberá cumplir que $G = (R\,P_2\ +\ X\,Q_2)\,/\,|V_2| = constante$, es decir:

$$Q_2 = \frac{G\ |V_2|\ -\ R\,P_2}{X} = Q_2^0\ -\ \frac{R\,P_2}{X} = Q_2^0\ -\ Q_2' \tag{9.4}$$

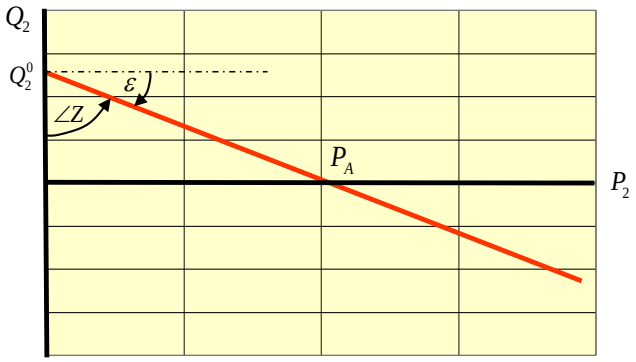


Figura 9.5: Variación de Q para un gradiente dado

En consecuencia, para mantener constante G, Q_2 deberá variar linealmente con P_2 (Figura 9.5), pero con pendiente negativa $\varepsilon = 90 - \angle z = arctg\,(R/X)$.

El método de control será más efectivo, es decir, requerirá menor Q_2' para obtener un mismo efecto, cuanto más horizontal sea la recta (cuanto menor sea R/X).

Hay que tener cuidado con el hecho de que este análisis queda indefinido si $R \to 0$. En tal caso, se sugiere considerar el segundo término en la ecuación (9.4.1). Q_2' es la potencia reactiva que se deberá inyectar en el extremo receptor, para mantener $|V_2|$ en el valor especificado (**potencia de compensación**). A partir de cierto $P_2 = P_A$, el efecto equivaldrá a tener un Q_2 negativo.

Dado que P es función de θ, la aproximación de suponer θ pequeño no es válida para potencias activas grandes. Sin embargo, la simplificación adoptada permite una buena primera aproximación al problema.

Como una forma de apreciar algunas de las situaciones reales posibles, considérese el caso de la alimentación desde una central a un consumo variable como el de la Figura 9.6. Sea $ABCD$ la curva de variación de la demanda, y LM la recta de variación de la potencia reactiva Q_2, cuando se mantienen $|V_1|$ y $|V_2|$.

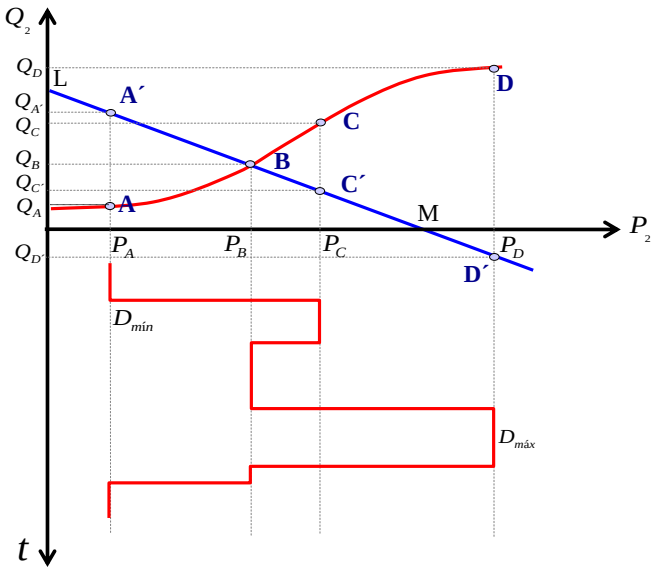


Figura 9.6: Variación de Q dependiendo de P

Habrá alguna situación bien definida (punto B) en la que las curvas se cortan, y para la cual se produce naturalmente el resultado deseado (el diagrama fasorial correspondiente se muestra en la Figura 9.7.a, en la página siguiente.

En la madrugada, el consumo es mínimo (punto A) y absorbe (esto es, se transmite desde la central) una potencia reactiva Q_A. Si se desea mantener constante $|V_2|$ habría que trasladar el punto A hasta la recta LM (por razones económicas, sin aumentar P_2, es decir, hasta A'), lo que implica recibir realmente desde la central una potencia reactiva $Q_{A'} > Q_A$. Para ello habría que disponer en el consumo de un reactor extra capaz de absorber la diferencia $Q_{A'} - Q_A$ (el diagrama fasorial correspondiente se muestra en la Figura 9.7.b). Si no se dispone de un reactor, y la operación se mantiene en el punto A, la tensión V_2 subirá a $V_2' > V_2$.

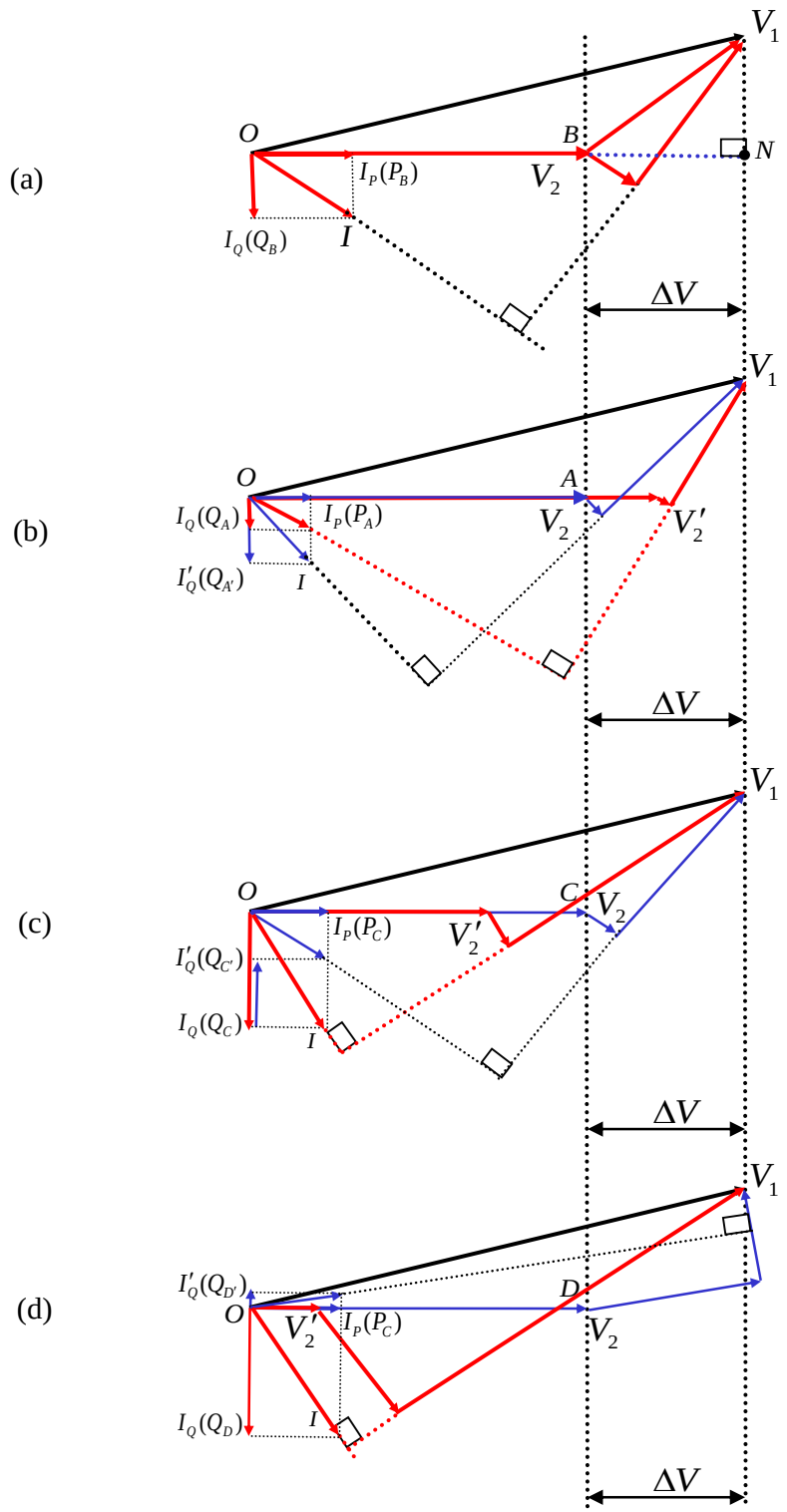


Figura 9.7: Diagrama fasorial para distintas situaciones de consumo

Para consumos mayores, como la punta de la mañana (punto C), se requiere recibir una potencia reactiva Q_C, lo que implicaría tener una tensión V_2'' inferior a V_2. Si se desea mantener constante $|V_2|$ habría que recibir realmente una potencia reactiva menor, Q_C' . Esto implica la existencia, en el extremo receptor, de condensadores que aporten esa diferencia $Q_C - Q_C'$ en potencia reactiva (el diagrama fasorial correspondiente se muestra en la Figura 9.7.c).

Finalmente, para mantener constante V_2 con consumos muy grandes, como la demanda máxima P_D, habría que recibir realmente una potencia reactiva negativa Q'_D, lo que significa disponer junto al consumo de condensadores $Q_D + Q'_D$ que no solo suministren toda la potencia reactiva que necesita el consumo (Q_D), sino que además entreguen cierta potencia reactiva Q'_D a la línea (el diagrama fasorial correspondiente se muestra en la Figura 9.7.d).

El equipo necesario para la regulación puede ser reducido en cierta medida, si se levanta la restricción de que $|V_1|$ sea constante. Ello se puede lograr actuando sobre la excitación de los generadores de la central, y produciendo así un desplazamiento paralelo de la recta LM (Figura 9.8).

Existe, entonces, otra posibilidad de regular la tensión, consistente en ajustar la magnitud de V_1 de modo que la recta LM pase en cada condición por el punto correspondiente de la curva de carga. Las limitaciones del método radican en el rango estrecho en que es posible variar $|V_1|$ (usualmente $\pm 5\,\%$).

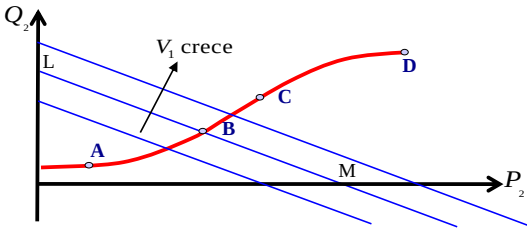


Figura 9.8: Regulación con V_1

Lo normal será usar un método mixto: se regula con V_1 mientras sea posible, y se inyecta potencia reactiva cuando ya no sea factible variar V_1.

9.4.2. Transmisiones radiales que incluyen admitancias (sistemas de transmisión)

En este caso el sistema existente entre la central y el consumo será asimilable a un tetrapolo de parámetros ABCD. Ya se estudió (diagramas de círculos) la relación entre P_2, Q_2 y V_2 en esa situación:

$$\left[P_2 + \frac{A}{B}V_2^2 \cos(\beta - \alpha)\right]^2 + \left[Q_2 + \frac{A}{B}V_2^2\, sen\,(\beta - \alpha)\right]^2 = \left[\frac{V_1 V_2}{B}\right]^2$$

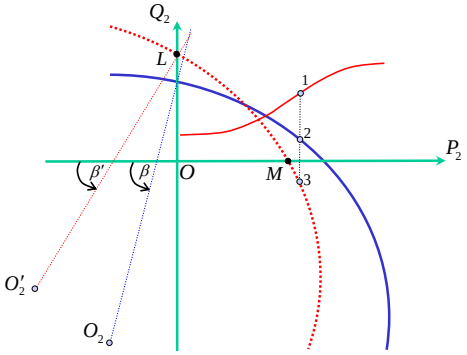


Figura 9.9: Efecto de la admitancia

El análisis es similar al hecho en el caso sin admitancias, salvo que las curvas LM no son ya rectas sino círculos concéntricos, cuyo centro "O" depende del valor de V_2 que se desea mantener constante y de los parámetros A y B del sistema (Figura 9.9).

Cabe observar que $\beta \approx \angle z$, de manera que depende del cociente X/R, aumentando con esa relación. Esto significa que para valores dados de $|V_1|$ y $|V_2|$, la potencia reactiva que es necesario inyectar en el extremo receptor disminuye al aumentar X/R (en la Figura 9.9, $\overline{12} < \overline{13}$).

Por lo tanto, el método de regulación por inyección de reactivos es más efectivo en la medida en que la línea presente una resistencia relativa más baja.

9.4.3. Caso general de un sistema enmallado

Hasta el momento se han estudiado alimentaciones radiales desde una barra con tensión fija. El problema se complica cuando se trata de un nudo cualquiera en un sistema enmallado. El procedimiento exacto de cálculo exige resolver las ecuaciones no lineales del sistema por métodos iterativos, tal como se verá en el Capítulo 11. Por ahora se verá un método aproximado, pero bastante efectivo, si se conocen ciertos coeficientes o factores de influencia, que consiste en suponer que el sistema puede ser reemplazado siempre por un mismo circuito equivalente Thévenin.

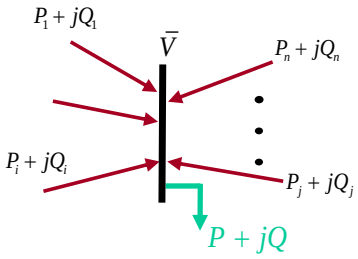


Figura 9.10: Situación nudo M

Sea un nudo cualquiera M de una malla, donde existe un consumo $P + jQ$, de tensión V. Por las distintas ramas llegan potencias $P_i + jQ_i$, tales que $P = \sum_{i=1}^{n} P_i, \quad Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$ (ver Figura 9.10).

Como se indicó en 9.4.1, existirá una función que relaciona la tensión V con P y Q, $V = \phi(P, Q)$. Por lo tanto:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial P}\,dP + \frac{\partial V}{\partial Q}\,dQ = \frac{dP}{\frac{\partial P}{\partial V}} + \frac{dQ}{\frac{\partial Q}{\partial V}} \tag{9.5}$$

La variación de tensión dV en un punto M cualquiera de la malla, debida a las variaciones dP y dQ en las potencias activa y reactiva allí entregadas, está completamente determinada desde el momento en que se conocen

los coeficientes $\partial P/\partial V$ y $\partial Q/\partial V$ en ese punto M. En estricto rigor, estos coeficientes son funciones de P, Q y V, pero pueden suponerse constantes para variaciones no demasiado grandes en torno del valor inicial.

De los dos coeficientes, $\partial Q/\partial V$ es el más importante, ya que orienta sobre la amplitud de la variación de potencia reactiva que es necesario producir para provocar una variación determinada de tensión. Con ello se obtiene una medida del interés que presenta la regulación por inyección de potencia reactiva en un caso dado.

Para calcular en forma teórica $\partial Q/\partial V$, considérese que el consumo $S = P + jQ$ existente en M aumenta en un consumo puramente reactivo ΔQ, de valor muy pequeño (y que en el límite se hace tender a cero). El hecho de agregar un consumo reactivo modifica la tensión en M, que pasa de V a $V + \Delta V$.

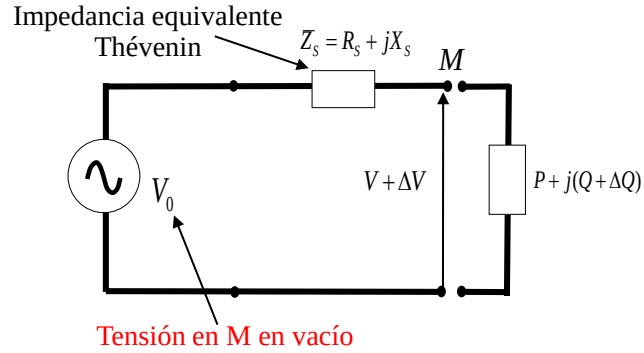


Figura 9.11: Equivalente Thévenin

De acuerdo con Thévenin (Figura 9.11), el sistema puede ser representado correctamente por una fem en serie con una impedancia Z. En este caso, la fem es igual a V_o, tensión que existiría en M en vacío (sin consumo), y la impedancia es Z_s, impedancia equivalente del sistema, medida desde M cortocircuitando todas las fem o tensiones constantes allí presentes.

Ya se vio en en la Sección 9.4 que para un circuito de este tipo es posible escribir en forma aproximada $V_0 - V = (R_s\,P\ +\ X_s\,Q)/V$, es decir, $(V_0 - V)V\ - R_s P\ - X_s Q = 0$.

Al derivar Q respecto de V, como P y V_0 permanecen constantes, $V_0 - 2V\ - X_s \partial Q/\partial V = 0$, de donde:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = -\ \frac{2\,V\ -\ V_0}{X_s} \tag{9.6}$$

en forma similar:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = -\ \frac{2\,V\ -\ V_0}{R_s} \tag{9.7}$$

El signo menos de las relaciones indica que si ΔQ (o ΔP) es positivo (lo que significa que la potencia que emerge de M aumenta), entonces la tensión en el nudo M disminuye. Por lo tanto, la conexión de un reactor produce una baja de tensión en el nudo, mientras que la conexión de un condensador provoca un aumento. Esta conclusión se invertiría si X_s fuera negativo (capacitivo).

Valores típicos de $\partial Q/\partial V$ están en el rango de –3 a –15 $[MVAr/kV]$. Estos coeficientes dependen de las impedancias que existan entre el punto M y aquellos nudos en los que la tensión se mantiene constante (fem interna en las máquinas con excitación constante o tensión en bornes en las máquinas con regulación de tensión). Cuanto más pequeñas estas impedancias, mayor será dQ/dV y menor será ΔV, es decir, será más difícil hacer variar V en una cantidad dada, y más potencia reactiva se requerirá para llegar al resultado. En el cálculo de $\partial Q/\partial V$ se suele despreciar el efecto de las cargas, tanto porque son predominantemente resistivas, como porque en realidad son variables en el tiempo. En este caso, $V = V_0$, y:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = -\ \frac{V_0}{X_s}$$
$$\frac{\partial P}{\partial V} = -\ \frac{V_0}{R_s} \tag{9.8}$$

Es interesante notar que $\partial Q/\partial V$ y $\partial P/\partial V$ tienen dimensiones de corriente. Además, $\Delta Q/\left(\Delta V\sqrt{3}\right)$ es casi igual a la intensidad de la corriente de cortocircuito trifásico en M. La diferencia está en que la corriente de cortocircuito se calcula con las reactancias transitorias de las máquinas, mientras que $\Delta Q/\Delta V$ considera reactancias permanentes, o solo reactancias hasta aquellas barras en las que la tensión permanece constante por efecto de la acción de reguladores. Para nudos algo alejados de las máquinas casi no habrá diferencia entre ambas definiciones, de modo que se suele aproximar

$$\frac{\partial Q}{\partial V} \approx I_{ccc3\phi} \tag{9.9}$$

Utilizando la aplicación "Factores de Influencia" del sitio web del libro, es posible analizar ejemplos de utilización de los factores de influencia con el fin de realizar regulación de tensión.

9.5. Medios para producir o absorber potencia reactiva

En esta sección se describen distintos equipos normalmente usados para producir o absorber potencia reactiva. Los equipos más sofisticados, basados en electrónica de potencia y en otros controladores estáticos, serán tratados en mayor detalle en el Capítulo 10.

9.5.1. Condensadores estáticos

Su fabricación por componentes modulares y su costo relativamente bajo, los hacen atractivos para generar potencia reactiva. Presentan dos inconvenientes dignos de mención: son relativamente delicados, por lo que deben ser reemplazados con mayor frecuencia que otros elementos en el sistema y, como su aporte de potencia reactiva depende del cuadrado de la tensión que les es aplicada ($Q_c = BV^2$), proveen una menor potencia reactiva justamente cuando más se les necesita.

A pesar de esta dificultad son muy usados, básicamente con cuatro fines principales:

a) En la distribución secundaria, para mejorar la $tg\,(\varphi)$ de los consumos, especialmente en motores de inducción. Con ello se reduce la capacidad (y el costo) de los equipos de alimentación al consumo (transformadores de bajada, cables de poder, etcétera).

   El hecho de que las empresas distribuidoras cobren un cargo por corriente reactiva ($kVAr$), e incluso una multa, en el caso de que la $tg\,(\varphi)$ sea muy baja (por ejemplo, menor que 60 %) influye también en la instalación de estos bancos. Basta un pequeño análisis económico para apreciar que para el usuario sería atractivo mantener un $sen\,(\varphi)$ dado por la relación de costos entre la instalación del $[kVAr]$ y el cargo por corriente reactiva.

   Los condensadores estáticos se prestan para esta función, porque se construyen en unidades pequeñas (desde 1 $[kVAr]$ hasta unos 100 $[kVAr]$), de bajo costo, que se pueden colocar junto a los aparatos consumidores de potencia reactiva. Usualmente van conectados en triángulo, para reducir su costo, que crece de forma importante al bajar la tensión nominal de unos 500 $[V]$. Las pérdidas en un banco alcanzan a unos $0,2$ $[W/kVAr]$.

b) Para la empresa de distribución eléctrica resulta atractivo mantener una $tg\,(\varphi)$ aun menor que la corregida por los usuarios, ya que con ello se provoca una disminución de pérdidas en las redes de distribución y, consecuentemente, un aumento de la capacidad de venta. Con ese fin se colocan bancos de condensadores estáticos (combinaciones serie-paralelo de condensadores, capaces de operar con tensiones del orden de 15 $[kV]$, y de entregar potencias desde unos 50 $[kVAr]$ hasta unos $2,5$ $[MVAr]$) repartidos en las redes de distribución primaria, buscando conseguir un buen perfil de tensiones. Compensan los transformadores intercalados, así como aquellos consumos pequeños cuyos reactivos no han sido anulados individualmente, y llevan el factor de potencia a valores mejores que los resultantes de la compensación individual. Constan de dos partes: una permanentemente conectada, que puede compensar la red en horas de mínima carga, y otra con interruptor, para compensar las situaciones de plena carga.

   Adicionalmente, estos condensadores proporcionan la ventaja de liberar capacidad de suministro en transformadores y cables de poder.

c) Compensar las pérdidas de potencia reactiva en transformadores (tanto fugas como excitación), que son relativamente grandes.

d) Regular tensión en líneas de transmisión o subtransmisión muy cargadas.

Para estos últimos dos fines se prefiere reunir los condensadores en bancos grandes, ubicados en las subestaciones de media tensión, conectados directamente en las barras, o en el terciario de los transformadores de bajada, provistos de interruptores que permiten conectarlos o desconectarlos, según se requiera. Estos bancos trifásicos se conectan en estrella (con el neutro aislado, que es lo más corriente) o en delta. La magnitud del escalón por usar ($2,5$ $[MVAr]$, 5 $[MVAr]$, etcétera) se fija de manera que la variación de tensión que produce su conexión o desconexión sea tolerable para el sistema (por ejemplo, no superior al 1 o 2 %). Cada escalón requiere de un interruptor de características especiales (ruptura muy brusca y simultánea en los tres polos), además del interruptor general contra cortocircuitos, lo que encarece la instalación.

9.5.2. Condensadores conectados por tiristores

Conocidos por sus siglas en inglés (TSC = *thyristor switched capacitor*), consisten en bancos de condensadores estáticos cuya conexión o desconexión ocurre en la primera pasada por cero de la onda de corriente, con ayuda de tiristores, lo que hace que no existan corrientes transitorias peligrosas durante la conexión y que el proceso sea muy rápido (menos de un ciclo).

A pesar de su mayor costo, son empleados en sistemas de transmisión importantes, donde se aprovechan mejor estas ventajas.

9.5.3. Reactores

Los reactores conectados en paralelo constituyen el medio más usado para absorber reactivos. En media tensión consisten generalmente en bobinas con núcleo no ferromagnético (de aire), encerradas en estanques que aseguren blindaje magnético. En alta tensión se prefieren las bobinas con núcleo ferromagnético, inmersas en aceite, provistas eso sí de un fuerte entrehierro, que trabajan en la zona de máxima permeabilidad de la curva BH. En algunos casos se las provee de derivaciones, que permiten variar la capacidad de absorción de reactivos. Los reactores son generalmente monofásicos, aunque en Europa suelen ser trifásicos.

Se conectan directamente al sistema de alta tensión, lo que exige un aislamiento adecuado, o, de ser posible, en el terciario del transformador de bajada, lo que reduce las exigencias sobre el aislamiento, e implica el ahorro de un interruptor. La capacidad debe fijarse de manera que su conexión o posterior desconexión produzca variaciones de tensión tolerables (por ejemplo, menor a 2 %).

El elevado costo y el hecho de presentar también fuertes pérdidas (aproximada 1 % de la capacidad nominal), restringen su empleo a los casos en que resultan indispensables (energización u operación con cargas bajas de líneas largas de EAT, o de redes importantes de cables de poder). Al respecto, recuérdese que una línea fasciculada de 500 $[kV]$, en vacío, genera unos 700 $[kVAr/km]$, mientras que un cable subterráneo de 110 $[kV]$ puede generar hasta unos 2 $[MVAr/km]$.

9.5.4. Compensadores sincrónicos

Ya se indicó que toda máquina sincrónica sobreexcitada (tanto generador como motor) entrega potencia reactiva al sistema, y que toda máquina subexcitada la absorbe. Mediante el control de la excitación se logra un ajuste continuo de la potencia reactiva.

En teoría, todo generador sincrónico puede ser usado como condensador, en casos de necesidad, haciendo funcionar la máquina sin fuerza motriz. Esto se puede lograr desacoplando la turbina cuando sea posible, o bien eliminando el flujo primario de vapor, agua o gas, una vez alcanzada la velocidad de giro nominal. En la práctica, el método presenta algunas dificultades tecnológicas que es necesario superar: cavitación y necesidad de agua para la refrigeración en las turbinas hidráulicas, y flujo mínimo de vapor, para evitar el calentamiento excesivo de los álabes girando a gran velocidad en aire encerrado, en las turbinas térmicas. Por lo anterior, su empleo se reduce a unos pocos casos particulares, generalmente durante los períodos de reparaciones o mantenimiento de las turbinas de una central.

Cuando se requiere generar reactivos en forma permanente en el extremo de líneas largas, se recurre a máquinas diseñadas especialmente con ese fin, denominadas **compensadores sincrónicos**. Son motores sincrónicos de polos salientes, que trabajan sin carga en el eje, y que absorben el mínimo de potencia activa requerido para suplir las pérdidas (aproximadamente constantes y de un 3 a 5 % de la capacidad nominal). Estos compensadores parten como generador, con ayuda de un pequeño motor auxiliar.

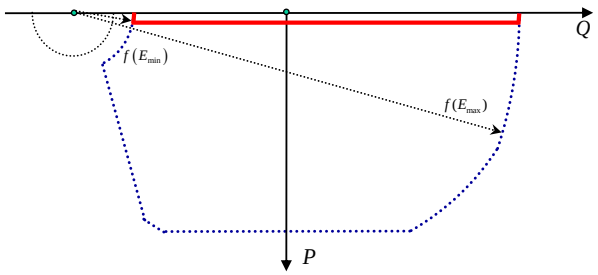


Figura 9.12: Diagrama, compensador sincrónico

El diagrama de operación, trazado con valores típicos ($X_d = 1,7\ p.u.$, $X_q = 1,0\ p.u.$), tiene la forma mostrada en Figura 9.12.

La potencia reactiva máxima que puede entregar estará limitada por el calentamiento (usualmente de la excitatriz, $E_{máx}$). La potencia reactiva máxima que puede absorber estará limitada normalmente por el valor mínimo de corriente de excitación admisible para mantener la estabilidad de la máquina. Por razones constructivas, el rango usual de la razón Q_{cap}/Q_{ind} estará entre 2 y $1,7$. La situación cambia en aquellas máquinas provistas de regula-

dores automáticos de la excitatriz, que permiten el funcionamiento estable con corrientes de excitación negativas. En tal caso, la capacidad de absorción se fija por el límite de estabilidad práctico, y Q_{cap}/Q_{ind} puede llegar a 1,1.

Los compensadores sincrónicos son elementos caros de instalar y de mantener, que usualmente solo se fabrican en el rango de 15 a 60 $[MVAr]$ (la capacidad indica los reactivos que es capaz de generar). Con el perfeccionamiento y abaratamiento de los compensadores estáticos han perdido gran parte de su mercado. En comparación con los condensadores estáticos, presentan pérdidas grandes, lo que también contribuye a reducir su uso. Tienen, en cambio, las ventajas de servir tanto para entregar como para absorber potencia reactiva y de permitir un ajuste continuo de la potencia reactiva. Su inercia mecánica ayuda a superar perturbaciones que afecten al sistema como pestañeo y estabilidad transitoria.

Se emplean fundamentalmente en redes de transmisión, cuando se presenta alguna de las siguientes situaciones:

a) Necesidad alternativa de absorber o generar potencia reactiva, según sean las condiciones de transmisión.

b) En subestaciones donde existen cargas fluctuantes importantes (hornos de arco, tracción, etcétera) y donde la presencia de los compensadores sincrónicos hace bajar la reactancia equivalente de Thévenin de la barra, contribuyendo a reducir el parpadeo.

c) En subestaciones muy alejadas de las centrales, donde los compensadores sincrónicos ayudan a mantener la estabilidad del sistema.

9.5.5. Compensadores estáticos de reactivos (CER)

También conocidos por sus siglas en inglés (SVC = *static VAr compensator, o* SVS = *static VAr system*), consisten en bancos de condensadores estáticos (conectables o no mediante tiristores), en paralelo con un reactor controlado por tiristores. Los tiristores permiten controlar la magnitud de la potencia reactiva consumida en el reactor, y con ello hacer que el conjunto sea capacitivo o inductivo (ver Figura 9.13), permitiendo realizar así una compensación de reactivos completa y rápida (menos de medio ciclo por fase). Una parte de los condensadores debe cumplir además el papel de filtro para las corrientes armónicas generadas por la forma de operar del reactor. El conjunto se conecta al sistema de transmisión mediante un transformador, cuyo secundario va normalmente en delta, para eliminar las terceras armónicas.

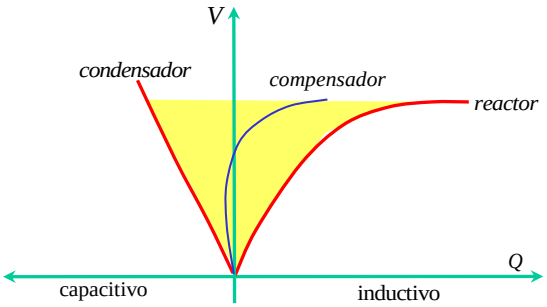


Figura 9.13: Operación de un CER

Tanto el reactor como los condensadores van conectados normalmente en delta. Estos equipos se emplean para el control de variaciones rápidas de tensión (parpadeos) en hornos eléctricos de arco, y para el control de la tensión en sistemas de transmisión importantes.

9.6. Regulación de tensión por inserción de tensión serie adicional

Es tal vez el método más evidente de regular tensión, ya que, al sumar una tensión de magnitud controlable en fase con la tensión existente en un punto dado, es posible conseguir siempre una tensión de salida constante. Sin embargo, no elimina la causa de las variaciones de tensión (que normalmente no es otra que el flujo de reactivos), aunque sí modifica la repartición inicial de reactivos. Al no modificarse el flujo de reactivos, se mantendrán las pérdidas de transmisión en un valor elevado. Además, el regulador debe estar diseñado para soportar el máximo de potencia S que pueda circular por ese punto, lo que lo encarece.

A pesar de estas desventajas, constituye el medio más efectivo para regular tensión en aquellos nudos del sistema en los que el $\partial Q/\partial V$ es alto (cerca de la generación).

9.6.1. Cambiadores de derivación en vacío

Los cambiadores de derivación operables en vacío, incorporados en los transformadores que unen sistemas con niveles de tensión diferentes (por ejemplo transmisión a subtransmisión), constituyen la forma más usada para insertar una tensión serie.

En efecto, si se considera el transformador ideal de la Figura 9.18, y se supone que en el secundario no hay máquinas sincrónicas (esto es, que V_2 depende solo de V_1), entonces $V_1/V_2 = 1/n$, es decir, $V_2 = nV_1$. Como además están en fase, $V_2 = V_1 + \Delta V$, y:

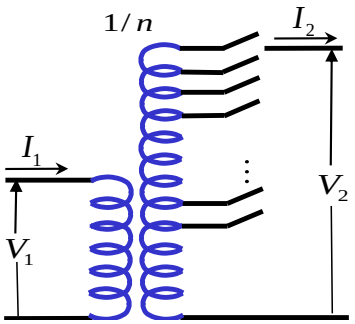


Figura 9.14: Derivación en vacío

$$\Delta V = V_2 - V_1 = (n - 1)\, V_1 = \frac{n - 1}{n} V_2 \tag{9.10}$$

El rango de variación de n se define de manera de mantener constante V_2 bajo las condiciones extremas de subida y bajada de la tensión V_1 que se puede presentar en el lugar en el que se ubicará el regulador. Por ejemplo, la menor tensión ($V_{1mín}$) se suele presentar cuando la potencia compleja S transmitida es máxima, mientras que la mayor tensión ($V_{1máx}$) ocurre cuando S es mínima o, si se da el caso, cuando la potencia compleja $-S'$ transmitida en sentido contrario es máxima.

$$n_{máx} = \frac{V_2}{V_{1\,mín}} \qquad n_{mín} = \frac{V_2}{V_{1\,máx}} \tag{9.11}$$

9.6.2. Cambiadores de derivación bajo carga

A menudo resulta conveniente disponer de un regulador que opere automáticamente, aun bajo carga. En todo caso, hay que tener presente que cada cambio de derivación bajo carga implica una solicitación muy violenta para el regulador. En efecto, durante este proceso no se debe interrumpir la corriente, lo que implica cortocircuitar durante algún tiempo las tomas o derivaciones involucradas, hecho que a su vez equivale a cortocircuitar un cierto número de espiras del transformador (ver Sección 6.11).

En la especificación de las características del cambiador bajo carga, hay dos aspectos de importancia: el rango total de variación y la magnitud del paso entre derivaciones.

A primera vista parece lógico pensar que la regulación de tensión será tanto mejor cuanto menor sea la magnitud de los pasos del cambiador. Sin embargo, la calidad de la regulación se mide por la desviación estándar de las variaciones de tensión, y no por la amplitud máxima de sus variaciones momentáneas. Diversos estudios hechos en redes europeas y norteamericanas confirman que la reducción de la magnitud de los pasos de regulación, más allá de un 2 a 1,5 %, implica un mejoramiento muy leve en la calidad de la regulación (Figura 9.15). Como cada reducción significa un aumento del costo del cambiador, se han normalizado valores tales como 1,25 % a 1,5 %.

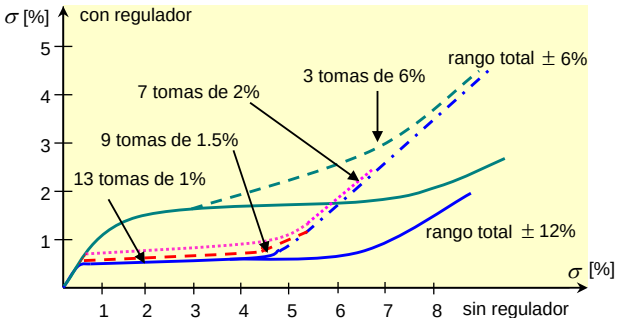


Figura 9.15: Efecto de rango de derivaciones

El rango total del cambiador influye en forma mucho más notoria en la calidad de la regulación, que mejora en la medida en que crece dicho rango. Como todo aumento del rango significa a su vez un aumento del costo del cambiador, se han normalizado valores tales como ±10 %, ±12 % y ±15 % como límite.

Cuando el control de tensión se efectúa automáticamente, hay que evitar el "bombeo", esto es, la pasada frecuente de una a otra derivación, siguiendo las fluctuaciones de la carga. Para ello se intercala un sistema de control, que solo opera si la variación de tensión detectada es superior a un cierto valor umbral (que a su vez es algo superior a un paso de derivación), y si dicha variación se mantiene por un tiempo relativamente largo (por ejemplo, entre unas decenas de segundos y un minuto).

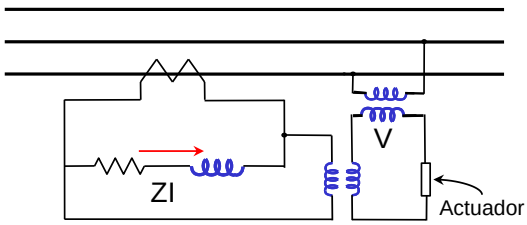


Figura 9.16: Control de una tensión remota

Ya se dijo que con este sistema se está compensando en realidad la caída longitudinal de tensión producida "aguas arriba" del regulador. Pero hay muchos casos, sobre todo en sistemas de media y baja tensión, en los que además interesa conseguir una regulación "aguas abajo" ($V_B = V_A - IZ_{AB}$).

Para esto es fundamental tener alguna medida de la caída de tensión que se produce aguas abajo, lo que se consigue haciendo pasar por una impedancia auxiliar, equivalente a un porcentaje de la línea que sigue aguas abajo (impedancia imagen), una corriente proporcional a la corriente real (Figura 9.16). La diferencia entre la tensión de la línea y la caída en esta impedancia se aplica a la bobina del relé que inicia el proceso de cambio de derivación. El modelo permite regular la tensión en un solo

punto específico de la línea, llamado **punto característico** o **representativo**. Dicho punto se escoge de manera que esté lo mas centrado posible respecto de las cargas que se desee regular.

Es necesario considerar que si existe una vía alternativa paralela a aquella en la cual opera el cambiador de derivaciones (lo que es frecuente en media tensión o en transmisión), la modificación de la derivación acarreará un cambio de las corrientes que circulan entre líneas, lo que afectará los niveles de tensión y la repartición de carga entre sistemas.

En aquellas subestaciones en las que se dispone de dos o más transformadores en paralelo, es posible emplearlos para absorber reactivos, bajo condiciones de baja carga, favoreciendo la aparición de una corriente de circulación entre transformadores, mediante el desajuste de las derivaciones (cambio relativo de la derivación de uno de ellos). Hay que cuidar, sí, que el incremento de pérdidas y la tensión, a través de cada transformador, permanezcan dentro de límites aceptables.

9.6.3. Transformadores reguladores (*booster*)

Los transformadores reguladores fueron ya presentados en la Sección 6.15. Se emplean fundamentalmente en aquellos nudos en los que, existiendo ya un transformador sin cambiador de derivaciones, se hace necesario regular tensión, así como en el caso de líneas en las que no se requiere cambiar de nivel de tensión, pero sí regular tensión dentro de los márgenes normales (por ejemplo, redes de distribución primaria, o alimentaciones secundarias largas que salen de una central). A veces se emplea también este sistema en nudos normales, en vez de un transformador con cambiador incorporado, atendiendo a consideraciones de seguridad de servicio. En efecto, siendo el cambiador de derivaciones el componente más sujeto a la posibilidad de fallas, o al menos el que requiere mayor mantenimiento, se tendrá cierta ventaja en tenerlo separado del transformador.

Los transformadores reguladores son también de utilidad en el control de la repartición de cargas entre sistemas paralelos (tales como líneas de distinta tensión o de diferente largo, o incluso de igual tensión y largo pero distinto conductor).

La inyección de una tensión ΔV en serie con una de las líneas produce una corriente de circulación $\Delta I = \Delta V/(Z_a + Z_b)$, que se suma a la corriente de una de las líneas ($I'_a = I_a + \Delta I$), y se resta a la de la otra ($I'_b = I_b - \Delta I$). La fase de esta corriente ΔI depende de la dirección relativa de ΔV respecto de la tensión normal de la línea: si el regulador es de conexión normal (en fase), habrá un control de los reactivos (ΔI estará casi a 90°, si Z_a y Z_b son fuertemente reactivos), y con ello de la tensión en el extremo receptor.

Si el transformador de excitación se conecta en cuadratura (entre las otras dos fases de la línea), habrá un control sobre la componente en fase de la corriente, y con ello sobre la repartición de potencias activas.

9.6.4. Transformadores de bobina móvil

Básicamente consisten en un núcleo de transformador con tres enrollados (Figura 9.17). Los extremos (el superior tiene una derivación) están en oposición, y van conectados en serie entre sí, constituyendo un autotransformador. El enrollado intermedio está cortocircuitado sobre sí mismo, y es desplazable mecánicamente a lo largo de la pierna.

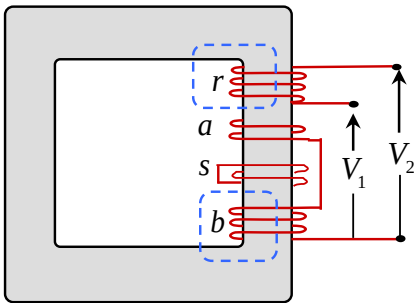


Figura 9.17: Transformador de bobina móvil

Si esta última bobina está en una posición central, no afecta los flujos originados por los enrollados extremos. Si el enrollado intermedio se desplaza hacia arriba, se induce en él una corriente, que a su vez reduce el flujo en el enrollado superior. Como consecuencia, disminuye la tensión inducida en las r vueltas superiores de este enrollado y la tensión de salida se reduce. Por el contrario, si la bobina se desplaza hacia abajo, disminuye el flujo en el enrollado inferior, transfiriéndose una parte de la tensión aplicada V_1 a las "a" vueltas del enrollado superior, lo que implica que la tensión de salida V_2 aumenta (por efecto de transformador entre a y r). El rango de variación posible de V_2 dependerá de la relación a/r.

La ventaja de un regulador de este tipo, que puede formar parte de un transformador de bajada, pero que también puede ser empleado en forma independiente en cualquier punto de la red, radica en la regulación continua y en la ausencia de interrupciones. En ello se parece a los reguladores de inducción, pero presenta la ventaja adicional de no introducir desfases. La mayor desventaja radica en el fuerte consumo de reactivos.

9.6.5. Influencia de la tensión adicional sobre el flujo de reactivos

Una situación especial se produce cuando a ambos lados del cambiador de derivaciones existen máquinas sincrónicas y, por lo tanto, existen puntos A y B (¡no necesariamente los bornes del transformador!) con tensión constante (Figura 9.18). En tal caso, la modificación de la posición del cambiador provocará cambios en la potencia reactiva circulante.

En efecto, si el cambiador se mueve de forma tal de subir V_c a $V_{c'} > V_c$, aumentará la caída de tensión de C a B (puesto que $V_B = cte$). A todo aumento de la caída longitudinal de tensión G corresponde un aumento de la potencia reactiva que circula de C hacia B (o, lo que es equivalente, una disminución de Q, en el caso que circulara de B hacia C). Este mayor flujo ΔQ de potencia reactiva proviene necesariamente de A, por lo que circula a través de Z_{AD}, produciendo un aumento de la caída $V_A - V_D$. Siendo V_A constante, bajará la tensión V_D antes del regulador ideal a $V_D{}'(< V_D = V_c)$.

Si el movimiento del cambiador se hace de forma de disminuir V_C, se reducirá el flujo de reactivos en el valor ΔQ, y subirá la tensión V_D antes del regulador.

De este análisis pueden extraerse dos conclusiones importantes relativas al uso de cambiadores de derivación entre sistemas con tensiones constantes:

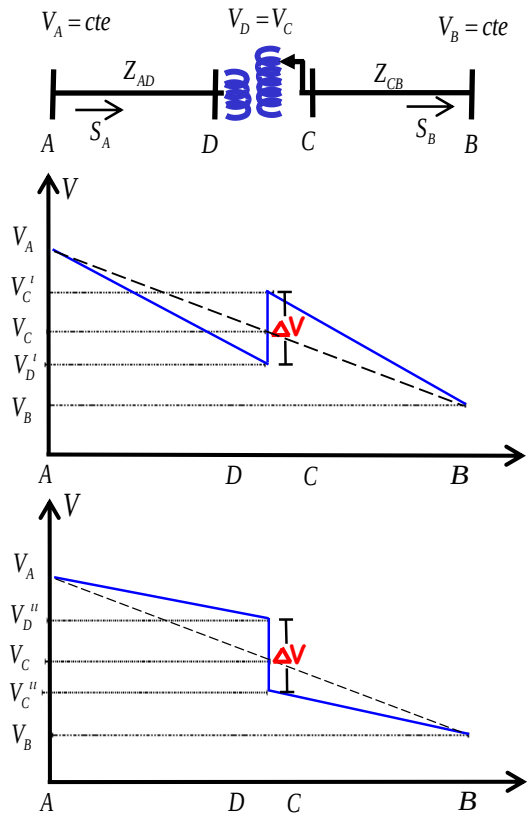


Figura 9.18: Efecto sobre el flujo de reactivos

1. La modificación de la razón de transformación del regulador, de 1/1 a $1/n$, no hace variar V_C a nV_C, sino en un monto inferior.

2. Se puede controlar el flujo de potencia reactiva de las líneas de transmisión (y en consecuencia las pérdidas de potencia y energía, así como la sobrecarga de los equipos), con ayuda del cambiador de derivaciones.

9.6.6. Uso combinado de condensadores y cambiadores de derivación

El uso combinado de condensadores y cambiadores de derivación es una situación frecuente, que se presenta cuando la compensación reactiva se hace colocando condensadores en el terciario de un transformador que está provisto además de cambiadores de toma en alguno de sus enrollados (Figura 9.19). En tales condiciones es posible regular en forma independiente las tensiones del primario y secundario, controlando una de ellas con ayuda de los condensadores (sobre todo si es un compensador sincrónico), y la otra mediante el cambiador de toma.

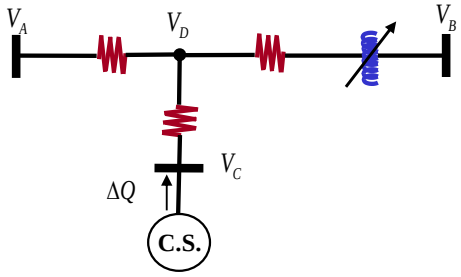


Figura 9.19: Uso combinado de condensadores y de cambiador de derivaciones

Siendo el control del compensador sincrónico muy fino y efectivo, la tensión encargada a su cuidado permanecerá constante, modificándose para ello permanentemente los reactivos entregados.

Como consecuencia, se modificará la tensión V_D del centro de la estrella equivalente en la Figura 9.19 (en el mismo sentido en que cambia la tensión controlada por el compensador). El resultado será una modificación del flujo de reactivos hacia el enrollado controlado por el cambiador de tomas, así como una variación de esa tensión. Cuando esta variación exceda el umbral del control del cambiador, este ajustará la tensión correspondiente.

9.7. Regulación de tensión por modificación de la reactancia

9.7.1. Condensadores serie

Intercalando condensadores estáticos en serie con una línea de reactancia X, se puede dar a la reactancia resultante $X - 1/\omega C = X(1-\lambda)$ un valor positivo, nulo, o incluso negativo, según sea el **grado de compensación** λ. Con ello se reduce la caída XI a lo largo del sistema. Como una ventaja adicional, se obtiene un autocontrol parcial de los reactivos propios de la línea, cuando varía la transmisión $[(X_L - X_C)I^2]$, lo que simplifica la posible compensación paralelo. En todo caso, esta compensación paralelo no se evita totalmente, ya que **los condensadores serie solo afectan la tensión media en el sistema, pero no impiden las fluctuaciones de la tensión**.

Un inconveniente importante de los condensadores serie, válido en países sísmicos, es su debilidad constructiva frente a movimientos sísmicos. En efecto, los condensadores deben estar montados sobre plataformas aisladas para la tensión de la línea, por lo que constituyen masas importantes colocadas sobre aisladores poco resistentes a esfuerzos de compresión y cizalle.

En la definición de las características del equipo influye el hecho de que la tensión máxima normal aplicada a los condensadores dependa de la corriente. En caso de una falla, la corriente de cortocircuito I_{ccc} puede ser varias veces mayor que $I_{máx}$ y fuertemente inductiva, de modo que la tensión $V_{máx} = X_C I_{ccc}$ puede alcanzar valores muy superiores al nominal de los condensadores. Siendo antieconómico fabricar condensadores que resistan esta tensión, se prefiere colocar varistores de óxido de zinc y chisperos o pararrayos entre sus bornes, regulados para encenderse con tensiones del orden de 2 y $3V_{máx}$, respectivamente. Además, se requiere un interruptor en paralelo con toda esta combinación, para desenergizar el pararrayos una vez superada la emergencia.

Por otra parte, la reducción de la reactancia serie implica un aumento de los niveles de cortocircuito en el sistema, obligando a usar equipos más caros en él (aunque se trate de un comentario solo teórico, cabe hacer notar que la reactancia se reduce en magnitud solo si el grado de compensación $\lambda \leq 2$. Si $\lambda > 2$, la reactancia equivalente X_C', aunque negativa, será superior a X).

También se debe tener presente que cualquier falla de una unidad capacitiva modifica la impedancia de la línea, dificultando con ello la acción de las protecciones asociadas a esta.

Otro problema que puede acarrear el uso de condensadores serie es el de producir resonancias con la inductancia variable de algunos consumos (por ejemplo, ferro-resonancia durante la energización de transformadores, o resonancia subsincrónica durante la partida de motores de inducción). El fenómeno no ocurre a $50Hz$, sino durante condiciones de frecuencia variable en la partida.

El análisis de circuitos con condensadores serie no presenta dificultades especiales, y se suele hacer por combinaciones de tetrapolos. Para el condensador se toma $A = D = 1$; $B = -jX$; $C = 0$.

Por ejemplo, en el caso frecuente en que los condensadores están en un punto intermedio de una línea cuyos parámetros son A', B', C', D' para el tramo anterior, y A'', B'', C'', D'' para el tramo posterior, el conjunto tendrá parámetros:

$$A = A'A'' + C''(B' - jXA') \tag{9.12}$$

$$B = A'B'' + D''(B' - jXA') \tag{9.13}$$

$$C = C'A'' + C''(D' - jXC') \tag{9.14}$$

$$D = C'B'' + D''(D' - jXC')$$

En cuanto a la disposición general de los condensadores serie, ellos van, o concentrados en la mitad de la línea que compensan, o por mitades en ambos extremos de ella, pero formando parte de la línea (se conectan y desconectan junto con la línea). Excepcionalmente se los ubica en una subestación seccionadora intermedia, con interruptores hacia ambos lados, lo que permite que ellos sobrecompensen el tramo sano (no fallado) de un doble circuito, en caso de una falla.

En el caso de condensadores serie colocados en un punto intermedio de una línea larga cuyas tensiones extremas se mantienen relativamente constantes por otros medios (generadores), las fluctuaciones máximas se producirán en bornes de los condensadores.

En las líneas de transmisión, en las que por la baja resistencia el efecto de compensación es mayor, se acostumbra compensar hasta aproximadamente un 60 % de la reactancia. En líneas de media tensión, y sobre todo en baja tensión, en las que la existencia de una resistencia comparativamente grande anula en parte la influencia de los con-

densadores serie, se suele llegar hasta sobrecompensar la reactancia, haciendo $1/\omega C > \omega L$. Sin embargo, para evitar la aparición de otros fenómenos conexos, como la ferrorresonancia, se limita la compensación a $1/\omega C < (1,5 \text{ a } 2)\omega L$.

Además, para que la compensación serie sea efectiva como medio de regulación en media y baja tensión, es necesario que las variaciones de tensión por compensar estén correlacionadas con las de la potencia reactiva, es decir, que la carga presente un factor de potencia relativamente constante.

9.7.2. Reactores serie

Los reactores serie no se emplean para el control de reactivos, salvo en los sistemas de corriente continua, que se verán en el Capítulo 20. En corriente alterna se los usa a veces con el fin de limitar la corriente durante condiciones de falla, problema que se analizará en el Capítulo 14.

9.8. Elección y coordinación de los medios de regulación de tensión

Dada una red de cierta configuración, es necesario, en primer lugar, fijar los puntos en los que se debe mantener constante la tensión. La cantidad de estos puntos debe mantenerse lo más baja posible, para no complicar excesivamente el problema. A continuación corresponde determinar el emplazamiento de los elementos de regulación, su naturaleza (cambiadores bajo carga, condensadores, reactor, etcétera), y sus características (potencia, rango, etcétera). Su acción deberá coordinarse de manera que se satisfagan las condiciones accionando el mínimo de los equipos.

Para ello se tendrá presente criterios generales como:

1. La compensación del factor de potencia debe hacerse lo más cerca posible de los consumos, y a lo sumo en las líneas de distribución primaria.

2. Es preferible concentrar en pocos puntos la inyección de reactivos destinada a compensar caídas de tensión en líneas. Usualmente se prefiere colocarlos en el terciario de los transformadores de bajada a las redes de menor tensión.

3. Se debe aceptar una mayor variación de tensión en las líneas importantes de transmisión (incluso hasta un 15 %), ya que el elevado $\partial Q/\partial V$ hace poco efectivo el control de reactivos. Para compensar estas caídas se colocarán cambiadores de toma bajo carga a todos los transformadores que unen estas líneas con las redes de subtransmisión o de distribución.

4. Para reducir las fluctuaciones de tensión en puntos intermedios de las líneas de transmisión, convendrá, en general, dejar libres las tensiones de ambos extremos y aceptar un gradiente longitudinal proporcional a la carga (¡hay que compartir la miseria!). Se consigue así que $V_c^3 - V_c^4 < V_c^1 - V_c^2$ (ver Figura 9.20).

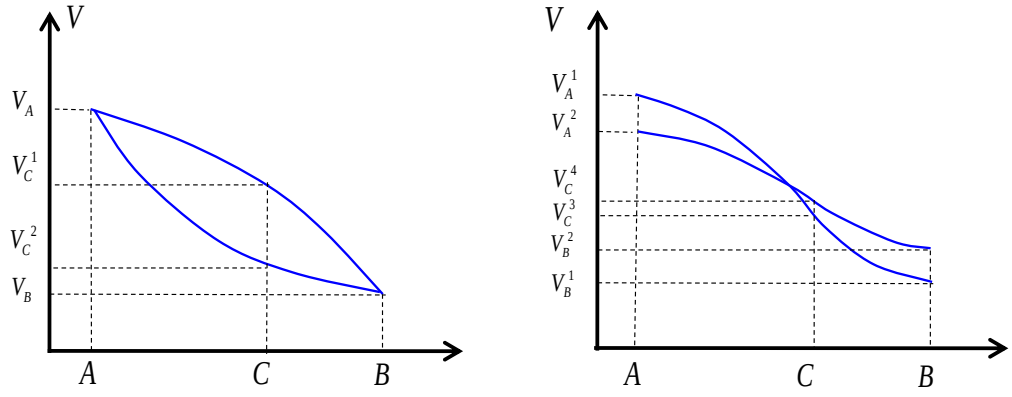


Figura 9.20: Regulación de punto intermedio

9.9. Regulación de tensión en las líneas de transmisión

La tensión media se controla normalmente por medio de la corriente de excitación de los generadores conectados a las subestaciones "transmisoras". Esta tensión es máxima (pudiendo llegar hasta 110 %) cuando la transmisión es alta, y mínima (hasta 95 %) cuando la transmisión es baja. La regulación correspondiente se realiza con ayuda

de un esquema de control que compara la tensión real con la de consigna, y según sea el error detectado, da orden de actuar a un motor que a su vez mueve un reóstato en el circuito de excitación de la excitatriz piloto o auxiliar. Esta, a su vez, actúa sobre la excitatriz principal. En general, se tratará de mantener la tensión media lo más alta posible, para reducir las pérdidas de transmisión.

En todo caso, es conveniente dejar un amplio margen de capacidad de entrega de reactivos en los generadores, con el fin de ocupar esa reserva en caso de alguna falla que obligue a desconectar elementos y deje el sistema más comprometido en reactivos ("estado de alerta").

El control de la tensión en las restantes subestaciones, que no es tan estricto como en el caso de la distribución, se efectúa mediante un manejo del flujo de reactivos, con ayuda de condensadores estáticos, compensadores sincrónicos, reactores, etcétera. En general, se trata de operar con tensiones relativamente parecidas a las del extremo transmisor, evitando grandes desniveles, para limitar el flujo de reactivos.

Para establecer el monto y la ubicación de esta compensación reactiva, se deben analizar cuatro situaciones operativas diferentes: la energización de líneas y la operación con cargas bajas, la operación con transmisiones máximas, la apertura de un extremo de una línea y la desconexión de una línea.

Al energizar líneas largas (sobre 200 $[km]$) y de tensión nominal elevada (220 $[kV]$ o más), así como al operar con transmisiones bajas, se requiere absorber los muchos reactivos generados por la línea, para lo cual es normal ayudarse de reactores paralelo ubicados en ambos extremos de ella. Esta compensación suele llegar hasta el 70 % de los reactivos generados por la línea, y se conecta directamente a la tensión de línea. Solo en algunos casos particulares la compensación puede ser conectada en el terciario de los transformadores de apoyo. El tamaño de los reactores (y por lo tanto su número) debe ser tal, que su conexión o desconexión no produzca saltos de tensión de más de un 5 %, que serían inadmisibles. Los reactores, o al menos parte de ellos, deben tener interruptor, para poderlos retirar cuando la transmisión suba.

Al crecer la potencia transmitida, la situación se invierte y es necesario inyectar reactivos, con ayuda de condensadores. Estos pueden ser conectados a través del terciario de los transformadores de apoyo, o directamente a la tensión de la línea. Normalmente deberán ser subdivididos en unidades de un tamaño tal que su conexión o desconexión no produzca saltos de tensión que sean inadmisibles.

La apertura del interruptor ubicado en un extremo de una línea provoca un alza de tensión en esa parte de la línea, que puede ser peligrosa para la integridad de los equipos allí conectados. Por ello, en lo posible se evita colocar equipos delicados en esa posición, pero de ser ello inevitable, y si las sobretensiones son de relevancia, habrá que evitarlas manteniendo allí un reactor permanentemente conectado.

Como en transmisión es común tener líneas de doble circuito, existe siempre el peligro de perder uno de los circuitos, por acción de las protecciones ante una falla. En tales condiciones sube fuertemente la transmisión por el circuito sano, elevando las pérdidas de reactivos. Para controlar la tensión habrá que tener bancos de condensadores normalmente desconectados, pero que pueden ser conectados automáticamente al sistema en caso necesario.

Cuando las exigencias de rapidez de respuesta y de justeza del control son mayores, se emplean compensadores estáticos.

La compensación serie se emplea en líneas largas de EAT, básicamente con el fin de mejorar la estabilidad transitoria. Tiene además un efecto importante sobre la compensación de reactivos en operación normal, al reducir la reactancia de la línea.

No se emplea en transmisión el recurso de reforzar el sistema con nuevas líneas, por su elevado costo, ni el de acortar las líneas mediante la construcción de nuevas subestaciones seccionadoras (por no tener en general sentido, dadas las ubicaciones geográficas fijas de las centrales y consumos).

9.10. Regulación de tensión en las redes de distribución

Como se acaba de ver, el sistema de transmisión que abastece una red de distribución suele enfrentar dificultades para transmitir potencia reactiva. Por lo tanto, **el sistema de distribución debiera autocompensar sus reactivos**.

La tensión media de las redes de distribución se mantiene fundamentalmente con ayuda de los cambiadores de derivación en vacío de los transformadores BT1/BT2 (y de aquellos transformadores MT/BT1 que no tengan cambiadores bajo carga).

En el caso común en los países latinoamericanos, de redes de distribución con líneas aéreas, el control de la tensión en los distintos nudos de la red (± 6 %) se hace con ayuda de **bancos de condensadores ubicados cerca de las cargas que consumen potencia reactiva** (motores de inducción, hornos, etcétera). En aquellos casos en los que las redes están constituidas por cables subterráneos, se puede requerir de reactores para absorber reactivos excedentarios.

Las situaciones por analizar para decidir la magnitud y la ubicación de los condensadores son básicamente dos: las horas de baja carga y las horas de la punta.

En las horas de mínima se conecta el mínimo posible de condensadores, para evitar que las tensiones suban mucho y desmejoren la regulación diaria. Como estos condensadores serán requeridos con mayor razón en horas de mayor carga, ellos no poseen interruptor y quedan permanentemente conectados.

El análisis de otras horas, en particular de las de punta, establece los requerimientos de condensadores adicionales. Como ellos solo son necesarios durante períodos limitados, deberán estar provistos de un interruptor, que permita conectarlos al comenzar la punta y retirarlos durante la madrugada. El control correspondiente puede ser manual, horario, etcétera. El tamaño de los bancos de condensadores deberá ser tal, que su conexión o desconexión no produzca saltos de tensión que sean inadmisibles.

Una situación operativa compleja para las líneas de distribución (y en algunos casos también para líneas de transmisión) es la partida directa de motores de inducción demasiado grandes, ya que ella provoca corrientes de hasta seis o más veces la nominal, con un factor de potencia extremadamente bajo (20 %), lo que produce fuertes caídas de la tensión, no solo en la industria que origina el problema, sino en el resto de los consumos. Por lo tanto, esta situación deberá ser evitada.

Al establecer la magnitud de la compensación, no se debe olvidar que los condensadores provocan beneficios adicionales al mero control de las tensiones (reducción de pérdidas en las redes de distribución, aumento de la capacidad útil de transformadores, cables y líneas aéreas, etcétera).

En caso de que la compensación con condensadores no sea suficiente, se recurre al acortamiento de las líneas mediante la construcción de nuevas subestaciones transformadoras, más cercanas a los consumos con mal nivel de tensión, y si ello aún no es suficiente, al refuerzo del sistema mediante líneas paralelas. Cabe indicar que el aumento de la sección de los conductores no es una medida adecuada para mejorar las tensiones (aunque sí influye directamente sobre las pérdidas).

Para neutralizar las fluctuaciones de tensión se suelen emplear los cambiadores bajo carga en los transformadores MT/BT. Estos cambiadores, automáticos, compensan usualmente las variaciones de tensión que se producen aguas arriba, en el transformador mismo, y una parte de aquellas que se producen en la red de distribución.

9.11. Control a distancia vía telecomunicaciones

El progreso y la creciente fiabilidad de las redes de telecomunicaciones y de sus equipos, hace posible realizar acciones de control a distancia, ocupando ya sea las redes comerciales de telecomunicaciones, redes particulares, o conexiones vía satélite. Ello permite resolver problemas mediante la operación de equipos geográficamente muy distantes. Las variables más comúnmente monitoreadas son la corriente (sobrecarga de elementos, en particular de líneas de transmisión), la tensión (valores inaceptablemente bajos o altos) y la frecuencia. Las acciones más comunes son variar generación, desconectar generadores, conectar generadores, y desconectar consumos. En todo caso, en este campo no hay nada preestablecido, y mucho queda abierto a la creatividad del ingeniero responsable.

Algunos ejemplos más comunes son:

- El control permanente de la corriente que fluye por una línea del SEP que sea crítica para la operación económica de éste, mediante un equipo que compare la corriente con el límite establecido para la transmisión, y que dé orden de variar su generación, o incluso de desconectarse, a una central de referencia ubicada aguas arriba de la línea.

En una versión más sofisticada, es posible cargar permanentemente una línea crítica de un SEP a su límite real y actual de capacidad, realizando medidas de la corriente, temperatura ambiente y del viento en dos o tres lugares críticos en la trayectoria de la línea, para combinar estos datos en un computador que los compare con los de la curva de capacidad térmica de la línea (véase Sección 8.7). De acuerdo con los resultados de esta comparación, el computador envía constantemente señales de control a una central de referencia del SEP ubicadas aguas arriba de la línea, para así regular la transmisión.

El esquema adquiere particular relevancia en el caso de falla de un circuito, situación en que el circuito sano

tiende a sobrecargarse. Aprovechando la inercia térmica de la línea, el esquema de control procede a desconectar sucesivamente máquinas preestablecidas, ubicadas aguas arriba de la línea, hasta dejar la transmisión en el límite aceptable. Este esquema se denomina **EDAG** (**Esquema de desconexión automática de generación**).

- Al revés, o complementariamente, el sistema de control puede también dar orden de desconexión a algún consumo preestablecido, ubicado en la zona del extremo receptor de la línea. Obviamente, debe haber un acuerdo comercial previo con el consumo. Este esquema de control se denomina **EDAC** (**Esquema de desconexión automática de consumos**).

- Para responder a fallas graves en el SEP que pueden implicar su desconexión total, se emplea un EDAC por subfrecuencia, con varios (p.ej., 10) escalones sucesivos de desconexión de consumos, en la medida que la frecuencia va bajando y que la situación va correspondiendo a una falla cada vez más crítica pero menos frecuente. Por ejemplo, si la frecuencia cae a 49 [Hz], se desconectan los consumos menos importantes, y en una magnitud que se corresponda con lo requerido para superar una falla monofásica frecuente; a 48,9 [Hz] se desconectan otros consumos más, como para pasar una falla un poco más grave; y así sucesivamente.

- Tipos similares de maniobras pueden ser programados para casos en que las tensiones de determinadas barras salgan de los límites aceptables de operación.

9.12. Ejemplos de aplicación

El estudio de ejemplos de las materias tratadas en esta sección puede realizarse con la aplicación "Gradiente" mencionada en el Capítulo 7.

9.12.1. Ejemplo 1

Los servicios auxiliares de la Central Bocamina están tomados del sistema de 66 [kV] mediante un transformador de 10 [MVA], 66/4 [kV], X = 8 %. Se sabe que la impedancia equivalente de la red de 66 [kV] es Z = 0,01 + j0,04 en pu base 10 [MVA], y que la tensión en barras de 4 [kV] es la nominal.

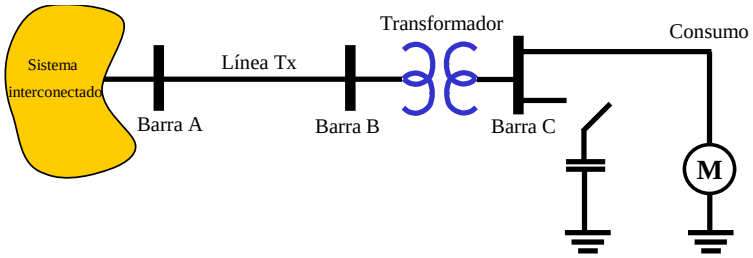


Figura 9.21: Circuito a resolver del Ejemplo 1

En esas condiciones se pretende poner en marcha un motor de inducción tipo jaula de ardilla, que al partir toma una corriente de 1.600 [A], con factor de potencia 30 %. ¿Es posible tal maniobra, si el motor no parte cuando la tensión es inferior a 3,6 [kV]?

Solución

El circuito a resolver es el de la Figura 9.21.

a) En base 10 [MVA], y tomando la tensión V como referencia,

$$I = \frac{1{,}600 \cdot 4\sqrt{3}}{10{,}000} = 1,1085 \angle -72,54^\circ \ [pu]$$

la impedancia equivalente es Z = $0,01$ + j$0,04$ + j$0,08$ = $0,01$ + j$0,12$ $Z = 0,1204 \angle 85,236^\circ$

$E = 1,0 \angle \theta$ (tensión en vacío o previa)

$V = 1 \angle \theta - 1,1085 \cdot 0,1204 \angle 12,69^\circ = \cos(\theta) + j sen\ (\theta) - 0,1302 - j0,0293$

$sen\ (\theta) = 0,0293$

$\theta = 1,681^\circ$

$\cos(\theta) = 0,9996$

$V = 0,8694\ [pu] = 3,5\ [kV] \rightarrow$ no parte!

b) Alternativamente, por factores de influencia:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{-1}{0,01} = -100\ [pu]$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{-1}{0,12} = -8,333\ [pu]$$

y el motor toma una potencia

$\Delta S = 1,1085\ \angle 72,54° = 0,3326 + j1,0574$

lo que produce una caída de tensión

$\Delta V = \frac{-0,3326}{100} - \frac{1,0574}{8,33} = -0,0033 - 0,1269 = -0,1302\ [pu]$
$V' = V + \delta V = 0,8698\ [pu] = 3,5\ [kV]$

9.12.2. Ejemplo 2

El generador de la Figura 9.22 alimenta, en el extremo R y a tensión nominal constante, una carga S_2 que varía entre 9 y 35 $[MW]$, con factor de potencia 96,5 %. Por otra parte, los servicios auxiliares de la central, que representan una carga fija de 8 $[MW]$ y $\cos\varphi = 0,8$, están conectados en el terciario del transformador. Las reactancias del transformador de 45/45/10 $[MVA]$, 13,8/154/13,8 $[kV]$, valen $X_{PS} = 38,4\,\%$, $X_{PT} = 114\,\%$ y $X_{ST} = 121\,\%$, todas en pu base 100 $[MVA]$.

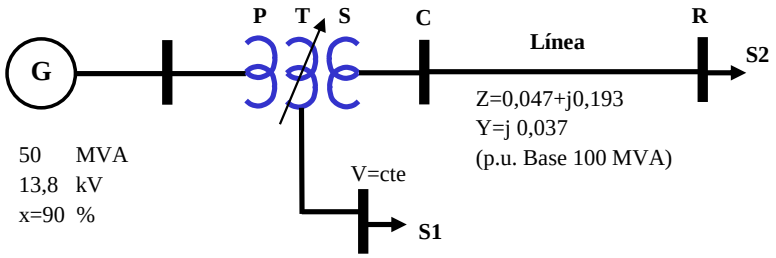


Figura 9.22: Ejemplo de regulación de tensión

Determinar el alcance del cambiador de derivaciones existente en el terciario, si se desea mantener constante la tensión en barras de servicios auxiliares. ¿Cuántas derivaciones deberá tener, si se desea variaciones máximas de 2 %?

Solución

La estrella equivalente representativa del transformador tiene reactancias:
$X_P = j0,5(1,14 + 0,384 - 1,21) = j0,157$
$X_S = j0,5(0,384 + 1,21 - 1,14) = j0,227$
$X_T = j0,5(1,21 + 1,14 - 0,384) = j0,983$

Se requiere calcular primero la tensión V_1 en el neutro de la estrella equivalente, para lo cual se necesita conocer los parámet ros A y B de la combinación X_S más línea. En seguida se debe analizar el tramo hacia los SSAA.

Para la línea:
$Z_L = 0,047 + j0,193 = 0,1986\ \angle(76,31)$
$ZY/2 = 0,0993{\cdot}0,037\ \angle(166,31) = 0,003674\ \angle(166,31) = -0,00357 + j0,0008695$
$1 + ZY/6 = 1 - 0,00119 + j0,0002865 = 0,99881 + j0,0002865 = 0,99881\ \angle(0,016$
$A_L = D_L = 1 + 0,5ZY = 0,9964 + j0,0008695 = 0,9964\ \angle(0,05)$
$B_L = Z(1 + ZY/6) = 0,1986{\cdot}0,99881\ \angle(76,33) = 0,1984\ \angle(76,33)$
$C_L = Y(1 + ZY/6) = 0,037{\cdot}0,99881\ \angle(90,017) = 0,03696\ \angle(90,017)$

y para el transformador:
$A_T = D_T = 1$
$B_T = j0,227$
$C_T = 0$
de modo que para el conjunto:
$A = A_T A_L + B_T C_L = 0,9964\ \angle(0,05) + 0,227{\cdot}0,037\ \angle(180,016) = 0,9964\ \angle(0,05) + 0,0084\ \angle(180,016)$
$\quad = 0,9964 + j0,00087 - 0,0084 - j0,000002 = 0,988 + j0,0009 = 0,988\ \angle(0,05)$
$B = A_T B_L + B_T D_L = 0,1984\ \angle(76,33) + 0,227{\cdot}0,9964\ \angle(90,05) = 0,1984\ \angle(76,33) + 0,2262\ \angle(90,05)$
$\quad = 0,04689 + j0,1928 - 0,0002 + j0,2267 = 0,04669 + j0,4195 = 0,4221\ \angle(83,65)$

a) En el caso de la transmisión mínima:

$$V_R = 1,0\ \angle 0 \tag{9.15}$$

$$S_R = 0,09\ \angle(15,2)\,/\,0,965 = 0,09326\ \angle(15,2) \tag{9.16}$$

$$I_R = 0,09326\ \angle(-15,2) \tag{9.17}$$

$$V_1 = AV_R + BI_R = 0,988\ \angle(0,05) + 0,4216{\cdot}0,09326\ \angle(68,45) = 0,988\ \angle(0,05) + 0,03937\ \angle(68,45) \tag{9.18}$$
$$= 0,988 + j0,000867 + 0,01446 + j0,0366 = 1,00246 + j0,03747 = 1,0032\ \angle(2,14)$$

En cuanto a la rama de servicios auxiliares y llamando V_3 a la tensión antes del cambiador de derivaciones, e I_3 a la corriente por el transformador:

$S_2 = 0,08\ \angle(36,87)\ /\ 0,8 = 0,10\ \angle(36,87)$

$S_3 = 0,1\ \angle(36,87)$

$I_3 = (S_3\ /\ V_3)^* = 0,1\ \angle(-36,87)\ /\ V_3^*$

En el triángulo V_1 - V_3 - $X_T{\cdot}I_3$, donde V_3 es incónita, se plantea la ecuación

$V_1^2 = V_3^2 + X_T I_3^2 + 2V_3 X_T I_3 cos\ \angle(90 - 36,87)$

o sea,

$1,0032^2 = V_3^2 + (0,983{\cdot}0,1)^2\ /\ V_3^2 + 2{\cdot}1,0032{\cdot}0,0983\cos(\ \angle(53,13))$

$V_3^2 + 0,009663/V_3^2 + 0,1972cos\ \angle(53,13) - 1,0064 = 0$

$V_3^2 + 0,009663/V_3^2 + 0,1183 - 1,0064 = 0$

$V_3^4 - 0,8881V_3^2 + 0,009663 = 0$

$V_3^2 = 0,440 + \sqrt{(0,1971 - 0,009663)} = 0,440 + 0,4389 = 0,8769$

$V_3 = 0,9364$

b) En el caso de la transmisión máxima:

$S_R = 0,35\ \angle(15,2)\ /\ 0,965 = 0,3627\ \angle(15,2)$

$I_R = 0,3627\ \angle(-15,2)$

$V_1 = 0,988\ \angle(0,05) + 0,4221{\cdot}0,3627\ \angle(68,45) = 0,988\ \angle(0,05) + 0,1531\ \angle(68,45)$

$= 0,988 + j0,000867 + 0,05624 + j0,1424 = 1,0442 + j0,1433 = 1,054\ \angle(7,8)$

y en consecuencia:

$1,054^2 = V_3^2 + 0,00966/V_3^2 + 0,1183$

$V_3^4 - 0,9926V_3^2 + 0,00966 = 0$

$V_3^2 = 0,4963 + \sqrt{(0,2463 - 0,009663)} = 0,4963 + 0,4865 = 0,9828$

$V_3 = 0,9914$

Para mantener tensión $V_2 = 100\,\%$ en los servicios auxiliares, hay que amplificar V_3 por $1,07$ en horas de mínima y por $1,01$ en horas de punta, de modo que la derivación central debiera ser $104\,\%$ (14,35 kV) y se requerirían al menos cuatro pasos adicionales de $1,5\,\%$ ($14,35kV \pm 2x1,5\,\%$). Con pasos de $2\,\%$ tendría que ser $107\,\%$ (14,8 kV) -$3x2\,\%$, o también $101\,\%$ (13,95 kV) +$3x2\,\%$.

9.12.3. Ejemplo 3

La línea y el regulador de la Figura 9.23 (regulador que se ha representado como un transformador ideal en serie con una reactancia), interconectan dos sistemas muy grandes, cuyas tensiones extremas V_A y V_D pueden ser consideradas constantes. Se sabe además que el desfasador entre ellas, de razón 154 +/- 9·1,25 %/154 [kV], es pequeño, y que en B hay un consumo constante, independiente de la tensión. Las impedancias se dan en pu 100 [MVA].

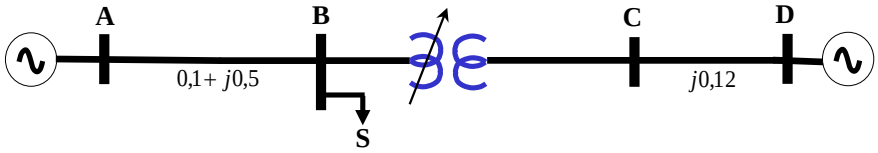


Figura 9.23: Sistema a resolver

En ciertas condiciones de operación se tiene que que $V_A = 104,3\,\%$, $V_D = 100\,\%$, que desde A se transmiten hacia D 20,4 [MW] (de los cuales llegan a D solamente 15 [MW], mientras que los reactivos fluyen desde D (10 [MVAr]) hacia A (4,6 [MVAr]).

¿Qué maniobras deben hacerse con el regulador de tensión, para disminuir el flujo de potencia reactiva entre D y A? Si la modificación hecha en el sentido indicado es de 3 pasos, ¿cuálas son las condiciones de transmisión resultantes?

Solución
Hay que subir V_C, lo que se consigue **bajando algunos pasos** en el cambiador.

Si se baja V_C en 3 pasos, $\Delta V = 3{\cdot}0,0125 = 0,0375$ [pu]. Por otra parte, vale la aproximación $\Delta V = (PR{+}QX)/V$. Aplicada al tramo AB, en que P representará la variación de las pérdidas, lo que se puede suponer despreciable, y Q será la variación del flujo de los reactivos, se tendrá

$$\Delta V_B = \frac{0,5{\cdot}\Delta Q}{1,043} = 0,4794\ \Delta Q$$

Similarmente, en el tramo CD,

$$\Delta V_C = \frac{0,12{\cdot}\Delta Q}{1,0} = 0,12\ \Delta Q$$

ΔQ debe ser igual en ambos tramos, ya que el consumo S es invariable.

La suma $\Delta V_B + \Delta V_C$ debe equivaler al cambio total de 0,0375 [pu].

$$\Delta Q = \frac{0,0375}{0,4794 + 0,12} = 0,0626$$

de modo que,

$$Q_D = 0,10 - 0,0626 = 0,0374\ [pu]$$

$$Q_A = -0,046 + 0,0626 = 0,0166\ [pu]$$

Capítulo 10

Equipos de compensación más flexibles (FACTS)

10.1. Introducción

Con el desarrollo de elementos electrónicos de potencia, capaces de resistir las tensiones y corrientes propias de un SEP, se está produciendo una lenta revolución en todo lo que es control y manejo de un SEP. Elementos como los tiristores, los tiristores con grilla de apagado (GTO) o los transistores bipolares con compuerta aislada (más conocidos como IGBT), permiten diseñar equipos de control más eficaces que aquellos basados exclusivamente en condensadores y reactores, vistos en el capítulo anterior.

Hasta hace algunos años, el control de los flujos de potencia activa se efectuaba básicamente mediante el control mecánico de los generadores y turbinas (y secundariamente con ayuda de desfasadores); la regulación de tensión mediante transformadores con cambio de derivaciones; y la compensación de reactivos mediante conexión y desconexión de condensadores o reactores. Estos equipos de control más sencillos operan en general de forma mecánica, con relativa lentitud (y normalmente por pasos o escalones discretos), de manera que, exagerando un poco, se puede afirmar que desde el punto de vista dinámico, los SEP operan sin ningún control. Por eso, este control tradicional, de bajo costo de implementación, no satisface plenamente las exigencias de los mercados competitivos actuales, puesto que presenta limitaciones en su efecto práctico.

En efecto, en la medida en que los mercados se sofistican y que la competencia entre empresas crece, se va necesitando un mayor grado de flexibilidad en el uso de los sistemas de transmisión, que deben responder, ya sea de manera directa a las relaciones contractuales entre productores y consumidores, cuando se trata de mercados basados en contratos bilaterales físicos; a las ofertas de compra y venta de energía eléctrica consensuadas, cuando los mercados son del tipo bolsa de energía (ver capítulos 21 y 22; o, por último, a la evolución de los costos de generación de las distintas tecnologías. Por otra parte, las crecientes exigencias de seguridad y calidad de suministro planteadas por la industria hacen necesario mejorar el desempeño del sistema frente a fallas y perturbaciones. Por último, las dificultades para conseguir derechos de paso tornan imprescindible cargar cada día más los sistemas existentes.

En respuesta a esta necesidad, han surgido en los países más desarrollados los **equipos flexibles de compensación en sistemas de transmisión en corriente alterna** (*FACTS, del inglés "Flexible AC Transmission Systems"*), dispositivos que pueden ser definidos como equipos de ayuda a la transmisión en corriente alterna, basados en la electrónica de potencia y en otros controladores estáticos, cuyo objetivo es controlar continuamente algunos de los parámetros interrelacionados que gobiernan la operación de los SEP, tales como impedancia serie, admitancia paralelo, corriente, tensión, ángulo de fase, así como producir la amortiguación de oscilaciones a frecuencias menores que la nominal. Representan una tecnología relativamente nueva, producto de la combinación de los avances en la industria de la electrónica de potencia (disminución de costos, incremento de las tasas de conmutación, mayores capacidades de tensión y corriente), así como de los sistemas de control digital y de acondicionamiento de señales.

El uso de estos equipos FACTS puede traer otras consecuencias beneficiosas, como un mejor aprovechamiento de las instalaciones existentes, una disminución de las pérdidas de potencia activa, mejoras en la estabilidad de la red y menores costos de producción de energía.

Los primeros desarrollos de la tecnología FACTS fueron las versiones con electrónica de potencia de los compensadores serie y paralelo (condensadores y reactores), equipos ya vistos en el capítulo 9. Eran equipos controlados

por **tiristores**, la variedad de potencia de los transistores, capaces de conectar corrientes, pero no de cortarlas. Siguiendo el progreso, posteriormente se reemplazó los tiristores tradicionales por **tiristores con grilla de apagado** (*GTO*), que permiten conectar o cortar la corriente en cualquier momento y, con ello, operar en forma más rápida. En la actualidad, la investigación se enfoca en los equipos de segunda generación, basados en **convertidores con fuentes de tensión** (*VSC*, del inglés "*Voltage Source Converters*"), que utilizan **transistores bipolares de compuerta aislada** (*IGBT*, de "*Isolated Gate Bipolar Transistor*"), con modulación del ancho del pulso, que poseen una alta capacidad de control y una funcionalidad más sofisticada, y que pueden controlar también la potencia activa.

A continuación se revisarán brevemente los principios de la transmisión de potencia y los distintos tipos de compensación realizables mediante equipos FACTS: serie, paralelo y por ángulo de fase, para posteriormente introducir los equipos FACTS más versátiles y completos planteados hasta ahora, como el Controlador Unificado de Flujos de Potencia (*UPFC*, de "*Unified Power Flow Controller*"), el UPFC generalizado (*GUPFC*, de "*Generalized Unified Power Controller*") y el Controlador de Flujos de Potencia Interlíneas (*IPFC*, de "*Interline Power Flow Controller*"), que controla simultáneamente flujos en varias líneas .

10.2. La electrónica de potencia actual

10.2.1. Conmutadores (o interruptores electrónicos)

El tiristor

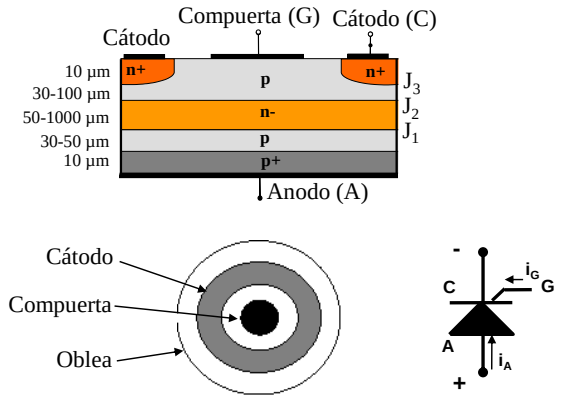


Figura 10.1: Estructura de un tiristor

La **válvula controlable de silicio** o **tiristor** está formada por la combinación, fundamentalmente en serie, pero en algunos casos también en paralelo, de unidades rectificadoras más pequeñas, o galletas de silicio monocristalino dispuestas de acuerdo con una estructura de capas $p-n-p-n$ como la indicada en la Figura 20.4. Las capas p se obtienen incorporando al silicio átomos trivalentes (B, Al, In, Ga), lo que origina un déficit de electrones conductores (o un superávit de portadores positivos). Las capas n incluyen átomos de elementos pentavalentes (P, As, Sb), que originan un exceso de electrones conductores. Las capas p y n extremas constituyen el ánodo y cátodo, respectivamente, y la capa p intermedia, con un espesor de solo algunos micrones, es la grilla o puerta de control.

Si entre ánodo y cátodo se aplica una tensión negativa, los electrones conductores se mueven en dirección al cátodo y los portadores positivos (o huecos) hacia el ánodo. Las junturas pn exteriores carecen entonces de poder de conducción y el tiristor bloquea el paso de corriente. Si la tensión aplicada entre ánodo y cátodo es positiva, pero no hay tensión aplicada a la grilla de control, la juntura pn central es la que carece de poder de conducción, y el tiristor sigue bloqueado. Pero si en estas condiciones se aplica un pulso positivo de tensión entre grilla y cátodo, se establece una corriente entre estos electrodos, que arrastra los elementos portadores existentes entre ambos y hace que el tiristor conduzca, con una muy pequeña caída interna (1 a $3,5$ $[V]$).

El elemento resultante es capaz, entonces, de mantener una corriente comparativamente alta, una vez disparados por un pulso de tensión adecuado, pero no es capaz de interrumpir la corriente, de manera que solo pueden volver al estado apagado cuando el sistema externo hace cero la corriente. De un costo relativamente bajo, relativa robustez y facilidad de control, se les emplea en todas aquellas aplicaciones en que no es imperativo manejar el instante del corte de la corriente.

En la operación del tiristor se producen pérdidas relativamente importantes (1 a 3 %, 300 a 600 $[W]$ por unidad). Como los tiristores pierden sus propiedades a temperaturas de alrededor de $125\,°C$, se plantea la necesidad de evacuar rápidamente el calor. Ello se puede hacer con aire forzado; sumergiendo los tiristores en aceite o en SF6; o con agua desionizada, que es lo más común.

La tensión inversa que soportan es elevada (hasta unos 8,000 $[V/unidad]$), y en teoría no hay problemas para fabricar válvulas de cualquier tensión, poniendo un número adecuado de unidades en serie. La mayor dificultad radica en realidad en repartir adecuadamente la tensión (en especial los transitorios) entre las diversas unidades, de manera que ella no quede aplicada preferentemente a unas pocas.

El tiristor con grilla de apagado (GTO)

El tiristor con grilla de apagado (GTO) es una versión mejorada del tiristor normal, en la que se agrega una segunda grilla de control (Figura 10.2).

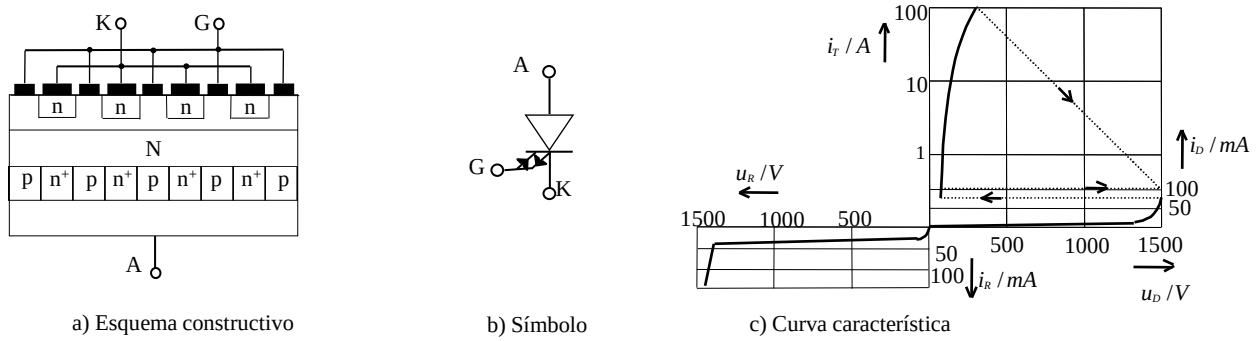


Figura 10.2: Tiristor con grilla de apagado

Al aplicar un pulso grande de corriente (hasta el 50 % de la corriente nominal) desde el cátodo hacia la grilla, se elimina gran parte de los portadores de carga del emisor del transistor *npn*, retirándolo así del proceso regenerativo que sostenía la conducción y apagando con ello el tiristor. La energía envuelta en el proceso no es muy grande, pero obliga, de todas maneras, a circuitos de enfriamiento más poderosos que en un tiristor normal. La conexión de dos GTO en antiparalelo permite elevar considerablemente la frecuencia de las conmutaciones. La limitación está en este caso en el costo y en las restricciones en cuanto a valores de tensión y corrientes permitidos.

El transistor bipolar con compuerta aislada (IGBT)

El transistor bipolar con compuerta aislada (IGBT) es capaz de operar con tensiones y corrientes elevadas, y con una caída de tensión interna moderada. Como se aprecia en la Figura 10.3, es un elemento que no alcanza a completar un tiristor, debido al agregado de una estructura MOSFET que aísla la grilla, y de una resistencia que desvía parte de la corriente de encendido, evitando que el elemento entre en plena conducción. El IGBT se enciende al aplicar una tensión positiva a la grilla, y se apaga al retirar dicha tensión.

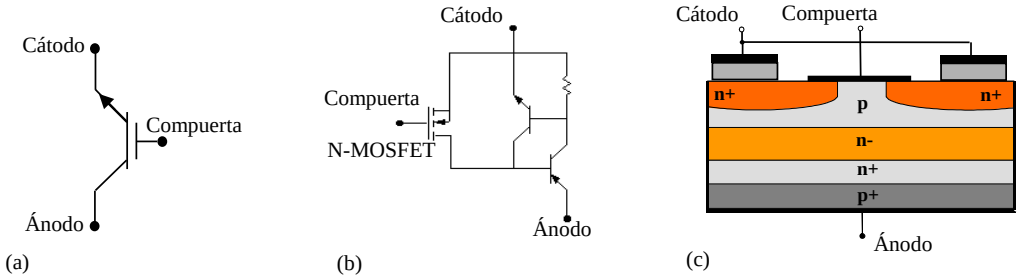


Figura 10.3: Transistor IGBT: símbolo (izquierda); circuito equivalente (centro); esquema (derecha)

Debido a lo compleja de la tecnología MOS, se les fabrica de un tamaño relativamente pequeño, requiriéndose muchos IGBT en paralelo para manejar potencias grandes (corrientes de hasta unos 800 A). La gran ventaja de los IGBT es la posibilidad de conmutarlos a un ritmo muy alto, como el requerido en una modulación por ancho de pulso.

10.2.2. Convertidores

Los convertidores con fuente de tensión (VSC)

Los convertidores con fuente de tensión (VSC = "Voltage source converters") son los miembros más nuevos de esta cofradía. Emplean válvulas basadas en IGBT para conformar convertidores de tensión autoconmutativos, capaces de convertir tensiones continuas en tensiones alternas, tensiones alternas a continua, o tensiones alternas de una frecuencia a otra. Para los fines de control en un SEP, se emplea básicamente el convertidor de continua a alterna. Para el control de generadores asincrónicos, se usan los de alterna a alterna y de alterna a continua.

Convertidores monofásicos

Las válvulas requeridas para un convertidor de tensión continua/alterna deben permitir que la corriente continua fluya en cualquier sentido, por lo que deben ser bidireccionales (un GTO o un IGBT controlable para la conducción en un sentido, en paralelo con un diodo para la conducción en sentido inverso). El polo positivo de la tensión continua se conecta al ánodo de la válvula (por ejemplo, del IGBT). En la entrada de continua se coloca un condensador grande, capaz de sostener la tensión aunque haya fuertes variaciones en el lado de alterna. En la salida de alterna se coloca un reactor serie y/o un transformador, para evitar el cortocircuito del condensador DC y limitar las variaciones de corriente. El equipo, que en principio permite controlar la magnitud, el desfase y la frecuencia de la tensión alterna generada, se muestra esquemáticamente en la Figura 10.4.

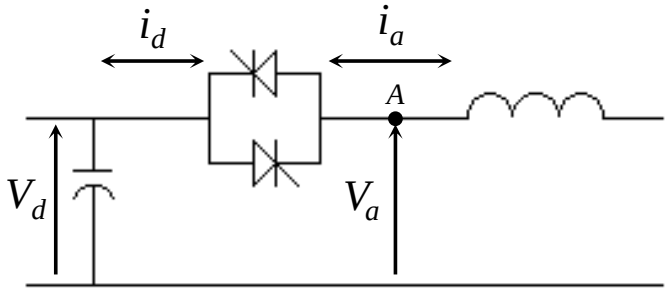


Figura 10.4: Convertidor monofásico con fuente de tensión

Al disparar la unidad controlable, se establece una tensión continua $+V_d$ en el punto de conexión al sistema AC (en un equipo real, la tensión se asemeja mucho a la sinusoide fundamental del desarrollo en serie), mientras que al desconectarla se vuelve a la tensión impuesta por el sistema AC. La interacción de V_d con el sistema AC impone en todo momento la circulación de una corriente alterna, cuyo sentido puede ser hacia la fuente DC, pasando por el diodo de la válvula (aunque el elemento controlable esté encendido), o desde ella, pasando por el GTO o IGBT. Con un pulso $+V_d$ de tensión aplicado, en el primer caso hay transmisión de potencia activa desde el sistema AC hacia la fuente DC (operación como rectificador), mientras que en el segundo caso hay transmisión de potencia activa desde la fuente DC hacia el sistema AC (operación como inversor).

Esta forma de operar, en la que el elemento controlable maneja la operación como inversor y el diodo la operación como rectificador, es básica para el comportamiento de los convertidores con fuente de tensión.

Para mejor entender este funcionamiento se analizará primero la operación de un convertidor monofásico de onda completa, para conectar entre fases, como el de la Figura 10.5, con cuatro válvulas (numeradas según orden de operación), una fuente DC conectada a través de un condensador grande, capaz de un sostén relativo de la tensión DC, y un transformador monofásico de conexión a las fases a y b del sistema AC, colocado entre los puntos medios de ambas parejas de válvulas. Este convertidor crea una especie de tensión alterna (en realidad, una combinación de pulsos de tensión continua) al dispararlo de forma adecuada. Esta tensión tiene un fuerte contenido de armónicas, de orden $2n \pm 1$, cuya magnitud es decreciente con el orden $(1/(2n \pm 1))$. A pesar de ello, en general se limita el uso de filtros, ya que estos incrementan el flujo de corrientes armónicas en las válvulas (más adelante se verá que es posible organizar los pulsos de tensión de manera de reducir el contenido de armónicas).

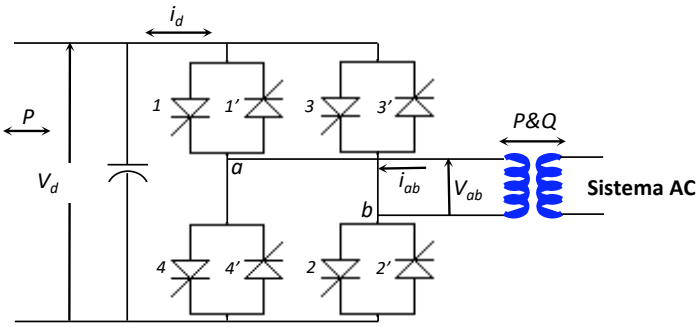


Figura 10.5: Convertidor monofásico de onda completa

Disparando alternadamente las combinaciones de válvulas 1 - 2 y 3 - 4, se aplican pulsos de tensión $+V_d$ y $-V_d$ entre las fases a y b del sistema AC. La magnitud y duración de estos pulsos no depende de las características del sistema AC, sino del control de las válvulas. En cambio, la corriente alterna que circulará hacia la fuente de tensión sí dependerá de las características del sistema AC, en el punto de conexión. Esta corriente alterna podrá estar en adelanto o en atraso con los pulsos de tensión de la fuente. La Figura 10.6 en la página que sigue muestra la evolución en el tiempo de las tensiones y corrientes, suponiendo que la corriente alterna no tiene armónicas, y que está definida con sentido positivo hacia la fuente DC (en la Figura, I_{ab} atrasa en un ángulo φ con respecto de la tensión de la fuente).

Entre t_0 y t_1 (válvulas 1 y 2 encendidas, 3 y 4 apagadas, tensión $+V_d$ aplicada al sistema AC), la corriente alterna es negativa, es decir, circula desde la fuente DC hacia la fase a del sistema, a través de la válvula 1 y con regreso vía

fase b del sistema y la válvula 2 (ambas válvulas conducen, y la corriente está en el sentido en que ellas permiten su circulación). Como la tensión es positiva, la potencia fluye desde la fuente DC hacia el sistema (operación como inversor).

Entre t_1 y t_2, la corriente se invierte, y circula desde la fase a hacia la fuente, a través del diodo $1'$ y con regreso vía el diodo $2'$ hacia la fase b del sistema (las válvulas 1 y 2, que están conduciendo, no pueden llevar corriente en sentido inverso). La potencia fluye desde el sistema hacia la fuente DC (operación como rectificador).

A partir de t_2, se apagan las válvulas 1 y 2, y se encienden las válvulas 3 y 4, de modo que la tensión aplicada al sistema AC es $-V_d$. Entre t_2 y t_3, la corriente sigue circulando desde la fase a hacia la fuente, pero ahora a través de las válvulas 4 y 3. La potencia fluye desde la fuente DC hacia el sistema (operación como inversor).

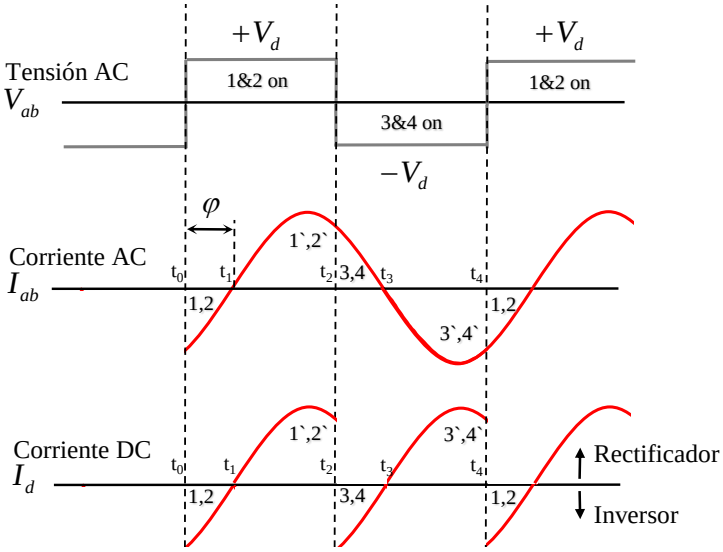


Figura 10.6: Evolución en el tiempo de las tensiones y corrientes

Entre t_3 y t_4, la corriente fluye desde la fuente hacia el sistema, a través de los diodos $4'$ y $3'$. La potencia fluye desde el sistema hacia la fuente DC (operación como rectificador). En t_4 se completa el ciclo operativo.

Se advierte que la corriente alterna nunca se interrumpe, siendo transferida alternadamente desde válvulas a diodos y viceversa. Otro aspecto importante es que no se puede disparar simultáneamente las válvulas 1 y 4 (o 2 y 3), ya que en tal caso se originaría un cortocircuito en bornes de la fuente DC.

La forma de onda de la corriente que circula por la fuente DC se muestra en la parte inferior de la Figura 10.6. El valor medio resultante es positivo en este caso, y contiene un fuerte contenido de armónicas (de orden par $2n$, siendo n un entero). Como el condensador DC es grande, la mayor parte de las armónicas circulará a través de él.

Se concluye que este dispositivo puede operar con tensiones y corrientes que guarden entre sí cualquier desfase, de modo que puede actuar como rectificador o inversor, con potencia reactiva inductiva o capacitiva. Es factible controlar de forma independiente la potencia activa y la reactiva, modificando el momento del disparo de las válvulas (aplicación de la tensión V_d) en relación con el momento en que la corriente ac se hace positiva, así como la magnitud de la tensión continua aplicada. Por otra parte, es posible modificar la frecuencia de los disparos, siempre que ella sea la misma en las válvulas que están en una misma pierna (1 y 4, 2 y 3).

Convertidores trifásicos

En la Figura 10.7 se muestra un equipo trifásico, formado por la combinación de válvulas monofásicas parecidas a las vistas recién, que se numeran según secuencia de disparo. Las fases a, b y c del sistema alterno están conectadas a los puntos medios de las válvulas monofásicas. Cada pierna opera con 120° de retraso con respecto de la pierna anterior, aplicando pulsos con una duración de 180°.

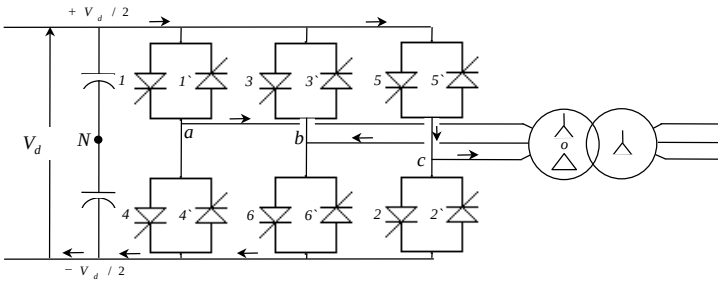


Figura 10.7: Convertidor trifásico

La Figura 10.8 de la página siguiente muestra las distintas tensiones y corrientes, todas las cuales se obtienen por un análisis similar al de la sección anterior. El disparo de las válvulas origina pulsos de tensión, de magnitud $V_d/2$ entre cada fase y el punto medio N de los condensadores DC y de duración 180°. Por ser una diferencia de pulsos $+V_d/2$ y $-V_d/2$, la tensión entre fases tiene magnitud V_d y duración 120° (hay siempre un lapso de 60° con tensión cero). Nótese que en todo instante conducen tres válvulas, y que la tensión fase-neutro tiende a parecerse a una tensión sinusoidal.

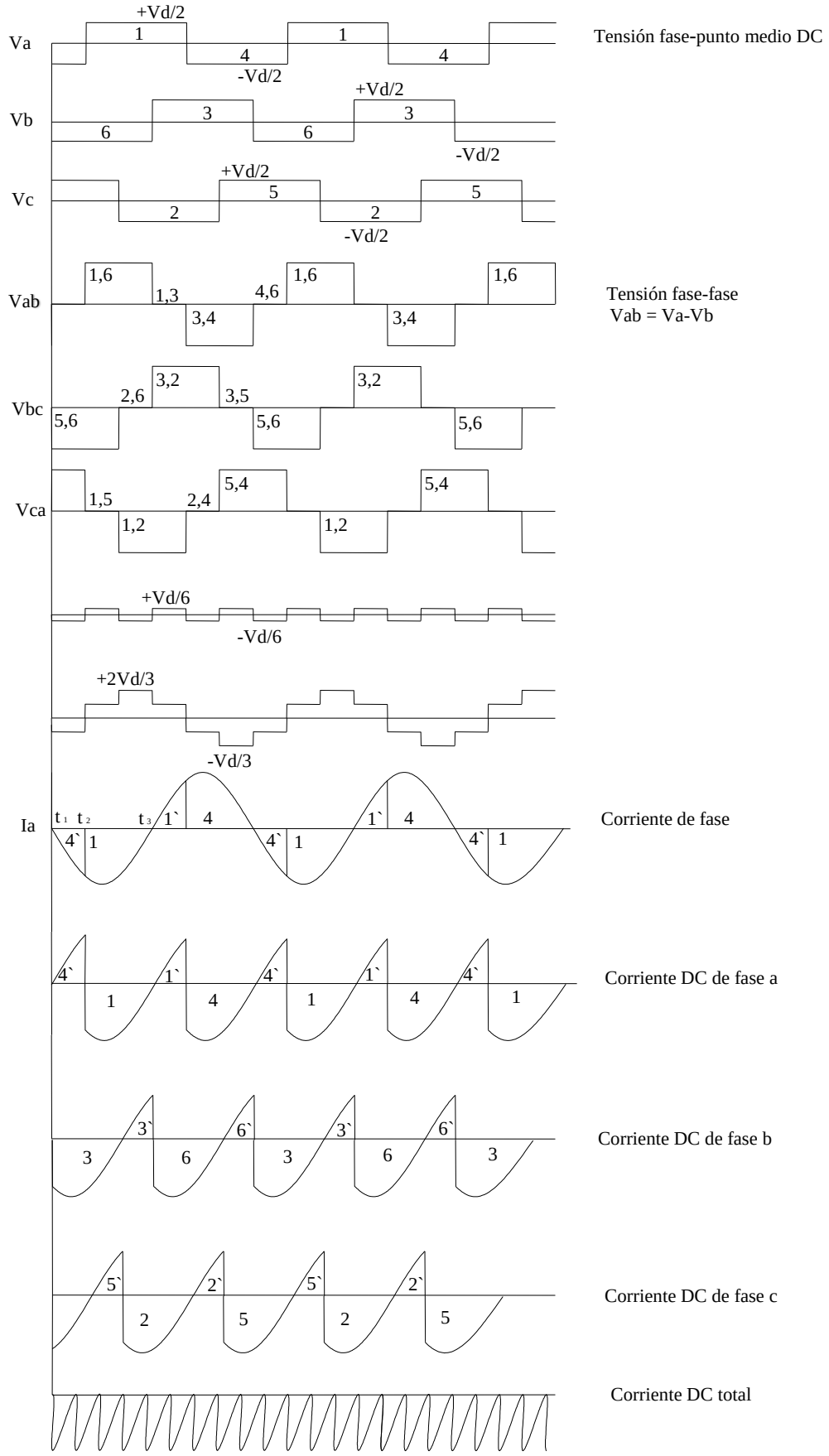


Figura 10.8: Evolución en el tiempo de las tensiones y corrientes en convertidor trifásico

La corriente alterna, impuesta por el sistema AC, puede tener cualquier desfase con la tensión DC (en la Figura, adelanta en un ángulo φ). Por ejemplo, la corriente en la fase a irá desde el sistema hacia la fuente en los lapsos t_0 – t_1 – t_2, y desde la fuente hacia el sistema en los lapsos t_2 – t_3 – t_4. En particular, entre t_0 y t_1 la corriente pasará por el diodo $1'$ y retornará, en parte por la válvula 3 hacia la fase b y en parte por el diodo $2'$ hacia la fase c. Entre t_1 y t_2, la corriente pasará por la válvula 4 y retornará, en parte por la válvula 3 hacia la fase b, y en parte por el diodo $2'$ hacia la fase c. Entre t_2 y t_3, la corriente pasará por la válvula 4 y retornará, en parte por la válvula 3 hacia la fase b, y en parte por la válvula 5 hacia la fase c. Similarmente, entre t_3 y t_4 la corriente pasará por el diodo $4'$ y retornará, en parte por la válvula 6, desde la fase b y en parte por el diodo $5'$, desde la fase c. Entre t_4 y t_5, la corriente pasará por la válvula 1 y retornará, en parte por la válvula 6, desde la fase b, y en parte por el diodo $5'$, desde la fase c. Por último, entre t_5 y t_6, la corriente pasará por la válvula 1 y retornará, en parte por la válvula 6, desde la fase b, y en parte por la válvula 2, desde la fase c. Nótese la forma que toma la corriente por la fuente DC.

Convertidor con modulación del ancho del pulso

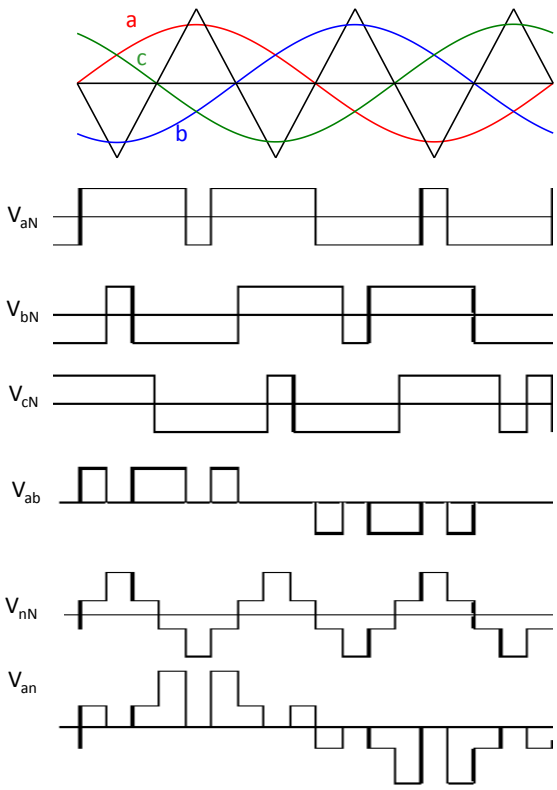


Figura 10.9: Operación de un puente trifásico

Una mejor respuesta, con menos armónicas, se consigue produciendo muchos pulsos por cada ciclo de la señal alterna y modulando su ancho, de manera de acercar el resultado a una sinusoide (como contrapartida, se incrementan las pérdidas de conexión). Ello exige conmutación de las válvulas al ritmo de algunas centenas de veces por segundo.

Para comprender al menos el principio de estos convertidores, se analiza en la Figura 10.9, la operación de un puente trifásico en el que el control del disparo de las válvulas se realiza mediante una señal diente de sierra que interactúa con señales sinusoidales de frecuencia nominal (50 Hz), desfasadas en 120°, representativas de las tensiones en el sistema alterno. Para eliminar armónicas, la señal diente de sierra debe tener una frecuencia múltiplo de tres veces la frecuencia nominal (en la Figura, exactamente 3). Los cruces del diente de sierra con las señales sinusoidales producen la conexión y desconexión de las válvulas de la fase correspondiente (1 y 4, 2 y 5, 3 y 6).

La tensión de la fase a con respecto del neutro DC está representada por v_{aN}, una serie de dos pulsos por semiciclo, separados por una breve hendidura, cuyo ancho es controlable cada medio ciclo. Las tensiones en las otras fases con respecto del neutro N tienen una forma similar, pero están desfasadas en 120°. La tensión entre fases v_{ab} muestra dos hendiduras por semiciclo. La tensión v_{nN} entre el neutro flotante n del secundario en estrella del transformador de acoplamiento y N se obtiene como el promedio de la suma $v_{aN}+ v_{bN}+ v_{cN}$. Finalmente, la tensión fase-neutro en el transformador, v_{an}, que atrasa en 30° a v_{ab}, se obtiene mediante la resta $v_{aN}- v_{nN}$. Combinando v_{ab} y v_{an} mediante transformadores con secundario en delta y estrella, se mejora aun más el desempeño del equipo.

La Figura 10.10 muestra una forma típica de la tensión de salida alterna, cuando se modula el ancho de los pulsos. La tensión de salida es una sinusoide de frecuencia fundamental, más algunas armónicas impares (no existen armónicas pares, porque el diente de sierra es un múltiplo impar de la frecuencia fundamental). Acortando la duración de los pulsos (reduciendo la magnitud de las tres señales alternas de control) se reduce el valor medio de cada uno de ellos y, como consecuencia, la magnitud de la tensión alterna equivalente. El control de la tensión de salida es posible entre cero y un máximo de diseño.

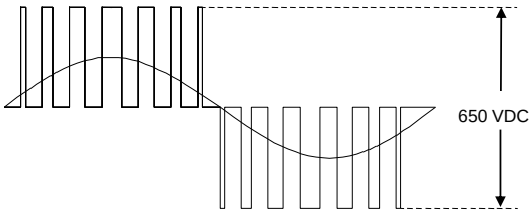


Figura 10.10: Tensión de salida alterna

10.3. Transferencia de potencia

Considérese el sistema de dos máquinas, unidas mediante una línea de transmisión sin pérdidas ($Z = jX$), mostrado en la Figura 10.11.

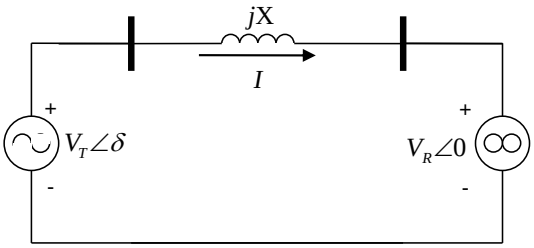


Figura 10.11: SEP de dos máquinas

Según lo ya visto en la Sección 2.7, las potencias activas y reactivas asociadas a los extremos receptores (P_R, Q_R) y transmisor (P_T, Q_T), respectivamente, quedan expresadas como:

$$
\begin{aligned}
P_T &= Re\{\bar{S}_T\} = \frac{V_R V_T \ sen(\delta)}{X} = P_R \\
Q_T &= Im\{\bar{S}_T\} = \frac{V_T(V_T - V_R \ \cos(\delta))}{X} \\
P_R &= Re\{\bar{S}_R\} = \frac{V_R V_T \ \cos(-\delta + 90°)}{X} = \frac{V_R V_T \ sen(\delta)}{X} \\
Q_R &= Im\{\bar{S}_R\} = \frac{V_R V_T \ sen(-\delta + 90°) - V_R^2}{X} = \frac{V_R(V_T \ \cos(\delta) - V_R)}{X}
\end{aligned}
\tag{10.1}
$$

De este sencillo análisis, se concluye que la potencia transmitida puede ser modificada variando alguno de los siguientes parámetros: los voltajes en los extremos de la línea (V_R, V_T), la impedancia de la línea de transmisión (X) o la diferencia angular entre las tensiones de barra (δ).

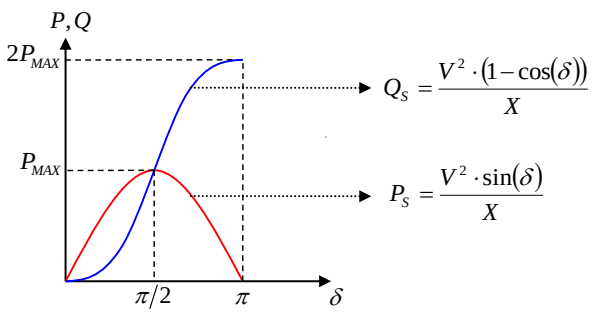


Figura 10.12: P y Q en una línea de transmisión

La forma más directa de incrementar la potencia activa transmitida es elevar δ, pero esto tiene un límite para $\delta = \pi/2$. Elevar las tensiones también tiene un límite, cuando $V_T = V_R = V_{máx}$. Reducir la reactancia solo es posible en forma práctica con ayuda de condensadores serie, pero ello tiene un límite cuando $x_C \sim x_L$. En tales condiciones, la potencia reactiva transmitida es igual a la potencia activa (Figura 10.12), y el sistema es muy sensible a cambios en las condiciones de transmisión.

Es aquí donde intervienen los equipos de compensación FACTS, que se verán a continuación, con los cuales se puede lograr uno, o más de estos cambios.

10.4. Compensadores en paralelo

La compensación en paralelo consiste en suministrar potencia reactiva a la línea, para aumentar la transferencia de potencia activa, manteniendo los niveles de tensión dentro de los rangos aceptables de seguridad. La ecuación (10.1) puede ser generalizada para expresar la transferencia de potencia activa P_{ij} desde una barra i del sistema hasta otra barra j, a través de una reactancia pura X_{ij}.

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j \ sen(\delta_i - \delta_j)}{X_{ij}} \tag{10.2}$$

Se aprecia que un cambio en cualquiera de las tensiones V_i, V_j (o en ambas) permite influir en la potencia activa transferida por el sistema. Este cambio puede ser provocado directamente por equipos de compensación, aprovechando el fuerte acoplamiento existente entre las inyecciones de potencia reactiva y las tensiones en las barras del sistema.

Una forma de llevar al límite la transmisión, suponiendo que las tensiones en las barras extremas ya alcanzaron el valor máximo aceptable, es instalar compensadores adicionales lo más cerca posible de la mitad de la línea, como se muestra (para la mitad de la línea) en la Figura 10.13. Este compensador, que se supondrá sin pérdidas óhmicas, trata de llevar la tensión en el punto medio de la línea al valor $V_M = V_T = V_R = V_{máx}$.

Dado que la potencia transmitida es inversamente proporcional a la reactancia del segmento, el punto medio de la línea corresponde a la mejor localización para la compensación en derivación, ya que así, ambos segmentos tienen la menor longitud posible. En los casos en que no se pueda instalar justamente en la mitad, el tramo de mayor longitud determinará la capacidad de transmisión.

Para lograr una condición óptima de operación se requiere inyectar potencia reactiva en el punto medio de la línea de transmisión del sistema ($jQ_M = \bar{V}_M \bar{I}_M^*$), de manera que las corrientes complejas $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ que se establezcan respondan al diagrama fasorial mostrado en la Figura 10.14. A partir de este análisis se pueden definir las siguientes relaciones:

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_M = \bar{I}_2$$

$$I_M\angle(\delta/2) = I_2\angle(\delta/4) - I_1\angle(3\delta/4)$$

$$I_1 X/4 = V\ sen(\delta/4)$$

$$I_1 = I_2 = I = \frac{4V\ sen(\delta/4)}{X}$$

$$I_M\angle(\delta/2) = I\angle(\delta/4) - I\angle(3\delta/4) = 2I\ sen(\delta/4)\angle(-90^\circ + \delta/2)$$

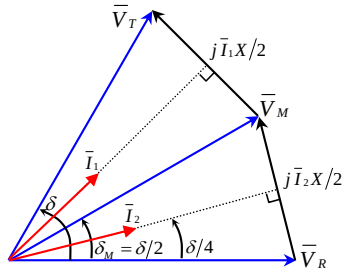


Figura 10.14: Diagrama fasorial

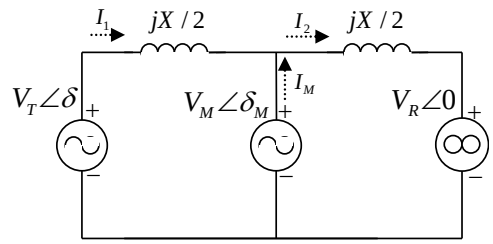


Figura 10.13: Sistema con dos máquinas

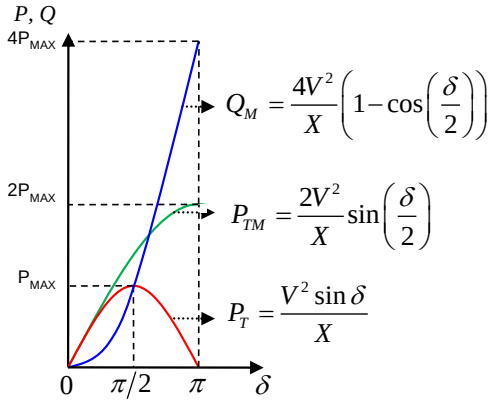


Figura 10.15: Potencia vs ángulo δ

$$jQ_M = \bar{V}_M \bar{I}_M^* = V\angle(\delta/2)\ \frac{8V\ sen^2(\delta/4)}{X}\angle(90^\circ - \delta/2)$$

$$Q_M = \frac{8V^2\ sen^2(\delta/4)}{X} = \frac{4V^2(1 - cos(\delta/2))}{X} \tag{10.3}$$

$$P_{TM} = P_{MR} = \frac{V_T V_M\ sen(\delta - \delta_M)}{X/2} = \frac{2V^2\ sen(\delta/2)}{X} \tag{10.4}$$

Las potencias activas transmitidas (ecuación 10.4) y la compensación correspondiente (ecuación 10.4) pueden ser representadas gráficamente, para distintos ángulos de desfase entre la barra receptora y emisora. En la Figura 10.15 se compara esto con la situación sin compensación en paralelo descrita en la sección anterior.

Se aprecia que mediante la compensación en derivación es posible incrementar la transferencia de potencia activa P_{TM} al sistema, alcanzándose un máximo equivalente a $2V^2/X$ para $\delta = 180^o$. En esta situación se requiere un nivel de compensación equivalente a $Q_M = 4V^2/X$.

Los dispositivos FACTS diseñados para compensación en paralelo son los siguientes:

- **Reactor Controlado por Tiristores (TCR**, del inglés "thyristor controlled reactor"), que consiste en un reactor paralelo, de inductancia fija, en serie con un interruptor bidireccional hecho con tiristores. Mediante el control del ángulo de disparo de los tiristores se puede modificar la impedancia equivalente del reactor, controlando de esta forma la corriente de compensación (Figura 10.16a).

- **Condensador Conmutado por Tiristores (TSC**, del inglés Thyristor switched capacitor, ver Sección 9.5.2), que consiste en un condensador paralelo de capacidad fija en serie con un interruptor bidireccional hecho con tiristores y una inductancia pequeña para limitar sobrecorrientes (ver Figura 10.16b). Controlando el ciclo de trabajo de los tiristores se puede variar la corriente compensadora inyectada en la línea .

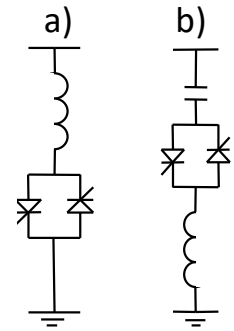


Figura 10.16: a)TCR; b)TSC

- **Compensador Estático de Reactivos (CER**, o también **SVC**, del inglés Static Var compensator, ver Sección 9.5.5), que consiste en un arreglo de compensadores en paralelo, usualmente tanto TCR como TSC, de manera de contar con la posibilidad de realizar compensación capacitiva o inductiva. Los compensadores operan coordinados por un sistema de control, cuya estrategia más común es mantener la tensión en el punto de conexión en un valor fijo específico (Figura10.17 en la página siguiente).

- **Compensador Estático de Reactivos Avanzado (STATCOM)** que, a diferencia de los antes mencionados, no se basa en dispositivos de conmutación. La inyección de corriente se obtiene con ayuda de un condensador en corriente continua, conectado en paralelo a la línea de transmisión mediante un convertidor con fuente de tensión y un transformador (Figura 10.18).

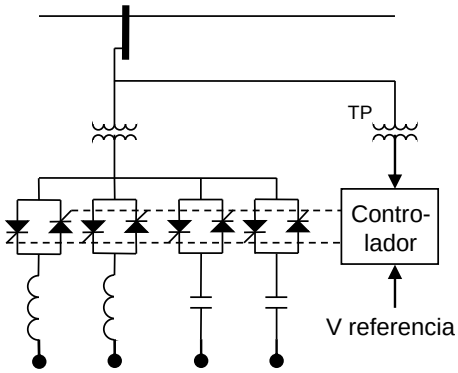


Figura 10.17: Compensación paralelo

Controlando la magnitud relativa entre la tensión de línea y la de salida del inversor, el STATCOM puede proporcionar compensación capacitiva o inductiva, según sea la necesidad. Por el control continuo de la potencia reactiva, este equipo puede ser comparado con un compensador sincrónico. Ofrece una mayor velocidad de respuesta, mayor estabilidad y mejor manejo de perturbaciones dinámicas que un SVC, aunque a un mayor costo.

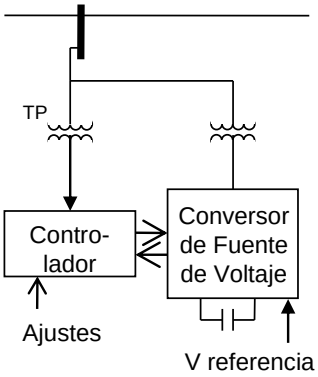


Figura 10.18: STATCOM

Se hace notar que los sistemas de control del SVC y del STATCOM requieren de un muestreo de la tensión de la barra por compensar, así como de una tensión de referencia, que depende de los requerimientos del sistema y/o de la estrategia de control impuesta.

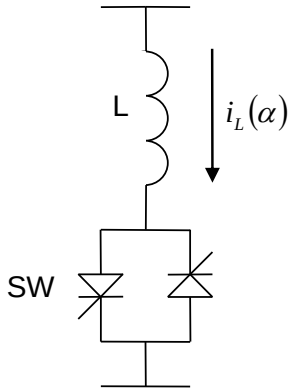


Figura 10.19: TCR

Para ejemplificar el funcionamiento de estos dispositivos, considérese el TCR de la Figura 10.19, formado por una bobina de inductancia L y el interruptor bidireccional con tiristores SW. La corriente de compensación I_L puede ser controlada desde cero (interruptor abierto) hasta un valor máximo (interruptor cerrado), mediante el ángulo de retardo del disparo de los tiristores.

Si el disparo del interruptor se retarda un ángulo α respecto de la cresta V_m de la tensión de línea $v(t) = V_m\ cos(\omega t) = \sqrt{2}V\ cos\,(\omega t)$, la corriente en la bobina corresponde a:

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{\alpha}^{\omega t} v(t)dt = \frac{V_m}{\omega L}[sen(\omega t) - sen(\alpha)] \tag{10.5}$$

Expresión válida para $\alpha \leq \omega t \leq \pi - \alpha$, como se observa en la Figura 10.20.

Para el semiciclo negativo, la expresión para la corriente es la misma de la ecuación (10.4), pero con signo opuesto. A partir de esta expresión, se puede obtener la componente fundamental de la corriente (i_{LF}) de compensación:

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{2}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{V_m}{\omega L}[sen(\omega t) - sen(\alpha)]\ sen(\omega t)\ d(\omega t)$$

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{2V_m}{\pi\omega L}\left[\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} sen^2(\omega t)d(\omega t) - \int_{\alpha}^{\pi-\alpha} sen(\alpha)\ sen(\omega t)\ d(\omega t)\right]$$

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{2V_m}{\pi\omega L}\left[\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}d(\omega t) - sen(\alpha)\int_{\alpha}^{\pi-\alpha} sen(\omega t)\ d(\omega t)\right]$$

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{2V_m}{\pi\omega L}\left[\frac{\omega t}{2} - \frac{sen(2\omega t)}{4} + sen(\alpha)\cos(\omega t)\right]_{\omega t=\alpha}^{\omega t=\pi-\alpha}$$

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{2V_m}{\pi\omega L}\left[\frac{\pi-2\alpha}{2} + \frac{sen(2\alpha)}{2} - 2sen(\alpha)\cos(\alpha)\right]$$

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{2V_m}{\pi\omega L}\left[\frac{\pi-2\alpha}{2} + \frac{sen(2\alpha)}{2} - sen(2\alpha)\right]$$

$$i_{LF}(\alpha) = \frac{V_m}{\omega L}\left[1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{sen(2\alpha)}{\pi}\right] \tag{10.6}$$

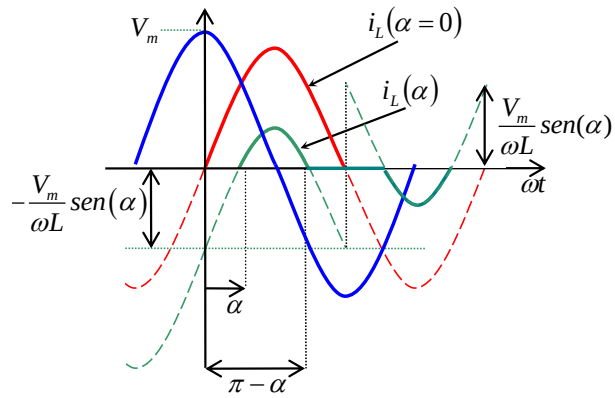


Figura 10.20: TCR, ondas de tensión y corriente

El valor efectivo de la corriente fundamental I_{LF} se obtiene reemplazando V_m por elvalor efectivo V de la tensión) en la ecuación (10.4). A partir de esto, la admitancia del TCR se define como:

$$Y_L(\alpha) = \frac{I_{LF}}{V} = \frac{1}{\omega L}\left[1 - \frac{2\alpha}{\pi} - \frac{sen(2\alpha)}{\pi}\right]$$

expresión que nos indica que la impedancia equivalente del TCR, $Z_L(\alpha) = 1/Y_L(\alpha)$ puede ser controlada mediante el ángulo de retardo del disparo de los tiristores y que, consecuentemente, es posible controlar así la corriente de compensación.

10.5. Compensadores en serie

El principio de la compensación en serie consiste en controlar la corriente en la línea de transmisión, ya sea mediante un cambio en la reactancia de la línea, o bien mediante la inyección de una tensión en serie con la línea. Un compensador serie ideal puede ser representado como una fuente de tensión conectada en la mitad de la línea de transmisión (ver Figura 10.21).

La corriente que circula desde el extremo emisor al receptor está dada por la expresión:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_T - \bar{V}_R - \bar{V}_C}{jX} \tag{10.7}$$

Si la tensión inyectada en serie $\bar{V}_C$ está en cuadratura respecto de la corriente de línea, entonces la fuente puede ser reemplazada por una impedancia reactiva, que puede ser inductiva o capacitiva.

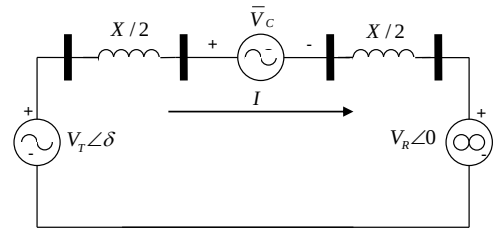


Figura 10.21: Compensador serie ideal

En tal caso, la impedancia total equivalente de la línea de transmisión corresponde a:

$$X_{eq} = X - X_{comp} = X(1-\lambda) \tag{10.8}$$

donde $\lambda = X_{comp}/X$ es el grado de compensación serie. El valor absoluto de λ varía entre 0 y 1, y su signo es positivo para compensación capacitiva y negativo para compensación inductiva. De esta forma, la corriente resultante está dada por:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_T - \bar{V}_R}{jX(1-\lambda)} \tag{10.9}$$

La potencia activa P_T que circula por la línea de transmisión y la potencia reactiva Q_C suministrada por el compensador quedan determinadas por:

$$P_T = \frac{V_T V_R\ sen(\delta)}{X(1-\lambda)} \tag{10.10}$$

$$Q_C = I^2 X_{comp} \tag{10.11}$$

$$= (V_T^2 + V_R^2 - 2V_T V_R\cos(\delta))\frac{\lambda}{X(1-\lambda)^2}$$

La situación resultante para el caso $V_T = V_R = V$ se ilustra en la Figura **??**.

Los dispositivos FACTS para compensación serie en uso actualmente son los siguientes:

- **Condensador Serie Conmutado por Tiristores (TSSC**, del inglés *thyristor switched series capacitor*), dispositivo en el que se disponen condensadores en serie con la línea, cada uno con un interruptor en paralelo, de manera que el grado de compensación varía solo entre valores discretos. La capacitancia equivalente se controla con el número de interruptores cerrados (Figura 10.23a).

- **Condensador Serie Controlado por Tiristores (TCSC**, del inglés *thyristor controlled series capacitor*), que consiste en un condensador en serie con la línea y en paralelo con un reactor controlado por un tiristor. Controlando el ángulo de encendido del tiristor se modifica la impedancia efectiva del reactor en paralelo. De esta forma, y a diferencia del TSSC, se puede obtener un rango continuo de variación para el grado de compensación (Figura 10.23b).

- **Condensador Serie Controlado por Conmutación Forzada (FCSC**, del inglés *forced commutation controlled series capacitor*), que consiste en un condensador serie de capacidad fija en paralelo con un interruptor de conmutación forzada. Controlando el ángulo de disparo del interruptor se puede modificar la tensión del condensador, obteniéndose de esta forma el equivalente a un condensador de capacitancia variable (Figura 10.23c).

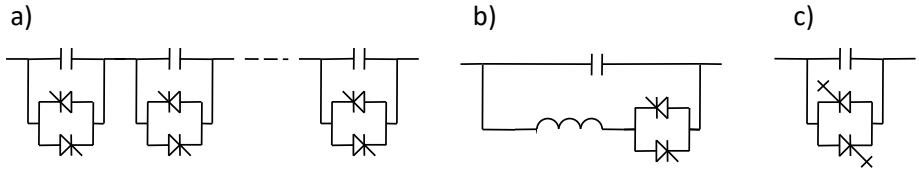


Figura 10.23: Dispositivos FACTS para compensación serie: a) TSSC; b) TCSC; c) FCSC

- **Compensador de Reactivos Serie Estático (SSVC**, del inglés *solid state variable capacitor*), que consiste en un arreglo de compensadores en serie con la línea (TSSC, TCSC o FCSC), manejados por un controlador con una estrategia de control específica, como por ejemplo: mantener un flujo determinado de potencia activa por una línea (Figura 10.24a).

- **Compensador Serie Sincrónico Estático (SSSC**, del inglés *static synchronous series compensator*, o también *solid state series compensator*)[1], compensador que, a diferencia de los anteriormente mencionados, no utiliza dispositivos de conmutación para controlar la circulación de corriente del elemento de compensación (condensador, reactor). La inyección de tensión en cuadratura se obtiene con un condensador en corriente continua, conectado a la línea de transmisión por medio de un convertidor con fuente de tensión y un transformador serie (Figura 10.24b). El grado de compensación se controla modificando la tensión de salida del convertidor, pudiendo incluso invertirse la fase, obteniéndose así compensación inductiva. El SSSC puede entregar una tensión de salida independiente de la corriente de línea, por lo que su impedancia es esencialmente cero en la frecuencia fundamental .

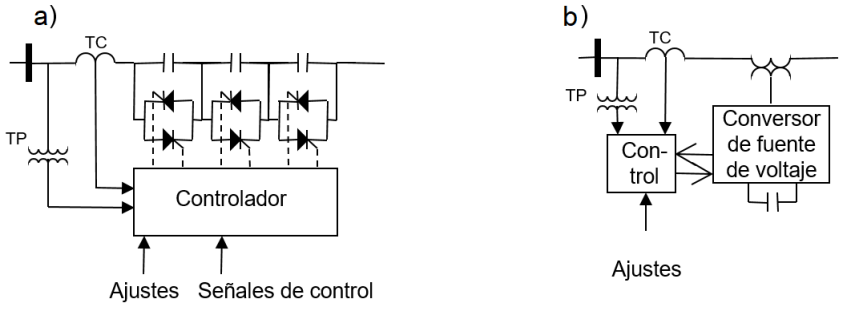


Figura 10.24: Dispositivos FACTS para compensación serie: a) SSVC; b) SSSC

En los sistemas de control, tanto del SSVC como del SSSC, se requiere de señales de muestreo de la tensión y corriente de línea, obtenidas mediante transformadores de medida (transformador de corriente TTCC y transformador de potencial TTPP).

[1]En la literatura, el acrónimo SSSC se hace corresponder a Static Synchronous Series Compensator o también a Solid State Series Compensator. Sin embargo, en ambos casos se refiere al mismo dispositivo.

10.6. Compensadores por ángulo de fase

La compensación por ángulo de fase corresponde a un caso especial de la compensación serie, en el que la tensión inyectada en serie se controla en magnitud y fase.

En el caso de un compensador de fase ideal, inserto entre el generador del extremo transmisor y la línea de transmisión, la tensión efectiva en el extremo trasmisor de la línea corresponde a la suma fasorial de la tensión en el generador $\bar{V}_T$ con la tensión $\bar{V}_\sigma$ del compensador de fase (ver Figura 10.25 a)).

Si se varía el ángulo σ entre $\bar{V}_T$ y $\bar{V}_\sigma$, de manera que no cambie la magnitud de la tensión aplicada a la línea (es decir, $|\bar{V}_C| = |\bar{V}_T|$), entonces se puede controlar la potencia transmitida, con ayuda del ángulo σ, como se deduce de la ecuación 10.12 siguiente y de la Figura 10.25b):

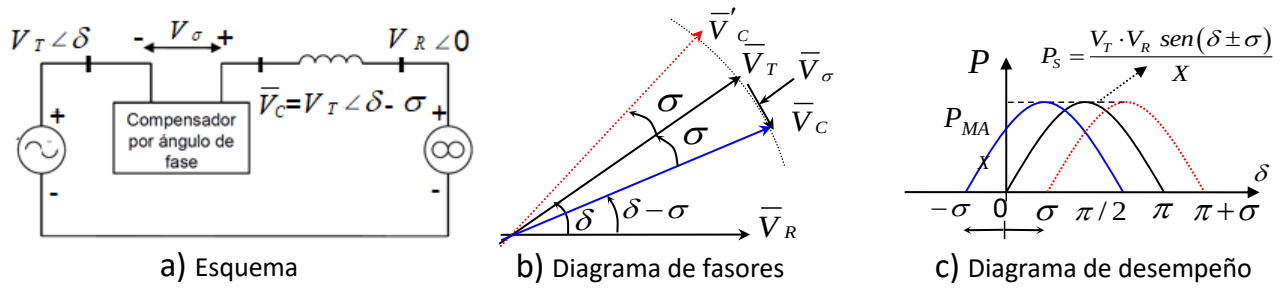


Figura 10.25: Compensador por ángulo de fase

$$P_T = \frac{V_R V_T \ sen(\delta - \sigma)}{X} = P_R \tag{10.12}$$
$$Q_T = \frac{V_T(V_T - V_R \ \cos(\delta - \sigma))}{X}$$

Tradicionalmente se han utilizado los Compensadores en Cuadratura (*QB, Quadrature Booster*) que, como su nombre lo indica, inyectan una tensión variable V_C en un ángulo fijo $\sigma = 90°$. A diferencia del compensador de fase ideal, al ser σ fijo, en general no es posible mantener la relación $|\bar{V}_C| = |\bar{V}_T|$.

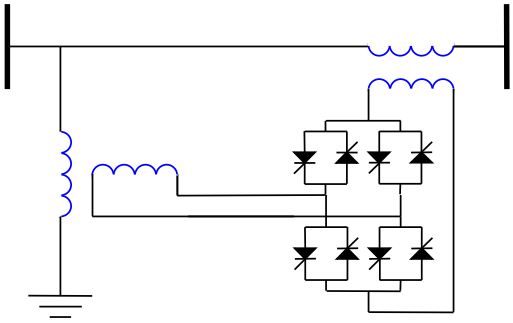


Figura 10.26: Estructura de un TCPAR

La implementación de este tipo de compensador consiste en un transformador conectado en paralelo con la línea de transmisión y desfasado en 90° respecto de la tensión de línea. Este transformador transfiere la potencia hacia un transformador conectado en serie con la línea, que inyecta la tensión en cuadratura. El módulo de la tensión inyectada se controla mediante un arreglo de tiristores situado entre ambos transformadores (es un cambiador de derivación basado en tiristores). Existen distintas disposiciones de tiristores que dan lugar a cambiadores de derivación continuos, discretos, de paso constante o en progresión geométrica, etcétera. A toda esta familia de reguladores se la conoce como Compensadores de Ángulo de Fase Controlados por Tiristor, TCPAR (*Thyristor Controlled Phase Angle Regulator*). En la Figura 10.26) se observa la estructura básica de un TCPAR.

Recuérdese que la versión tradicional, no tiristorizada, de este tipo de compensador fue discutida en la Sección 9.6.3.

10.7. Controlador unificado de flujos de potencia

Los equipos FACTS presentados anteriormente son específicos en el tipo de compensación (que modifica el flujo de potencia aparente en una línea). Cada uno presenta ciertas limitaciones en cuanto a la entrega de reactivos y al intercambio de potencia activa con la línea de transmisión. Los equipos son, o bien solo generadores de reactivos, como el SVC y el TCSC, incapaces de intercambiar potencia activa con el sistema, o solo reguladores como el TCPAR, que pueden intercambiar potencia activa, pero no pueden generar reactivos.

En cambio, los equipos basados en fuentes de tensión, como el STATCOM y el SSSC, tienen la capacidad inherente de intercambiar tanto potencia activa como reactiva con el sistema. Estos equipos generan o absorben automáticamente la potencia reactiva requerida y, por lo tanto, pueden realizar compensación de reactivos sin necesidad de

condensadores o reactores en corriente alterna. En cuanto a la potencia activa intercambiada con el sistema, esta debe ser suministrada por tales equipos o absorbida desde ellos.

Como respuesta a la necesidad de controlar simultánea e independientemente los flujos de potencia activa y reactiva, surge la idea de utilizar un dispositivo que combine las distintas capacidades de compensación que se han mostrado.

El Controlador Unificado de Flujos de Potencia (*Unified Power Flow Controller, UPFC*), propuesto por Gyugyi ya en 1991, presenta estas características. Si bien más completo que los compensadores anteriores, es también más caro, complejo y difícil de manejar. Básicamente, el UPFC puede ser representado como una combinación de un STATCOM y un SSSC unidos mediante un enlace (local) en corriente continua, permitiendo de este modo el libre flujo de potencia activa entre ambos dispositivos.

Tal como se observa en la Figura 10.27, la estructura básica del UPFC consiste en dos conversores AC/DC bidireccionales basados en fuentes de tensión, ambos conectados entre sí mediante un condensador en corriente continua, unidos al SEP mediante sendos transformadores de acoplamiento, uno en paralelo con la línea de transmisión y el otro en serie con ella. Nótese que las barras auxiliares asociadas a los transformadores paralelo y serie corresponden a los terminales del equipo UPFC, por lo que están situadas en una misma subestación. El condensador en el acoplamiento provee soporte de tensión continuo para la operación de los conversores y funciona como elemento de almacenamiento de energía. La potencia activa fluye entre los terminales AC serie y paralelo del UPFC a través del enlace común DC. La potencia reactiva es generada o absorbida localmente por los conversores del UPFC. Cada conversor genera o absorbe reactivos independientemente, es decir, la potencia reactiva no fluye a través del condensador DC.

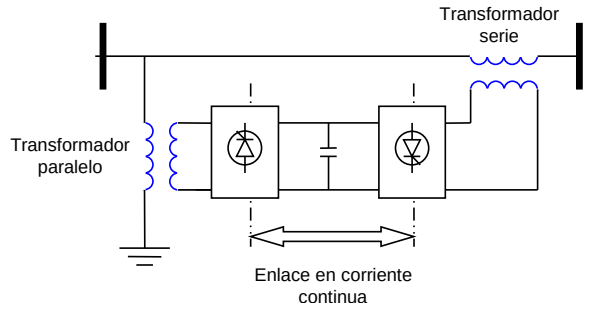


Figura 10.27: Estructura básica del UPFC

La principal función del UPFC es realizada por el conversor serie, que inyecta en la línea una tensión de frecuencia fundamental, de magnitud y ángulo controlables, por medio del transformador de acoplamiento en serie con la línea de transmisión. La potencia activa intercambiada con la línea es suministrada por el mismo sistema, a través del conversor en derivación y el enlace DC.

El lado AC del conversor paralelo está conectado en derivación con la línea de transmisión, por medio de un transformador, desde el cual se inyecta o absorbe desde el SEP una corriente de magnitud y ángulo controlables. La función básica de este conversor es suministrar o absorber la potencia activa demandada por el lado DC del conversor serie. Puede también generar o absorber reactivos, proporcionando así compensación en paralelo, en forma independiente del conversor serie, otorgando un control local de la tensión.

Una buena aproximación al esquema de la Figura 10.27, para uso en estudios de flujos de potencia (ver Capítulo 11), se logra reemplazando cada conversor (con su respectivo transformador), por una fuente de tensión ideal en serie con la impedancia equivalente del transformador (Figura 10.28).

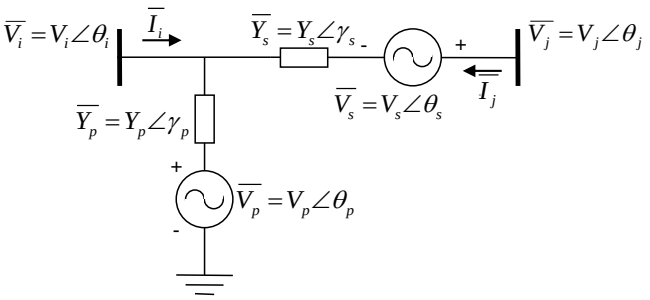


Figura 10.28: Circuito equivalente del UPFC

El terminal al cual está conectado el conversor en derivación estará siempre asociado a la tensión $\bar{V}_i$. Este terminal se denomina "de excitación" y, consecuentemente, al conversor en derivación se le denomina conversor de excitación o paralelo. Por lo tanto, se requiere conocer la tensión de excitación $\bar{V}_p$ y la admitancia de la rama de excitación $\bar{Y}_p$. Del mismo modo, $\bar{V}_j$ se asocia al terminal de "acoplamiento" (boost o serie), y en el conversor serie se requiere conocer la tensión serie $\bar{V}_s$ y la admitancia de rama serie o acoplamiento $\bar{Y}_s$.

A partir del circuito equivalente de la Figura 10.28, se formula la mayoría de los modelos de UPFC. En la Sección 11.5.6 se revisarán las distintas variantes de modelación utilizadas en estudios de carácter estático o dinámico.

10.8. Otros dispositivos

Además del UPFC, existen, al menos de forma experimental, otros dos controladores FACTS de compensación combinada: el IPFC y el GUPFC, los que, a diferencia del UPFC, pueden controlar simultáneamente los flujos de dos o más líneas de transmisión.

El **Controlador de flujos de potencia inter líneas (IPFC**, del inglés *Interline power flow controller*), propuesto por Gyugyi y Sen en 1998 consiste básicamente en un dispositivo que controla un arreglo de compensadores serie (como mínimo dos), cada uno de los cuales está instalado en líneas distintas. Los compensadores serie son del tipo SSSC y comparten una unión común en corriente continua, por lo cual, al igual que en el UPFC, la suma de las potencias activas intercambiadas entre los conversores debe ser igual a cero, si se desprecian las pérdidas en los circuitos de los conversores. Evidentemente, debe existir un riguroso control coordinado entre los conversores para mantener este balance de potencia activa en la unión DC.

El objetivo primordial del IPFC consiste en el intercambio de potencia activa entre las líneas controladas, de manera de aliviar la carga de líneas congestionadas o cerca de estarlo, transfiriéndola a líneas que todavía operan con margen de capacidad. En la Figura 10.29 se observa un esquema de IPFC con tres conversores que, por lo tanto, controla simultáneamente tres líneas:

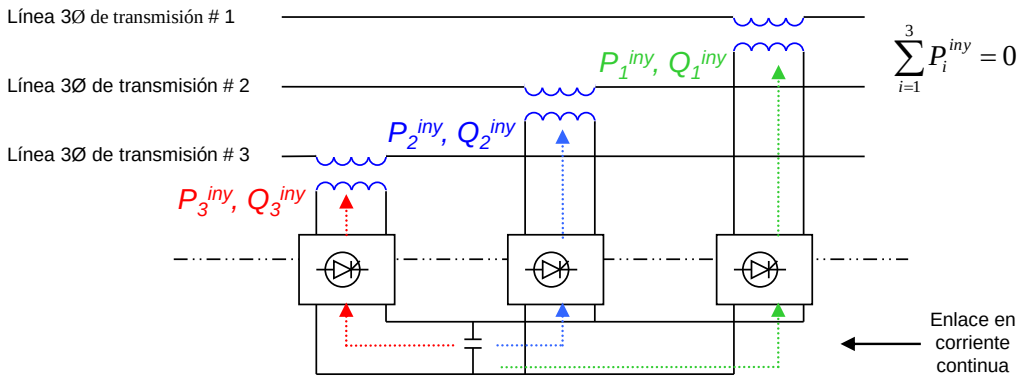


Figura 10.29: IPFC de tres convertidores

El **Controlador unificado de flujos de potencia generalizado (GUPFC** = *generalized unified power flow controller*), propuesto por Gyugyi y sus colaboradores en 1998 consiste, en su configuración más sencilla, en tres conversores ubicados en una misma subestación, uno conectado en paralelo y los otros dos en serie con dos líneas de transmisión diferentes (Figura 10.30). Se puede intercambiar potencia activa entre los conversores serie y paralelo a través del enlace común en corriente continua. Como siempre, si se desprecian las pérdidas en los conversores, la suma de potencia activa intercambiada entre los conversores debe ser cero.

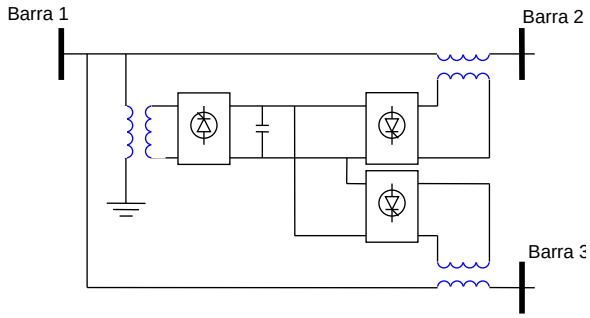


Figura 10.30: Estructura básica de un GUPFC

El GUPFC de la Figura 10.30 puede controlar cinco cantidades: la tensión de la barra (1) y los flujos de potencia activa y reactiva en las barras (2) y (3). Mientras más conversores en serie se incluyan en el GUPFC, más grados de libertad de control se introducirán y, de esta manera, se puede lograr una mayor cantidad de objetivos de control.

Del análisis de las Figuras 10.27, 10.29 y 10.30 resulta claro que el GUPFC básico puede ser representado como la combinación de un UPFC y un IPFC, obteniéndose de esta forma un controlador con todas las características y ventajas de estos dos dispositivos FACTS.

10.9. Aplicaciones de equipos FACTS

Se han realizado numerosos estudios relativos a las ventajas del uso de equipos FACTS, tanto en régimen permanente como en aplicaciones dinámicas. De partida es conveniente aclarar que usualmente existe una solución convencional (y más económica) para los problemas que corrigen los FACTS, pero que los FACTS tienen la ventaja

de presentar una mayor controlabilidad y rapidez en su respuesta.

En el contexto de un análisis en régimen cuasi estacionario, la Tabla 10.1 entrega un resumen de algunas aplicaciones de controladores FACTS en temas como límites de tensión y límites térmicos de líneas de transmisión. Finalmente, la Tabla 10.2 entrega un resumen de las aplicaciones de carácter dinámico realizables mediante controladores FACTS. Los tipos de sistema o aplicaciones que se muestran en la segunda columna de dicha tabla corresponden a: A: Generación remota, líneas radiales; B: Áreas interconectadas; C: Red altamente enmallada; y D: Red débilmente enmallada.

Tabla 10.1: Aplicaciones de FACTS en régimen permanente

Tema	Problema	Acción correctiva	Controlador FACTS
Límites de tensión	Baja tensión debido a gran consumo	Suministrar potencia reactiva	SVC, STATCOM
	Alta tensión debido a consumo ligero	Absorber potencia reactiva	SVC, TCR, STATCOM
	Alta tensión luego de una contingencia	Absorber potencia reactiva, prevenir sobrecarga	SVC, TCR, STATCOM
	Baja tensión luego de una contingencia	Suministrar potencia reactiva	SVC, STATCOM
Límite térmico	Circuito de transmisión sobrecargado	Reducir sobrecarga	SSSC, TCSC, TCPAR UPFC, IPFC
	Desconexión de un circuito paralelo	Limitar carga de circuitos restantes	SSSC, TCSC, TCPAR UPFC, IPFC
Flujos circulantes	Reparto de carga en líneas paralelas	Ajustar reactancia serie	SSSC, TCSC, TCPAR, UPFC, IPFC
	Reparto de flujos de potencia post-falla	Reordenar red	SSSC, TCSC, TCPAR UPFC, IPFC
	Inversión de sentido de flujo de potencia	Ajustar ángulo de fase	SSSC, TCPAR, UPFC, IPFC,

Tabla 10.2: Aplicaciones de FACTS en régimen dinámico

Tema	Tipo sistema	Acción correctiva	Controlador FACTS
Estabilidad transitoria	A, B, D	Incrementar torque sincronizante	TCSC, TSSC, UPFC
	B, C, D	Control dinámico de flujos	TCSC, TCPAR, UPFC, IPFC
Amortiguación de oscilaciones	A	Amortiguación oscilaciones 1 Hz	TCSC, STATCOM
	B, D	Amortiguación de oscilaciones de baja frecuencia	TCSC, TCPAR, STATCOM UPFC, IPFC
Control de tensiones	A, B, D	Soporte dinámico de tensión	STATCOM, UPFC, IPFC
		Control dinámico de flujos	TCPAR, UPFC, IPFC,
		Soporte de tensión y control de flujos dinámicos	TCSC, UPFC, IPFC
	A, B, C, D	Reducir impacto de contingencia	TCSC, STATCOM, UPFC
Estabilidad de tensión	B, C, D	Soporte reactivo	STATCOM, UPFC
		Acciones de control sobre la red	TCSC, STATCOM, UPFC

Capítulo 11

Operación de un SEP en régimen permanente

11.1. Introducción

Uno de los problemas más importantes que se presentan en el estudio de los sistemas de potencia lo constituye la determinación de las condiciones de operación del SEP en régimen permanente (más correctamente, en un estado cuasi-estacionario). Si bien es cierto que la condición de "régimen permanente" no se da nunca en un SEP, puesto que los consumos ("las perturbaciones") están cambiando constantemente, estos estudios permiten analizar situaciones típicas, de ocurrencia frecuente, despreciando los cambios menores en torno a ellas (o analizando un par de casos si las condiciones varían un poco más). Básicamente, se trata de fijar las tensiones en las distintas barras (o nudos), así como las potencias activas y reactivas que fluyen por las distintas ramas (a diferencia de los estudios convencionales de análisis de redes, ¡aquí normalmente no interesan las corrientes!).

Estudios de este tipo son de gran importancia, tanto en la fase de explotación de sistemas ya existentes (operación económica, análisis de la seguridad de servicio de distintas configuraciones, regulación de tensión, etcétera), como en la de planificación de nuevos sistemas (verificar el comportamiento de los elementos en las distintas alternativas, estudiar las fuentes de reactivos necesarias, derivaciones de los transformadores, etcétera). Nótese que en estos estudios no se consideran los procesos transitorios de acomodo, que ocurren al pasar de una situación a otra. Si tales procesos son importantes (un cortocircuito, la desconexión de una central o de una línea de transmisión principal), se debe realizar estudios más complejos, que incluyan las relaciones dinámicas. De hecho, estos estudios cuasi-estacionarios constituyen un punto de partida indispensable para estudios más complejos, tales como los cálculos de fallas y de estabilidad transitoria.

En principio, las posibilidades de operación son innumerables, y será tarea del ingeniero seleccionar la más apropiada. Para ello deberá respetar las limitaciones de los distintos elementos, hecho que condiciona bastante la solución. Por ejemplo, las tensiones medias en las diversas barras tienen un rango posible de variación relativamente estrecho (95 a 105 % usualmente, 90 a 110 % en condiciones de alerta). Además, las fluctuaciones de esta tensión al cambiar las condiciones de transmisión no deben exceder por ejemplo un $\pm$ 5 %. También deberá respetarse la capacidad de transmisión de los distintos elementos (líneas, transformadores), buscar una reducción de las pérdidas, etcétera. Si a ello se superpone la necesidad económica de repartir la carga entre las diversas centrales de acuerdo con los respectivos costos de generación, resulta que las restricciones son muchas, pocos los grados de libertad, y la solución viene a ser casi única.

El problema se complica además por la magnitud (extensión) de los sistemas interconectados. Cualquier estudio pequeño puede involucrar algunas decenas de nudos. Un sistema como el chileno comprende algunos cientos de nudos, mientras que sistemas norteamericanos o europeos pueden incluir algunos miles de nudos.

Además, en los estudios es normal tener que analizar contingencias, que implican un cambio, de un estudio a otro, en el valor de determinados parámetros (elementos que se desconectan, derivaciones de los transformadores que se modifican, líneas que se agregan, etcétera).

Por último, y esto es tal vez lo más relevante, los sistemas de ecuaciones que rigen el comportamiento de los sistemas, aunque algebraicas, son no lineales (trigonométricas), y por ende no resolubles en forma directa.

En consecuencia, y salvo que se trate de problemas pequeños y locales, queda descartada la posibilidad de resolver manualmente las ecuaciones, debiéndose recurrir a la ayuda de computadoras.

Los datos básicos requeridos para estos estudios son:

1. La configuración (topología) del sistema, para cada situación por estudiar, por ejemplo en forma de un diagrama unifilar o de un gráfico conectado.
2. Los parámetros eléctricos (Z, Y) de cada uno de los elementos.
3. Las condiciones de operación, esto es, consumos, generaciones posibles, y tensiones en algunas barras claves.
4. Restricciones y limitaciones del sistema (derivaciones disponibles, capacidad de los equipos, bandas de tensión admisibles en las diversas barras, etcétera).

11.2. Resolución mediante métodos numéricos

Las ecuaciones que interesa plantear son aquellas correspondientes a la malla eléctrica pasiva operada en condiciones cuasi-estacionarias, y sujeta a las limitaciones de borde impuestas por los consumos y generadores. Aunque en principio uno tiende a creer que ellas son sencillas de resolver (circuitos de impedancias), la verdad es que estas ecuaciones se complican por el hecho de que los consumos se caracterizan por sus potencias activa y reactiva (desconociéndose normalmente la tensión aplicada), lo que impide representarlos por una impedancia constante, así como por el hecho de que los generadores suelen operar con una tensión constante en bornes y una potencia activa definida, por lo que no son representables por una fuente de tensión en serie con una impedancia fija.

En consecuencia, no es posible pensar en una solución directa, sino que es preciso recurrir a métodos numéricos de iteración (Gauss, Jacobi, Newton, etcétera). El cálculo, que se complica además en la medida en que aumenta el número de ecuaciones, resulta lento y tedioso si se hace manualmente, y solo es factible con la ayuda de programas especiales de computación.

Para un planteamiento sistemático es necesario recurrir a la teoría de los gráficos lineales. Aunque la materia se supone conocida de cursos anteriores, se hará a continuación un breve repaso de las nociones básicas:

- Por **rama** (*branch*) se entiende toda impedancia (o combinación de ellas) que para los fines del problema se trata como una unidad. Puede o no contener fuentes activas (de tensión o corriente). Un sistema cualquiera poseerá r ramas.

- Un **nudo** (*node*) es la unión de dos o más ramas. En el caso de un sistema de potencia, coincide generalmente con una barra (pero no siempre, por ejemplo, tierra, o el centro de la estrella equivalente en un transformador de tres enrollados). Uno de los $(n+1)$ nudos del sistema, usualmente designado por 0, estará a potencial de tierra.

- Una cadena de ramas constituye una **trayectoria** (*path*). Una trayectoria cerrada (que vuelve al nudo inicial) se denomina **bucle** o **malla** (*loop*, *mesh*). El sistema poseerá m bucles independientes.

- **Grafo**, o simplemente gráfico, es una representación de la topología de una red, en la que cada rama se reemplaza por una línea. Con el fin de ligarlo con la dirección de las corrientes de rama, se atribuye a cada línea una polaridad o dirección, constituyendo así un **gráfico orientado**. El gráfico será además **conectado**, si es posible establecer una trayectoria entre cada par de nudos.

- **Arbol** (*tree*) es un subgráfico conectado que, conteniendo todos los nudos del gráfico, no posee ningún bucle. Las ramas que faltan para completar el gráfico se denominan **enlaces** (*links*), y constituyen un subgráfico no necesariamente conectado, denominado **co-árbol** (*cotree*). La cantidad t de ramas de un árbol está indudablemente relacionada con la de nudos del sistema: $t = (n+1) - 1 = n$, por lo que la cantidad ℓ de enlaces será $\ell = r - t = r - n$. Por otra parte, el agregado de cada enlace al árbol primitivo implica la formación de un nuevo bucle, de manera que $m = \ell = r - n$.

Además de los datos topológicos contenidos en el gráfico orientado, se requiere conocer los valores de las impedancias (admitancias) de cada una de las ramas. Ellos se recopilan ordenadamente en la **matriz de ramas** o **de impedancias primitivas** $[Z_r]$ o, alternativamente, en la **matriz de admitancias primitivas** $[Y_r]$, que normalmente serán diagonales:

$$[Z_r] = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z_r \end{bmatrix} \qquad [Y_r] = \begin{bmatrix} y_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & y_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & y_r \end{bmatrix}$$

La representación de cada rama puede ser hecha en forma de un circuito con impedancias y fuentes de tensión (Figura 11.1 izquierda), o bien como un circuito con admitancias y fuentes de corriente (Figura 11.1 derecha), en el que las relaciones son:

$$[I_r] + [J_r] = [Y_r][V_r] \qquad (11.1)$$
$$[E_r] + [V_r] = [Z_r][I_r]$$

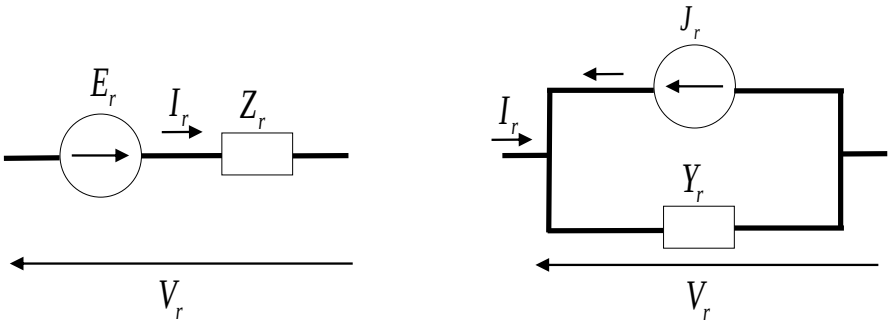


Figura 11.1: Representación de fuentes de tensión (izquierda) o de corriente (derecha)

y donde es posible transformar una fuente de corriente en otra equivalente de tensión, recurriendo a la igualdad:

$$[J_r] = [Y_r]\ [V_r]\ -\ [I_r] = [Y_r]\ [V_r]\ -\ \frac{[V_r]}{[Z_r]}\ -\ \frac{[E_r]}{[Z_r]} = -\ [Y_r]\ [E_r]$$

El planteamiento del sistema de ecuaciones puede hacerse en varios ejes de referencia (ecuaciones nodales $I = \sum Y_j V$, ecuaciones de malla o bucle $I_m = \sum Y_m V_m$, ecuaciones primitivas o de rama). Además, y según que las variables independientes escogidas sean las corrientes o las tensiones, pueden plantearse con impedancias ($V = zI$) o con admitancias ($I = yV$). Las más usadas son las ecuaciones nodales con admitancias, que conducen en general a matrices más raleadas (con más ceros), y que por ello exigen menos memoria de computadora.

11.2.1. Ecuaciones de malla o bucle

La tendencia natural al analizar una red eléctrica, que en general presentará una cantidad reducida de bucles, es a descomponerla en bucles cerrados o mallas, por los que circulan hipotéticas corrientes de malla I_m. Este fue también el camino seguido al implementar los primeros programas digitales para el cálculo de flujos de potencias (Dunstan, 1947).

La dificultad que se encuentra al plantear un análisis de este tipo es la de definir sistemáticamente las mallas. Como se sabe de cursos de análisis de redes, esta definición no es única. Además, empieza a ser cada vez menos clara, en la medida en que aumenta la cantidad de nudos del sistema.

Por ello resulta conveniente partir del árbol que se origina en el nudo de tierra, ya que así cada enlace que se considere agregará una malla independiente, formada por dicho enlace y algunas ramas del árbol principal. En consecuencia, las corrientes de rama equivalen a una combinación lineal (suma algebraica) de las corrientes de malla. Expresado matricialmente, $[I_r] = [C][I_m]$, en que los elementos de la **matriz de transformación elemento – malla** $[C]$, que es de orden $r \times m$, valen:

$c_{rm} = 1$, si la rama r pertenece al bucle m y está orientada en la misma dirección de este;

$c_{rm} = -1$, si la rama r pertenece al bucle m, pero está orientada en sentido contrario;

$c_{rm} = 0$, si la rama r no pertenece al bucle m.

Puesto que cada fila de $[C]$ identifica una rama, los $\pm$ 1 allí existentes identifican a cuál malla pertenece esa rama. A su vez, como cada columna de $[C]$ identifica una malla, los $\pm$ 1 existentes en cada columna identifican las ramas que forman parte de las sucesivas mallas.

Adoptando el modelo primitivo de ramas con impedancias, $[V_r] + [E_r] = [Z_r][I_r]$, reemplazando $[I_r]$ y premultiplicando por C^T se obtiene $[C^T][V_r] + [C^T][E_r] = [C^T][Z_r][C][I_m]$.

Ahora bien, los elementos en cada fila de C^T (por ejemplo C_{r1}) corresponden a las distintas ramas incluidas en una malla cerrada determinada, por lo que el primer término vale cero, por no ser otra cosa que la aplicación de la segunda ley de Kirchhoff ($\sum V = 0$). El segundo término corresponde a la suma de las fuentes de tensión

existentes en cada malla, cantidad que se designará por $[E_m]$, tensión externa aplicada a la malla. Por último, el término de orden $m \times m$ que premultiplica a $[I_m]$ se denomina **matriz de impedancia de malla** $[Z_m]$:

$$[Z_m] = [C^T][Z_r][C] \tag{11.2}$$

Cada columna de $[Z_r][C]$ identifica una malla, por lo que contendrá las impedancias de las ramas contenidas en esa malla. Por lo tanto, los elementos ubicados en la diagonal de $[Z_m]$, o **impedancias propias**, equivalen a la suma algebraica de las impedancias físicas existentes en el bucle correspondiente. Los elementos fuera de la diagonal, o **impedancias mutuas**, equivalen a la suma algebraica de las impedancias físicas comunes a las corrientes de malla caracterizadas por esos subíndices (con signo + si tienen igual sentido positivo en ambas mallas, con signo – si tienen sentidos diferentes).

En consecuencia, en ejes de mallas el sistema queda representado por $[E_m] = [Z_m][I_m]$, o, mejor todavía, por $[I_m] = [Y_m][E_m]$.

Sin embargo, el hecho de que las condiciones de borde (ver Sección 11.2.5) se plantean más fácilmente como fuentes de corriente (de potencia) que como fuentes de tensión, más el inconveniente de formar $[Z_m]$, operación larga y tediosa, y de invertirlo para obtener $[Y_m]$, proceso que es lento y ocupa mucha memoria, han llevado a abandonar en gran medida las ecuaciones de mallas. Además, hay que repetir todo el proceso cada vez que se introduce un cambio en algún Z_r.

11.2.2. Ecuaciones nodales con admitancias

Si se restringe el análisis al caso del árbol que se origina en el nudo de tierra, esto es, que incluye todas las ramas existentes entre las barras y tierra, se tendrá que para todas esas ramas la tensión V_r es equivalente a la tensión de barra. Para las restantes, la tensión V_r será la diferencia entre dos tensiones de barra. En general:

$$[V_r] = [A][V_n]$$

en que los elementos de la **matriz de transformación elemento - barra** $[A]$, que es de orden $r \times t = r \times n$, valen:

- $a_{rn} = +1$, si la rama r concurre al nudo n, y tiene dirección positiva alejándose de n ($V_n = I_r Z_r$);
- $a_{rn} = -1$, si la rama r concurre al nudo n, pero la dirección positiva está definida hacia n ($V_n = -I_r Z_r$);
- $a_{rn} = 0$, si la rama r no concurre al nudo n.

Puesto que cada fila identifica una rama, solo habrá un "1" en las posiciones extremas de esa rama, y $\sum a_{rn} = 0$, salvo que la rama esté conectada entre el nudo y tierra (nudo 0). Solo si $[A]$ incluye el nudo de referencia (lo que no es frecuente), se cumplirá siempre que $\sum a_{rn} = 0$ para cada fila. Dado que cada columna identifica un nudo, los $\pm$ 1 existentes en cada columna de $[A]$ identifican aquellas ramas que concurren a los sucesivos nudos.

Cabe hacer presente que en algunos textos se emplea la **matriz topológica** $[T] = [A]^T$, de modo que $[V_n] = [T][V_r]$.

En un análisis nodal no intervienen fuentes de tensión, ya que las máquinas se considerarán como fuentes de potencia (corriente). Para las distintas ramas se puede escribir $[I_r] + [J_r] = [Y_r][V_r]$

Premultiplicando por $[A]^T$ y reemplazando $[V_r]$ se obtiene $[A]^T[I_r] + [A]^T[J_r] = [A]^T[Y_r][A][V_n]$.

Ahora bien, los elementos en cada fila de $[A]^T$ (por ejemplo A_{r1}) corresponden a las distintas ramas que concurren a nudos sucesivos, de modo que el primer término vale cero, por no ser otra cosa que la aplicación de la primera ley de Kirchhoff ($\sum i = 0$). El segundo término representa la suma algebraica de las corrientes inyectadas a las distintas barras, y se designará por $[I_n]$. Por último, el término de orden $n \times n$ que premultiplica a $[V_n]$ se denomina **matriz de admitancias nodales** o **de admitancias de cortocircuito**:

$$[Y_n] = [A]^T[Y_r][A] \tag{11.3}$$

Cada columna de $[Y_r][A]$ identifica un nudo, por lo que los elementos correspondientes representan las admitancias que concurren al nudo respectivo. Luego, en $[A]^T[Y_r][A]$, los términos ubicados en la diagonal valen $Y_{n_{ii}} = \sum_j Y_{r_{ij}}$ esto es, la suma de todas las admitancias de rama que concurren al nudo i.

Los términos fuera de la diagonal valen $Y_{n_{ij}} = Y_{n_{ji}} = -Y_{r_{ij}}$, o sea, el valor negativo de la admitancia de la rama que une los nudos i con j (el signo – lo da $[A]^T$, ya que el elemento ij tiene sentido contrario visto desde i que desde j). Se advierte también que las ramas de excitación del sistema (admitancias en paralelo entre barras y neutro) quedan incluidas en los términos de la diagonal. Como en un sistema real predominan los equipos en cascada, la mayoría de los nudos no están unidos entre sí, e $[Y_n]$ resulta bastante raleada, lo que favorece su almacenamiento. Sin embargo, ello puede ser un inconveniente para la convergencia de los métodos iterativos basados en Y, ya que

las correcciones en cada iteración tienen influencia solo sobre los nudos vecinos, tardando varias iteraciones en extenderse al resto de los nudos.

Como conclusión, en ejes nodales, el sistema queda representado por $[I_n] = [Y_n][V_n]$.

11.2.3. Ecuaciones nodales con impedancias de barras

En este caso se invierte $[Y_n]$, para obtener la **matriz de impedancias nodales** $[Z_n]$ y plantear el sistema de ecuaciones:

$$[V_n] = [Z_n][I_n] \tag{11.4}$$

Como ventaja de este método se puede citar el hecho de que las ecuaciones resultantes presentan mejores características de convergencia que aquellas expresadas sobre la base de admitancias de barras (básicamente porque los errores en cada nudo repercuten más rápidamente sobre los otros, al estar acoplados matricialmente). Sin embargo, conduce a matrices llenas (sin ceros), requiriendo en consecuencia mayor volumen de memoria. Además, la obtención de $[Z_n]$ como el inverso de $[Y_n]$ implica un cálculo engorroso y lento.

11.2.4. Modificaciones en un sistema conocido (agregar o quitar ramas)

En los estudios de flujos de potencia se presenta con cierta frecuencia la necesidad de eliminar alguna rama, o de cambiar su valor (por ejemplo, incrementar la capacidad de un elemento), e incluso de agregar ramas nuevas (cuando el sistema existente o supuesto no es capaz de manejar las transferencias resultantes).

Una ventaja del método nodal es que en él es posible evitar el recálculo completo de la matriz de impedancias (o de admitancias, según el caso), desarrollando técnicas que permiten cambiar directamente el valor que corresponde en dichas matrices.

a) *Agregar (retirar) una admitancia y entre un nudo i existente y el de referencia*

Es el caso, por ejemplo, de instalar condensadores estáticos o un reactor. Solo se altera Y_{ii} en la matriz de admitancias nodales:

$$(Y_{n_{ii}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ii}})_{\text{anterior}} \ + \ y$$

b) *Agregar (retirar) una admitancia y entre los nudos i y j existentes*

Se alteran cuatro valores de la matriz de admitancias nodales:

$$(Y_{n_{ii}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ii}})_{\text{anterior}} \ + \ y \tag{11.5}$$

$$(Y_{n_{jj}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{jj}})_{\text{anterior}} \ + \ y \tag{11.6}$$

$$(Y_{n_{ij}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ij}})_{\text{anterior}} \ - \ y \tag{11.7}$$

$$(Y_{n_{ji}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ji}})_{\text{anterior}} \ - \ y$$

c) *Modificar el valor de una admitancia* y

Para modificar el valor de una admitancia y, sencillamente se resta el valor original y se suma el valor nuevo, de acuerdo con lo visto en a) y b). Un caso particular, que conviene destacar, es el de los transformadores con cambiador de derivaciones bajo carga, que en los estudios de flujos de potencia suelen ser representados por las relaciones:

$$I_i = y_t V_i - \varepsilon y_t V_j \tag{11.8}$$

$$I_j = -\varepsilon y_t V_i + \varepsilon^2 y_t V_j$$

Cuando se haga necesario cambiar el valor de ε, para alterar V_i, habrá que cambiar los elementos correspondientes de la matriz de admitancias nodales, restando los valores originales y sumando los valores modificados.

d) *Agregar (retirar) una rama que presenta admitancias mutuas con otra*

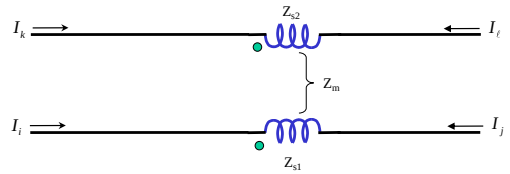


Figura 11.2: Agregar una admitancia

Corresponde al caso de la Figura 11.2, que se puede presentar en el estudio de líneas de transmisión, particularmente en el análisis en componentes de secuencia, que se verá en los Capítulos 13 y 14.

$$\begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_j \\ V_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{s1} & Z_m \\ Z_m & Z_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_i \\ I_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_j \\ V_l \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{s1} & Z_m \\ Z_m & Z_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_j \\ I_l \end{bmatrix}$$

de modo que:

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{s1} & Z_m \\ Z_m & Z_{s2} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_j \\ V_l \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} y_{s1} & y_m \\ y_m & y_{s2} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_j \\ V_l \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} I_j \\ I_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{s1} & Z_m \\ Z_m & Z_{s2} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} V_j \\ V_l \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} y_{s1} & y_m \\ y_m & y_{s2} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} V_j \\ V_l \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_i \\ V_k \end{bmatrix} \right\}$$

Por lo tanto, los elementos que se modifican en la matriz de admitancias nodales son:

$$(Y_{n_{ii}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ii}})_{\text{anterior}} \ + \ y_{s1} \tag{11.9}$$

$$(Y_{n_{jj}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{jj}})_{\text{anterior}} \ + \ y_{s1} \tag{11.10}$$

$$(Y_{n_{ij}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ji}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ij}})_{\text{anterior}} \ - \ y_{s1} \tag{11.11}$$

$$(Y_{n_{kk}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{kk}})_{\text{anterior}} \ + \ y_{s2} \tag{11.12}$$

$$(Y_{n_{ll}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ll}})_{\text{anterior}} \ + \ y_{s2} \tag{11.13}$$

$$(Y_{n_{kl}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{lk}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{kl}})_{\text{anterior}} \ - \ y_{s2} \tag{11.14}$$

$$(Y_{n_{ik}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ki}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ik}})_{\text{anterior}} \ + \ y_m \tag{11.15}$$

$$(Y_{n_{il}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{li}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{il}})_{\text{anterior}} \ - \ y_m \tag{11.16}$$

$$(Y_{n_{jk}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{kj}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{jk}})_{\text{anterior}} \ - \ y_m \tag{11.17}$$

$$(Y_{n_{jl}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{lj}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{jl}})_{\text{anterior}} \ + \ y_m$$

e) *Agregar una admitancia y entre un nudo nuevo k y el de referencia*

Implica agregar una ecuación al juego anterior, $I_k = yV_k$, de modo que es necesario ampliar la matriz de admitancias nodales en una fila y una columna adicionales, cuyos elementos son nulos ($Yn_{ik} = Yn_{ki} = 0$, para $i = 1, 2, ...n$), con la excepción de $Yn_{kk} = y$.

f) *Agregar una admitancia y entre un nudo nuevo k y otro existente* j

De acuerdo con la Figura 11.2 de más arriba, valen las mismas relaciones anteriores, tomando $(Yn_{kk})_{\text{anterior}} = 0$, $y_{s1} = 0$.

$$(Y_{n_{kk}})_{\text{modif}} = y_s \tag{11.18}$$

$$(Y_{n_{ll}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ll}})_{\text{anterior}} + y_s \tag{11.19}$$

$$(Y_{n_{kl}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{lk}})_{\text{modif}} = -y_s \tag{11.20}$$

$$(Y_{n_{ik}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{ki}})_{\text{modif}} = y_m \tag{11.21}$$

$$(Y_{n_{il}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{li}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{il}})_{\text{anterior}} - y_m \tag{11.22}$$

$$(Y_{n_{jk}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{kj}})_{\text{modif}} = -y_m \tag{11.23}$$

$$(Y_{n_{jl}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{lj}})_{\text{modif}} = (Y_{n_{jl}})_{\text{anterior}} + y_m$$

11.2.5. Condiciones de borde

Las ecuaciones anteriores han sido planteadas en función de las corrientes I_n inyectadas en las diversas barras. Estas corrientes, a su vez, dependen de la tensión existente en la barra, y de la potencia compleja **inyectada** a ella por los generadores (o de la diferencia entre ella y la potencia compleja restada por los consumos allí existentes):

$$\overline{I}_k^* = \frac{\overline{S}_k}{\overline{V}_k} = \frac{P_k \ + \ j\,Q_k}{\overline{V}_k} = \frac{(P_{G_k} \ - \ P_{L_k}) \ + \ j\ (Q_{G_k} \ - \ Q_{L_k})}{V_k \angle \theta_k} \tag{11.24}$$

11.3. Solución de las ecuaciones

La explicación de los métodos de solución numérica se hará en función de las ecuaciones nodales con admitancias, que son las más usadas. El procedimiento por seguir en cualquiera de los otros ejes de referencia es similar, y difiere solo en los detalles propios de las distintas ecuaciones.

En primer lugar corresponde recordar que el estado de un sistema queda caracterizado por un conjunto de variables de estado y de control.

Se denomina **variables dependientes** o **de estado** al conjunto de n variables linealmente independientes que describen el comportamiento del sistema y cuyo valor se debe calcular para cada situación. En el caso de los SEP,

son normalmente los fasores tensión en la mayoría de las barras ($V = V\angle\theta$), aunque hay que hacer la salvedad de que existen algunos nudos, principalmente barras de centrales, en los que $|V|$ es un dato. En general, la forma de representar la información sobre un estado no es única, de manera que el conjunto de variables de estado tampoco lo es (en los SEP, se podría usar las corrientes en vez de las tensiones).

Se denomina **variables independientes, variables de control** o **entradas** al conjunto de variables cuya modificación permite controlar la evolución del sistema (y a las restantes variables). En el caso de los SEP, son básicamente las potencias complejas inyectadas por los generadores ($S_G = P_G + jQ_G$). (En efecto, ya se vio en capítulos anteriores que P_G tiene una relación directa con el ángulo θ de la tensión, mientras que Q_G está relacionado con la magnitud $|V|$ de la tensión.) Sin embargo, en aquellas barras de centrales en que se conozca V, Q será normalmente una variable dependiente.

Los consumos ($S_L = P_L + jQ_L$) constituyen un tipo particular de variable, ya que están fuera del control del operador del sistema (o de la persona que realiza el estudio), pero se les puede suponer conocidos y constantes para un estudio determinado. Se les suele considerar como **variables incontrolables** o **perturbaciones**.

Los **parámetros del sistema** son los valores que determinan la estructura del sistema. En el caso de los SEP, son básicamente las admitancias de los equipos de la red, aunque también debe considerarse los cambiadores de derivación de los transformadores (razón de transformación modificable, que tiene un efecto directo sobre $|V|$, por lo que incluso debería ser considerada una variable de control) , los diagramas de operación de los generadores, etcétera.

En resumen, si el sistema posee $n + 1$ nudos (incluyendo el de tierra), o sea, n barras, se pretende fijar las $4n$ variables del problema (V, θ, P_G, Q_G), disponiendo de solo $2n$ ecuaciones reales para la malla pasiva. Ello no es posible matemáticamente, y el primer paso en la solución será el de reducir el número de variables. Para ello se asignan valores a aquellas cantidades específicas que son conocidas (por ejemplo, tensiones en determinadas barras, potencias activas y/o reactivas en otras, etcétera). Al asignar valores a las potencias activas de la mayoría de los generadores, se debe respetar en cada caso las limitaciones propias (diagramas de operación), y buscar en lo posible una repartición de potencias activas que esté de acuerdo con los costos de generación. La suma total de las potencias activas debe corresponder a la de los consumos, más una estimación de las pérdidas de transmisión. Como estas últimas dependen de las tensiones (aún desconocidas), no pueden ser especificadas en forma exacta.

En consecuencia, es necesario separar un generador, que no intervendrá en el proceso de iteración, y que quedará libre para tomar las potencias activa y reactiva que hagan falta para completar el equilibrio del sistema, incluyendo el error en las pérdidas de transmisión. Por su papel en el proceso de iteración, el nudo correspondiente se llama **nudo libre**, **nudo flotante**, o **nudo de relajación** o **acomodo** (*slack bus*). La elección de este nudo no es arbitraria, y puede tener una influencia crítica para la convergencia del método de iteración. No se conoce, sin embargo, ningún procedimiento sencillo para escogerlo, y la única indicación válida es la de usar en lo posible la barra más fuerte del sistema eléctrico, o sea, aquella que más se asemeje a una barra infinita.

También se aprovecha el hecho de que las relaciones trigonométricas no cambian si a todas las funciones se agrega una misma constante. Se asigna entonces ángulo cero a la tensión de una de las barras, en la que se conozca la magnitud de la tensión, o sea posible asignarle un valor típico. Esta pasa a ser la **barra de referencia** o **de oscilación** (*swing bus*), que a menudo se hace coincidir con la barra de acomodo.

Por último, están aquellas barras en las que se conoce la magnitud de la tensión y la potencia activa (por ejemplo, centrales). En tales nudos no se podrá especificar S_G, sino que habrá que dejar Q_G como variable dependiente.

En consecuencia, con los supuestos adoptados, se ha dividido las barras en tres categorías:

1. Barras de consumo, o con control de la potencia, en las que se asignan valores a P_G y Q_G (y por lo tanto a S_n), y se calculan $|V|$ y θ. Todas las barras de consumos, y algunas de generación, caen en esta categoría.

2. Barras de generación, o con control de la tensión, en las que se asignan valores a $|V|$ y P_G, y se calculan Q_G y θ. La mayoría de las barras de generación cae en esta categoría.

3. La barra de acomodo, en la que se asignan valores a $|V|$ y θ, y se calculan P_G y Q_G.

Como resultado final, se llega a una situación en la que se dispone de $2n$ ecuaciones no lineales, y se desea calcular los fasores tensión y potencia aún desconocidos, así como la potencia compleja en el nudo libre. El carácter no lineal de las ecuaciones obliga a recurrir a métodos de iteración, en los que se supone cierto valor arbitrario a las variables (por ejemplo $1\angle 0$ a las tensiones), y se mejora luego la apreciación con ayuda de las ecuaciones, hasta que la variación entre un paso de iteración y el siguiente sea despreciable. La solución será aceptable si todas las tensiones quedan dentro de un rango tolerable y no se sobrecarga ningún equipo.

11.4. Métodos numéricos de iteración

Existen varios métodos numéricos de iteración desarrollados por distintos matemáticos. La diferencia entre uno y otro estará dada fundamentalmente por la mayor o menor cantidad de situaciones en las que hay convergencia hacia el resultado correcto, y por la rapidez con que ello ocurre. Es indudable que una mejora en las condiciones de convergencia se pagará con una mayor complejidad del algoritmo de cálculo. El panorama se complica además para la persona que recién se introduce en el tema, por los diversos recursos de los que se auxilian los programadores para reducir el tiempo total de cálculo y el volumen de memoria requeridos. Métodos que a primera vista pueden parecer distintos no son muchas veces más que variaciones de los procedimientos básicos que se describirán a continuación.

11.4.1. Método iterativo de Gauss

Es uno de los más sencillos. En su forma más general consiste en escribir las ecuaciones por resolver, $f(x) = 0$, en la forma $x^k = F(x^{k-1})$, donde el superíndice indicará el número de iteraciones realizado. Esto siempre es posible de hacer, y no de una sola, sino de varias maneras.

A continuación se supone un valor arbitrario x^0 para la variable x, que se reemplaza en $F(x)$ para calcular una mejor aproximación $x^1 = F(x^0)$. El procedimiento se sigue hasta que $\mid x^{k+1} \mid - \mid x^k \mid < \varepsilon$, si ε designa el error o tolerancia admisible en el resultado. Los inconvenientes de este procedimiento son el gran número de pasos que se requiere para llegar al resultado, y la ocurrencia relativamente alta de situaciones en las que no converge.

Tal vez la mejor forma de apreciar el método sea mediante un ejemplo sencillo, como $f(x) = x^2 - 5x + 4 = 0$, cuyas soluciones son $x = 1$ y $x = 4$ (ver Figura 11.3). Descomponiendo en la forma $x^{k+1} = F(x^k) = [(x^k)^2 + 4]/5$ y suponiendo distintas condiciones iniciales $x^0 = 3$ (que está entre las soluciones) y alternativamente $x^0 = 4,5$ (que está fuera del rango de las soluciones), se obtienen los siguientes resultados:

$$
\begin{aligned}
x^1 &= F(x^0) = (9+4)/5 = 2,60 & x^1 &= F(x^0) = (20,25+4)/5 = 4,85\\
x^2 &= F(x^1) = (6,76+4)/5 = 2,15 & x^2 &= F(x^1) = (23,52+4)/5 = 5,50\\
x^3 &= F(x^2) = (4,62+4)/5 = 1,72 & x^3 &= F(x^2) = (30,25+4)/5 = 6,85\\
x^4 &= F(x^3) = (2,96+4)/5 = 1,39 & x^4 &= F(x^3) = (46,92+4)/5 = 10,18\\
x^5 &= F(x^4) = (1,93+4)/5 = 1,19 & x^5 &= F(x^4) = (103,63+4)/5 = 21,53\\
x^6 &= F(x^5) = (1,42+4)/5 = 1,08 & x^6 &= F(x^5) = (463,54+4)/5 = 93,50
\end{aligned}
$$

Nótese que para $x^0 = 3$ las iteraciones se acercan lentamente a $x = 1$, mientras que para $x^0 = 4,5$ se alejan rápidamente de las posibles soluciones (el método no siempre converge).

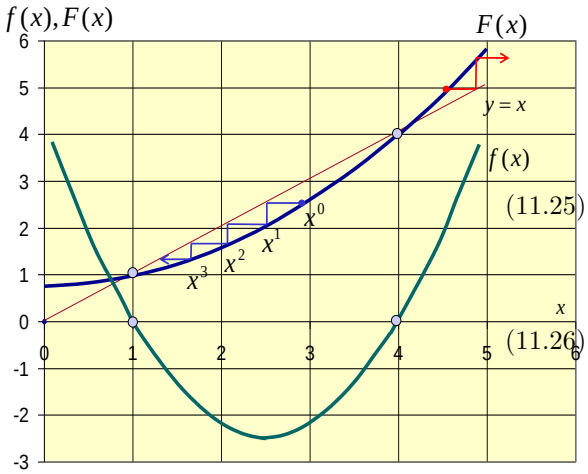


Figura 11.3: Método de Gauss para una variable

El procedimiento puede extenderse directamente a varias variables. Sea el sistema de ecuaciones:

$$f_1 = x^2 - 7x + y + 9 = 0 \qquad (11.25)$$
$$f_2 = y^2 - 6y - x + 7 = 0 \qquad (11.26)$$

Descomponiendo en la forma:

$$x^{k+1} = F(x^k) = [(x^k)^2 + y^k + 9]/7$$
$$y^{k+1} = F(y^k) = [(y^k)^2 - x^k + 7]/6$$

y suponiendo, por ejemplo, $x^0 = y^0 = 1$, se tendrá:

$$
\begin{aligned}
x^1 &= F(x^0) = (9+1+1)/7 = 1,5714\\
x^2 &= F(x^1) = (9+2,468+1,167)/7 = 1,8052\\
x^3 &= F(x^2) = (9+3,258+1,132)/7 = 1,9129\\
&\vdots\\
x^{10} &= (9+3,9998+1,0006)/7 = 2,000
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&y^1 = F(y^0) = (7+1-1)/6 = 1,1667\\
&y^2 = F(y^1) = (7+1,361-1,571)/6 = 1,1316\\
&y^3 = F(y^2) = (7+1,281-1,805)/6 = 1,0792\\
&\vdots\\
&y^{10} = (7+1,0013-1,99996)/6 = 1,0002
\end{aligned}
$$

Se aprecia el avance hacia la solución a través de escalones cada vez más pequeños. Según lo errado que haya estado el valor de partida, podrán requerirse muchas iteraciones. Por otra parte, si los valores de partida de las variables están fuera del rango en el que se encuentran las raíces (por ejemplo, $x^0 = y^0 = 10$), los escalones serán cada vez más grandes, y el proceso puede resultar divergente:

$$
\begin{aligned}
&x^1 = F(x^0) = (9+100+10)/7 = 17 && y^1 = F(y^0) = (7+100-10)/6 = 16,167\\
&x^2 = F(x^1) = (9+289+16,167)/7 = 44,88 && y^2 = F(y^1) = (7+261,36-17)/6 = 41,89\\
&x^3 = F(x^2) = (9+2014,3+41,89)/7 = 344,2 && y^3 = F(y^2) = (7+1755,1-44,88)/6 = 286,2\\
&\qquad\vdots && \qquad\vdots
\end{aligned}
$$

11.4.2. Método iterativo de Newton Raphson

Es más sofisticado que el de Gauss y exige un mayor volumen de cálculos, pero asegura convergencia en un mayor número de casos y, además, en forma más rápida. El problema matemático por resolver consiste en n relaciones no lineales del tipo $f_\nu(x_i) = 0$. Si es posible suponer a esas funciones una solución x_i^0, a la que solamente le falta un residuo Δx_i^0 para llegar a la solución correcta (esto es, tener $f(x_i^0 + \Delta x_i^0) = 0$, aunque $f(x_i^0 \neq 0)$), se puede desarrollar en serie de Taylor en torno de los valores x_i^0:

$$
\begin{aligned}
&f_1(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0) + \Delta x_1^0 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^0 + ... + \Delta x_n^0 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^0\\
&\qquad + \frac{1}{2}\left(\Delta x_1^0\right)^2 \left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2}\right)^0 + ... + \frac{1}{2}\left(\Delta x_n^0\right)^2 \left(\frac{\partial^2 f_1}{\partial x_n^2}\right)^0 + ... = 0\\
&\qquad \vdots\\
&f_i\left(x_1^0,\, x_2^0, ..., \, x_n^0\right) \;+\; \Delta x_1^0 \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)^0 \;+\; ... \;+\; \Delta x_n^0 \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)^0\\
&\qquad + \;\frac{1}{2}\left(\Delta x_1^0\right)^2 \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_1^2}\right)^0 \;+\; ... \;+\; \frac{1}{2}\left(\Delta x_n^0\right)^2 \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_n^2}\right)^0 \;+\; ... = 0\\
&\qquad \vdots\\
&f_n\left(x_1^0,\, x_2^0, ..., \, x_n^0\right) \;+\; \Delta x_1^0 \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^0 \;+\; ... \;+\; \Delta x_n^0 \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^0\\
&\qquad + \;\frac{1}{2}\left(\Delta x_1^0\right)^2 \left(\frac{\partial^2 f_n}{\partial x_1^2}\right)^0 \;+\; ... \;+\; \frac{1}{2}\left(\Delta x_n^0\right)^2 \left(\frac{\partial^2 f_n}{\partial x_n^2}\right)^0 \;+\; ... = 0
\end{aligned}
$$

en que los $(\partial f_j/\partial x_i)^0$ representan las correspondientes derivadas parciales, evaluadas para los $x_i = x_i^0$.

Despreciando términos de orden superior, es decir, aceptando que los Δx_i^0 son suficientemente pequeños, se tendrá:

$$
\begin{aligned}
&f_1\left(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right) + \Delta x_1^0 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^0 + ... + \Delta x_n^0 \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^0 \approx 0\\
&\vdots\\
&f_i\left(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right) + \Delta x_1^0 \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)^0 + ... + \Delta x_n^0 \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)^0 \approx 0\\
&\vdots\\
&f_n\left(x_1^0, x_2^0, ..., x_n^0\right) + \Delta x_1^0 \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^0 + ... + \Delta x_n^0 \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^0 \approx 0
\end{aligned}
$$

o, en notacion matricial, $[f^0]+[J^0][\Delta x^0]=[0]$, relación en la que la matriz formada por las derivadas parciales de primer orden se denomina **jacobiano**:

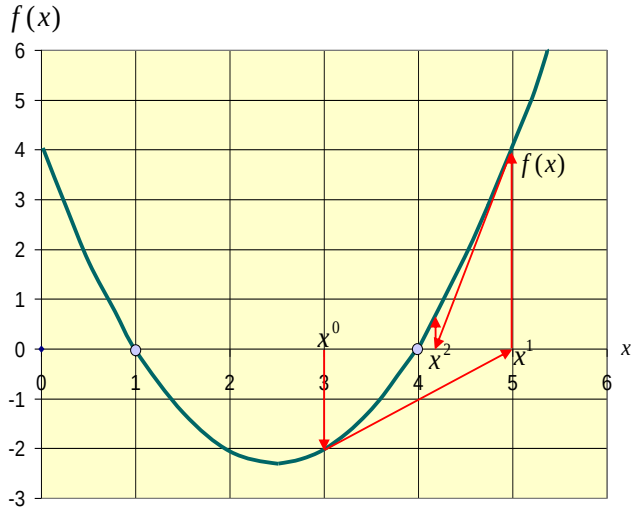


Figura 11.4: Método de Newton

$$[J^k]=\begin{bmatrix}\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^k & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^k\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^k & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^k\end{bmatrix} \tag{11.27}$$

Por lo tanto, el residuo valdrá en general:

$$[\Delta x^k]=-[J^k]^{-1}[f^k] \tag{11.28}$$

y el valor mejorado de x_i será:

$$[x^{k+1}]=[x^k]+[\Delta x^k]=[x^k]-[J^k]^{-1}[f^k] \tag{11.29}$$

Como se han despreciado términos de orden superior, x^{k+1} no será la solución correcta, y se debe repetir el proceso en forma iterativa.
Con el fin de mostrar gráficamente la convergencia del método (ver Figura 11.4), se utiliza nuevamente la función $f(x)=x^2-5x+4=0$. En este caso, la ecuación general del método, $[x^{k+1}]=[x^k]+[\Delta x^k]=[x^k]-[J^k]^{-1}[f^k]$ se convierte en $x^{k+1}=x^k-(\partial f/\partial x)^{-1}f^k=x^k-(2x^k-5)^{-1}((x^k)^2-5x^k+4)=((x^k)^2-4)/(2x^k-5)$. Utilizando, al igual que en el método de Gauss, las condiciones iniciales $x^0=3$ y $x^0=4,5$, se obtiene el siguiente resultado:

$x^1=(9-4)/(6-5)=5,00$ $\qquad$ $x^1=(20,25-4)/(9-5)=4,06$

$x^2=(25-4)/(10-5)=4,20$ $\qquad$ $x^2=(16,48-4)/(8,12-5)=4,00$

$x^3=(17,64-4)/(8,4-5)=4,01$

$x^4=(16,08-4)/(8,02-5)=4,00$

A una precisión de dos decimales, el método converge a la cuarta iteración para $x^0=3$ y en solo dos para $x^0=4,5$, caso este último en que Gauss divergía. Sin embargo, no se encuentra la raíz x = 1. Probando con $x^0=2$:

$x^1=(4-4)/(8-5)=0,00$

$x^2=(0-4)/(0-5)=0,8$

$x^3=(0,64-4)/(1,6-5)=0,99$

$x^4=(0,977-4)/(1,98-5)=1,00$

Para mejor entender, se repasará el sistema de dos ecuaciones ya resuelto anteriormente por Gauss:

$$f_1=x^2-7x+y+9=0 \tag{11.30}$$

$f_2=y^2-6y-x+7=0$

Los términos del jacobiano tendrán la forma:

$$\partial f_1/\partial x=2x-7 \tag{11.31}$$

$$\partial f_1/\partial y=1 \tag{11.32}$$

$$\partial f_2/\partial x=-1 \tag{11.33}$$

$\partial f_2/\partial y=2y-6$

(Para no complicar las cosas, en el resto del ejemplo se evitará el cálculo matricial, que computacionalmente es obligatorio.) Suponiendo valores iniciales $x^0=y^0=1$, se evalúan:

$f_1^0=4$
$f_2^0=1$

$$(\partial f_1/\partial x)^0=-5 \tag{11.34}$$

$$(\partial f_1/\partial y)^0=1 \tag{11.35}$$

$$(\partial f_2/\partial x)^0=-1 \tag{11.36}$$

$(\partial f_2/\partial y)^0=-4$

de manera que el sistema de ecuaciones lineales por resolver es:

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cuyas soluciones son $\Delta x^0 = 0,8095$, $\Delta y^0 = 0,0476$; y los valores mejorados de x e y serían $x^1 = x^0 + \Delta x^0 = 1,8095$; $y^1 = y^0 + \Delta y^0 = 1,0476$.

Al repetir el cálculo se advierte que las funciones f (o errores) se van achicando:

$$f_1^1 = 0,655 \tag{11.37}$$

$$f_2^1 = 0,024$$

$$(\partial f_1/\partial x)^1 = -3,381 \tag{11.38}$$

$$(\partial f_1/\partial y)^1 = 1 \tag{11.39}$$

$$(\partial f_2/\partial x)^1 = -1 \tag{11.40}$$

$$(\partial f_2/\partial y)^1 = -3,905$$

y el nuevo sistema de ecuaciones lineales por resolver es:

$$\begin{bmatrix} 0,655 \\ 0,024 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3,381 & 1 \\ -1 & -3,905 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cuyas soluciones son $\Delta x^1 = 0,1804$, $\Delta y^1 = -0,0456$; de modo que los valores mejorados de x e y serían $x^2 = 1,9899$; $y^2 = 1,002$.

Una tercera repetición de los cálculos lleva a:

$$f_1^2 = 0,032 \tag{11.41}$$

$$f_2^2 = 0,002$$

$$(\partial f_1/\partial x)^2 = -3,02 \tag{11.42}$$

$$(\partial f_1/\partial y)^2 = 1 \tag{11.43}$$

$$(\partial f_2/\partial x)^2 = -1 \tag{11.44}$$

$$(\partial f_2/\partial y)^2 = -3,996$$

y el nuevo sistema de ecuaciones lineales por resolver es:

$$\begin{bmatrix} 0,032 \\ 0,002 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3,02 & 1 \\ -1 & -3,996 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

cuyas soluciones son $\Delta x^2 = 0,0101$, $\Delta y^2 = -0,002$; siendo los valores mejorados de x e y, $x^3 = 2,000$; $y^3 = 1,000$. El error es bastante pequeño, y en solo tres pasos se ha llegado al resultado (que con Gauss exigió unos diez pasos).

11.5. Aplicación al caso de sistemas eléctricos

Teniendo ya una comprensión de los métodos numéricos usados, corresponde ver su aplicación al caso de los Sistemas de Potencia.

11.5.1. Método de Gauss

En el caso particular de los sistemas de potencia, las ecuaciones por resolver son de la forma $f(V) = \left(\frac{S}{V}\right)^* - \sum Y\,V = 0$, en las que la "variable x" es Q para algunos nudos y V para otros, y la "variable y" es θ para todos los nudos.

El método de resolución será diferente según la clase de nudo. Suponiendo que haya $m-1$ nudos con control de tensión, $n-m$ nudos de control de potencia, y el nudo de referencia (al que siempre se podrá asignar el número uno, mediante una codificación adecuada), se tendrá que:

a) Para los $m-1$ nudos de generación, con control de tensión, en que se conoce (o específica) la magnitud de la tensión y la potencia activa, las incógnitas Q y θ se obtienen de la ecuación nodal:

$$Q_i = -\,Imag\left(V_i^* \sum Y_{i\mu}\,V_\mu\right) = -\,Imag\left\{V_i^* \left[Y_{ii}\,V_i + \sum_{\mu=1,\mu\neq i}^{n} Y_{i\mu}\,V_\mu\right]\right\}$$

$$Q_i = -\,Imag\left[Y_{ii}\,V_i^2\ +\ V_i^*\sum Y_{i\mu}\,V_\mu\right] \qquad i\ =\ 2,\,3,\,...\,m$$

donde μ ($\neq i$) es una variable de suma solamente.

En consecuencia, fijando un valor de partida para θ_i y las tensiones V_μ, y aceptando una notación poco ortodoxa, pero que identifica claramente las variables, el algoritmo de iteraciones será:

$$Q_i^k = -\,Imag\left\{|V_i|\ e^{-j\theta_i^k}\ \left[Y_{ii}\ |V_i|\ e^{j\theta_i^k} + \sum_{\mu=1,\ \mu\neq i}^{m} Y_{i\mu}\left|V_\mu^k\right|\ e^{j\theta_\mu^k} + \sum_{\sigma=m+1}^{n} Y_{i\sigma}\ \left|V_\sigma^k\right|\ e^{j\theta_\sigma^k}\right]\right\} \tag{11.45}$$

o con mayor detalle, escribiendo $V =|\ V\ |\ (cos\theta + jsen\theta)$, $Y = G - jB$:

$$Q_i^k = -\,Imag\,[\,(G_{ii}\ -\ j\,B_{ii})\ V_i^2 + \sum_{\mu=1,\mu\neq i}^{m}(G_{i\mu}\ -\ j\,B_{i\mu})\ |V_i|\ |V_\mu|\ \left(\cos\left(\theta_i^k\right)\ -j\,sen\left(\theta_i^k\right)\right)\ \left(\cos\left(\theta_\mu^k\right)\ +j\,sen\left(\theta_\mu^k\right)\right) \tag{11.46}$$

$$+\sum_{\sigma\,=\,m+1}^{n}(G_{i\sigma}\ -\ j\,B_{i\sigma})\ |V_i|\ \left|V_\sigma^k\right|\ \left(\cos\left(\theta_i^k\right)\ -j\,sen\left(\theta_i^k\right)\right)\left(\cos\left(\theta_\sigma^k\right)\ +j\,sen\left(\theta_\sigma^k\right)\right)$$

es decir:

$$Q_i^k = B_{ii}V_i^2 + G_{i1}V_1V_i sen(\theta_i^k) + B_{i1}V_1V_i sen(\theta_i^k) + \sum_{\mu=2,\mu\neq i}^{m} B_{i\mu}V_iV_\mu\cos(\theta_\mu^k - \theta_i^k) - \sum_{\mu=2,\mu\neq i}^{m} G_{i\mu}V_iV_\mu\cos(\theta_\mu^k - \theta_i^k) \tag{11.47}$$

$$+\sum_{\sigma=m+i}^{n} B_{i\sigma}V_iV_\sigma^k\cos(\theta_\sigma^k - \theta_i^k) - \sum_{\sigma=m+i}^{n} G_{i\sigma}V_iV_\sigma^k\cos(\theta_\sigma^k - \theta_i^k) \qquad i = 2, 3, ...m$$

Determinado Q_i^k (aunque no sea todavía el valor definitivo), el nudo i pasa a ser un nudo con control de potencia algo particular, en el que se conocen V_i, P y Q, y se pretende calcular solo el ángulo θ_i^{k+1} correspondiente.

Antes de seguir, debe contrastarse el valor de $Q_{Gi}^k = Q_i^k + Q_{Li}$ con los límites del diagrama $P - Q$ de la máquina G correspondiente. Si resulta estar fuera de esos límites, se debe reemplazar Q_{Gi}^k por el límite más próximo, de modo que $Q_i^k = G_{Gi}^{lim} - Q_{Li}$ y dejar la tensión completamente libre, ya que el valor adoptado inicialmente para $|V_i|$ no es físicamente factible. En tal caso, el nudo pasa a ser un nudo con control de potencia.

b) Para los nudos con control de potencia se escribe:

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{S_i^*}{V_i^*}\ -\ \sum_{\mu=1}^{n} Y_{i\mu}\,V_\mu\right] \qquad i\ =\ 2,\,3,\,...\,n\,;\ \mu\ \neq\ i$$

y el algoritmo de iteraciones por usar será [$x = F(x)$]:

$$V_i^{k+1} = \frac{1}{Y_{ii}}\left[\frac{S_i^*}{\left(V_i^k\right)^*} - \sum_{\mu=1}^{n} Y_{i\mu}\,V_\mu^k\right] \qquad i\ =\ 2,\,3,\,...\,n;\ \mu\ \neq\ i$$

$$\left|V_i^{k+1}\right|\ e^{j\,\theta_i^{k+1}} = \frac{P_i\ -\ j\,Q_i^k}{Y_{ii}\ \left|V_i^k\right|\ e^{-j\,\theta_i^k}} - \frac{Y_{i1}\ |V_1|}{Y_{ii}} - \sum_{\mu\,=\,2,\mu\,\neq\,i}^{m}\frac{Y_{i\mu}}{Y_{ii}}\ |V_\mu|\ e^{j\,\theta_\mu^k} - \sum_{\sigma\,=\,m+1,\sigma\,\neq\,i}^{n}\frac{Y_{i\sigma}}{Y_{ii}}\ |V_\sigma|\ e^{j\,\theta_\sigma^k} \qquad i\ =\ 2,\,3,\,...\,n$$

Para simplificar, conviene calcular una sola vez aquellos términos que no se modifican de una iteración a otra. Llamando $A_i = S_i * /Y_{ii}$ y $B_{i\mu} = Y_{i\mu}/Y_{ii}$ ($i = 2, 3, ...n$; $\mu = 1, 2, 3, ...n$; $\mu \neq i$), se tendrá, para i = 2, 3, ...n:

$$\left|V_i^{k+1}\right| e^{j\,\theta_i^{k+1}} = \frac{A_i^k}{\left|V_i^k\right|\ e^{-j\,\theta_i^k}} - B_{i1}\ |V_1| - \sum_{\mu\,=\,2,\mu\,\neq\,i}^{m} B_{i\mu}\ |V_\mu|\ e^{j\,\theta_\mu^k} - \sum_{\sigma\,=\,m+1,\sigma\,\neq\,i}^{n} B_{i\sigma}\ |V_\sigma|\ e^{j\,\theta_\sigma^k} \tag{11.48}$$

donde para los m primeros nudos se conoce $|V_i|$ y de la ecuación se determina solo el ángulo θ_i^{k+1}, mientras que para los $n - m$ nudos restantes se calcula también $\left|V_i^{k+1}\right|$.

El problema estará resuelto cuando, para todo i, $\Delta V_i^{k+1} = \left|V_i^{k+1}\right| - \left|V_i^k\right| < \varepsilon$, en que ε es el error aceptable.

c) Conocidas las tensiones, se calcula la potencia en la barra de referencia, como:

$$S_1 = V_1\ \left[Y_{11}\,V_1 + \sum_{\mu\,=\,2}^{n} Y_{1\mu}\,V_\mu^k\right]^*$$

y finalmente, los flujos por los diversos elementos, como:

$$S_{ij} = V_i\,I_{ij}^* = V_i^k\ \left\{\left[\left(V_i^k\right)^* - \left(V_j^k\right)^*\right]\ Y_{rij}^* + \left(V_i^k\right)^*\ Y_{0i}^*\right\} \tag{11.49}$$

11.5.2. Método iterativo de Gauss-Seidel

Es una modificación del método anterior, que consigue mayor velocidad de convergencia por el simple expediente de ir ocupando en las sucesivas iteraciones los valores de tensión, en la medida en que van siendo calculados. Dicho más directamente, para calcular V_3^{k+1} se aprovechan V_1 y V_2^{k+1}, además de los V_i^k (i = 3, 4, ..., n) ya disponibles de la iteración anterior. Para calcular V_4^{k+1} se usan V_1, V_2^{k+1} , V_3^{k+1} y los V_i^k $(i = 4, 5, ..., n)$, etcétera, etcétera. El diagrama de flujo del método iterativo aplicado a SEP se muestra en las Figuras 11.5 y 11.6

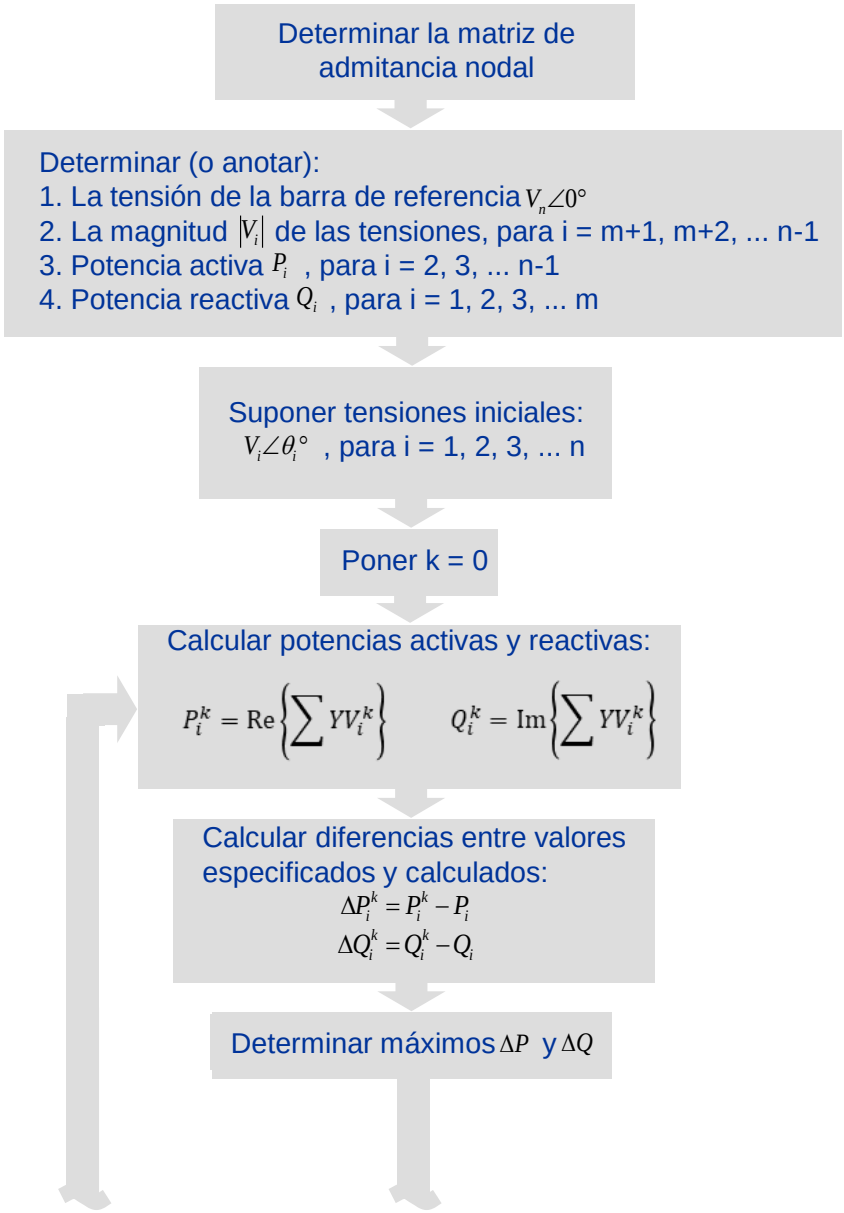


Figura 11.5: Diagrama de flujo método de Gauss-Seidel (parte I)

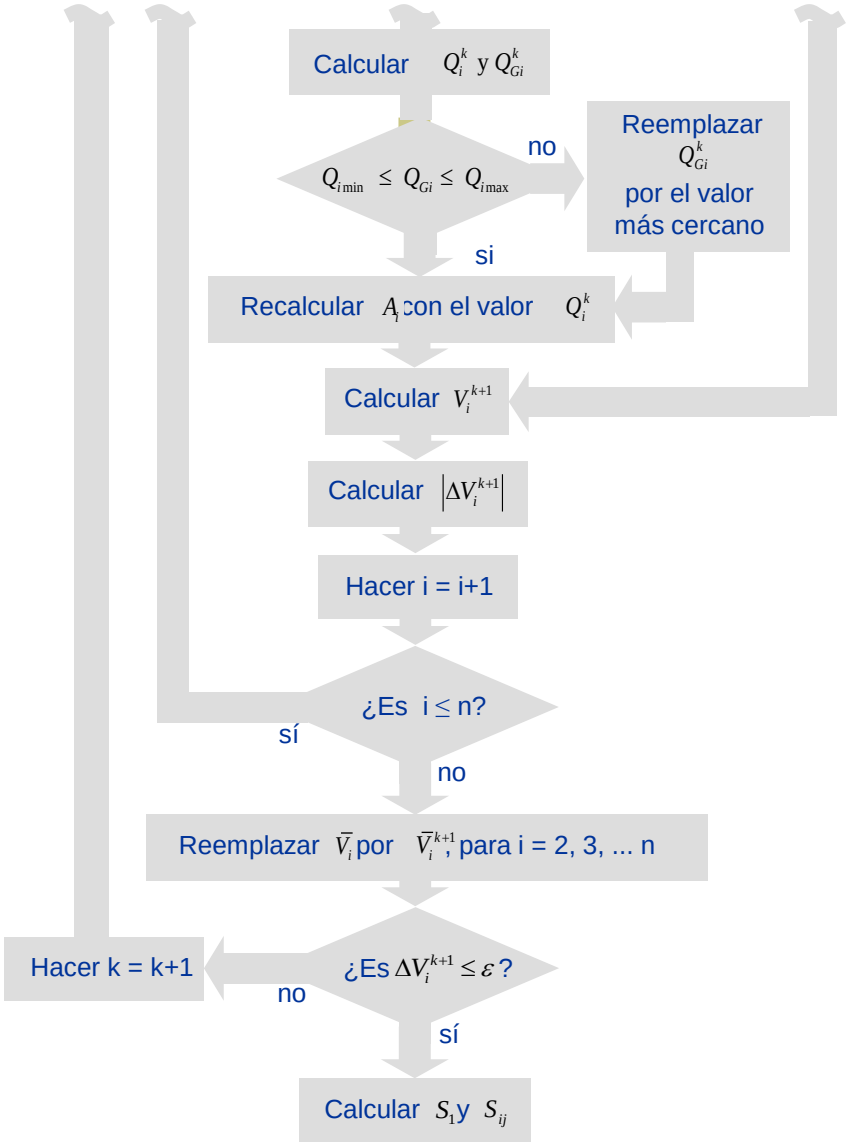


Figura 11.6: Diagrama de flujo método de Gauss-Seidel (parte II)

Al usar el método de Gauss-Seidel se suele conseguir un aumento extra de la velocidad de convergencia, recurriendo a **factores de aceleración** (ver Figura 11.7).

Si se llama $(V_i^k)_{acel}$ al valor de V_i calculado en la iteración k, el resultado que normalmente se obtendría en el paso siguiente sería $V_i^{k+1} = (V_i^k)_{acel} + \Delta V_i^{k+1}$. Es posible calcular un valor exagerado (o acelerado) de V_i^{k+1}afectando a ΔV_i^{k+1}de un factor $\alpha > 1$:

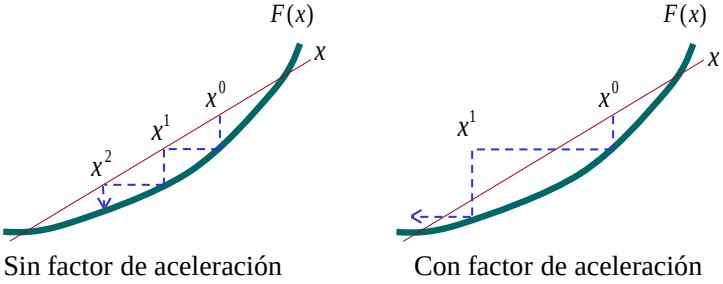


Figura 11.7: Iteración método de Gauss Seidel

$$(V_i^{k+1})_{acel} = (V_i^k)_{acel} + \alpha\Delta V_i^{k+1} = (V_i^k)_{acel} + \alpha(V_i^k)_{normal} - \alpha(V_i^k)_{acel} = \alpha(V_i^k)_{normal} - (\alpha - 1)(V_i^k)_{acel}$$

Es evidente que al amplificar los escalones en el avance de la variable hacia la solución, se llega más rápido al resultado. Sin embargo, si el factor de aceleración es demasiado grande (Figura 11.7 derecha), se corre el riesgo

de que el proceso se torne divergente (ocurre normalmente si $\alpha > 1,9$, aproximadamente). Por ello, los valores usuales de α fluctúan entre $1,5$ y $1,8$.

En cuanto al cálculo eléctrico, las ecuaciones son las mismas ya vistas para Gauss, separando eso sí entre nudos en los que ya se conoce V^{k+1} y nudos en que solo se conoce V^k:

$$\left|V_i^{k+1}\right| e^{j\,\theta_i^{k+1}} = \frac{A_i^k}{\left|V_i^k\right| e^{-j\,\theta_i^k}} - B_{i1}\,|V_1| - \sum_{\mu=2}^{i-1} B_{i\mu}\,\left|V_\mu^{k+1}\right| e^{j\,\theta_\mu^{+1k}} \ldots$$
$$- \sum_{\mu=i}^{m} B_{i\mu}\,\left|V_\mu^k\right| e^{j\,\theta_\mu^k} - \sum_{\sigma=m+1,\sigma\neq i}^{n} B_{i\sigma}\,\left|V_\sigma^k\right| e^{j\,\theta_\sigma^k} \tag{11.50}$$

La aplicación "Gauss-Seidel", contenida en el sitio web del libro permite el estudio del método de Gauss-Seidel aplicado a un sistema ejemplo de cuatro barras.

11.5.3. Método iterativo en V e I (con impedancias nodales)

Otra forma de plantear las ecuaciones, que presenta una convergencia bastante buena, consiste en iterar separadamente las tensiones, por medio de las ecuaciones de la malla pasiva, expresadas en función de las impedancias nodales: $[V_n] = [Z_n][I_n]$ y las corrientes inyectadas, por medio de las ecuaciones de la potencia $[S_n] = [V_n I_n *]$.

El proceso parte suponiendo un valor para las tensiones aplicadas en los nudos, y calculando una estimación de todas las corrientes inyectadas.

En las barras de consumo se emplea directamente el algoritmo.

$$I_n^{k+1} = \frac{S_n^*}{(V_n^k)^*} \tag{11.51}$$

En los nudos con tensión constante, en los que no se conoce la potencia reactiva Q_n, se separa I_n en módulo y ángulo. Para calcular el módulo de la corriente se supone en primera aproximación que él varía en proporción a la tensión:

$$\left|I_n^{k+1}\right| = \frac{|V_n|\ \left|I_n^k\right|}{|V_n^k|} \tag{11.52}$$

en que V_n es la tensión especificada para ese nudo.

El ángulo se obtiene de igualar la parte real de $VI^*[V_i cos(\theta - \angle I)]$ con P_n:

$$\angle I_n^{k+1} = \theta_n^k - arc\cos\left(\frac{P_n}{|V_n^k|\ \left|I_n^{k+1}\right|}\right) \tag{11.53}$$

El nudo libre se trata como nudo de consumo, pero solo se corrige el módulo de la corriente, dejando fija su fase.

Una vez calculadas las corrientes, se les introduce en la ecuación de la malla pasiva, para obtener una mejor aproximación para las tensiones: $V_n^{k+1} = \sum_\mu Z_{n\mu}\, I_\mu^{k+1}$.

El proceso se repite hasta que la variación de corriente sea despreciable $I_n^{k+1} - I_n^k < \varepsilon$.

11.5.4. Método iterativo de Newton-Raphson

Al plantear las ecuaciones para iterar por este método, se prefiere dejar como funciones f al error en las consignas de potencia activa (ΔP) y reactiva (ΔQ) de cada nudo, de modo que las ecuaciones por resolver son de la forma $f(x_i) = \Delta S^* = V^* \sum YV - S^*$, en que los x_i son las tensiones en cada nudo, en magnitud V y ángulo θ, ya que:

$$S + \Delta S = V\ I = V\ (\sum Y_i\ V)^*$$

$$(S + \Delta S)^* = V^*(\sum Y_i\ V)$$

por lo que:

$$f_i^k = \Delta P_i^k = \ Real[(V_i^k)^* \sum Y_{i\mu} V_\mu^k - S_{i0}^*] \tag{11.54}$$

$$\phi_i^k = \Delta Q_i^k = -Imag[(V_i^k)^* \sum Y_{i\mu} V_\mu^k - S_{i0}^*]$$

El cálculo de estas funciones puede hacerse tanto en coordenadas cartesianas como en polares. Lo más cómodo es hacerlo en cartesianas, pero expresando las tensiones en la forma $\overline{V} = |V|\,(cos\,(\theta) + jsen\,(\theta))$ y no como $V = e + j\,f$. En tal caso:

$$\sum_{\mu=1}^{n} \left(V_i^k\right)^* Y_{i\mu} V_\mu^k \quad = \sum_{\mu=1}^{n} Y_{i\mu} V_i^k V_\mu^k \angle\left(\theta_\mu^k - \theta_i^k\right) = \sum_{\mu=1}^{n} V_i^k V_\mu^k \left(G_{i\mu} - j\, B_{i\mu}\right) \left[\cos\left(\theta_\mu^k - \theta_i^k\right) + j\, sen\left(\theta_\mu^k - \theta_i^k\right)\right]$$

de modo que:

$$\Delta P_i^k = \sum_{\mu=1}^{n} \left\{\left|V_i^k\right| \left|V_\mu^k\right| \left[G_{i\mu} \cos\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right) - B_{i\mu}\, sen\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right)\right] - P_{i0}\right\}$$

$$\Delta P_i^k = \sum_{\mu=1}^{n} M_{i\mu} - P_{i0} \tag{11.55}$$

$$\Delta Q_i^k = \sum_{\mu=1}^{n} \left\{\left|V_i^k\right| \left|V_\mu^k\right| \left[G_{i\mu}\, sen\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right) + B_{i\mu} \cos\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right)\right] - Q_{i0}\right\}$$

$$\Delta Q_i^k = \sum_{\mu=1}^{n} N_{i\mu} - Q_{i0} \tag{11.56}$$

en que los $M_{i\mu}$ son normalmente bastante pequeños, ya que $G > B$ y $\theta_i \approx \theta_\mu$.

Para el planteamiento de este método también es necesario distinguir entre nudos con control de potencia, nudos con control de tensión y el nudo libre. Por razones prácticas, se da al nudo libre el número n (último), y se otorgan los primeros números a los nudos con control de potencia.

Colocando primero las ecuaciones de los ángulos, y al final las del módulo $|V|$, la ecuación matricial de iteración será:

$$\begin{bmatrix} \theta_i^{k+1} \\ \theta_j^{k+1} \\ \left|V_i^{k+1}\right| \\ \left|V_j^{k+1}\right| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_i^k \\ \theta_j^k \\ \left|V_i^k\right| \\ \left|V_j^k\right| \end{bmatrix} - \left[J^k\right]^{-1} \begin{bmatrix} f_i^k \\ f_j^k \\ \phi_i^k \\ \phi_j^k \end{bmatrix} \qquad i = 1,\, 2,\, \ldots m;\; j = m+1,\, m+2,\, \ldots n-1$$

Ahora bien, puesto que $|V_j|$ es un dato para los nudos con control de tensión, se usará lógicamente dicho antecedente para evaluar los V_μ , cada vez que $\mu > m$ en los procesos iterativos. Por lo tanto, no tiene interés real calcular la corrección de tensión $|\Delta V_j|$ y la correspondiente función ϕ_j , lo que reduce en $n - m - 1$ el número de ecuaciones por resolver, así como el orden del jacobiano, que es entonces de la forma:

$$\left[J^k\right] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_i}{\partial \theta_i}\right)^k & \left(\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j}\right)^k & \left(\frac{\partial f_i}{\partial |V_i|}\right)^k \\ \left(\frac{\partial f_j}{\partial \theta_i}\right)^k & \left(\frac{\partial f_j}{\partial \theta_j}\right)^k & \left(\frac{\partial f_j}{\partial |V_i|}\right)^k \\ \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_i}\right)^k & \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_j}\right)^k & \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial |V_i|}\right)^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^k & J_2^k & J_3^k \\ J_4^k & J_5^k & J_6^k \\ J_7^k & J_8^k & J_9^k \end{bmatrix} \tag{11.57}$$

y donde cada una de las submatrices J_1^k a J_9^k implica todas las derivadas correspondientes. Cabe recalcar que esta simplificación en el cálculo del jacobiano no es posible si los V_j son planteados en coordenadas cartesianas ($V_j = e_j + j\ f_j$).

El cálculo del jacobiano J^k implica calcular las distintas derivadas parciales $\partial\Delta P/\partial\theta$, $\partial\Delta P/\partial\,|V|$, $\partial\Delta Q/\partial\theta$, etc. Puesto que P_{i0} y Q_{i0} son constantes, los términos en la diagonal de J_1 y J_5 serán de la forma:

$$\left(\frac{\partial \Delta P_\sigma}{\partial \theta_\sigma}\right)^k = -\sum_{\mu=1}^{n-1} \left|V_\sigma^k\right| \left|V_\mu^k\right| \left[G_{\sigma\mu}\, sen\left(\theta_\sigma^k - \theta_\mu^k\right) + B_{\sigma\mu} \cos\left(\theta_\sigma^k - \theta_\mu^k\right)\right]$$

$$\left(\frac{\partial \Delta P_\sigma}{\partial \theta_\sigma}\right)^k = -\sum_{\mu=1}^{n-1} N_{\sigma\mu} = Q_{\sigma 0} - \Delta Q_\sigma \tag{11.58}$$

en que $\sigma = 1,\, 2, \ldots m$ para J_1 y $\sigma = m+1,\, m+2, \ldots n-1$ para J_5.

Los restantes términos de J_1 y J_5, así como aquellos de J_2 y J_4, serán:

$$\left(\frac{\partial \Delta P_\sigma}{\partial \theta_\nu}\right)^k = \left|V_\sigma^k\right| \left|V_\nu^k\right| \left[G_{\sigma\nu}\, sen\left(\theta_\sigma^k - \theta_\nu^k\right) + B_{\sigma\nu} \cos\left(\theta_\sigma^k - \theta_\nu^k\right)\right] \quad = \quad N_{\sigma\nu} \tag{11.59}$$

en que $\sigma = 1,\, 2, \ldots m$ para J_1 y J_2; $\sigma = m+1,\, m+2, \ldots n-1$, para J_4 y J_5; $\nu = 1,\, 2, \ldots m$, $\nu \neq \sigma$, para J_1 y J_4; $\nu = m+1,\, m+2, \ldots n-1$, $\nu \neq \sigma$, para J_2 y J_5.

Los términos en la diagonal de J_3 serán de la forma:

$$\left(\frac{\partial \Delta P_i}{\partial |V_i|}\right)^k = 2\,G_{ii}\,\left|V_i^k\right| + \sum_{\mu=1,\mu\neq i}^{n} \left|V_\mu^k\right| \left[G_{i\mu}\cos\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right) - B_{i\mu}\,sen\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right)\right]$$

$$\left(\frac{\partial \Delta P_i}{\partial |V_i|}\right)^k = 2\,G_{ii}\,\left|V_i^k\right| + \sum_{\mu=1}^{n-1} \frac{M_{i\mu}}{V_\nu^k} \tag{11.60}$$

con $i = 1,\,2,\ldots m$.

Los restantes términos de J_3 y aquellos de J_6, serán:

$$\left(\frac{\partial \Delta P_i}{\partial |V_\nu|}\right)^k = \left|V_i^k\right| \left[G_{i\nu}\cos\left(\theta_i^k - \theta_\nu^k\right) - B_{i\nu}\,sen\left(\theta_i^k - \theta_\nu^k\right)\right] = -\,\frac{M_{i\nu}}{V_\nu^k}, \tag{11.61}$$

en que $i = 1,\,2,\ldots m$ para J_3, $i = m+1,\,m+2,\ldots n-1$ para J_6, $\nu = 1,\,2,\ldots m$, $\nu \neq$ i.

Los términos en la diagonal de J_7 serán de la forma:

$$\left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_i}\right)^k = \sum_{\mu=1}^{n} \left|V_i^k\right| \left|V_\mu^k\right| \left[G_{i\mu}\cos\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right) - B_{i\mu}\,sen\left(\theta_i^k - \theta_\mu^k\right)\right] = \sum_{\mu=1}^{n} M_{i\mu} \tag{11.62}$$

en que $i = 1,\,2,\ldots m$.

Los restantes términos de J_7, y aquellos de J_8, serán:

$$\left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \theta_\nu}\right)^k = -\,\left|V_i^k\right| \left|V_\nu^k\right| \left[G_{i\nu}\cos\left(\theta_i^k - \theta_\nu^k\right) - B_{i\nu}\,sen\left(\theta_i^k - \theta_\nu^k\right)\right] = -\,M_{i\nu} \tag{11.63}$$

en que $i = 1,\,2,\ldots m$, mientras que $\nu = 1,\,2,\ldots m$, $\nu \neq i$, para J_7, y $\nu = m+1,\,m+2,\ldots n-1$ para J_8.

Los términos en la diagonal de J_9 serán:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial |V_i|}\right)^k &= -\,2\,B_{ii}\,\left|V_i^k\right| + \sum_{\mu=1,\mu\neq i}^{n} \left|V_\mu^k\right| \left[\,G_{i\mu}\,sen\left(\,\theta_i^k - \theta_\mu^k\right) + B_{i\mu}\cos\left(\,\theta_i^k - \theta_\mu^k\right)\,\right] \\ &= -\,2\,B_{ii}\,\left|V_i^k\right| + \sum_{\mu=1}^{n-1} \frac{N_{i\mu}}{V_\nu^k}\end{aligned} \tag{11.64}$$

con $i = 1,\,2,\ldots m$, mientras que los restantes términos de J_9 serán:

$$\left(\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial |V_\nu|}\right)^k = \left|V_i^k\right| \left[G_{i\nu}\,sen\left(\theta_i^k - \theta_\nu^k\right) + B_{i\nu}\cos\left(\theta_i^k - \theta_\nu^k\right)\right] = \frac{N_{i\nu}}{V_\nu^k} \tag{11.65}$$

en que $i = 1,\,2,\ldots m$, $\nu = 1,\,2,\ldots m$, $\nu \neq i$.

Se advierte que todos los términos son función de M y/o N, por lo que dependen de las características de la malla pasiva, y de las tensiones iteradas V_μ^k . Es por ello que no se calculan las relaciones correspondientes al nudo libre n, en el que la tensión y su ángulo son fijos.

En sistemas de transmisión, con tensiones superiores a unos 100 kV, la parte resistiva de la impedancia de las líneas es bastante menor que la parte reactiva ($r \ll x$), la conductancia paralelo es despreciable y las funciones trigonométricas se pueden aproximar por $cos(\theta_i^k - \theta_\mu^k) \approx 1$, $sen(\theta_i^k - \theta_\mu^k) \approx 0$. En tales condiciones, se puede aprovechar además la poca dependencia resultante de Q respecto del ángulo de las tensiones, y de P respecto del módulo de las tensiones, para simplificar el jacobiano, aproximando $J_3 = J_6 = J_7 = J_8 = 0$, y dejando solo los términos en $\partial P/\partial\theta$ y $\partial Q/\partial V$. Con ello se reduce notablemente la necesidad de memoria:

$$\left[J^k\right] = \begin{bmatrix} J_1^k & J_2^k & 0 \\ J_4^k & J_5^k & 0 \\ 0 & 0 & J_9^k \end{bmatrix}$$

Este procedimiento se conoce como el **Proceso Desacoplado**, ya que en realidad se separa en dos procesos independientes:

$$\begin{aligned}\left[\Delta\theta^k\right] &= \left[J_a^k\right]^{-1}\,\left[\Delta P^k\right] \\ \left[\Delta V^k\right] &= \left[J_b^k\right]^{-1}\,\left[\Delta Q^k\right]\end{aligned} \tag{11.66}$$

Por último, a menudo se aprovecha el hecho de que J^k depende sobre todo de los valores de las admitancias del sistema, y no tanto de las tensiones en los nudos, para mantener constante su valor durante varias iteraciones, acortando el tiempo de cálculo.

Obviamente, la mayor dificultad del cálculo radica en la inversión del jacobiano. Esta suele ser realizada por **un proceso de triangularización**, en el que J^k es descompuesto en el producto de tres matrices, D^k, que es diagonal y de términos positivos, T_s^k, que es triangular superior (con todos los elementos bajo la diagonal nulos), y T_i^k, que es triangular inferior, con unos en la diagonal y todos los elementos sobre la diagonal nulos:

$$[J^k] = [T_i^k][D^k][T_s^k] \tag{11.67}$$

$$[J^k]^{-1} = [T_s^k]^{-1}[D^k]^{-1}[T_i^k]^{-1}$$

de manera que, por ejemplo:

$$[\Delta V^k] = [J^k]^{-1}[f^k] = [T_s^k]^{-1}[D^k]^{-1}[T_i^k]^{-1}[f^k] \ = [T_s^k]^{-1}[D^k]^{-1}[X] = [T_s^k]^{-1}[Y]$$

Los elementos de las tres matrices se calculan mediante la aplicación reiterada de la fórmula de eliminación de filas y columnas, $T_{ij}{}' = T_{ij} - T_{ik}T_{kj}/T_{kk}$.

La ventaja del procedimiento radica en que, en realidad, no se invierte J^k, sino que se calculan sucesivamente las ecuaciones:

$$[X] = [T_i^k]^{-1}[f^k] \tag{11.68}$$

$$[Y] = [D^k]^{-1}[X] \tag{11.69}$$

$$[\Delta V^k] = [T_s^k]^{-1}[Y]$$

La primera matriz se resuelve como $[f^k] = [T_i^k][X]$, procediendo ordenadamente a calcular, primero $X_1 = f_1$ (cálculo directo), luego $X_2 = f_2 - T_{12}X_1$,sustituyendo el X_1 recién calculado, etcétera. La segunda se resuelve directamente $Y_i = X_i/T_{ii}$, y la tercera matriz ordenadamente a partir del último $\Delta V_n = Y_n$, $\Delta V_{n-1} = Y_{n-1} - T_{nn-1}\Delta V_n$ (sustituyendo el ΔV_n recién calculado), etcétera.

El diagrama de flujo del método iterativo aplicado a un SEP se muestra en las Figuras 11.8 y 11.9 de las páginas siguientes.

Utilizando DeepEdit (que emplea Newton-Raphson como método de resolución) es posible estudiar distintos casos ejemplo de la literatura y de sistemas reales (casos de prueba IEEE, Sistema Interconectado Central Chileno (SIC), Sistema Interconectado del Norte Grande Chileno (SING), sistema ejemplo utilizado en libro "Power, Generation, Operation, and Control", ver referencias).

11.5.5. Método iterativo de Jacobi

Es una variante del método de iteración de Newton, en la que se logra una importante simplificación al prescindir de los términos que relacionan la potencia compleja de cada nudo con las tensiones complejas en los otros nudos.

Las submatrices J_1, J_2, J_4, J_5 y J_9 en ecuación (11.5.4) resultan entonces diagonales, y las submatrices J_3, J_6, J_7 y J_8 resultan nulas. El jacobiano se reduce a una mínima expresión, siendo preferible ordenarlo por nudos, según la diagonal.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial |V_1|} & & & 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial |V_1|} & & & \\ & & \ddots & & 0 \\ & 0 & 0 & \frac{\partial P_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ & & & \frac{\partial Q_n}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \tag{11.70}$$

En tales condiciones, la inversión del jacobiano equivale a la inversión de varias submatrices de orden $2\,x\,2$.

Evidentemente, estas simplificaciones van en desmedro de la cantidad de iteraciones necesaria, y de la seguridad de convergencia.

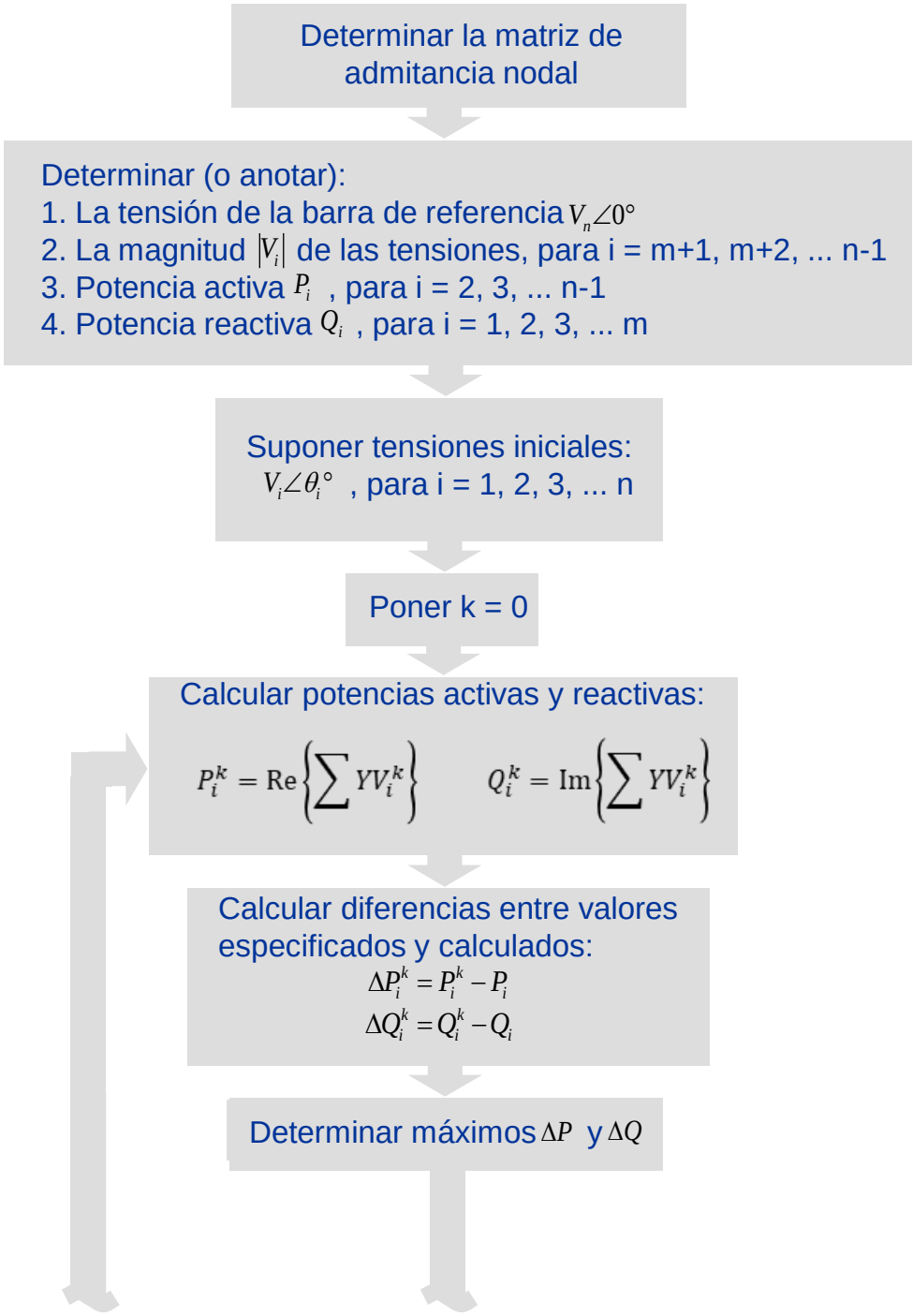


Figura 11.8: Diagrama de flujo método de Newton-Raphson (parte I)

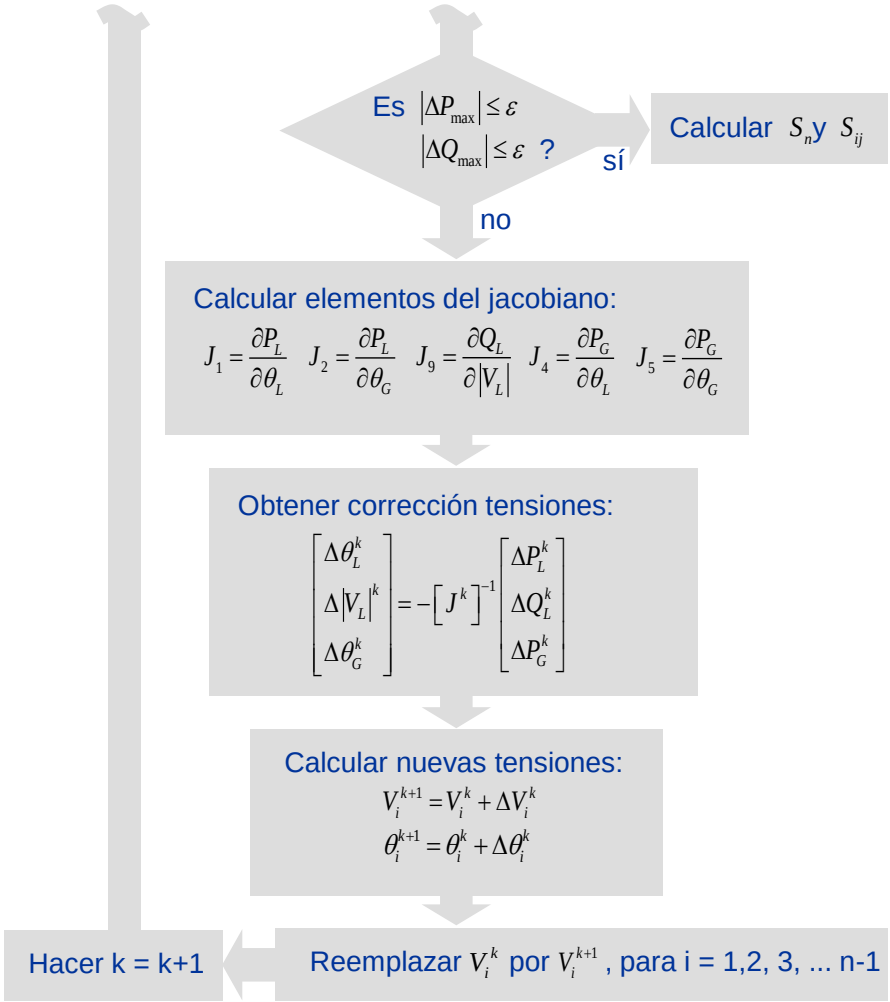


Figura 11.9: Diagrama de flujo método de Newton-Raphson (parte II)

11.5.6. Formas de modelar los UPFC

En el capítulo anterior se presentaron algunos equipos tiristorizados de control de la operación de un SEP, como por ejemplo, el UPFC (ver Figura 11.10), para los cuales interesa tanto representar su arquitectura en los estudios de flujos de potencia, como también (a veces) sus estrategias de control.

En la literatura técnica se presentan distintos circuitos para modelar un UPFC, considerando que ellos pueden ser clasificados en **modelos de inyección**, donde el efecto del UPFC sobre la red se modela por medio de las variables de estado del circuito equivalente, o en **modelos de impedancias** e inyecciones de potencia activa y reactiva.

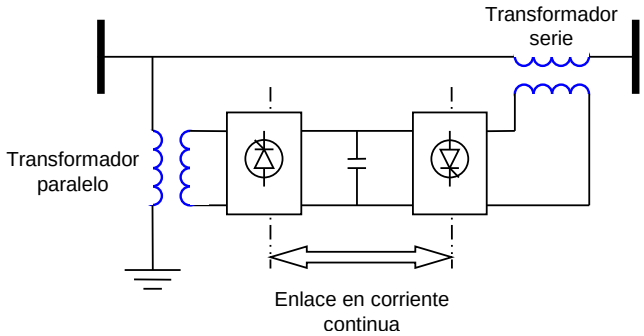


Figura 11.10: Estructura básica del UPFC

Por otra parte, se puede realizar una clasificación alternativa, que categoriza a los modelos en función del nivel de detalle incorporado. Algunos de los modelos básicos son:

- Fuente de tensión en serie con la línea de transmisión;
- Transformador ideal de razón de transformación y desfase variables;

- Fuentes de corriente sin impedancias;
- Fuentes de corriente con impedancia serie;
- Fuentes de inyección con impedancia serie;
- Fuentes de inyección con impedancia serie y en derivación.

Con el fin de ilustrar la forma en que un UPFC puede ser integrado a estudios de carácter estacionario, se presentan en mayor detalle el caso más común, que es el primero, y las últimas dos modelaciones.

UPFC como fuente de tensión en serie con la línea de transmisión

Una buena aproximación al esquema de la Figura 11.10, para uso en estudios de flujos de potencia, se logra reemplazando cada conversor (con su respectivo transformador), por una fuente de tensión ideal en serie con la impedancia equivalente del transformador (Figura 11.11).

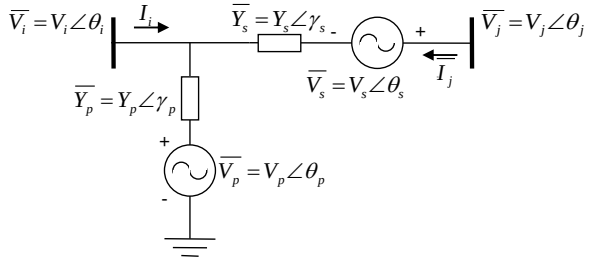


Figura 11.11: UPFC con tensión serie

El terminal al cual está conectado el conversor en derivación estará siempre asociado a la tensión $\overline{V_i}$. Este terminal se denomina "de excitación" y, consecuentemente, al conversor en derivación se le denomina conversor de excitación o paralelo. Por lo tanto, se requiere conocer la tensión de excitación $\overline{V_p}$ y la admitancia de la rama de excitación $\overline{Y_i}$. Del mismo modo, $\overline{V_j}$ se asocia al terminal de "acoplamiento" (boost o serie), y en el conversor serie se requiere conocer la tensión serie $\overline{V_s}$ y la admitancia de la rama serie o acoplamiento $\overline{Y_s}$.

Fuentes de inyección con impedancia serie

La representación mediante un modelo de fuentes de inyección con impedancia serie se muestra en la Figura 11.12.

Este modelo considera explícitamente la impedancia del transformador de acoplamiento del conversor serie de la Figura 11.10. La ventaja de esta representación es que permite mantener la consistencia con las ecuaciones típicas involucradas en los problemas de flujos de potencia, donde se emplean modelos con tensiones de barra, impedancias de rama e inyecciones (generaciones o consumos) conectadas directamente a una barra. Las potencias activas y reactivas inyectadas se restringen a rangos de operación compatibles con los límites operativos de los conversores serie y en derivación. Además, se establece la restricción $P_i^{INY} + P_j^{INY} = 0$, de manera de representar que la potencia activa fluye entre los terminales AC serie y paralelo del UPFC a través del enlace común DC (caso ideal sin pérdidas).

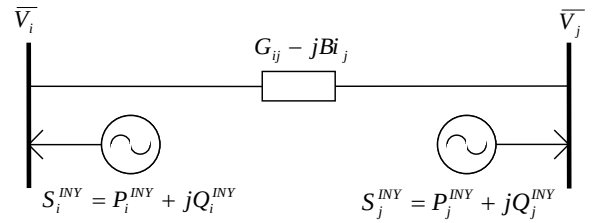


Figura 11.12: UPFC con impedancia serie

Los puntos de operación resultantes de este tipo de modelación no respetan necesariamente las restricciones de operación impuestas por las relaciones existentes entre las variables de estado del UPFC. Por lo tanto, se requiere de un proceso iterativo que permita chequear la consistencia de los estados de operación alcanzados. El modelo ha sido aplicado a estudios de flujo de potencia y flujo de potencia óptimo.

UPFC con impedancia serie y en derivación

Es la versión más completa del UPFC en el ámbito de las simulaciones de carácter estacionario. Los transformadores de acoplamiento son modelados como fuentes de tensión con sus respectivas impedancias en serie. Como se consideran más variables para la representación del UPFC que en el caso anterior, se dificulta su incorporación en herramientas de simulación. Sin embargo, este mayor nivel de modelación permite una representación más flexible y realista, alcanzando una mayor controlabilidad y resultados más cercanos a la operación real de un UPFC inserto en un SEP. Esquemáticamente, su representación corresponde a la Figura 11.13 de la página que sigue.

Las inyecciones S_i^{INY} y S_j^{INY} se obtienen de los productos $\overline{V_i I_i}^*$ y $\overline{V_j I_j}^*$, respectivamente asociados a la Figura 11.11. Despejando de ambos productos solo los términos que involucran variables del UPFC, es decir V_p, V_s, θ_p y θ_s, se obtiene:

$$\overline{V_i I_i}^* = V_i^2\left(\overline{Y_p}^* + \overline{Y_s}^*\right) - \overline{V_i V_j}^*\overline{Y_s}^* + \overline{V_i}\left(\overline{V_s Y_s} - \overline{V_p Y_p}\right)^*$$

$$\overline{V_j I_j}^* = V_j^2\overline{Y_s}^* - \overline{V_j V_i}^*\overline{Y_s}^* - \overline{V_j}\left(\overline{V_s Y_s}\right)^*$$

de donde

$$S_i^{INY} = \overline{V_i}\left(\overline{V_s Y_s} - \overline{V_p Y_p}\right)^* = P_i^{INY} + jQ_i^{INY}$$
$$S_j^{INY} = -\overline{V_j}\left(\overline{V_s Y_s}\right)^* = P_j^{INY} + jQ_j^{INY} \tag{11.71}$$

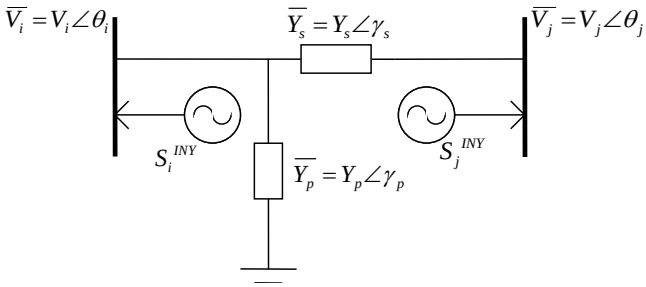


Figura 11.13: Modelo de inyección del UPFC

En este modelo también debe respetarse la restricción $P_i^{INY} + P_j^{INY} = 0$.

Representaciones de otros modos de operación

En las publicaciones técnicas es común encontrar modelos de UPFC que no operan libremente, sino obedeciendo a alguna estrategia de control, siendo las más usuales fijar la tensión de la barra de excitación en un valor de referencia, y el control del flujo de potencia activa y/o reactiva que fluye desde la barra de acoplamiento hacia el sistema.

Si bien en principio no es necesario incorporar tales modos de operación en los modelos presentados, el hacerlo puede tener ventajas prácticas, ya que el modelo adquiere más versatilidad y se pueden alcanzar en forma más directa las condiciones de operación requeridas para el sistema.

La implementación del control de tensión de la barra de excitación y del flujo de potencia por la barra de acoplamiento se realiza simplemente agregando más restricciones al modelo. Los modos de operación más característicos son:

1. UPFC irrestricto, es decir, lo que se ha presentado hasta ahora;
2. UPFC con control de tensión en la barra de excitación;
3. UPFC con control del flujo de potencia activa por la barra de acoplamiento;
4. UPFC con control del flujo de potencia activa y reactiva por la barra de acoplamiento;
5. UPFC con control completo, es decir, control de la tensión en la barra de excitación y del flujo de potencia activa y reactiva por la barra de acoplamiento;
6. UPFC operando como transformador desfasador.

En el caso de control de tensión, el usuario debe proporcionar el valor de la tensión V_{exc} que desea alcanzar en la barra de excitación. Con este dato como parámetro, la restricción correspondiente es sencillamente:

$$V_i - V_{Exc} = 0 \tag{11.72}$$

Para el control del flujo de potencia activa, reactiva o ambas, el usuario debe proporcionar los valores deseados, P_{esp} y/o Q_{esp}. Luego, las restricciones por implementar son, para el flujo de potencia activa y reactiva, respectivamente:

$$V_i V_j Y_s sen\left(\theta_i - \theta_j\right) - P_{esp} + P_j^{INY} = 0$$
$$V_i V_j Y_s \cos\left(\theta_i - \theta_j\right) - V_j^2 Y_s - Q_{esp} + Q_j^{INY} = 0$$

En el modo de operación como transformador desfasador, el UPFC debe mantener entre las tensiones de sus dos terminales una razón de transformación T_{esp} y un ángulo de desfase γ_{esp} especificados por el usuario, de forma que se cumpla la relación:

$$V_j\angle\theta_j = \left|T_{esp}\ V_i\right|\angle\left(\theta_i - \gamma_{esp}\right) \tag{11.73}$$

Por lo tanto, las restricciones por implementar corresponden a:

$$V_j - V_i\ T_{esp} = 0 \tag{11.74}$$
$$\theta_i - \theta_j - \gamma_{esp} = 0$$

11.6. Flujo de potencia lineal

Existe una versión linealizada del flujo de potencia conocida como **flujo de potencia en corriente continua** (en inglés *DC Load Flow*), o también **flujo de potencia lineal**, que exagera las características de desacoplamiento antes presentadas, de manera de conseguir un flujo rápido, aunque menos preciso, que resulta de gran utilidad en estudios de carácter económico, en los que se desea modelar fundamentalmente los flujos de energía (potencia

activa), y no interesa representar los efectos "técnicos" sobre las tensiones y sobre los requerimientos de potencia reactiva. La validez de los supuestos adoptados debiera ser verificada en cada caso.

Volviendo a las ecuaciones desacopladas (11.26):

$$\left[\Delta P^k\right] = \left[J_a^k\right]\left[\Delta\theta^k\right] = \begin{bmatrix} J_1^k & J_2^k \\ J_4^k & J_5^k \end{bmatrix}\left[\Delta\theta^k\right]$$

Admitiendo que $G_{\sigma\mu} \approx 0$ y $\left(\theta_\sigma^k - \theta_\mu^k\right) \approx 0$, los términos en la diagonal de J_1 y J_5 serán de la forma:

$$\left(\frac{\partial \Delta P_\sigma}{\partial \theta_\sigma}\right)^k = -\sum_{\mu=1}^{n-1} \left|V_\sigma^k\right| \left|V_\mu^k\right| B_{\sigma\mu}$$

en la que $\sigma = 1,\, 2, \ldots m$ para J_1, y $\sigma = m+1,\, m+2, \ldots n-1$ para J_5.

Los restantes términos de J_1 y J_5, así como aquellos de J_2 y J_4, quedan:

$$\left(\frac{\partial \Delta P_\sigma}{\partial \theta_\nu}\right)^k = \left|V_\sigma^k\right| \left|V_\nu^k\right| B_{\sigma\nu} \tag{11.75}$$

en la que $\sigma = 1,\, 2, \ldots m$, para J_1 y J_2; $\sigma = m+1,\, m+2,\, \ldots n-1$, para J_4 y J_5; $\nu = 1,\, 2, \ldots m$, $\nu \neq \sigma$, para J_1 y J_4; $\nu = m+1,\, m+2,\, \ldots n-1$, $\nu \neq \sigma$, para J_2 y J_5.

Se aprecia que los elementos de la matriz cambian de valor, conforme se van ajustando los módulos de las tensiones en las barras. En la medida en que este efecto pueda ser despreciado en un sistema real (sistema enmallado con líneas no muy largas y buena regulación de tensión), se puede introducir la simplificación adicional de que $\left|V_\sigma^k\right| \approx \left|V_\mu^k\right| \approx 1\ pu$, lo que hace que la ecuación matricial resultante sea de la forma:

$$\left[\Delta P^k\right] = \left[\mathbf{B}'\right]^k \left[\Delta\theta^k\right]$$

Los elementos de la matriz $\mathbf{B}'$ ($B_{\sigma\mu} = 1/x_{\sigma\mu}$) no cambian de una a otra iteración y solo dependen de los parámetros de reactancia serie de los elementos de transmisión y de la topología del sistema. Dada la relación lineal que se alcanza con este conjunto de simplificaciones, el sistema puede ser finalmente descrito por:

$$[P] = \left[\mathbf{B}'\right][\theta]$$

donde $[P]$ representa las potencias netas inyectadas en cada barra y $[\theta]$ los ángulos de fase de las tensiones. Una consecuencia directa de este modelo es la representación del flujo de potencia activa P_{ij} entre dos nodos unidos por una reactancia x_{ij} por medio de la ecuación:

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \tag{11.76}$$

11.7. Solución por partición

A pesar de los constantes incrementos en la rapidez y capacidad de memoria de las computadoras, suele ocurrir que ellas sean insuficientes para resolver problemas de gran magnitud.

Para estos casos se ha desarrollado un enfoque diferente, en el que se divide el sistema en s partes, llamadas **subdivisiones**, cada una de las cuales se resuelve por separado, por métodos convencionales, como si las otras partes no existieran. Las soluciones se combinan luego, y se modifican para tomar en cuenta las interconexiones entre partes. Los resultados son tan exactos, como si el sistema nunca hubiera sido partido.

La única limitación existente para efectuar la partición es que no existan impedancias mutuas entre ramas de distintas subdivisiones, ni entre ramas de una division y las ramas de interconexión de las partes.

La combinación de las subdivisiones se hace en una malla adicional $(s+1)$, en la que se mira el sistema completo desde los puntos de interconexión, y se reemplaza cada parte por ramas equivalentes (**malla intersubdivisional**).

Esta metodología ha recibido en inglés el nombre de *diakoptics* (del griego koptos = cortar) o de **solución por partición**. Exige una base teórica que excede los alcances de este texto, por lo que no se entrará en mayores detalles, dejando su investigación al criterio de aquellos alumnos particularmente interesados en el tema.

11.8. Análisis de sensibilidad en ecuaciones de flujo de potencia

Al comenzar este capítulo se indicó que los estudios de flujos de potencia reflejan determinadas situaciones de operación cuasi-estacionaria, pero que los consumos reales oscilan algo en torno de los valores supuestos. Como consecuencia, suele ser necesario estudiar el efecto de pequeñas variaciones (perturbaciones) en torno de este estado, sin necesidad de resolver nuevamente el flujo de potencia. Este análisis, que se conoce como **análisis de sensibilidad del sistema**. puede ser realizado a partir de cualquiera de las metodologías presentadas anteriormente,y viene incorporado en muchos de los actuales sistemas computacionales de análisis de los SEP.

En términos generales, y retomando lo planteado en la sección 11.3, el estado estacionario de operación de un SEP es representado por un sistema de ecuaciones no lineales del tipo:

$$[f\,([x],[u],[p])] = [0] \tag{11.77}$$

en que $[x]$ corresponde a la variables de estado del sistema (usualmente las tensiones en barras), $[u]$ representa las variables de control (potencias activas inyectadas y elementos de control de tensión) y $[p]$ es el conjunto de variables de perturbación por considerar (básicamente los consumos).

Cambios en [u] y [p], es decir, en las estrategias de control del sistema y en los valores de las perturbaciones, llevan a un nuevo estado [x] de operación del sistema, que es también cuasi-estacionario, el que puede ser estudiado suponiendo una variación en torno del punto de operación del sistema definido en la ecuación (11.8), es decir:

$$[f\left([x^0] + [\Delta x],[u^0]+[\Delta u],[p^0]+[\Delta p\right)] = [0]$$

Desarrollando en serie,

$$[[f\left([x^0],[u^0],[p^0]\right)] + [\frac{\partial f}{\partial x_1}][\Delta x_1] + .. + [\frac{\partial f}{\partial u_1}][\Delta u_1] + .. + [\frac{\partial f}{\partial p_1}][\Delta p_1] + ..] = [0] \tag{11.78}$$

en que $[f([x^0],[u^0],[p^0])]$ vale cero. De forma compacta,

$$[J_x][\Delta x] + [J_u][\Delta u] + [J_p][\Delta p] = [0]$$

en que el nuevo punto de operación alcanzado es también estacionario.

Como resultado, la ecuación matricial de sensibilidades queda dada por:

$$[\Delta x] = -[J_x]^{-1}[J_u][\Delta u] - [J_x]^{-1}[J_p][\Delta p] \tag{11.79}$$

donde las submatrices jacobianas corresponden a las derivadas parciales del sistema de ecuaciones $f([x],[u],[p])$ respecto del tipo de variable correspondiente, evaluadas en el punto de operación inicial, que corresponde al resultado de un flujo de potencia previamente resuelto.

Nótese que en el cálculo intervienen las variaciones (derivadas) de la carga con la tensión, características que deben ser conocidas.

11.9. Ejemplos de aplicación

Algunas herramientas de apoyo del programa DeepEdit, tales como "matriz de admitancia nodal", visualización de flujos y de niveles de tensión, etcétera; complementan de manera adecuada los conceptos tratados en esta sección.

11.9.1. Ejemplo 1

Sea el sistema de la Figura 11.14 (datos en pu 100 [MVA]), en que G1 es un generador cuyo control automático mantiene constante la tensión en barras de alta en el valor 105 %, y G2 es una máquina equivalente que reemplaza a un sistema muy grande, que mantiene tensión nominal constante.

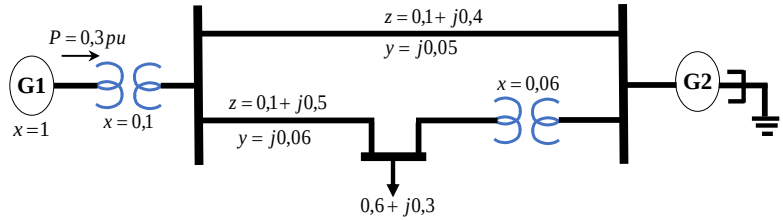


Figura 11.14: Sistema a resolver

Determinar el juego de ecuaciones que permitiría calcular las tensiones fasoriales en las barras, durante las condiciones de operación indicadas, empleando el método iterativo de Gauss. Realizar al menos un ciclo completo de iteraciones.

Solución

La matriz de admitancias primitivas será la de la Figura 11.15. Escogiendo la barra infinita como nudo libre (N° 1):

$V_1 = 1,00 \angle 0$

$V_2 = 1,05 \angle \delta_2^k$

$V_3 = V_3^k \angle \delta_3^k$

y las admitancias nodales valen

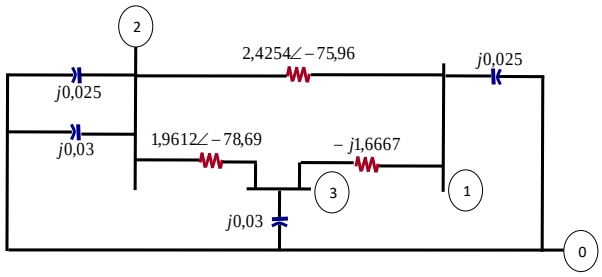


Figura 11.15: Circuito equivalente

$Y_{11} = j0,025 + 2,4254 \angle(-75,96) + 1,6667 \angle -90$

$Y_{11} == 0,5882 - j3,9947 = 4,0378 \angle(-81,62)$

$Y_{22} = j0,55 + 2,4254 \angle(-75,96) + 1,9612 \angle(-78,69) = 0,9728 - j4,2211 = 4,3318 \angle(-77,02)$

$Y_{33} = j0,03 - j1,6667 + 1,9612 \angle(-78,69) = 0,3846 - j3,5598 = 3,5805 \angle(-83,83)$

$Y_{12} = 2,4254 \angle 104,04$

$Y_{13} = 1,6667 \angle 90$

$Y_{12} = 1,9612 \angle 101,31$

Primero se itera para obtener Q_2^k:

$Q_2^k = Imag(1,05 \angle \delta_2^k \{2,4254 \angle 104,04 + 4,3318 \angle(-77,02) \cdot 1,05 \angle \delta_2^k + 1,9612\ V_3^k \angle(101,31 + \delta_3^k)\}^*)$

$Q_2^k = Imag(4,7758 \angle 77,02 - 2,5467 \angle(\delta_2^k + 75,96) - 2,0593\ V_3^k \angle(\delta_2^k - \delta_3^k + 78,69))$

y luego se calculan las tensiones:

$$V_2 \angle \delta_2^{k+1} = \left(\frac{1}{4,3318 \angle(-77,02)}\right)\left[\frac{0,3 - jQ_2^k}{1,05 \angle -\delta_2^k - 2,4254 \angle 104,04 - 1,9612\ V_3^k \angle(\delta_3^k + 101,31)}\right]$$

$$1,05 \angle \delta_2^{k+1} = 0,5599 \angle 1,058\ + 0,066 \angle(\delta_2^k + 77,02) + 0,2199\ Q_2^k \angle(\delta_2^k - 12,98) + 0,4527\ V_3^k \angle(\delta_3^k - 1,668)$$

$$V_3^{k+1} \angle \delta_3^{k+1} = \left(\frac{1}{3,5805 \angle -83,83}\right)\left[\frac{-0,6708 \angle -26,57}{V_3^k \angle -\delta_3^k - j1,6667 - 1,9612 \cdot 1,05 \angle(\delta_2^k + 101,31)}\right]$$

$$V_3^{k+1} \angle \delta_3^{k+1} = \frac{0,4655 \angle -6,166 + 0,5751 \angle(\delta_2^k + 5,144) - 0,1873 \angle(\delta_3^k + 57,27)}{V_3^k}$$

Para comenzar con las iteraciones se supondrá $V_2^o = 1,05 \angle 0\ y\ V_3^o = 0,9 \angle -7,5$

$Q_2^o = Imag(4,7758 \angle 77,02 - 2,5467 \angle 75,96 - 1,8534 \angle 86,19) = Imag(0,3316 + j0,3338) = 0,334$

$V_2^1 = 0,5599 \angle 1,058 + 0,066 \angle 77,02 + 0,0734 \angle(-12,98) + 0,4074 \angle(-9,17) = 1,0483 - j0,0068 = 1,05 \angle(-0,372)$

$V_3^1 = 0,4655 \angle(-6,166) + 0,5751 \angle 5,144 - 0,2081 \angle 49,77 = 0,9012 - j0,1573 = 0,9148 \angle(-9,9)$

$Q_2^1 = Imag(4,7758 \angle 77,02 - 2,5467 \angle 75,59 - 1,8838 \angle 88,218) = Imag(0,38 + j0,304) = 0,304$

$V_2^2 = 0,5599 \angle 1,058 + 0,066 \angle 76,65 + 0,0669 \angle(-13,35) + 0,4141 \angle(-11,57) = 1,0458 - j0,0239 = 1,05 \angle(-1,311)$

$V_3^2 = 0,4655 \angle(-6,166) + 0,5751 \angle 4,772 - 0,2047 \angle 47,37 = 0,8973 - j0,1528 = 0,9102 \angle(-9,67)$

11.9.2. Ejemplo 2

Resolver, mediante el procedimiento de inversión del jacobiano por triangularización, el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \theta_1^{k+1} \\ \theta_2^{k+1} \\ V_1^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1^k \\ \theta_2^k \\ V_1^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 124 \\ 356 \\ 798 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_1^k \\ f_2^k \\ \phi_1^{k+1} \end{bmatrix}$$

Solución

Se descompone [J] en el producto de tres matrices:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 5 & 6 \\ 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & f & g \\ 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & c & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & f & g \\ 0 & d & dh \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & f & g \\ a & af + d & ag + dh \\ b & bf + cd & bg + e + cdh \end{bmatrix}$$

igualando términos, a $= 3$, b $= 7$, f $= 2$, g $= 4$
d $= 5 - 6 = -1$
c $= -(9 - 14) = 5$
h $= -(6 - 12) = 6$
e $= 8 - 28 + 30 = 10$

de modo que la ecuación por resolver es:

$$\Big[\Delta V\Big] = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_1^k \\ f_2^k \\ \phi_1^k \end{bmatrix}}_{[X]}}_{[Y]}}_{[Z]}$$

Primero se calcula $[X]$:

$$\begin{bmatrix} f_1^k \\ f_2^k \\ \phi_1^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ 3X_1 + X_2 \\ 7X_1 + 5X_2 + X_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^k \\ -3f_1^k + f_2^k \\ 8f_1^k - 5f_2^k + \phi_1^k \end{bmatrix}$$

luego se calcula $[Y]$:

$$\begin{bmatrix} f_1^k \\ f_2^k - 3f_1^k \\ \phi_1^k - 5f_2^k + 8f_1^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ -Y_2 \\ 10Y_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^k \\ 3f_1^k - f_2^k \\ 0,8f_1^k - 5f_2^k + 0,1\phi_1^k \end{bmatrix}$$

finalmente se calcula $[Z]$:

$$\begin{bmatrix} f_1^k \\ 3f_1^k - f_2^k \\ 0,8f_1^k - 5f_2^k + 0,1\phi_1^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + 2Z_2 + 4Z_3 \\ Z_2 + 6Z_3 \\ Z_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,4f_1^k - 2f_2^k + 0,8\phi_1^k \\ -1,8f_1^k + 2f_2^k - 0,6\phi_1^k \\ 0,8f_1^k - 0,5f_2^k + 0,1\phi_1^k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1,4 & -2 & 0,8 \\ -1,8 & 2 & -0,6 \\ 0,8 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix}$$

Capítulo 12

Control de la frecuencia y de la potencia activa

12.1. Introducción

Hasta el momento se ha analizado el comportamiento del sistema eléctrico de potencia en condiciones cuasi- estacionarias. Sin embargo, en la realidad, la carga total del sistema está cambiando instante a instante, en una forma aleatoria, debido a la distinta variación de los requerimientos de cada uno de los consumos parciales, a la conexión y desconexión de cargas, etcétera. Esta variación puede alcanzar velocidades del orden de los 2 a 10 $[kW/min]/[MW$ de demanda máxima del sistema], al iniciarse el período de la punta diaria.

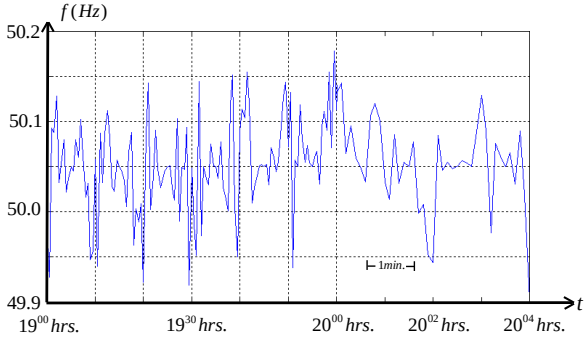


Figura 12.1: Comportamiento típico de la frecuencia

La necesidad de equilibrar la potencia entregada a la turbina (por el agua en el caso de las turbinas hidráulicas, por el vapor en las térmicas, etcétera) con la demanda eléctrica (más las pérdidas en las máquinas) hace indispensable regular permanentemente la admisión de la turbina. Como todo cambio de carga afectará inicialmente a la energía cinética, haciendo que la velocidad de las máquinas (y con ello la frecuencia en la red eléctrica) disminuya en caso de crecer la carga, y viceversa, la frecuencia constituye una excelente medida de la calidad del ajuste entre generación y consumo. Esto no puede ser perfecto, y la frecuencia oscilará ligeramente en torno del valor nominal de 50 $[Hz]$ (o de 60 $[Hz]$, según el país) (Figura 12.1).

El esquema de control de la generación comprenderá entonces equipos destinados a medir variaciones de velocidad en la turbina (tacómetros), y un esquema propiamente regulador de velocidad, que acciona la admisión de la turbina. Para que este control sea estable, es menester que posea una característica potencia-frecuencia descendente, por lo que a todo aumento de carga corresponderá una nueva condición de operación a una frecuencia ligeramente menor.

Aunque la constancia de la frecuencia no es de gran importancia para el funcionamiento de la mayor parte de los consumos (ver Figura 12.15, que relaciona frecuencia con potencia para distintos tipos de consumos), habrá que actuar periódicamente sobre un control secundario de algunas máquinas seleccionadas, con el fin de restablecer la frecuencia nominal en el sistema.

Si no se hiciera así, podría llegar el momento en el que las centrales (sobre todo las térmicas) dejaran de operar en forma adecuada, por la menor velocidad de las bombas, ventiladores, etcétera, de manera que se reduciría la potencia que entregan. Cuando esta situación se llega a presentar en la práctica, se hace necesario desconectar consumos, en un orden programado y en forma automática, hasta que la frecuencia recupere un nivel razonable (**racionamiento selectivo, cepillado de consumos** o *load shedding*).

El análisis de la respuesta de frecuencia del sistema puede hacerse para tres escalas diferentes de la solicitación:

- Las variaciones lentas de frecuencia.
- Las variaciones bruscas, pero de pequeña amplitud.

- Las variaciones bruscas y de una amplitud relativa tal, que se produzca la saturación de algunos elementos constituyentes del regulador (por ejemplo del servomotor).

En lo que sigue de este capítulo se analizarán los dos primeros tipos de variaciones. Cabe hacer notar que ello no es frecuente en textos sobre SEP, ya que se considera un tema propio de cursos de control, pero no cabe duda de que su presentación, aunque sea muy simplificada, ayuda a entender el funcionamiento de los SEP.

La exposición exigirá un análisis incremental, con ecuaciones diferenciales linealizadas, que incluyen las funciones de transferencia de cada uno de los elementos constituyentes. Al hacerlo, se emplearán ecuaciones expresadas en por uno, tanto en lo que se refiere a las potencias (como ya se ha venido haciendo en el resto del texto), como también a las frecuencias. Esto último tiene la ventaja de proporcionar relaciones aplicables tanto a las frecuencias como a las velocidades angulares o a las velocidades mecánicas, ya que $f/f_0 = \omega/\omega_0 = n/n_0$. Si bien la mayoría de los autores sigue esta costumbre, ella no es universal, y es preciso tener cuidado con las unidades, al tomar constantes o relaciones de la literatura.

Cabe indicar también que algunos autores prefieren plantear las relaciones para los torques ($P = \omega T$) y no para las potencias.

12.2. El regulador de velocidad

La respuesta de los generadores a los cambios de carga (o de velocidad) está determinada básicamente por el regulador de velocidad. Esquemáticamente, un regulador de velocidad estará compuesto por un **sensor** o **sistema de medida** (tacómetro, acelerómetro), que detecta las variaciones de velocidad y aceleración; un **servomecanismo**, capaz de transformar la señal del sistema de medida en la formidable acción de variar la admisión de la turbina; y los **órganos de regulación** (válvulas, álabes, deflectores, etcétera), que efectivamente realizan ese trabajo. A ellos debe agregarse normalmente un **dispositivo de amortiguación**, que aminore las oscilaciones del esquema.

12.2.1. El tacómetro

Para medir las variaciones de velocidad angular de la turbina se emplea casi exclusivamente el conocido **regulador centrífugo de Watt** (ver Figura 12.2), constituido por una o varias masas volantes, cuya posición depende de la velocidad de giro, y cuyo movimiento está compensado por la gravedad y/o por resortes.

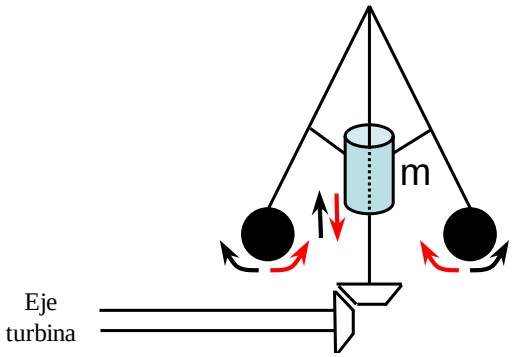


Figura 12.2: Regulador centrífugo de Watt

Este tacómetro es movido normalmente por el eje de la turbina, ya sea por medio de engranajes o de poleas, pero en algunos casos lo comanda un pequeño motor sincrónico auxiliar, conectado eléctricamente en bornes del generador. El movimiento de las masas se transmite a un manguito **m**, que es el que a su vez comanda el servomecanismo. La posición de reposo de este manguito, es decir, el ajuste de la velocidad en vacío, puede ser modificada por medios externos, tanto a través de un control manual, como automáticamente, con ayuda de un motorcito auxiliar o **cambiador de velocidad**. El control de este motorcito tiene normalmente varias entradas, que facilitan los distintos tipos de regulación que se verán más adelante. El conjunto constituye lo que se denomina **dispositivo carga-velocidad**.

12.2.2. El acelerómetro

Es posible mejorar grandemente la velocidad de respuesta de un regulador, así como su estabilidad, agregando al sistema de medida una rama que mida la aceleración de la máquina (acelerómetro).

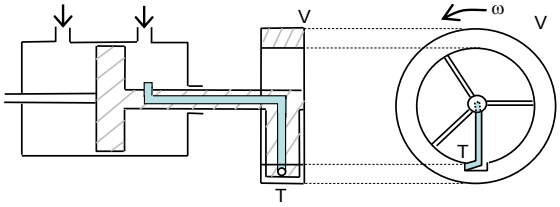


Figura 12.3: Acelerómetro

En efecto, desde el mismo momento en que exista una diferencia entre los torques motor y resistente, aparecerá una aceleración de la máquina ($\Delta torque = Inercia \cdot aceleración$), mientras que la variación de velocidad solo podrá ser detectada con algún retardo. Además, un control acelerométrico tiene la ventaja de amortiguar las oscilaciones: opera antes que el control tacométrico, y se opone a él una vez que este último haya comenzado a actuar. En tal sentido, es muy útil en máquinas hidroeléctricas, en las que las oscilaciones del flujo hídrico son muy indeseables, por traducirse en fuertes presiones sobre las tuberías.

El acelerómetro consiste generalmente en un volante V, unido elásticamente al eje de la máquina, de manera que se pueda atrasar o adelantar en relación con él, según que exista aceleración positiva o negativa. Este movimiento relativo puede ser transformado en una señal para el servomecanismo, por ejemplo, con el esquema mostrado en la Figura 12.3 de la página anterior, con ayuda de un pistón movido por aceite a presión, cuya posición de reposo está fijada por el pequeño escape de aceite en la tobera T.

Cada vez que el volante se atrasa, abre más la tobera, escapa más aceite, se reduce la presión sobre una cara del pistón, que se desplaza entonces hacia la derecha. Al revés, si el volante adelanta, tapará más firmemente la tobera, y hará que el pistón se mueva hacia la izquierda.

12.2.3. El servomecanismo

La enorme inercia que presenta el fluido que mueve la turbina (sobre todo la columna de agua, en el caso de una central hidroeléctrica), hace que cualquier modificación de la admisión implique un trabajo considerable, normalmente fuera de las posibilidades directas del tacómetro o del acelerómetro.

La amplificación de las señales se logra con la ayuda de servomecanismos, que mayoritariamente (hasta el momento) operan con aceite a presión. Constan esquemáticamente de tres partes: una fuente de aceite a presión, la **válvula piloto** (ver Figura 12.4), que bajo la acción del sensor controla el paso del aceite a presión, y el servomotor propiamente tal, que bajo la acción del aceite a presión mueve el control de la admisión a la turbina (álabes, deflectores, válvula principal, etcétera).

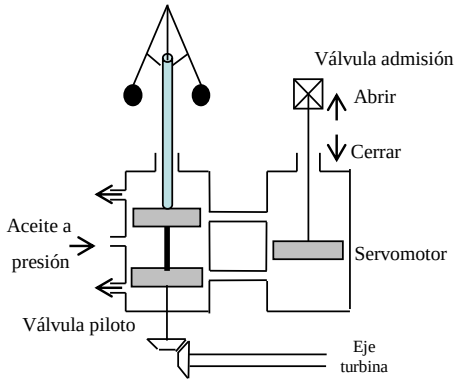


Figura 12.4: Esquema de servomecanismo

12.2.4. Órgano de regulación

El control de la admisión se realiza en forma diferente según sea el tipo de turbina. Por ejemplo, en las turbinas hidráulicas Kaplan se modifica la carga alterando el ángulo de las paletas. En las turbinas Francis, en cambio, se modifica la posición de los álabes de entrada, y en las del tipo Pelton se controla el flujo de agua en los inyectores. El control de las turbinas a vapor se realiza mediante sucesivas válvulas de estrangulamiento, tanto en la etapa de alta presión como en la de presión intermedia. En las turbinas a gas se suele incorporar un mecanismo de control sobre el flujo de combustible.

Cualquiera que sea el caso, el diseño de estos órganos de regulación es delicado, y resulta difícil conseguir proporcionalidad constante entre la potencia de salida de la turbina y la posición del órgano de regulación.

12.2.5. Control de emergencia

Con el fin de evitar el posible embalamiento de la turbina en caso de una pérdida total de la carga, se agrega normalmente un regulador o control de emergencia, que cierra rápidamente la admisión, en caso de alcanzar una velocidad preestablecida (por ejemplo, 110 %). En algunos casos incluso aplica un freno a la turbina, para ayudar a su rápida detención.

12.2.6. Amortiguación

Como ocurre con todo sistema de control, la máquina debe poseer una realimentación negativa permanente, que asegure la estabilidad de la operación. Ello se consigue transformando el desplazamiento X_E del servomotor (abrir, en la Figura 12.5) en alguna disminución simultánea del desplazamiento X_H de la válvula piloto, o sea, de la señal de equilibrio del tacómetro, por ejemplo, con ayuda de una barra mecánica AB, como en el esquema explicativo de la figura.

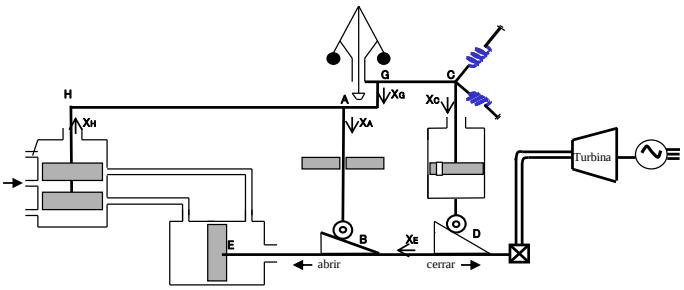


Figura 12.5: Sistema de control

De cualquier modo, el paso de una situación permanente a otra se realizará normalmente a través de un proceso oscilatorio. Como consecuencia del tiempo de reacción de la turbina regulada, habrá una constante carrera entre el control de admisión y el ajuste de velocidad. Con el fin de reducir tanto la amplitud de las oscilaciones, cuanto el tiempo requerido para estabilizar el proceso (cuando la máquina no posee acelerómetro), se agrega al esquema algún tipo de amortiguador (*dashpot*), generalmente un

émbolo provisto de un pequeño agujero, que se mueve dentro de un recipiente lleno de aceite.

En el momento en el que el control de velocidad exige algún movimiento del servomotor, se produce un fuerte desplazamiento de la barra de realimentación CD, cuya base es de mayor pendiente que la de la barra AB, ante lo cual se desplaza también el émbolo del amortiguador, modificando el punto C, y con ello la orden del tacómetro. Sin embargo, bajo la acción de los resortes que controlan C, se produce un paulatino retorno a la posición de equilibrio de ese punto, con una velocidad controlada por el paso de aceite a través del agujero del pistón.

12.2.7. Análisis de la operación del regulador

El sistema de control compara señales que representan la salida real de la máquina con valores constantes de referencia (ver Figura 12.6, donde V representa la velocidad de giro). Opera, por lo tanto, cuando se producen pequeñas desviaciones respecto del ajuste nominal. El análisis matemático correspondiente implica ecuaciones diferenciales. Para simplificarlo, se hacen algunas suposiciones restrictivas, como la de que las respuestas de los elementos son lineales, despreciar saturaciones, juegos entre piezas, etcétera.

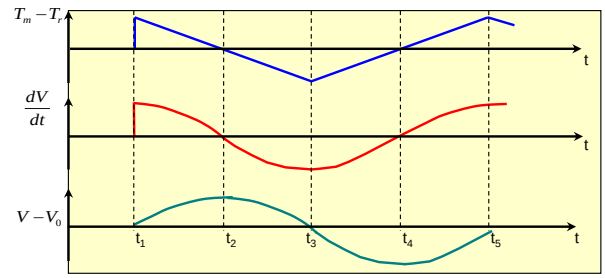


Figura 12.6: Operación del regulador

a) Regulador acelero-tacométrico

Considérese entonces una máquina hidroeléctrica aislada, entregando la potencia nominal $P_{G\,0}$, y operando a la frecuencia nominal f_0, cuyo regulador está en la posición $X_{E\,0}$ (ver Figura 12.5). Supóngase que se desea aumentar ligeramente la potencia, en la magnitud ΔP_{CV}, moviendo el control de velocidad en una magnitud $\Delta X_G = k_1 \Delta P_{CV}$. Con ello se desplaza la válvula piloto en ΔX_H, fluye aceite por el servomotor, que se mueve en ΔX_E, abriendo la admisión y aumentando así la potencia de salida. Por efecto de la realimentación AB baja simultáneamente el punto A en una magnitud proporcional a ΔX_E. Como la posición de G está determinada por el control de velocidad, ello significa que H se desplaza en $-k_2 \Delta X_E$. Por otra parte, el aumento de potencia mecánica (a consumo constante) implicará un aumento transitorio de frecuencia Δf, y por lo tanto, una subida $k_3 \Delta f$ en el punto G. Por efecto del control acelerométrico, habrá también un desplazamiento de G en proporción a $d(\Delta f)/dt$.

Cuando todos los desplazamientos son pequeños, de modo que el esquema se pueda suponer lineal:
$\Delta X_H = k_1 \Delta P_{CV} - k_2 \Delta X_E - k_3 \Delta f - k_4 d(\Delta f)/dt$
Suponiendo proporcionalidad entre el flujo de aceite y la posición de la válvula piloto, $\Delta X_E = \frac{1}{k_5} \int \Delta X_H dt$, o al revés, $\Delta X_H = k_5 d(\Delta X_E)/dt$, de modo que la ecuación (con Δf en por uno) queda:
$k_5 d(\Delta X_E)/dt = k_1 \Delta P_{CV} - k_2 \Delta X_E - k_3 \Delta f - k_4 d(\Delta f)/dt$
Aplicando la transformación de Laplace se puede escribir:
$(k_2 + p k_5) \Delta X(p) = k_1 \Delta P_{CV}(p) - (k_3 + k_4 p) \Delta F(p)$

$$\Delta X(p) = \frac{K_C}{1 + pT_p} \left[k\, \Delta P_{CV}(p) - (1 + pm)\, \Delta F(p) \right] \tag{12.1}$$

En la que $K_C = k_3/k_2$ representa la ganancia estática del sistema de control, que se puede variar, a través de la barra AB, entre 10 e ∞.

$T_p = k_5/k_2$, la constante de tiempo o **prontitud del regulador**, varía normalmente entre 1 y 5 segundos. Cabe notar que, si las relaciones se plantean con Δf en Hz, esta constante de tiempo pasa a valer $T_C = T_p/f_0$.

$m = k_4/k_3$, la constante de tiempo del acelerómetro, llamada **dosificación acelerométrica** o **proporción aceleratriz**, varía entre 2 y 25 segundos.

b) Regulador tacométrico con amortiguador

Se puede conseguir un efecto parecido al del acelerómetro usando un amortiguador, como ocurre en algunas centrales hidroeléctricas. Aceptando que significa agregar un término $k_6 \Delta X_E$, que luego se amortigua con una constante de tiempo del amortiguador T_d, resulta:

$$k_5 d(\Delta X_E)/dt = k_1 \Delta P_{CV} - k_2 \Delta X_E - k_3 \Delta f + k_6 \Delta X_E - \frac{k_6\, p}{1 + p\, T_d}\, X_E$$

y aplicando transformación de Laplace:

$$\frac{(k_2 - k_6)\ (1 + T_d\, p) + (k_5 + k_6)\ p\ +\ k_5\, T_d\, p^2}{1 + T_d\, p}\ \Delta X(p) = k_1\, \Delta P_{CV}(p) - k_3\, \Delta F(p)$$

$$\Delta X(p) = \frac{K\ (1 + pT_d)\ \left[k \Delta P_{CV}(p) - \Delta F(p) \right]}{(1 + pT_{p1})\ (1 + pT_{p2})} \tag{12.2}$$

c) Máquinas térmicas
El regulador de las máquinas térmicas es más sencillo, y en general carece de amortiguador o acelerómetro. Además, el servomotor tiene menos etapas, y por ello una prontitud también menor (0,1 a 1 segundo). La función de transferencia se reduce a:

$$\Delta X\left(p\right)=\frac{K_C\ \left[k\,\Delta P_{CV}\left(p\right)-\Delta F\left(p\right)\right]}{1+pT_C} \tag{12.3}$$

12.3. Análisis de una máquina aislada

Se comenzará el estudio de las respuestas de frecuencia por el caso más sencillo, de una máquina aislada, sirviendo un consumo que es invariante con la frecuencia. Aun como punto de partida, el sistema resulta bastante complejo, como se aprecia en el diagrama de bloques de la Figura 12.7:

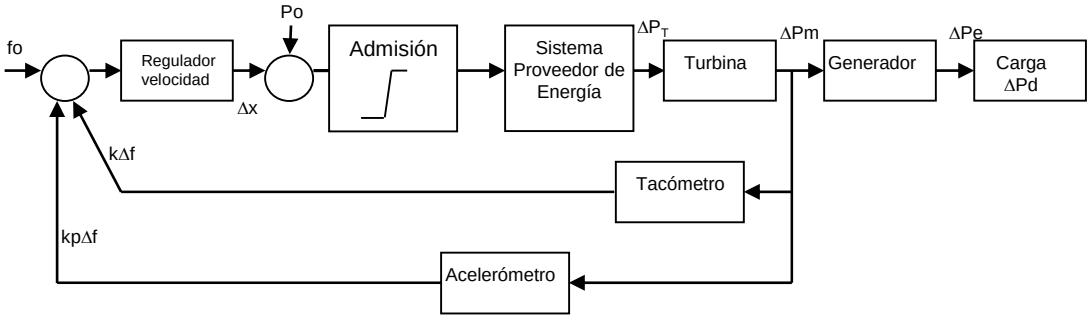


Figura 12.7: Diagrama de bloque de máquina aislada

Las funciones de transferencia del regulador de velocidad, tacómetro y acelerómetro ya han sido descritas. Faltan los restantes elementos.

12.3.1. Admisión

En principio, solo representa un factor de proporcionalidad entre el desplazamiento Δx del regulador y la potencia de salida (y así se representa normalmente).

Sin embargo, hay que tener presente que constructivamente es muy difícil lograr tal proporcionalidad para todas las potencias involucradas. En las máquinas hidráulicas, por ejemplo, tal linealidad deja de existir en los extremos del recorrido de la admisión. En las máquinas térmicas el asunto es aun más complicado, debido a la existencia de varias válvulas que operan en forma sucesiva.

Por otra parte, el recorrido de la admisión está limitado tanto a un valor mínimo ($P=0$) como a uno máximo ($P_{máx}$), lo que complica matemáticamente la función de transferencia.

12.3.2. Sistema proveedor de energía

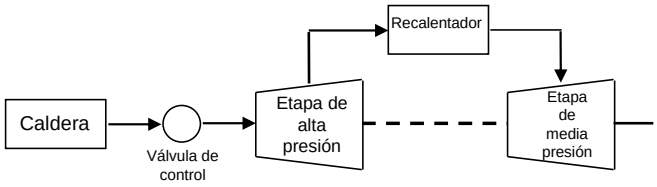


Figura 12.8: Esquema en bloques central termoeléctrica

El sistema que suministra la energía a la turbina (caldera y recalentador en las centrales térmicas; tubería y chimenea de equilibrio en las centrales hidráulicas), presenta también una función de transferencia propia, con sus correspondientes constantes de tiempo.

a) Centrales termoeléctricas

El esquema en bloques simplificado de una central termoeléctrica será el de la Figura 12.8.

La caldera suministra el vapor requerido, a la presión y temperatura deseadas. Ante requerimientos bruscos, sin embargo, solo puede proporcionar una cantidad limitada de vapor adicional (10 a 20 %), comenzando luego a perder presión: $\Delta b=-\,\Delta P/pT_B$, relación en la que la **constante de tiempo de la caldera**, T_B, es comparativamente muy grande (5 a 10 minutos), motivo por el cual este término es dejado generalmente fuera del análisis.

El recalentador permite subir la temperatura del vapor que sale de la etapa de alta presión, antes de reinyectarlo a la de presión media o baja. Introduce un retardo que se manifiesta en una **constante de tiempo del recalentador**, T_R, del orden de los 3 a 15 segundos.

La potencia mecánica de salida resulta así función de aquella generada en las etapas consideradas (que muchas veces son más de dos, y con esquemas de realimentación más complejos que el aquí supuesto). Si K_R es la proporción de torque generada en la etapa de alta presión (generalmente 20 a 30 %),

$$\Delta P_T = K_R\ \Delta X\ + \frac{(1\ -\ K_R)\ \Delta X}{1 + pT_R} = \frac{1\ +\ pK_R\,T_R}{1\ +\ pT_R}\ (\Delta X\ +\ \Delta b) \tag{12.4}$$

b) Centrales hidroeléctricas

El fenómeno físico que se presenta en las tuberías de una central hidroeléctrica es bastante más complejo (Allievi), y no se analizará aquí. En todo caso, el resultado es:

$$\Delta P_T = \frac{1 - p\,2\,T_W}{1 + pT_W}\Delta X \tag{12.5}$$

en que la **constante de tiempo de la tubería**, T_W, es del orden de 1 a 2 segundos.

12.3.3. Grupo turbina-generador

Este grupo, como todo equipo rotatorio, tiene un torque que es, en alguna medida, función de la velocidad. Haciendo lineal esta respuesta, lo que es válido si Δf es pequeño, se puede escribir $\Delta P_m = K_t'\Delta f$, en que el **coeficiente de frecuencia** o **factor de influencia** $K_t' = dP_m\,(p.u.)/df\,(p.u.)$ es pequeño (0 a 0,3 p.u., 0 a $0,6[\,\%/Hz]$), y más chico mientras mayor la altura de caída, en el caso de las máquinas hidráulicas.

Aquellos autores que prefieren plantear relaciones de torques, usan alternativamente el **factor de autorregulación del grupo**, $a_G = K_t' - 1$, valor que fluctúa entre - 0,7 y - 1.

Por otra parte, el grupo turbina-generador no puede responder en forma instantánea a cualquier cambio de la admisión, puesto que presenta una constante de tiempo T_t, que oscila entre 0,2 y 2 segundos. En consecuencia:

$$\Delta P_m\,(p) = \frac{K_t\ \Delta P_T\,(p)}{1\ +\ pT_t} + K_t'\ \Delta F\,(p) \tag{12.6}$$

Esta función de transferencia supone anulada la realimentación proveniente de las variaciones de la tensión en bornes, que afecta también la potencia activa entregada, aunque con constantes de tiempo muy inferiores.

El torque resistente que enfrenta el grupo proviene de la potencia eléctrica. Si ΔP_e es la potencia que entrega el grupo y ΔP_d aquella que toma el consumo (se ha supuesto ΔP_d independiente de la frecuencia), $\Delta P_e = \Delta P_d$. Cualquier cambio en la magnitud del consumo hará que ΔP_e difiera de ΔP_m, y la diferencia entre el torque motor mecánico y el torque resistente eléctrico se consumirá en aumentar la energía cinética del grupo turbina-generador. La energía cinética es proporcional a la velocidad angular al cuadrado, de modo que se puede escribir $E = E_0\,(f\,/\,f_0)^2 = E_0\ (f_0\ +\ \Delta f)^2\,/\,f_0^2$, siendo E_0 la energía cinética a la frecuencia nominal f_0, es decir:

$$E_0 = \frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{GD^2\ \ (2\,\pi\,n_0)^2}{8\ g\ 3{,}600}$$

Si la variación Δf de frecuencia es pequeña, $f^2 = (f_0 + \Delta f)^2 \approx f_0^2 + 2f_0\Delta f$, y el cambio de energía cinética será $\Delta E = E - E_0 = 2E_0\Delta f\,/\,f_0$, y:

$$\Delta P_{cin}\,(p.u.) = \frac{\dfrac{d(\Delta E)}{dt}}{S_{base}} = \frac{2\,E_0}{S_{base}}\ \frac{d}{dt}\ [\Delta f\,(p.u.)]$$

Aplicando transformación de Laplace:

$$\Delta P_e(p) = \Delta P_m(p) - T_a p\Delta F(p) \tag{12.7}$$

en que:

$$T_a = \frac{2\,E_0}{S_{base}}\left[\frac{MWs}{MVA}\right] \tag{12.8}$$

se denomina **tiempo de arranque** o **constante de aceleración del grupo**, y presenta valores crecientes con la capacidad (MVA) en el caso de los grupos hidroeléctricos (en el rango 4 a 8 $[s]$, ver Figura 12.9 izquierda), y decrecientes con la capacidad en los grupos termoeléctricos (rango 9 a 18 [s], ver Figura 12.9 derecha).

En la literatura norteamericana se prefiere emplear la **constante de inercia H** y, si las relaciones no se expresan en por uno, el **momento angular M**:

$$H = \frac{E_0}{S_{base}} = \frac{1}{2}\ T_a\left[\frac{MWs}{MVA}\right] \qquad\qquad M = \frac{2\,E_0}{\omega_0} = T_a\ \frac{S_{base}}{\omega_0}\left[\frac{MJ}{rad/s}\right] \tag{12.9}$$

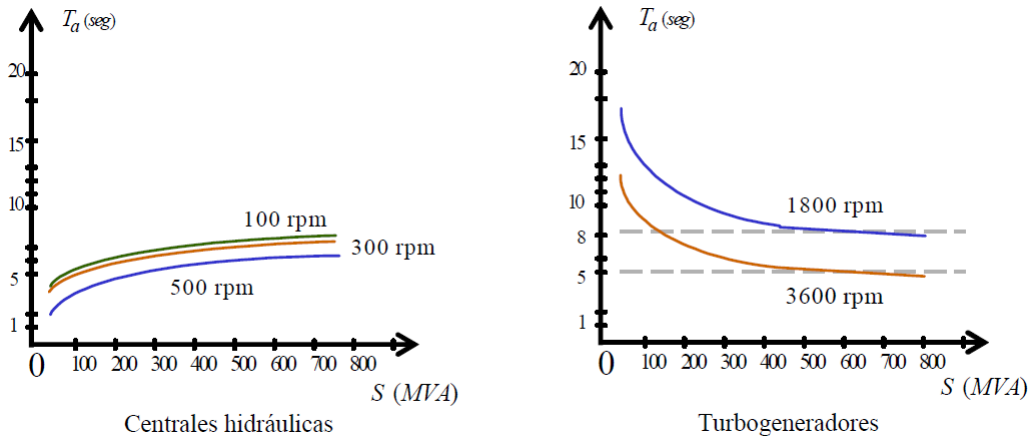


Figura 12.9: Tiempo de arranque unidades hidroeléctricas (izquierda) y termoeléctricas (derecha)

12.3.4. Conjunto regulador y máquina

Combinando las funciones de transferencia hasta ahora determinadas, se obtiene:

$$\Delta P_e\,(p) = \frac{K_C\ K_t\ \ (1+pK_R\,T_R)\ \ [k\,\Delta P_{CV} - (1+pm)\ \ \Delta F\,(p)]}{(1+pT_R)\ \ (1+pT_t)\ \ (1+pT_p)} + (K_t' - pT_a)\,\Delta F\,(p) \tag{12.10}$$

con $0 \leq P_e \leq P_{máx}$, relación que indica que el paso desde una situación de equilibrio a la siguiente se realizará por medio de un proceso oscilatorio amortiguado, cuyo desarrollo en el tiempo se obtiene aplicando las transformaciones inversas de Laplace a los términos de la ecuación.

Lo que más interesa a estas alturas es determinar el valor de equilibrio final de este sistema de control. Para obtenerlo se eliminará de la ecuación el término $k\Delta P_{CV}$, ya que no se supondrá acción externa automática sobre el control de carga-velocidad. Suponiendo que la frecuencia varía en forma de un escalón, $\Delta F(p) = \Delta f\,/\,p$, el valor de equilibrio estático puede ser determinado con ayuda del llamado teorema del valor final:

$$\Delta P_e = \lim_{p\to 0}\ [p\,\Delta P_e\,(p)] = -\ (K_C\,K_t\ -\ K_t')\ \ \Delta f = -\ K_G\,\Delta f \tag{12.11}$$

o, planteado al revés,

$$\Delta f = -\Delta P_e/K_G -\ \sigma\,\Delta P_e \tag{12.12}$$

El coeficiente K_G se denomina **torque regulador** o **coeficiente de frecuencia** de la máquina, y representa el porcentaje de variación permanente de potencia que se produce cuando la frecuencia varía en un 1 %. Algunos autores prefieren expresarlo como el porcentaje de variación de potencia que se produce con variaciones de 1 o de $0,1\ Hz$ en la frecuencia. Valores típicos van de 5 a 50 %, o de 10 a 100 $[\,\%\,/Hz]$, o de 1 a 10 $[\,\%\,/(0,1Hz)]$. El estatismo permanente σ se define un poco más abajo (ecuación 12.13).

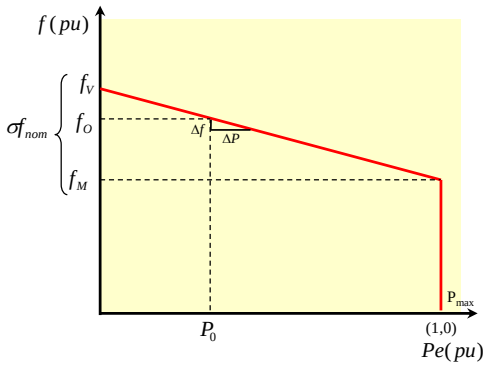


Figura 12.10: Consigna de regulación

Es posible obtener una estimación del tiempo que demora el paso oscilatorio a la nueva condición de equilibrio, si se simplifica la fórmula (12.3.4), suponiendo que no hay recalentador, y se desprecian los términos de menor constante de tiempo ($T_R \approx T_p \approx T_t = 0$). En tal caso, $\Delta P_e = -[K_G + p(T_a + mK_CK_t)]\Delta F$, y $T = (T_a + mK_CK_t)/K_G \approx m + T_a/K_G$, valor que será superior a los 3 segundos. Si la máquina no tiene acelerómetro ($m = 0$), baja a unos 0,5 segundos. Si la máquina carece totalmente de regulador, sube a unos 10 segundos.

Se ha comprobado entonces que, una vez superado el transitorio, a todo aumento Δf de la frecuencia corresponde una disminución proporcional de la potencia que entrega la máquina. La relación potencia de salida en función de la frecuencia, que se conoce como la **consigna** o **ley de regulación de la máquina** (ver Figura 12.10) es, en consecuencia, una recta con pendiente negativa (**característica estática**).

Con ello se consigue que el generador responda positivamente a un aumento de carga, entregando una mayor potencia, pero que simultáneamente haya una baja permanente de frecuencia, que limita en parte el crecimiento del consumo. Cada punto de la consigna representa una diferente situación de equilibrio permanente del regulador,

en la que la válvula piloto ocupa la posición media, interrumpiendo el flujo de aceite. Nótese que una vez topada la admisión ($P_{máx}$), P_e ya no puede subir, aunque la frecuencia siga bajando.

Regulación permanente de velocidad, estatismo permanente o **porcentaje de caída (*droop*)** es el cambio (caída) de velocidad que experimenta la máquina al pasar desde el vacío a plena carga:

$$\sigma = \frac{f_v \ - \ f_M}{f_{nom}} = \frac{N_v \ - \ N_M}{N_{nom}} = \frac{1}{K_G} \tag{12.13}$$

Valores típicos van de 2 a 8 %. El hecho de que el margen aceptable de variación de la velocidad sea tan pequeño hace que no se cometa un error apreciable al reemplazar la velocidad nominal en el denominador de σ por cualquier velocidad comprendida entre N_v y N_M, que pueda interesar en un cálculo particular.

El estatismo se puede modificar alterando $K_C = k_3/k_2$, es decir, la longitud de la barra de realimentación AB en el esquema de regulador de la Figura 12.5.

El empleo del estatismo permanente implica en alguna medida una simplificación, ya que la consigna real de una máquina, sobre todo si ella es térmica, presenta cierta curvatura. En estudios más precisos suele usarse entonces el concepto de **regulación incremental de velocidad, porcentaje de caída incremental** o **estatismo incremental**, que es la pendiente de la consigna, medida en el punto correspondiente a la situación en estudio:

$$\delta = -\frac{\dfrac{df}{f_{nom}}}{\dfrac{dP}{P_{nom}}} = -\frac{df}{dP}\frac{P_{nom}}{f_{nom}} \tag{12.14}$$

Además de no ser realmente una recta, y debido a la inevitable existencia de tiempos muertos, juegos y roces entre las piezas, tanto de los órganos del regulador como de la turbina, esta consigna no está representada por valores únicos, sino que en realidad por una franja de valores posibles.

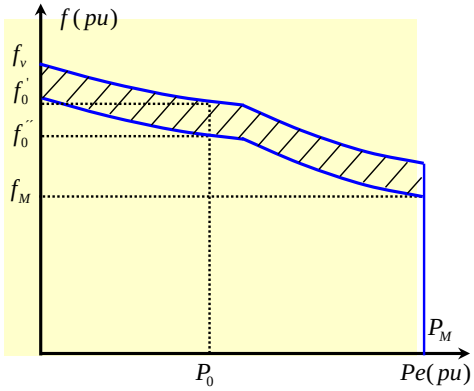


Figura 12.11: Insensibilidad del regulador

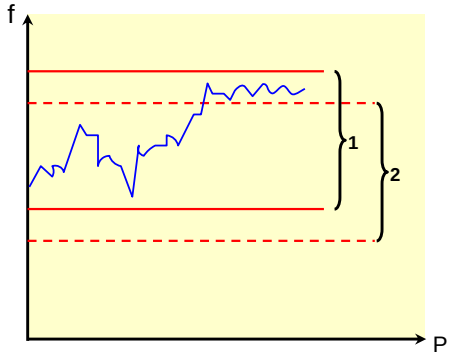


Figura 12.12: Ineficacia del astatismo

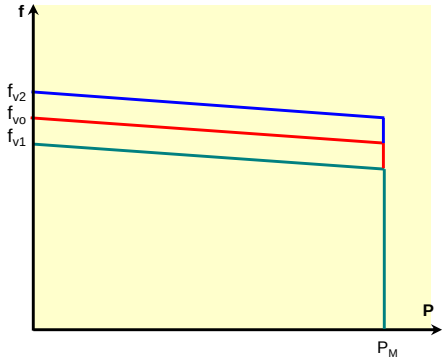


Figura 12.13: Diagrama P-f

La **insensibilidad del regulador** (Figura 12.11) define los límites entre los cuales el conjunto no corrige las variaciones de frecuencia. Se le suele expresar en porcentaje, como:

$$\varepsilon = \pm \ \frac{f_0' \ - \ f_0"}{2 \ f_{nom}} \tag{12.15}$$

Valores típicos van de $\pm$ 0,3 a $\pm$ 0,5 %.

La existencia de esta insensibilidad, entre otras cosas, es causa de que no se acostumbre ajustar una consigna horizontal ($K_G = \infty$) a las turbinas que operan dentro de un sistema interconectado (Figura 12.12). En efecto, aunque con esa **consigna astática** se conseguiría un excelente control de la frecuencia, no es menos cierto que, debido a las inevitables (aunque pequeñas) diferencias de ajuste o de construcción de los reguladores, resultaría imposible fijar con certeza la potencia que entrega cada máquina.

En efecto, al producirse disminuciones del consumo que hicieran subir la frecuencia a valores que estuvieran fuera de la consigna de una máquina (por ejemplo, la número 2 en Figura 12.12), pero dentro de la zona de insensibilidad de la otra (por ejemplo, la máquina 1), solo la primera reduciría su generación, con en el fin de volver el punto de operación a la ley de regulación. Lo contrario ocurriría en caso de bajar la frecuencia. La repartición de cargas entre máquinas quedaría entonces fijada por el azar, y se alteraría además con cada pequeña perturbación.

Cabe indicar que tampoco se recurre a una **consigna hiperestática**

o ascendente, porque a todo aumento de carga correspondería un aumento de la frecuencia de la red y, puesto que la mayoría de los consumos crece en alguna medida con una mayor frecuencia, se produciría un aumento extra de la carga, un nuevo aumento de la frecuencia, y así sucesivamente.

En el análisis anterior se ha supuesto una perturbación en f, pero el control de carga-velocidad ΔP_{CV} inoperante. Esto es válido para una máquina que opera aislada, en la que dicho control solo se opera esporádicamente en forma manual. En todo caso, cualquier acción sobre dicho control se traducirá en un desplazamiento del punto G, en la barra del regulador (Figura 12.5), y con ello en una variación de la velocidad en vacío de la máquina. En el diagrama $P - f$ ello equivale a desplazar la consigna en forma paralela (Figura 12.13 en página anterior).

12.3.5. Influencia de las variaciones de frecuencia en el grupo turbina-generador

En régimen estacionario, la velocidad de giro del eje coincide con la de giro del campo magnético rotatorio inducido por las corrientes trifásicas impuestas por el sistema al estator. Cuando ocurre una perturbación que altera la frecuencia de las corrientes del sistema, se generan flujos pulsantes en el rotor, lo que conduce a torques pulsantes en el eje que, de mantenerse en el tiempo, pueden dañar tanto al generador como a la turbina.

Los fabricantes entregan usualmente curvas de las posibles desviaciones toleradas para la frecuencia, como la que se muestra en la Figura 12.14 para una turbina a vapor típica.

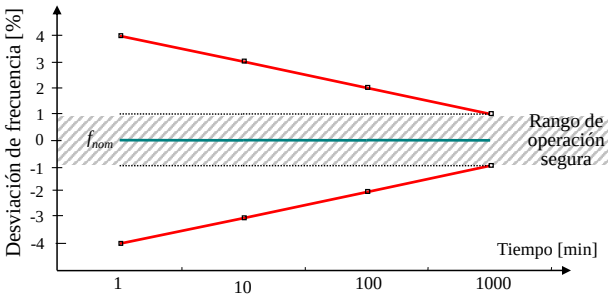


Figura 12.14: Desviaciones tolerables de la frecuencia

Variaciones menores al 1 % de la frecuencia nominal son toleradas sin un impacto en la vida útil del equipamiento. En tanto, variaciones mayores son aceptables en períodos de tiempo cada vez menores conforme crece la desviación.

12.4. Influencia de la frecuencia en los consumos

Salvo el caso de las cargas pasivas (calefacción, electroquímica, etcétera), que son independientes de la frecuencia, habrá una relación creciente entre la frecuencia f y la carga P_L (Figura 12.15)

A toda disminución de f corresponde una disminución de P_L, que es proporcionalmente más fuerte en el caso de los ventiladores y de las bombas centrífugas. Por simplicidad, se acostumbra suponer lineal esta dependencia, expresándola a través de la pendiente de la recta, llamada **coeficiente de frecuencia** o **factor de influencia**:

$$\Delta P_d = K_L \, \Delta f$$

$$K_L \, (p.u.) = \frac{dP_L \, (p.u.)}{df \, (p.u.)} \tag{12.16}$$

y que representa entonces el porcentaje de variación permanente del consumo que se produce al cambiar la frecuencia en un 1 %. Se suele expresar también como $[\,\%\,/Hz]$.

Más cómodo cuando las relaciones se plantean en función de torques es el **factor de autorregulación del consumo**,

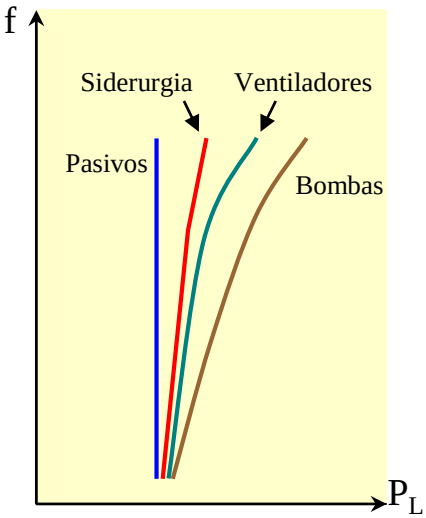


Figura 12.15: Relación MW-f

$$a_L(p.u.) = K_L - 1$$

Valores típicos del coeficiente de frecuencia de consumos se muestran en la Tabla 12.1, en la página siguiente.

El bajo coeficiente de frecuencia resultante para el sistema total indica que los consumos son relativamente poco sensibles a las variaciones de frecuencia. Variaciones grandes de frecuencia, como serían las de un hertz (2 %), se transforman en una variación inferior al 5 % en el monto del consumo total conectado.

Además de influir en el monto de la carga, las variaciones de frecuencia acarrean cambios en el rendimiento de los equipos, sobre todo de las instalaciones industriales movidas por motores eléctricos. Un caso típico lo cons-

Tabla 12.1: Coeficiente de frecuencia de consumos

Tipo de equipo	Ejemplos de uso	K_L [p.u.]	a_L [p.u.]
Consumos pasivos	Calefacción	0	-1
Rectificadores	Electroquímica	0	-1
Generadores	Generación	0 a 0,3	-1 a -0,7
Máquinas de torque constante (dT = 0)	Motores baja tensión	1	0
Ventiladores	Siderurgia, minería	2,5 a 3	1,5 a 2
Rectificadores sin control de tensión d.c.	Tracción	3 a 4	2 a 3
Bombas centrífugas	Minería, agricultura	3 a 10	2 a 9
Consumos grandes promedio	—	1,5 a 2,5	0,5 a 1,5

tituye la industria del papel, que requiere mantener velocidades constantes, para tener un funcionamiento eficiente.

12.5. Regulación primaria en un sistema interconectado

Hasta el momento se ha analizado el comportamiento de una máquina que opera aislada. Ello sirvió para introducir las nociones de consigna y estatismo, y para bosquejar el funcionamiento del regulador. En la realidad, la máquina formará parte de un conjunto más grande, y su comportamiento estará condicionado por el resto del sistema. La regulación potencia-frecuencia que se realiza en estas condiciones, sin el uso automatizado del control carga-velocidad, se conoce como **regulación primaria** o **natural**.

El comportamiento de cada máquina responde a las relaciones ya vistas en la Sección 12.3.4, por lo que la frecuencia no será constante, sino que variará ligeramente, dentro de los límites definidos por las respectivas consignas.

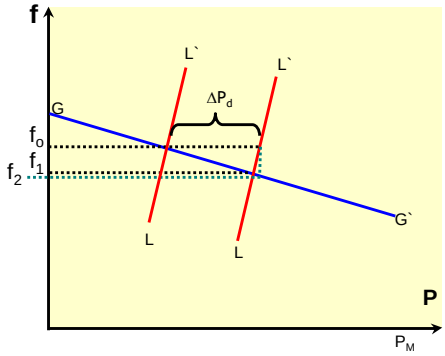


Figura 12.16: Relación frecuencia-carga

Para completar el análisis numérico deberá agregarse la función de transferencia del sistema eléctrico. Despreciando los transitorios de tensión, que son comparativamente cortos y estarán ya estabilizados cuando opere el regulador de velocidad, ello equivale a considerar el efecto de autoregulación de los consumos visto en la Sección 12.4, y la alteración de las transferencias entre máquinas.

Si ΔP_d designa la variación (conexión o desconexión) del consumo y ΔP_{tr} la variación de las transferencias, para cada grupo generador podrá escribirse:

$$\Delta P_{ei} = \Delta P_{di} - \Delta P_{Li} - \Delta P_{tri} \tag{12.17}$$

Siendo difícil conocer los valores nominales de cada una de las máquinas que están en funcionamiento en un momento dado en un sistema, al expresar las cantidades en por uno se acostumbra reemplazar los valores nominales individuales por la frecuencia f_0 común en la que operaba el sistema antes de la perturbación, y por la capacidad total conectada P_0.

La variación ΔP_L se manifiesta en que si la carga de una máquina sube en ΔP_d (desplazamiento horizontal de LL' en Figura 12.16), la frecuencia solo baja a f_1, y no a f_2, como hubiera correspondido por el efecto de la consigna.

Para calcular ΔP_{tr} se puede partir de la potencia transferida entre las máquinas antes de la modificación del consumo, que vale $S = V_i(V_i - V_j)^* Y_{ij}^*$. De aquí:
$P_{ij} = G_{ij}V_i^2 - Y_{ij}V_iV_j cos(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})$
La variación de P_{ij} al modificarse los ángulos θ_i y θ_j será:

$$\Delta P_{ij} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_{ij}}\,\Delta\theta_{ij} = Y_{ij}\,V_i\,V_j\,sen\,(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})\,(\Delta\theta_i - \Delta\theta_j) = K'_{ij}\,(\Delta\theta_i - \Delta\theta_j) \tag{12.18}$$

pero:

$$\Delta\theta_i - \Delta\theta_j = \int_0^t (\Delta\omega_i - \Delta\omega_j)\, dt = \omega_0 \int_0^t [\Delta\omega_i\,(p.u.) - \Delta\omega_j\,(p.u.)]\, dt = \omega_0 \int_0^t [\Delta f_i\,(p.u.) - \Delta f_j\,(p.u.)]dt$$

$$\Delta P_{ij} = \omega_0\, Y_{ij}\, V_i\, V_j\, sen\ (\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij}) \int_0^t (\Delta f_i - \Delta f_j)\, dt = \frac{K_{ij}}{p}\,(\Delta f_i - \Delta f_j) \tag{12.19}$$

Nótese que al tomar en cuenta las transferencias, resulta que transitoriamente (mientras actúan los reguladores) ¡las frecuencias en cada barra del sistema son distintas entre sí!

En consecuencia, aplicando transformación de Laplace, se tendrá que a un cambio ΔP_d en el consumo total corresponde una variación de frecuencia dada por:

$$\Delta P_d\,(p) = \sum_i \Delta P_{d\,i}\,(p) = \sum_i \Delta P_{m\,i}\,(p) - \sum_i pT_{a\,i}\,\Delta F_i\,(p) - \sum_i K_{L\,i}\Delta F_i\,(p) \tag{12.20}$$
$$- \sum_i \frac{1}{p}\,\Delta F_i\,(p) \sum_j K_{ij} + \sum_i \frac{1}{p} \sum_j K_{ij}\,\Delta F_j\,(p)$$

sistema de ecuaciones bastante complejo, que solo puede ser resuelto con métodos de aproximación numérica.

Sin embargo, si solo interesa el equilibrio estático final ($f_i = f_j$), y mientras $\Delta P_{CV\,i}$ sea cero, el resultado será:

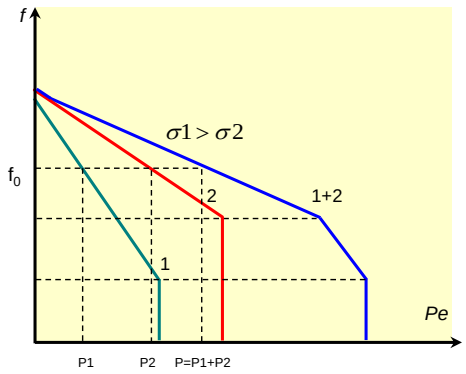


Figura 12.17: Respuesta según estatismo

$$\Delta P_d = -\Delta f\ \left(K_L + \sum_i K_{G\,i}\right) = -\Delta f\ K_{sist} \tag{12.21}$$

en que K_{sist} es el torque regulador del sistema. A su vez, la variación de carga que experimente la máquina i será:

$$\Delta P_{e\,i} = -\ K_{G\,i}\,\Delta f = \frac{K_{G\,i}}{K_{sist}}\Delta P_d = \frac{\Delta P_d}{\sigma_i\ K_{sist}} \tag{12.22}$$

Siendo K_{Gi} inversamente proporcional a σ_i, ello significa que las máquinas se reparten la carga en función inversa de los respectivos estatismos, es decir, que las máquinas con menor estatismo se cargarán relativamente más (ver Figura 12.17).

Por ello. aquellas máquinas en las que no es conveniente que la carga varíe mucho, ya sea por la existencia de factores limitantes hidráulicos (por ejemplo, canales en mal estado), térmicos (calderas), etcétera, se operan con un estatismo elevado (6 a 8 %), y en casos particulares incluso enclavadas (ver más abajo). Las máquinas restantes se operan con estatismos bajos (2 a 4 %), e incluso se suele dejar una sola máquina encargada de tomar las variaciones de carga, para lo cual se le ajusta estatismo cero.

En los casos en los que se desee que ciertas unidades se repartan la carga en proporción a sus capacidades nominales, habrá que darles a todas ellas el mismo estatismo.

De cualquier forma, siempre será posible modificar la carga de una máquina cualquiera, actuando sobre el correspondiente control de carga-velocidad. En efecto, siendo cada máquina individual comparativamente pequeña frente al sistema, y habiendo posiblemente alguna unidad con estatismo cero, la frecuencia permanecerá invariable en f_0 [$\Delta F(p) = 0$], y consecuentemente:

$$\Delta P_e\,(p) = \frac{K_C\,K_t\ (1\ +\ pK_R\,T_R)\ \Delta P_{CV}}{(1\ +\ pT_R)\ (1\ +\ pT_p)\ (1\ +\ pT_t)}$$

De modo que el equilibrio estático se alcanzará con:

$$\Delta P_e = K_C K_t\,\Delta P_{CV} \approx K_G\ \Delta P_{CV}$$

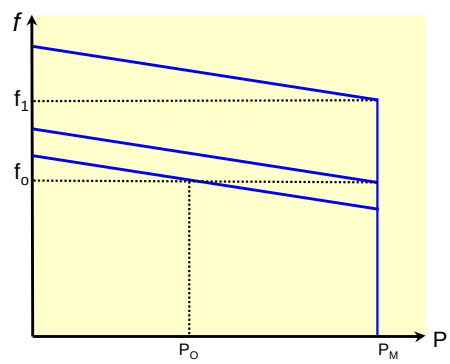


Figura 12.18: Máquina enclavada

Por lo tanto, la acción sobre el control de carga-velocidad se traduce en una variación de la carga que toma la máquina (de P_0 pasa paulatinamente a P_M). Exagerando dicha acción se puede llegar a **enclavar la máquina**, esto es, subir tanto la consigna que la capacidad nominal se alcance ya con una velocidad f_1 superior a f_0. Esto significa que aunque la velocidad real se mantenga en f_0, ya no es posible abrir más la admisión, y la zona f_1-f_0 de la consigna será una vertical. Cualesquiera que sean las fluctuaciones de la frecuencia, la máquina enclavada entregará su potencia nominal (ver Figura 12.18).

12.6. Corrección del error de tiempo

Por eficaz que sea la regulación de frecuencia, siempre existirá un pequeño error. La acumulación de ellos lleva a que el "*tiempo sincrónico*" $\Delta\varphi = \int_0^t \Delta f \, dt$ (en ciclos) sea diferente del tiempo real, lo que significa un error progresivo en los relojes eléctricos.

Este es el motivo de que periódicamente (al alcanzar un error $\varphi_{máx}$) se desajuste intencionalmente la frecuencia durante un cierto lapso, con el fin de volver los relojes al tiempo real. El lapso de desajuste es función de la magnitud del error $\varphi_{máx}$ y del desajuste Δf que se introduzca, $t = \varphi_{máx} f_n / 60 \Delta f$, de modo que a 50 $[Hz]$, $t = 0,8333 \varphi_{máx}/\Delta f$, en horas.

12.7. Regulación secundaria

El control de la potencia generada por cada máquina, que es el problema que resuelve la regulación primaria, no asegura el control de la potencia transferida a través de las diversas líneas del sistema eléctrico. Estas transmisiones variarán de acuerdo con cómo varíe la combinación de consumos y generaciones que las afecta en forma particular. No siempre será posible garantizar una forma de operación que asegure transferencias adecuadas por cada una de las líneas.

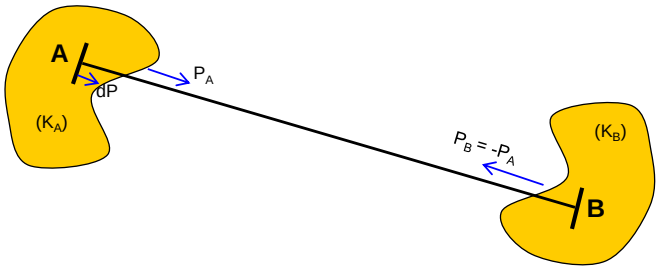


Figura 12.19: Análisis de áreas de control

Esto es particularmente inconveniente en el caso de líneas que interconectan sistemas grandes, pertenecientes a empresas o países distintos (por ejemplo, las líneas de 400 $[kV]$ que unen los sistemas de algunos países europeos), ya que en ellas interesa mantener constantes las transferencias, en un valor previamente acordado.

En tales casos se hace necesario asimilar cada sistema a una máquina equivalente, y controlar en forma automática la potencia exportada (que fluye por las líneas de interconexión), modificando convenientemente la generación total en cada sistema, en caso de que se presenten diferencias con el valor de ajuste. Este procedimiento se conoce con el nombre de **regulación secundaria** (ver Figura 12.19). Para evitar interferencias con la regulación primaria, el cambio de generación se hace en forma mucho más lenta, por medio de la modificación de la velocidad en vacío de alguna(s) máquina(s) preseleccionada(s), aprovechando una entrada independiente del control carga-velocidad del regulador correspondiente, designada usualmente como "regulador del área". Como resultado adicional, se consigue una frecuencia constante en ambos sistemas.

Sean entonces dos subsistemas, o **áreas de control**, A y B, caracterizados por torques reguladores equivalentes $K = K_L + \sum K_G$, y por una función de carga-frecuencia, o **consigna del área**, del tipo:

$$\Delta p + K \Delta f = 0 \tag{12.23}$$

siempre que Δp indique la exportación neta del área $(P_G - P_d)$.

De acuerdo con esta definición, cualquier perturbación (ya sea variación de la carga o de la generación) en un área de control podrá ser interpretada como una alteración de su exportación. La constante K es propia de cada área, y se obtiene experimentalmente, provocando una perturbación dP conocida (por ejemplo, desconectar una máquina importante, o la línea de interconexión con otro sistema), y midiendo el Δf resultante. Valores típicos van de 10 a 50 $[\%/Hz]$. Cabe sí indicar que la característica $p - f$ de un área es menos lineal que la de una máquina aislada, por lo que el análisis vale para un rango más estrecho de Δf.

Las dos áreas de control estarán unidas al menos por una línea de interconexión (Figura 12.19). Si ocurre una perturbación dP, por ejemplo en A, **la regulación primaria modificará la frecuencia permanente del conjunto**, y la variación dP se repartirá entre todas las máquinas, y en particular entre ambas áreas, de acuerdo con:

$$\Delta f = -\frac{dP}{\sum K} = -\frac{dP}{K_A + K_B} \tag{12.24}$$

La acción de la regulación primaria se traduce entonces en una variación del intercambio entre las áreas, ya que B ayuda a resolver el problema de A mediante una mayor exportación $\Delta p_B = -K_B \, \Delta f = K_B \, dP/(K_A + K_B)$.

La tarea de la regulación secundaria será la de hacer cumplir a continuación la consigna $\Delta p + K\Delta f = 0$ para cada una de las áreas. Para el área B, en la que no se produjo la perturbación dP, la consigna se cumple naturalmente, ya que por la acción de la regulación primaria, $\Delta p_B + K_B\,\Delta f = 0$. Cabe observar que para este subsistema Δp_B y Δf tendrán signos contrarios.

Para el área A, en la que sí se produjo la perturbación dP, por acción de la regulación primaria $K_A\,\Delta f + (dP - \Delta p_A) = 0$ (siendo $-\Delta p_A = \Delta p_B$), y no se cumple la consigna. Además, Δf y Δp_A presentan igual signo. Si ambos son negativos, quiere decir que hubo un aumento del consumo neto en el área, y que corresponde subir la generación hasta volver el punto de operación a la consigna del área. Si ambos son positivos, quiere decir que hay un exceso de generación, que deberá ser reducido (ver Figura 12.20).

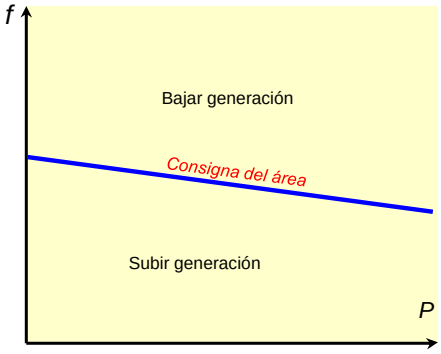


Figura 12.20: Consigna para el área

El regulador de área (hay uno independiente para cada área) calcula entonces el término $\varepsilon = \Delta p + B\Delta f$ para el subsistema correspondiente, lo que exige telemedida de la potencia y de la frecuencia en la línea de interconexión. El coeficiente B es usualmente algo menor que K, tanto porque no se conoce este último para cada situación particular de operación, como porque se pretende acelerar la convergencia. Para asegurar que el control no se detenga hasta eliminar el error, este se hace normalmente en forma integral, moviendo el control de carga-velocidad por medio del término $\Delta P_{CV} = -\int_0^t \varepsilon\, dt$. El signo menos implica que si ε es negativo, hay que aumentar la generación, y viceversa. A medida que crece la generación de A, sube la frecuencia del conjunto, y disminuye el aporte de B, hasta que se llega al equilibrio cuando A recupera su consigna de área. El regulador secundario de B no interviene en ningún momento, ya que esa área cumple siempre su consigna.

La ventaja de esta forma de control radica en el apoyo mutuo que se prestan los sistemas interconectados. En primer lugar opera la regulación primaria, sirviendo la variación de consumo con todas las máquinas en servicio en ambas áreas de control. A continuación actúa la regulación secundaria, que en la medida en que ello sea posible, ajusta la transferencia al valor preestablecido, es decir, confina la variación del consumo al área de control en la que ella se produjo. Si el ajuste no es posible, el otro sistema sigue prestando un apoyo permanente.

Cuando las áreas de control presentan más de una línea de interconexión, el procedimiento de regulación es el mismo, siempre que el regulador de área actúe "polarizado" por la suma de las transferencias.

12.8. Regulación terciaria o económica

En la medida en que crecen los sistemas, y sobre todo cuando ellos poseen muchas máquinas térmicas, se hace cada vez más difícil controlar la economía de la operación, que además depende directamente del diseño de mercado específico definido para el SEP (ver capítulo 21, donde se presentan las distintas configuraciones de mercado eléctrico posibles). La regulación terciaria (poco extendida) pretende ajustar automáticamente las generaciones de las distintas máquinas, en los valores más convenientes desde el punto de vista económico (resultante de la interacción entre los agentes del mercado).

En el capítulo 22 se realiza un análisis detallado del despacho económico, comenzando con un enfoque clásico, desde el punto de vista de un operador centralizado (del tipo Centro de Despacho Económico de Carga), que posee información completa sobre el sistema, y siguiendo con un análisis de los enfoques y metodologías predominantes en los distintos diseños de mercado vigentes actualmente en el mundo. Los elementos fundamentales a considerar en este análisis resultan ser las curvas de costos incrementales de cada máquina, representativas de los costos de generación de ellas, y del operador o multiplicador de Lagrange, que las conecta con el equilibrio global de potencias en el SEP.

Para implementar la regulación terciaria se requieren entonces elementos analógicos que permitan reproducir la curva de costos incrementales de cada máquina. Alimentando estos elementos analógicos con una señal común, interpretable como el lagrangiano λ, se obtienen las generaciones teóricamente deseables. La diferencia entre estas potencias teóricas y las que efectivamente se miden en bornes de la máquina, sirve luego para modificar la generación por medio de un control integrador aplicado a una entrada independiente del regulador de velocidad, denominada "**regulador económico**".

Al integrador se le da una ganancia baja, de manera que opere con posterioridad a las regulaciones primaria y

secundaria. Por otra parte, el hecho de que opere mediante un integrador asegura su acción mientras persista algún error.

12.9. Estabilidad del control de velocidad

En el análisis que se ha hecho hasta el momento, se ha supuesto tácitamente que la operación del regulador es estable. Ello no resulta tan claro en la práctica, por la existencia de distintos factores no considerados en el análisis matemático simplificado.

Uno de bastante importancia lo constituyen las realimentaciones mediante integradores (regulación secundaria y terciaria), que tienden a amplificar las oscilaciones. Otro factor despreciado son los roces, juegos entre piezas, etcétera, así como el hecho de que la respuesta de la mayoría de los elementos no sea instantánea, aunque así se haya supuesto (por ejemplo, tacómetro, válvula piloto, etcétera). Por último, hay que considerar la respuesta dinámica del fluido motor (inercia de la caldera, inercia del agua afluente, etcétera), que también interviene en el equilibrio de la potencia mecánica de la turbina.

Todos estos factores, que no tienen influencia sobre el equilibrio estático final, complican bastante el análisis dinámico, y llevan a la definición de valores óptimos de ajuste para las ganancias y constantes de tiempo del regulador, con el fin de garantizar una operación estable y poco oscilatoria.

Este problema, que escapa a los alcances de un curso básico de sistemas, puede ser resuelto por ejemplo con ayuda de modelos con variables de estado.

12.10. Oficinas de despacho eléctrico

En la medida en que los sistemas crecen y se interconectan, se hace patente la necesidad de contar con oficinas centrales de despacho de la electricidad en el SEP, en las que se supervigile y maneje el sistema como un conjunto. Ellas deben cumplir una serie de funciones importantes, y a menudo de gran responsabilidad, tales como:

- asegurar la continuidad y la calidad del servicio;
- buscar la economía en la operación;
- reponer el servicio con rapidez luego de cualquier perturbación importante.

Estas funciones se cumplen a un nivel de dirección, complementando el trabajo automático e instantáneo de los diversos reguladores del sistema.

La responsabilidad básica del operador es la de asegurar la continuidad y calidad del servicio, previniendo aquellas contingencias que puedan conducir a dificultades en la operación, y ajustando las tensiones y generaciones a valores que estén dentro de los rangos aceptables.

En sistemas relativamente pequeños, se basa fundamentalmente en la experiencia del operador, y en normas de operación derivadas de estudios técnicos realizados con antelación. En los grandes sistemas de los países desarrollados, ello exige la ayuda de computadoras y microprocesadores, que evalúan permanentemente la seguridad de servicio, la mejor repartición de tensiones, etcétera.

La búsqueda de la economía en la operación comprende tanto los estudios de programación de la generación y los mantenimientos, como la complementación (o el reemplazo) de la regulación terciaria, mediante estudios en línea, con datos reales obtenidos por telemedida.

Durante la reposición del servicio, luego de alguna perturbación importante, el operador pasa a constituirse en el verdadero jefe del sistema, con poder sobre todas las centrales, subestaciones, etcétera, de manera de coordinar los trabajos y reducir al mínimo el tiempo invertido en ellos.

La ejecución de estas funciones exige disponer de facilidades apropiadas de comunicación, telemedida, telecontrol, etcétera, más complejas y automatizadas mientras más grande el sistema.

Entre otras cosas, se requerirá una representación o modelo a escala del sistema, que permita visualizar el estado instantáneo de los interruptores, generadores, etcétera. En sistemas sencillos será un panel mural, en el que el unilineal se representa en relieve con distintos colores según la tensión, y las posiciones de los equipos con lamparillas de colores. En sistemas más grandes es una sala Scada, en la que los modelos estarán en el *PC* del operador, donde se puede seleccionar y ampliar la zona que se desea apreciar con un mayor detalle.

La telemedida deberá incluir al menos la frecuencia, la generación (P y Q) de las centrales y las tensiones en los nudos principales del sistema. Esta telemedida suele ser redundante, para poder verificar los valores recibidos.

12.11. Ejemplos de aplicación

La aplicación "Control de Frecuencia" del sitio web del libro permite profundizar las materias vistas para un caso ejemplo.

12.11.1. Ejemplo 1

Cierto sistema eléctrico A tiene una característica potencia-frecuencia tal, que la incorporación de una carga adicional de 250 [MW] origina una caída de frecuencia de 0,1 [Hz]. Por su parte, un sistema vecino B es tal, que la misma variación de frecuencia se produce con un cambio de 400 [MW] en el consumo.

En ciertas circunstancias, A opera a 49,85 [Hz] y B a 50 [Hz]. ¿Cuál sería la transferencia de potencia entre ambos sistemas, si estuviesen interconectados a través de una línea corta, de impedancia despreciable? Si es que se altera la frecuencia de ambos sistemas, ¿cuál es el nuevo valor de ella?

Solución

$$K_A = \frac{-\Delta P}{\Delta f} = \frac{-250}{0,1} = -2{,}500\ [MW/Hz]$$

$$K_B = \frac{-400}{0,1} = -4{,}000\ [MW/Hz]$$

$$K_A + K_B = -6{,}500\ [MW/Hz]$$

el hecho de que A opere a 49,85 [Hz] puede ser asimilado a la existencia de una carga ΔP que ha hecho bajar la frecuencia desde 50 [Hz]:

$$\Delta P = 2{,}500 \cdot 0,15 = 375\ [MW]$$

al interconectar los sistemas, este consumo se reparte entre ambos:

$$\Delta f = \frac{-375}{6{,}500} = -0,0577$$

$$f = 50 - 0,0577 = 49,94\ [Hz]$$

y el sistema B apoya con:

$$\Delta p = K_B \Delta f = 0,0577 \cdot 4{,}000 = 231\ [MW]$$

12.11.2. Ejemplo 2

Tres generadores idénticos, cada uno de 60 [MW], 13.2 [kV], 50 [Hz], operan en paralelo. Los controles de velocidad de las máquinas están ajustados en posiciones diferentes, de manera que los estatismos permanentes son 3 %, 4 % y 5 %, respectivamente. ¿Qué potencia toma cada máquina, si acaso están sirviendo un consumo total de 168 [MW]?

Solución

Las máquinas deben operar con igual velocidad en vacío. luego,

$$\frac{\Delta f}{f_o - f_m ax} = \frac{P}{60}$$

$$\frac{\Delta f}{f_o} = \frac{\sigma P}{60}$$

lo que aplicado a las 3 máquinas nos da:

$$\frac{\Delta f}{f_o} = \frac{P_1}{1{,}200} = \frac{P_2}{1{,}500} = \frac{P_3}{2{,}000}$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 168$$

de modo que

$$P_2 = 1{,}500 \frac{P_3}{2{,}000} = 0,75 P_3$$

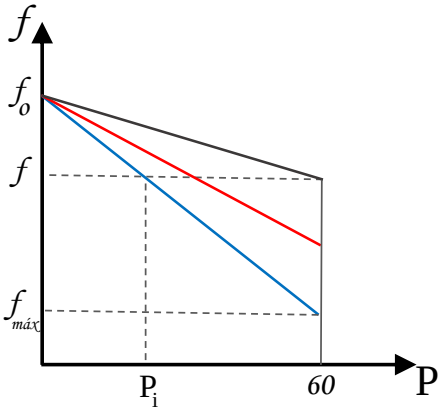


Figura 12.21: Curvas P - f generadores

$P_1 = 1{,}200\dfrac{P_3}{2{,}000} = 0,60P_3$
$P_3 = (1 + 0,75 + 0,6) = 168$
$P_2 = \dfrac{168}{2,35} = 71,49\ [MW] > 60\ [MW]$
En realidad, el generador 3 se topa primero y entrega sólo su plena capacidad de 60 [MW]. Hay que replantear el problema para las otras 2 máquinas:
$P_1 + P_2 = 168 - 60 = 108\ [MW]$
$P_1 = 1{,}200\dfrac{P_2}{1{,}500} = 0,8P_2$
$P_2 = (1 + 0,8) = 108$
Luego,
$P_1 = 48\ [MW]$
$P_2 = 60\ [MW]$
$P_3 = 60\ [MW]$
$\dfrac{\Delta f}{f_0} = 4\,\%$

12.11.3. Ejemplo 3

En cierto sistema eléctrico operan 3 máquinas, sirviendo un consumo total de 150 [MW]. Según se verá en el Capítulo 22, la operación económicamente óptima de un sistema eléctrico se logra cuando los costos incrementales de generación de las máquinas son todos iguales (el costo incremental es el costo adicional que implica generar una unidad de potencia adicional). En este ejemplo, los costos incrementales de generación están dados por:

$CI_1 = 0{,}5 + 0{,}005P_1 + 0{,}0000{P_1}^2$, válido para P_1 entre 40 y 100 [MW];

$CI_2 = 0{,}70 + 0{,}007P_2$, válido entre 30 y 100 [MW];

$CI_3 = 0{,}05 + 0{,}002P_3$, válido entre 25 y 60 [MW];

en que los costoas incrementales CI se dan en [UM/MWh] y las potencias P en [MW].

Determinar la mejor repartición de la carga entre las máquinas.

Solución
Regulando $CI2 = CI3, CI1 = CI3$,
$0,7 + 0,007P_2 = 0,05 + 0,002P_3$
$0,5 + 0,005P_1 + 0,00005P_1^2 = 0,05 + 0,002P_3$
$P_1 + P_2 + P_3 = 150$
$2P_1 + 9P_2 = -350$
$0,05P_1^2 + 7P_1 + 2P_2 = -150$

de modo que la máquina 3 tomaría todo el consumo, y P_1 con P_2 tendrían incluso que ser negativos:

Hay que replantear el problema suponiendo $P_3 = 60\ [MW]$:
$0,5 + 0,005P_1 + 0,00005P_1^2 = 0,7 + 0,007P_2$
$P_1 + P_2 = 90$
$0,05P_1^2 + 5P_1 = 200 + 7(90 - P_1) = 830 - 7P_1$
$P_1^2 + 240P_1 - 16600 = 0$
$P_1 = -120 + \sqrt{31000} = 56,07\ [MW]$
$P_2 = 33,93\ [MW]$

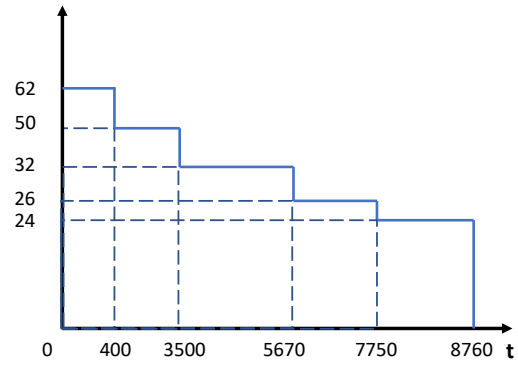


Figura 12.22: Curva de consumo ejemplo 4

12.11.4. Ejemplo 4

Cierto consumo industrial tiene la curva monótona anual de la Figura 12.22. Es alimentado por una central hidráulica de 16 [MW], con facilidades de embalse, pero que sólo puede entregar hasta 56 [GWh] anuales, a un costo de 5 [UM/MWh]; por una central térmica de 36 [MW], capaz de generar hasta 270 [GWh/año], a un costo de 30 [UM/MWh]; y por un apoyo débil desde el Sistema Interconectado, que puede entregar 17 [MW] y 140 [GWh/año], a un costo de 45 [UM/MWh].

Determinar el mínimo costo anual de generación.

Solución
La demanda a servir es de 62 [MW] y el consumo anual es de 24·8.760 + 2·7.750 + 6·5.670 + 18·3.500 + 12·900 = 333.560 [MWh/año].

Si la central hidráulica fuese de pasada, lo lógico sería ponerla en base, generando parejos 56.000/8.760 = 6,4 [MW]. Sin embargo, en tales condiciones la potencia total disponible no alcanzaría para servir la demanda máxima: 6,4 + 36 + 17 = 59,4 < 62 [MW].

Siendo una central de embalse, conviene ubicarla en una zona intermedia de la curva monótona, donde pueda generar 16 [MW] durante 56.000/16 = 3.500 [hs]. Por tanto, la central hidráulica operará cuando la demanda supere los 32 [MW].

La central que sigue en costo (térmica) deberá operar en base e ir complementando la hidráulica en las horas de punta, hasta copar su potencia o su energía anual:

E_t = 24·8.760 + 2·7.750 + 6·5.670 + 2·3.500 + 2·900 = 210,24 + 15.5 + 34,02 + 7 + 1,8 = 268.560 [MWh/año] < 270.000 [MWh/año]. La central térmica se copa por potencia.

El saldo debe ser cubierto desde el Sistema Interconectado:

P_{SI} = 10 [MW]

$E_{SI} = 10 \cdot 900$ = 9,000 [MWh/año]

En consecuencia, el costo de generació será

C = 268.560·30 + 56.000·5 + 9.000·45 = 8.056.800 + 280.000 + 405.000 = 8.741.800 [UM/año].

Lo que representa un costo promedio de 26,2 [UM/MWh].

Verificar que el costo resulta mayor si se opera la central hidráulica en base, con una potencia de 9 [MW] durante las horas de punta (forma alternativa de servir el consumo).

12.11.5. Ejemplo 5

Sean dos consumos independientes, cuyas características son:

1) $D_{\text{máx}}$ = 200 [MW]; $D_{\text{mín}}$ = 100 [MW]; E_{anual} = 1.050 [GWh]

2) $D_{\text{máx}}$ = 262 [MW]; $D_{\text{mín}}$ = 90 [MW]; factor de carga anual = 50 %

Al interconectarlos, se detecta un factor de diversidad 105 %.

El conjunto así formado es alimentado por una central hidráulica de pasada, con seguridad hidrológica 100 %, potencia instalada 150 [MW], costo directo de generación 3 [UM/MWh]; por una central a gas, con 4 turbinas de 25 [MW] cada una, costo medio de generación 30 [UM/MWh], pero que sólo puede operar durante las horas de la punta; y desde un sistema vecino, costo medio 35 [UM/MWh], que puede aportar hasta 250 [MW] en forma permanente, a través de una línea de 220 [kV], R = 0,02 [pu 100 MVA].

Dibujar la curva parabólica anual del consumo resultante, y con ayuda de ella determinar el factor de planta de la central a gas, así como la energía que el sistema vecino coloca en el extremo transmisor de la línea de interconexión, si se supone tensión 102 % y coseno fí uno en el extremo receptor, y se desprecia el efecto capacitivo de la línea.

¿Cuál es el costo total de generación?

Solución $D_{max} = (200 + 262)/1,05 = 440\ [MW]$

$D_{min} = 100 + 90 = 190\ [MW]$
$E = 1050 + 8,76x0,5x262 = 2{,}200\ [GWh]$

Con estos datos se puede dibujar la curva parabólica:
La central hidráulica se ubica en base:

$E_h = 8,79x150 = 1{,}314\ [GWh]$
Las turbinas se unican en punta; de la curva, $E_t = 80\ [GWh]$ luego, $f_{pta} = 80/8,76 = 9,13\,\%$
$E_{sist} = 2120 - 1314 = 806\ [GWh]$
$P_{sist} = 340 - 150 = 190\ [MW]$
$f_c = 806/190x8,76 = 0,4843$
$f_p = f_c^{1,5} = 0,337$

lacorriente en la línea será:

$I = (1,9 + j0)/1,02 = 1,8627\ [pu]$
$\Delta P = RI^2 = 0,02x1,8627^2x100 = 6,94\ [MW]$
$\Delta E = 8,76x0,337x6,94 = 20,5\ [GWh]$
$E_{sist} = 806 + 20,5 = 826,5\ [GWh]$
$C = 1314x0,003 + 826,5x0,035 + 80x0,03 = 35,27\ [MUM/\text{año}]$

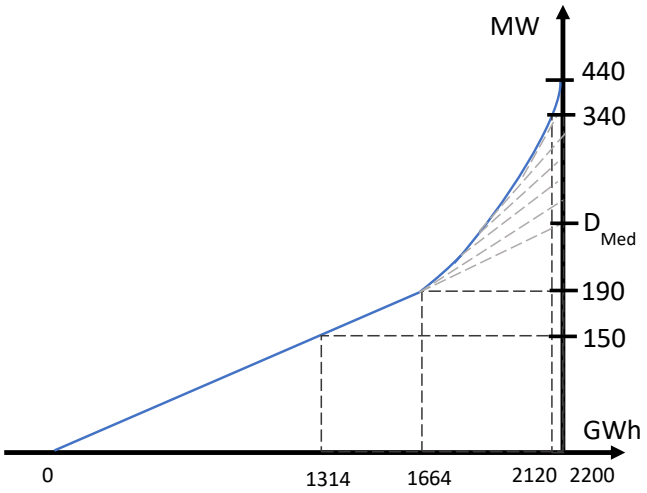


Figura 12.23: Curva parabólica anual del consumo

Capítulo 13

Análisis de sistemas desequilibrados

13.1. Introducción

Hasta el momento se han analizado sistemas operando en condiciones equilibradas cuasi-estacionarias. En los sistemas de potencia se busca la simetría de corrientes y tensiones, tanto con el fin de proteger los generadores (que no resisten corrientes desequilibradas importantes), como también con la intención de facilitar la obtención de tensiones constantes en los consumos. Desde el punto de vista matemático, para ello sería necesario que los sistemas de transmisión presentaran una matriz de impedancias diagonal:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z & 0 & 0 \\ 0 & Z & 0 \\ 0 & 0 & Z \end{bmatrix}$$

Sin embargo, en la práctica existen reactancias mutuas, y hay que conformarse, cuando más, con una simetría cíclica, esto es, una matriz de impedancias del tipo:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_a & Z_b & Z_c \\ Z_c & Z_a & Z_b \\ Z_b & Z_c & Z_a \end{bmatrix}$$

Incluso esta simetría cíclica no es fácil de conseguir, ya que exige un diseño cuidadoso de los generadores, transposiciones en las líneas aéreas, etcétera, pero se cumple razonablemente bien en la práctica.

Si a un sistema de este tipo se aplican tensiones equilibradas en los bornes de entrada, se obtendrán tensiones y corrientes equilibradas en los bornes de salida. En tales condiciones, se consigue independencia entre las tres fases, y los problemas se pueden resolver monofásicamente, como se ha hecho en los capítulos anteriores.

Pero si las corrientes y tensiones dejan de ser simétricas, ya sea por la existencia de un consumo desequilibrado importante, o, lo que es mucho más frecuente, por la existencia de alguna perturbación en la red, las fases dejan de ser independientes y el problema debe resolverse calculando con la matriz completa, o sea, considerando un sistema de ecuaciones simultáneas. Para una red eléctrica grande, esto solo se puede hacer con ayuda de computadoras.

Con el fin de facilitar la resolución de estos sistemas de ecuaciones, se suele recurrir a transformaciones lineales de las ecuaciones de tensión y corriente (y de las magnitudes derivadas, como Z, P, etcétera), mediante las cuales se busca diagonalizar la matriz $[Z]$, y así pasar a un sistema de mallas independientes. Si bien el número de ecuaciones por resolver no se reduce, desaparecen las ligazones mutuas entre ellas. Por razones de comodidad, se pretende además que las fórmulas de transformación de corrientes y tensiones sean idénticas, y que en lo posible la potencia consumida en las nuevas componentes sea la misma que se consume en las componentes originales (invariancia de la potencia). El conjunto de condiciones puede ser cumplido por una sola transformación lineal, que es la que se denomina **transformación de Fortescue** o **transformación a componentes simétricas**.

Las transformaciones, además de facilitar los cálculos, tienen la ventaja de hacer posibles las representaciones a escala, o modelos analógicos, de los sistemas asimétricos, al eliminar todas las reactancias mutuas entre fases. Sin embargo, este modelo se complica en el caso de fallas simultáneas, debido a la imposibilidad de representar físicamente transformadores monofásicos con una razón de transformación compleja (por ejemplo $1/1\angle 120\,^\circ$). Para tales casos se adopta la simplificación adicional de suponer la matriz $[Z]$ totalmente simétrica ($Z_b = Z_c$), puesto que en esas condiciones es posible obtener siempre una matriz de transformación con elementos reales (y representables a través de un modelo), tal como por ejemplo la **transformación de Clarke**, o de componentes α, β y 0.

La invariancia de la potencia, que lleva a sistemas de componentes ortogonales o normalizados, no se cumple en la forma tradicional (histórica) de las componentes simétricas, debido a que en su origen ellas no respondieron al criterio matemático aquí esbozado, sino a sustituciones ingeniosas que simplificaban los problemas.

13.2. Componentes simétricas

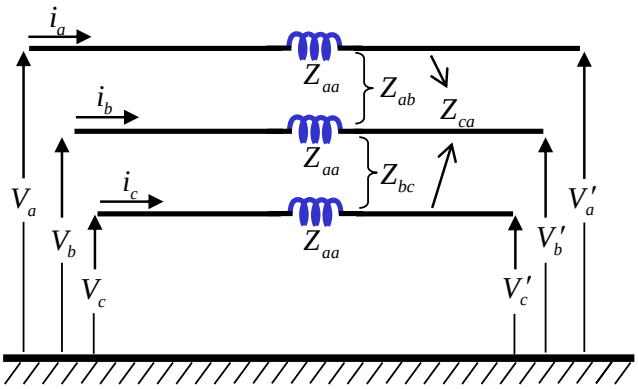


Figura 13.1: Circuito trifásico

Como punto de partida para la determinación de las transformaciones más atractivas, se requiere plantear con claridad las relaciones en las **coordenadas primitivas** o **de fase**. Sea entonces un juego de impedancias con simetría cíclica (Figura 13.1, con impedancias series y mutuas), en las que se incluye el retorno por tierra (según Carson, ver ecuación (13.4)), para el cual rige la ecuación matricial:

$$[\Delta V] = [V] - [V'] = [Z][I] \tag{13.1}$$

o, en forma explícita:

$$\begin{aligned} \Delta V_a &= V_a - V'_a = Z_{aa}I_a + Z_{ab}I_b + Z_{ac}I_c \\ \Delta V_b &= V_b - V'_b = Z_{ac}I_a + Z_{aa}I_b + Z_{ab}I_c \\ \Delta V_c &= V_c - V'_c = Z_{ab}I_a + Z_{ac}I_b + Z_{aa}I_c \end{aligned} \tag{13.2}$$

en la que las tensiones en ambos extremos de $[Z]$ se miden respecto de un retorno común, de carácter ideal (sin impedancia). Si el retorno está considerado en forma separada, entonces esas tensiones están referidas a los neutros (o "tierras") correspondientes, que están a distinto potencial.

Una relación similar rige para impedancias conectadas en paralelo, a tierra, si los ΔV se interpretan como las tensiones aplicadas (Figura 13.2).

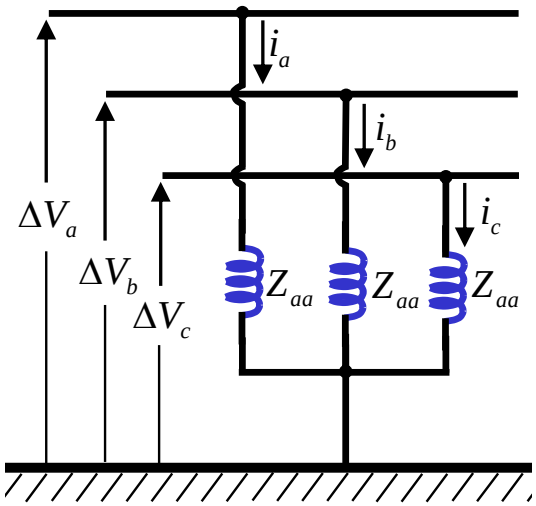


Figura 13.2: Impedancias a tierra

Cabe recordar, además, que la potencia compleja total inyectada vale:

$$S = [V]^T[I]^* = V_aI_a^* + V_bI_b^* + V_cI_c^* \tag{13.3}$$

Aunque hasta este momento no se ha destacado el hecho de que $[Z]$ tiene una simetría cíclica, ello quedó implícito en el estudio de los elementos de un sistema eléctrico que se hizo en los capítulos 3 al 7.

Para equipos estáticos, como transformadores y líneas aéreas con transposiciones, se tendrá que $Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc}$, y que $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_{ba} = Z_{cb} = Z_{ac}$, y la matriz $[Z]$ es completamente simétrica.

Para equipos rotatorios, en cambio, y debido al hecho de que los enlaces de flujo creados por los campos rotatorios originados en la circulación de corrientes en el estator son diferentes según se tomen en el sentido de giro (mecánico) del rotor, o en el sentido contrario, se tendrá que $(Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}) \neq (Z_{ba} = Z_{ac} = Z_{cb}) \neq (Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc})$, y la matriz $[Z]$ tendrá simetría cíclica. Como consecuencia, también la matriz $[Z]$ del sistema completo tendrá esta simetría, y la aproximación $Z_{ab} = Z_{ac}$ sera válida solo en la medida en que el nudo en estudio se aleje lo suficiente de los generadores.

Ahora bien, ya se ha indicado que el cálculo en estas coordenadas primitivas resulta muy laborioso cuando el sistema está desequilibrado, puesto que la relación $[V] = [Z][I]$, cuando $[Z]$ no es diagonal, significa que cada uno de los n elementos de $[V]$ depende de las n corrientes $[I]$. En tales condiciones, resulta preferible tratar de transformar el problema a nuevas coordenadas, en las cuales $[Z]$ sea diagonal.

Si se designa por 0, 1, 2 las nuevas coordenadas, y por V', I', S', Z', etcétera, las variables expresadas o transformadas a estas nuevas coordenadas, se postula que habrá una **matriz de transformación** o **de conexión**:

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{a0} & T_{a1} & T_{a2} \\ T_{b0} & T_{b1} & T_{b2} \\ T_{c0} & T_{c1} & T_{c2} \end{bmatrix}$$

que las liga con las variables primitivas, tal que:

$$[V] = [T][V'] \tag{13.4}$$
$$[I] = [T][I']$$
$$[V'] = [Z'][I']$$

$[Z']$ está ligada con $[Z]$: $[V'] = [T]^{-1}[V] = [T]^{-1}[Z][I] = [T]^{-1}[Z][T][I'] = [Z'][I']$, de modo que $[Z'] = [T]^{-1}[Z][T]$. Para que $[Z']$ sea diagonal, para cada columna $[t_j]$ de $[T]$ se debe cumplir que $[Z][t_j] = [t_j]Z'_{jj}$, en que los Z'_{jj} serán números complejos.

Puesto de otra forma, $([Z] - Z'_{jj}[1])[t_j] = 0$, en que $[1]$ es la matriz unitaria o identidad. Para obtener soluciones distintas de la trivial, se debe cumplir que los Z'_{jj} sean las raíces de la ecuación característica $det([Z] - Z'_{jj}[1]) = 0$, es decir, que sean los valores propios de $[Z]$.

Desarrollando esta ecuación para el caso trifásico se obtiene:

$$0 = (Z_{aa} - Z'_{jj})^3 + Z_{ab}^3 + Z_{ac}^3 - 3Z_{ab}Z_{ac}(Z_{aa} - Z'_{jj}) \tag{13.5}$$
$$0 = Z'^3_{jj} - 3Z_{aa}Z'^2_{jj} + 3(Z_{aa}^2 - Z_{ab}Z_{ac})Z'_{jj} - (Z_{aa}^3 + Z_{ab}^3 + Z_{ac}^3 - 3Z_{aa}Z_{ab}Z_{ac})$$

La ecuación, cúbica en Z'_{jj}, parece de difícil solución. Sin embargo, una inspección del término constante nos muestra que corresponde en gran medida al desarrollo del cubo de $Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac}$. Es lógico suponer entonces que una de las raíces podría ser del tipo $Z_{00} = Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac}$. Sustituyéndola se verifica que efectivamente satisface la ecuación.

Dividiendo la ecuación original por $(Z'_{jj} - Z_{aa} - Z_{ab} - Z_{ac})$ se simplifica a:

$$0 = Z'^2_{jj} - Z'_{jj}(2Z_{aa} - Z_{ab} - Z_{ac}) + Z_{aa}^2 + Z_{ab}^2 + Z_{ac}^2 - Z_{aa}Z_{ab} - Z_{aa}Z_{ac} - Z_{ab}Z_{ac}$$

cuyas raíces, complejas conjugadas, son:

$$Z_{11} = Z_{aa} - Z_{ab}\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - Z_{ac}\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \tag{13.6}$$
$$Z_{22} = Z_{aa} - Z_{ab}\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - Z_{ac}\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

La expresión de las raíces Z_{11} y Z_{22} puede simplificarse introduciendo el **operador h** (también llamado a, λ, α^2 por diversos autores), que es:

$$h = e^{\frac{j2\pi}{3}} = 1\angle 120^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{13.7}$$

De acuerdo con esta definición, se tendrá que:

$$h^2 = e^{\frac{j4\pi}{3}} = 1\angle 240^\circ = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = h^*$$
$$1 + h + h^2 = 0 \tag{13.8}$$
$$h - h^2 = j\sqrt{3}$$

Con esta notación, los valores propios de $[Z]$ son:

$$Z_0 = Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac} \tag{13.9}$$
$$Z_1 = Z_{aa} + h^2 Z_{ab} + hZ_{ac}$$
$$Z_2 = Z_{aa} + hZ_{ab} + h^2 Z_{ac}$$

Conocido $[Z']$, los elementos de la matriz $[T]$ se determinan de las relaciones $[Z'] = [T]^{-1}[Z][T]$, es decir, $[Z][T] = [T][Z']$:

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ac} & Z_{aa} & Z_{ab} \\ Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{aa} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_{a0} & T_{a1} & T_{a2} \\ T_{b0} & T_{b1} & T_{b2} \\ T_{c0} & T_{c1} & T_{c2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} (Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac})\,T_{a0} & \left(Z_{aa} + h^2 Z_{ab} + hZ_{ac}\right)T_{a1} & \left(Z_{aa} + hZ_{ab} + h^2 Z_{ac}\right)T_{a2} \\ (Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac})\,T_{b0} & \left(Z_{aa} + h^2 Z_{ab} + hZ_{ac}\right)T_{b1} & \left(Z_{aa} + hZ_{ab} + h^2 Z_{ac}\right)T_{b2} \\ (Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac})\,T_{c0} & \left(Z_{aa} + h^2 Z_{ab} + hZ_{ac}\right)T_{c1} & \left(Z_{aa} + hZ_{ab} + h^2 Z_{ac}\right)T_{c2} \end{bmatrix}$$

Por ejemplo, de las ecuaciones de la primera columna se obtiene:

$$Z_{aa}T_{a0} + Z_{ab}T_{b0} + Z_{ac}T_{c0} = Z_{aa}T_{a0} + Z_{ab}T_{a0} + Z_{ac}T_{a0} \tag{13.10}$$

$$Z_{ac}T_{a0} + Z_{aa}T_{b0} + Z_{ab}T_{c0} = Z_{aa}T_{b0} + Z_{ab}T_{b0} + Z_{ac}T_{b0} \tag{13.11}$$

$$Z_{ab}T_{a0} + Z_{ac}T_{b0} + Z_{aa}T_{c0} = Z_{aa}T_{c0} + Z_{ab}T_{c0} + Z_{ac}T_{c0}$$

que nos llevan a:

$$T_{a0} = T_{b0} = T_{c0}$$

En forma similar, para las columnas 2 y 3, se llega a:

$$T_{c1} = h^2 T_{b1} = hT_{a1} \tag{13.12}$$

$$T_{c2} = \ hT_{b2} \ = h^2 T_{a2}$$

(Nótese que $T_{b1} = T_{b2}^*$, y que $T_{c1} = T_{c2}^*$.)

Usando la condición adicional $[T]^t[T]^* = 1$ (ortogonalidad), se obtiene $T_{a0} = T_{a1} = T_{a2} = 1/\sqrt{3}$, de manera que:

$$[T_0] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix} \qquad [T_0]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \end{bmatrix} \tag{13.13}$$

Esta forma normalizada de la transformación no ha encontrado mucha aceptación en la práctica, más que nada por razones históricas. En algo ha influido también el hecho de imponer un factor $\sqrt{3}$ en las transformaciones de corrientes y tensiones, que son las de mayor ocurrencia en los cálculos, a cambio de evitar un factor 3 en las transformaciones de potencia, que son mucho menos frecuentes. Nótese que la corriente residual vale $\sqrt{3}I_0$, a diferencia del caso no normalizado.

13.2.1. Transformación de Fortescue

Más usada en la práctica es la llamada **transformación de Fortescue** (1918), en la cual se elimina la $\sqrt{3}$ en $[T]$:

$$[T] = \sqrt{3}[T_0] \tag{13.14}$$

$$[T]^{-1} = [T_0]/\sqrt{3}$$

lo que implica, eso sí, la aparición de la $\sqrt{3}$ en las ecuaciones de la potencia. Las ecuaciones de transformación para las tensiones son, entonces:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \tag{13.15}$$

La transformación de corrientes es similar. Para un sistema trifásico significa la transformación a tres mallas trifásicas de secuencia, independientes entre sí, una homopolar y las otras dos simétricas:

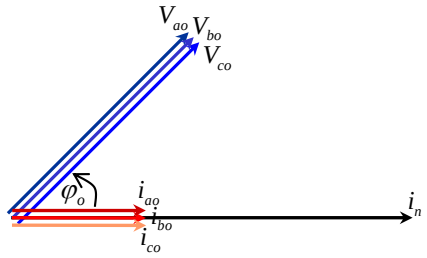


Figura 13.3: Diagrama fasorial secuencia cero

a) La malla de secuencia cero u **homopolar**, de impedancias por fase $Z_0 = Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac}$, a las cuales se aplica un juego de tres tensiones sinusoidales V_{a0}, V_{b0} y V_{c0}, que giran en el sentido directo, que tienen la misma magnitud y que son simultáneas en el tiempo (Figura 13.3). Por las impedancias circulan corrientes I_{a0}, I_{b0} e I_{c0}, que presentan un desfase φ_0 constante respecto de las correspondientes tensiones, de manera que también son todas de igual magnitud y simultáneas en el tiempo (por lo que **no suman cero** en los neutros o puntos de confluencia).

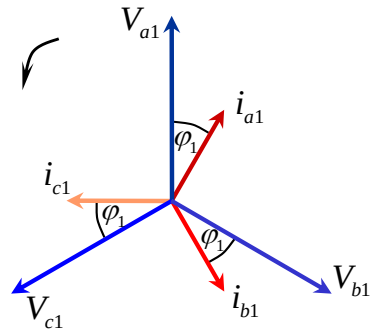


Figura 13.4: Diagrama fasorial secuencia positiva

La suma $I_n = I_{a0} + I_{b0} + I_{c0} = 3I_0$ será la **corriente residual**, o sea, la corriente real que fluye por los retornos del sistema.

b) La malla de secuencia positiva o **directa**, de impedancias por fase $Z_1 = Z_{aa} + h^2 Z_{ab} + hZ_{ac}$, a las cuales se aplica un juego de tres tensiones sinusoidales V_{a1}, V_{b1} y V_{c1} [en que $V_{a1} = (V_a + hV_b + h^2 V_c)/3$], que giran en el sentido directo (es decir, con el orden de fases a-b-c-a), que tienen todas las misma magnitud y que están desplazadas en 120 ° (Figura 13.4).

Por las impedancias circulan corrientes I_{a1}, I_{b1} e I_{c1}, todas de igual magnitud entre sí, pero desplazadas en 120 ° en el tiempo (de manera que suman cero), y que presentan un desfase φ_1 constante respecto de las tensiones correspondientes.

c) La malla de secuencia negativa o **inversa**, de impedancias por fase $Z_2 = Z_{aa} + hZ_{ab} + h^2 Z_{ac}$, a las cuales se aplica un juego de tres tensiones sinusoidales V_{a2}, V_{b2} y V_{c2}, que tienen todas la misma magnitud, y que están desplazadas en 120° en el tiempo, pero que giran en el sentido inverso, con el orden de fases a-b-c-a (o, lo que es equivalente, que giran en sentido directo, pero con el orden de fases a-c-b-a (ver Figura 13.5).
Por las impedancias circulan corrientes I_{a2}, I_{b2} e I_{c2}, todas de igual magnitud entre sí y desplazadas en 120° en el tiempo (de manera que en todo momento suman cero), y que presentan un desfase φ_2 constante respecto de las tensiones correspondientes.

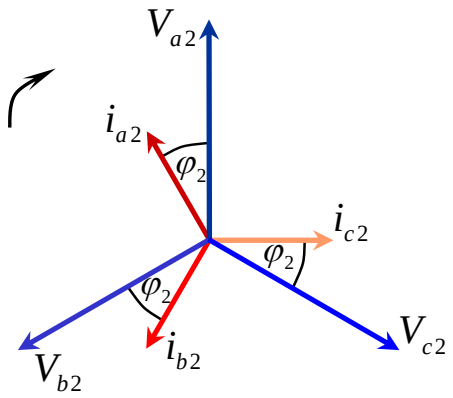


Figura 13.5: Diagrama fasorial secuencia negativa

Las nuevas mallas son equilibradas, de manera que en ellas los problemas pueden ser tratados en forma monofásica. Como la transformación aplicada ha sido lineal, en cada una de las mallas se siguen cumpliendo las leyes de Ohm y de Kirchhoff, y por ende son aplicables los métodos normales de cálculo.

En caso de no existir desequilibrio, solo se trabaja con la malla de secuencia positiva, tal cual se ha hecho efectivamente en los capítulos precedentes del libro.

La Figura 13.6 ilustra la descomposición en componentes de secuencia de corrientes desbalanceadas, $\bar{i}_a = 1,6\angle(25\,°)$, $\bar{i}_b = 1,0\angle(180\,°)$, $\bar{i}_c = 0,9\angle(132\,°)$. Las componentes simétricas son $\bar{i}_0 = \frac{1}{3}(\bar{i}_a + \bar{i}_b + \bar{i}_c) = 0,4512\angle(96,45\,°)$, $\bar{i}_1 = \frac{1}{3}(\bar{i}_a + h\bar{i}_b + h^2\bar{i}_c) = 0,9435\angle(-0,055\,°)$, $\bar{i}_2 = \frac{1}{3}(\bar{i}_a + h^2\bar{i}_b + h\bar{i}_c) = 0,6024\angle(22,32\,°)$.

Hay que recordar, sí, que la caída de tensión en una impedancia cualquiera Z_n ubicada en los circuitos de retorno valdrá $\Delta V_0 = 3I_0 Z_n$, por lo que **en una representación unifilar** (donde circula I_0 y no $3I_0$) **habrá que colocar $\mathbf{3Z}_n$ en vez de $\mathbf{Z}_n$**.

La recombinación (transformación) de las nuevas mallas permite volver a las variables primitivas.

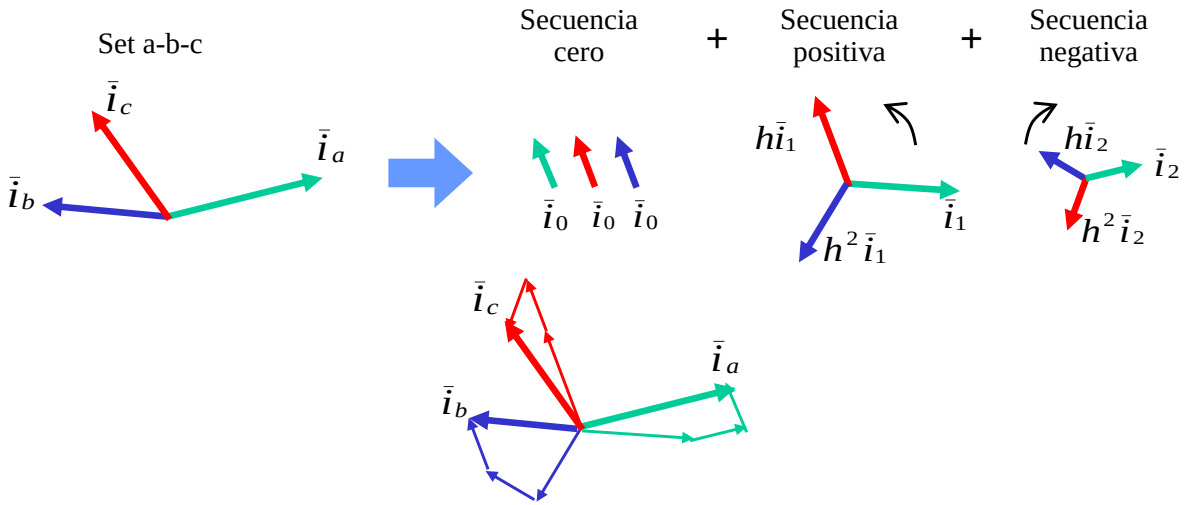


Figura 13.6: Descomposición de corrientes desbalanceadas según Fortescue

Por ejemplo:

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} = V_0 + V_1 + V_2 \tag{13.16}$$
$$V_b = V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} = V_{a0} + h^2 V_{a1} + hV_{a2} = V_0 + h^2 V_1 + hV_2 \tag{13.17}$$
$$V_c = V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} = V_{a0} + hV_{a1} + h^2 V_{a2} = V_0 + hV_1 + h^2 V_2$$

En relación con las tensiones, conviene tener presente que las fem existentes en el sistema primitivo (en coordenadas de fase) corresponden a los generadores sincrónicos, por lo que normalmente serán equilibradas y con sentido de giro directo:

$$[E] = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ h^2 E_a \\ hE_a \end{bmatrix}$$

de donde:

$$[E'] = [T]^{-1}[E] = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13.18}$$

En coordenadas simétricas, **¡solo existirán fem en la malla de secuencia positiva!**

La transformación de Fortescue, en la forma en que se ha definido (que es la histórica), no es invariante en potencia, puesto que no es normalizada:

$$[T]^T [T]^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} = 3\,[1]$$

luego:

$$\begin{aligned} S &= [V]^T [I]^* = ([T][V'])^T ([T][I'])^* = [V']^T [T]^T [T]^* [I']^* \\ &= 3[V'][I']^* = 3S' = 3(S_0 + S_1 + S_2) \end{aligned} \tag{13.19}$$

La potencia total consumida en el sistema desbalanceado no es la suma $S_0 + S_1 + S_2$, sino ¡tres veces dicho valor!

13.2.2. Componentes de Clarke

Las componentes α, β y 0, o de Clarke, tuvieron cierto uso antes de la aparición de la computación, pues los elementos de transformación son números reales (y no complejos). Ello permitió también su empleo en modelos analógicos. A pesar de que hoy en día han perdido validez, se les tratará brevemente, más que nada para entender citas en la literatura.

Estas componentes utilizan la simplificación $Z_{ab} = Z_{ac}$. En tal caso:

$$Z_0 = Z_{aa} + 2Z_{ab} \tag{13.20}$$
$$Z_\alpha = Z_\beta = Z_{aa} - Z_{ab}$$

En estas condiciones, el cálculo de los elementos de la matriz de transformación $[C]$ queda sobrecondicionado, y se puede imponer la condición adicional de que sean números reales. Para ello se mantiene la primera columna de $[T]$, y las otras dos se obtienen respectivamente como la semisuma y la semirresta de las columnas 2 y 3 de $[T]$:

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \qquad [C]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \tag{13.21}$$

Gráficamente, las componentes de Clarke se representan de acuerdo con la Figura 13.7.

La aplicación de esta transformación a las fem equilibradas de un generador sincrónico conduce a $[E'] = [C]^{-1}[E] = [0 \;\; E_a \;\; -jE_a]$. Por lo tanto, existirán fem tanto en la malla α como en la β, y un modelo analógico en componentes de Clarke requiere el doble de fem.

La transformación de Clarke, en la forma que se ha definido (que es la histórica), no es invariante en potencia, puesto que no es normalizada:

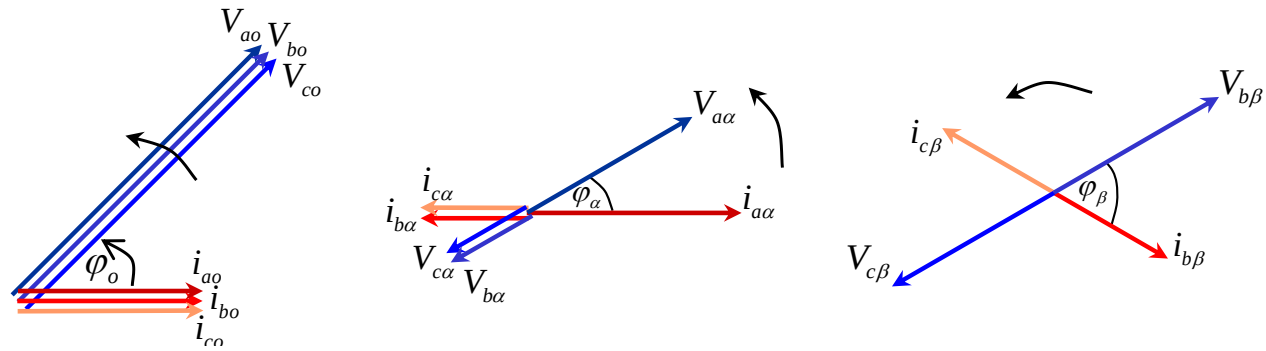


Figura 13.7: Componentes de Clarke

$$[C]^t\,[C]^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

En consecuencia:

$$S = 3[S_0 + \frac{1}{2}(S_\alpha + S_\beta)] \tag{13.22}$$

13.2.3. Componentes de Park-Blondel

Constituyen una generalización de las componentes de Clarke, que ha resultado especialmente útil para el estudio de la maquinaria sincrónica. Diagonalizan también la matriz de impedancias solo en el caso en que $Z_{ab} = Z_{ac}$.

Una de las componentes sigue siendo la secuencia cero, pero las otras dos corresponden a las proyecciones geométricas de las componentes de fase sobre dos ejes ortogonales, que adelantan a la fase a en θ y $\theta + \pi/2$ grados, respectivamente, llamados **eje directo** y **eje en cuadratura** (comparar con capítulo 3). Además del significado geométrico, con ello se respeta la condición requerida de que $B_{ad} + B_{bd} + B_{cd} = B_{aq} + B_{bq} + B_{cq} = 0$:

$$\begin{aligned} [B] &= \begin{bmatrix} 1 & \cos(\theta) & -sen(\theta) \\ 1 & \cos(\theta - 120) & -sen(\theta - 120) \\ 1 & \cos(\theta + 120) & -sen(\theta + 120) \end{bmatrix} \\ [B]^{-1} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2\cos(\theta) & 2\cos(\theta - 120) & 2\cos(\theta + 120) \\ -2sen(\theta) & -2sen(\theta - 120) & -2sen(\theta + 120) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{13.23}$$

Esta transformación no es normalizada, ya que:

$$\begin{aligned} [B]^t\,[B]^* &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \cos(\theta) & \cos(\theta - 120) & \cos(\theta + 120) \\ -sen(\theta) & -sen(\theta - 120) & -sen(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\theta) & -sen(\theta) \\ 1 & \cos(\theta - 120) & -sen(\theta - 120) \\ 1 & \cos(\theta + 120) & -sen(\theta + 120) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

de manera que:

$$S = 3[S_0 + \frac{1}{2}(S_d + S_q)] \tag{13.24}$$

Nótese que para $\theta = 0$ se obtienen exactamente las componentes de Clarke.

La mayor utilidad de estas componentes radica en el estudio de los circuitos rotatorios, donde θ (ángulo entre el rotor y la fase a) es variable con el tiempo. En tal caso, más que diagonalizar $[Z]$, interesa eliminar las funciones de θ que aparecen en las ecuaciones de la máquina.

13.3. Mallas de secuencia de los elementos de un sistema

Continuando con este capítulo dedicado a las transformaciones lineales, se revisará la representación, en cada una de las componentes simétricas, de los principales elementos constituyentes de un sistema de potencia. En secuencia positiva vale lo visto en los capítulos anteriores, de modo que solo se puntualizarán algunos detalles no destacados anteriormente. El comportamiento en secuencia negativa de los equipos estáticos es similar al que presentan con secuencia positiva, de manera que tampoco hará falta analizarlo. El estudio se concentrará entonces en el generador, cuyo comportamiento dinámico no ha sido revisado, y en las mallas de secuencia cero, que sí son diferentes de las vistas en los capítulos iniciales.

La determinación de las mallas de secuencia puede hacerse por dos caminos diferentes, transformando las impedancias de fase con ayuda de la relacion $[Z'] = [T]^{-1}[Z][T]$ (método que se usará en las líneas aéreas), o bien aplicando tensiones de la secuencia correspondiente y midiendo las corrientes resultantes, ya sea en forma analítica (como se hará con los generadores) o en forma experimental (transformadores).

13.3.1. Generadores sincrónicos

a) *Secuencia positiva, impedancias de Park de la máquina sincrónica*

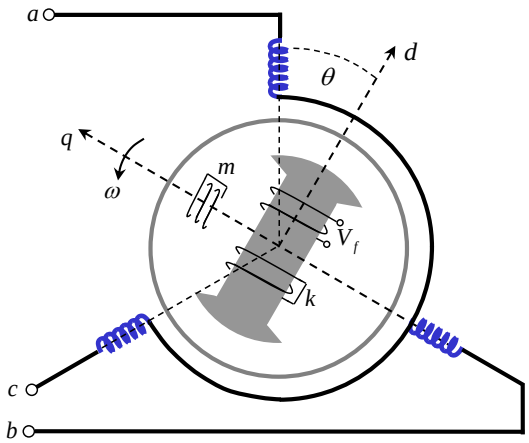


Figura 13.8: Amortiguadores

Como una aplicación inmediata de las componentes de Blondel, se hará a continuación un análisis de la máquina sincrónica algo más completo que el realizado en el capítulo 3. Se aprovechará de establecer las impedancias que caracterizan la operación transitoria de ella. Cabe hacer presente que en la gran mayoría de los textos se evita el tedioso desarrollo analítico que sigue, y se plantean los resultados como algo que es fruto de experimentos prácticos y que no necesita de demostración. Por tanto, es perfectamente posible saltarse las secciones 13.3.1.a, b, y c, y quedarse con las conclusiones de 13.3.1.d, y e.

Para fundamentar este análisis habrá que comenzar por establecer las inductancias en el dominio de las fases, para lo cual se considerará la máquina formada por varios enrollados, acoplados magnéticamente entre sí: las tres fases a, b, c del estator, el campo f y los enrollados amortiguadores k y m.

El circuito magnético de la máquina sincrónica presenta características muy diferentes, según que se le considere en la dirección del eje polar del campo, o en la del eje interpolar. Por ello se acostumbra simplificar el efecto de **los amortiguadores,** que son barras metálicas repartidas longitudinalmente en la periferia del rotor y cortocircuitadas en sus extremos, representándolos por dos enrollados ficticios equivalentes, uno ubicado según el eje polar (k) y el otro según el eje interpolar (m) (Figura 13.8).

En el caso de las máquinas de rotor cilíndrico, que usualmente no poseen amortiguadores, el cuerpo del rotor cumple un papel parecido, y el análisis que sigue es igualmente válido (salvo las lógicas modificaciones en los valores numéricos).

Cada uno de los seis enrollados (tres en el estator y tres en el rotor) queda caracterizado por una resistencia, una inductancia propia, e inductancias mutuas con los otros enrollados (¡lo que supone circuitos magnéticos lineales, no saturados!).

Normalmente $R_a = R_b = R_c$, y también $R_k = R_m$, de manera que la matriz de resistencias será:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_k \end{bmatrix} \tag{13.25}$$

en la que la partición se ha hecho para separar el efecto del estator (s) y del rotor (r).

En lo que respecta a las inductancias, y dado que las características del circuito magnético son variables con la posición del rotor, la mayoría de ellas será función del ángulo θ entre el eje de la fase a y el eje del rotor

(no confundir con el ángulo entre E y V, que en el capítulo 3 se llamó θ). Para simplificar las expresiones, se supondrá $t = 0$ en el instante en que coinciden los ejes, de modo que $\theta = \omega t$. La matriz $[L]$ será de la forma indicada a continuación, en la que las diferentes inductancias pueden ser expresadas a partir de las características de la máquina:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_s & L_{rs} \\ L_{rs}^T & L_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{ak} & L_{am} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bk} & L_{bm} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{ck} & L_{cm} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fk} & L_{fm} \\ L_{ka} & L_{kb} & L_{kc} & L_{kf} & L_{kk} & L_{km} \\ L_{ma} & L_{mb} & L_{mc} & L_{mf} & L_{mk} & L_{mm} \end{bmatrix} \tag{13.26}$$

Para designar los términos constantes que aparecen en el análisis de cada una de estas inductancias, y que reflejan las características del circuito magnético correspondiente, se usará la letra L, con un subíndice que va numerado según el orden que ocupe en la matriz $[L]$, pero evitando los números 0, 1 y 2, que se pueden confundir con los subíndices de secuencia. Estos parámetros corresponden a características constructivas de las máquinas, que se pueden suponer conocidas para cada caso particular. En la explicación que sigue irán apareciendo en forma desordenada.

Por ejemplo, la inductancia propia de los circuitos montados en el rotor es una constante, ya que por tener el estator una estructura cilíndrica, su circuito magnético no se modifica al girar el rotor.

$$\begin{aligned} L_{ff} &= L_8 \approx L_6 + L_f \\ L_{kk} &= L_9 \approx L_6 + L_k \\ L_{mm} &= L_{10} \approx L_7 + L_k \\ L_{fk} &= L_{kf} = L_6 \end{aligned} \tag{13.27}$$

La inductancia mutua campo-amortiguador m es nula, lo mismo que la inductancia mutua entre amortiguadores:

$$L_{fm} = L_{mf} = L_{km} = L_{mk} = 0 \tag{13.28}$$

Las inductancias mutuas campo-estator varían sinusoidalmente con θ, lo que se consigue mediante el diseño de los polos y la distribución de flujos. Por ejemplo, L_{af} será máxima cuando el eje del rotor esté alineado con el eje de la fase a, y será negativa cuando el rotor esté en posición contraria, de modo que:

$$\begin{aligned} L_{af} &= L_{fa} = L_6 \ cos\,(\theta) \\ L_{bf} &= L_{fb} = L_6 \ cos(\theta - 120) \\ L_{cf} &= L_{fc} = L_6 \ cos(\theta + 120) \end{aligned} \tag{13.29}$$

Algo parecido ocurre con las inductancias mutuas estator-amortiguadores:

$$\begin{aligned} L_{ak} &= L_{ka} = L_6 \ cos\,(\theta) \\ L_{bk} &= L_{kb} = L_6 \ cos(\theta - 120) \\ L_{ck} &= L_{kc} = L_6 \ cos(\theta + 120) \\ L_{am} &= L_{ma} = -L_7 \ sen\,(\theta) \\ L_{bm} &= L_{mb} = -L_7 \ sen(\theta - 120) \\ L_{cm} &= L_{mc} = -L_7 \ cos(\theta + 120) \end{aligned} \tag{13.30}$$

Las inductancias propias del estator varían también sinusoidalmente con θ, pero manteniendo en todo momento un valor positivo. Por ejemplo, L_{aa}, que corresponde a la acción de una $fmm\ N_a I_a$ centrada en la fase a, será máxima cuando $\theta = 0°$, pero también cuando $\theta = 180°$, y será mínima cuando $\theta = 90°$ o $\theta = 270°$, o sea, será de la forma:

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_3 + L_4 cos\,(2\theta) \\ L_{bb} &= L_3 + L_4 cos(2\theta + 120) \\ L_{cc} &= L_3 + L_4 cos(2\theta - 120) \end{aligned} \tag{13.31}$$

en la que L_3 incluye el efecto de la inductancia de fuga L_a, que es una constante. Para máquinas de rotor cilíndrico, la posición del rotor no tiene importancia, y $L_4 \approx 0$.

Las inductancias mutuas entre circuitos del estator varían sinusoidalmente con θ, con frecuencia doble, pero manteniendo en todo momento un valor negativo (debido a que una corriente positiva en una de las fases crea enlaces de flujo de efecto negativo en los otros circuitos del estator). Por ejemplo, L_{ab}, que corresponde a la acción

de la fmm $N_a I_a$, centrada en la fase a, sobre un enrollado cuyo eje esta desfasado en 120° , será máxima cuando $\theta = 60°$ o $\theta = 240°$, y mínima cuando $\theta = -30°$ o $\theta = 150°$, o sea, será de la forma:

$$L_{ab} = L_{ba} = -L_5 - L_4 cos(2\theta + 60) \ = -L_5 + L_4 cos(2\theta - 120) \tag{13.32}$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -L_5 - L_4 cos(2\theta - 180) = -L_5 + L_4 cos\,(2\theta)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -L_5 - L_4 cos(2\theta - 60) = -L_5 + L_4 cos(2\theta + 120)$$

Nótese que la magnitud L_4 de la componente armónica es la misma de la componente armónica de las inductancias propias del estator. Su valor será normalmente pequeño, con el fin de reducir el efecto perturbador.

b) *Transformación a ejes de Blondel*

Definidos los distintos parámetros constructivos de la máquina, es posible plantear las ecuaciones que gobiernan su comportamiento.

Llamando $[v] = [v_s \ v_r]^T = [v_a \ v_b \ v_c \ v_f \ 0 \ 0]^T$ al vector columna de las tensiones instantáneas aplicadas a los enrollados, e $[i] = [i_s - i_r]^T = [i_a \ i_b \ i_c - i_f - i_k - i_m]^T$ al vector columna que representa las corrientes instantáneas **que salen** de los enrollados (o sea, operación como generador), se tendrá:

$$[v] = -[R][i] - p([L][i])$$

Estas ecuaciones diferenciales no poseen parámetros constantes, sino que son, en el mejor de los casos ($d\theta/dt = cte$), del tipo lineal pero con coeficientes variables, y por ello muy difíciles (si no imposibles) de resolver. Sin embargo, ya se ha indicado que ellas se simplifican notablemente al pasar la parte correspondiente al estator al dominio de las componentes de Blondel.

Usando para ello una matriz de transformación del tipo $[B'] = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, se tendrá:

$$\begin{aligned}
[B'][v'] &= -[R][B'][i' - p([L][B'][i']) = -[R][B'][i'] - p([B'][L'][B']^{-1}[B'][i']) \\
&= -[R][B'][i'] - p([B'][L']'[i']) \\
&= -[R][B'][i'] - [pB'][L'][i'] - [B'][pL'][i'] - [B'][L'][pi'] \\
[v'] &= -[B']^{-1}[R][B'][i'] - [B']^{-1}[pB'][L'][i'] - [pL'][i'] - [L'][pi']
\end{aligned} \tag{13.33}$$

y desarrollando los productos matriciales:

$$[R'] = -\,[B']^{-1}\,[R]\,[B] = \begin{bmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1}R_sB & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} = [R]$$

$$[B']^{-1}\,[pB'] = \begin{bmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pB & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1}pB & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

en que:

$$\left[B^{-1}pB\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p\theta \\ 0 & p\theta & 0 \end{bmatrix} \tag{13.34}$$

$$[L'] = \begin{bmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s & L_{rs} \\ L_{rs}^t & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^{-1}L_sB & B^{-1}L_{rs} \\ L_{rs}^tB & L_r \end{bmatrix}$$

y en que:

$$\left[B^{-1}L_sB\right] = \begin{bmatrix} L_3 - 2L_5 & 0 & 0 \\ 0 & L_3 + L_5 + \frac{3}{2}L_4 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 + L_5 - \frac{3}{2}L_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 \\ 0 & 0 & L_q \end{bmatrix} \tag{13.35}$$

$$\left[B^{-1}L_{rs}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ L_6 & L_6 & 0 \\ 0 & 0 & L_7 \end{bmatrix} \tag{13.36}$$

$$\left[L_{rs}^tB\right] = \frac{3}{2}\begin{bmatrix} 0 & L_6 & 0 \\ 0 & L_6 & 0 \\ 0 & 0 & L_7 \end{bmatrix}$$

En consecuencia, $[L']$ no depende de θ, por lo que $[pL'] = 0$.

Además, se han determinado:

- la inductancia de secuencia cero del estator, $L_0 = L_3 - 2L_5$
- la inductancia sincrónica según eje directo, $L_d = L_3 + L_5 + 3L_4/2$
- la inductancia sincrónica según eje en cuadratura, $L_q = L_3 + L_5 - 3L_4/2$

En resumen, el juego de ecuaciones diferenciales resultante puede escribirse para el caso de $p\theta = \omega$, como:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_d \\ v_q \\ v_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & -X_q & 0 & 0 & -X_7 \\ 0 & X_d & R & X_6 & X_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_d \\ i_q \\ -i_f \\ -i_k \\ -i_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_d & 0 & L_6 & L_6 & 0 \\ 0 & 0 & L_q & 0 & 0 & L_7 \\ 0 & \frac{3}{2}L_6 & 0 & L_{ff} & L_6 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}L_6 & 0 & L_6 & L_{kk} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}L_7 & 0 & 0 & L_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} pi_0 \\ pi_d \\ pi_q \\ -pi_f \\ -pi_k \\ -pi_m \end{bmatrix} \tag{13.37}$$

Se advierte que todos los coeficientes resultan independientes de θ. Además, las matrices (aunque no diagonales) contienen muchos ceros, lo que en alguna medida facilita los cálculos.

Para terminar, se escribirán estas relaciones en función de los flujos que enlazan a las distintas mallas, forma que es muy útil en el estudio del comportamiento transitorio de la máquina:

$$\begin{aligned} v_0 &= p\psi_0 - Ri_0 \\ v_d &= p\psi_d - \omega\psi_q - Ri_d \\ v_q &= p\psi_q + \omega\psi_d - Ri_q \\ v_f &= p\psi_f + R_f i_f \\ 0 &= p\psi_k + R_k i_k \\ 0 &= p\psi_m + R_k i_m \end{aligned} \tag{13.38}$$

en la que los respectivos flujos valen:

$$\begin{aligned} \psi_0 &= -L_0 i_0 \\ \psi_d &= -L_d i_d + L_6 i_f + L_6 i_k \\ \psi_q &= -L_q i_q + L_7 i_m \\ \psi_f &= -3/2 L_6 i_d + L_f i_f + L_6 i_k \\ \psi_k &= -3/2 L_6 i_d + L_6 i_f + L_k i_k \\ \psi_m &= -3/2 L_7 i_q + L_m i_m \end{aligned} \tag{13.39}$$

c) *Comportamiento en régimen cuasi-estacionario simétrico*

Aplicando las relaciones recién encontradas al caso de consumos simétricos, esto es:

$$i_a = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi) \tag{13.40}$$

$$i_b = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi - 120) \tag{13.41}$$

$$i_c = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \varphi + 120) \tag{13.42}$$

$$i_f = I_f \tag{13.43}$$

$$i_k = i_m = 0$$

es posible deducir matemáticamente toda la teoría de la máquina sincrónica en régimen cuasi-estacionario que se planteó desde un punto de vista físico en el capítulo 3.

Las corrientes de Blondel resultan constantes: $i_0 = 0$

$$\begin{aligned} i_d &= \sqrt{2} I \cos(\varphi) = K \\ i_q &= \sqrt{2} I sen(\varphi) = K' \end{aligned} \tag{13.44}$$

con lo cual $[pi] = 0$, y las tensiones valen:

$$v_0 = 0 \tag{13.45}$$
$$v_d = -Ri_d + X_q i_q \tag{13.46}$$
$$v_q = -Ri_q - X_d i_d + X_6 I_f = E - Ri_q - X_d i_d \tag{13.47}$$
$$v_f = R_f I_f$$
de modo que:
$$v_a = v_0 + v_d cos\,(\theta) - v_q sen\,(\theta) = -R(i_d cos\,(\theta) - i_q sen\,(\theta)) + X_q i_q cos\,(\theta) - E sen\,(\theta) + X_d i_d sen\,(\theta) \tag{13.48}$$
$$v_a = -Ri_a + X_q i_q cos\,(\omega t) + E cos(\omega t + 90) - X_d i_d cos(\omega t + 90)$$
lo que fasorialmente se escribe $E = V_a + Ri_a - X_q I_q + jX_d I_d$, que es la relación ya deducida en el capítulo 3.

d) *Comportamiento transitorio de la máquina sincrónica*
De mayor interés resulta la aplicación de las ecuaciones de la máquina al caso de un cortocircuito trifásico en sus bornes. Para simplificar la operatoria matemática, se supondrá que la máquina operaba previamente en vacío, y sin regulador de la tensión en bornes. De no hacerse así, se complican las ecuaciones por la intervención de procesos secundarios, sin que se alteren los resultados básicos que nos interesan.

En tales condiciones, $i_a = i_b = i_c = i_k = i_m = 0$; $i_f = I_f$, por lo que $i_0 = i_d = i_q = 0$; $v_d = 0$; $v_q = X_6 I_f = E$.

Al cortocircuitar los bornes cambian las condiciones y, agregando un subíndice t para indicar la situación después del cortocircuito, $v_{at} = v_{bt} = v_{ct} = 0$, de modo que $v_{dt} = v_{qt} = 0$.

Con el cortocircuito se ha modificado v_q, que del valor inicial E ha pasado instantáneamente a cero. El mismo efecto se puede lograr aplicando superposición (lo que supone circuitos lineales), y sumando la situación inicial con aquella que resulta de aplicar una tensión $-E$ en la malla de cuadratura, manteniendo las restantes mallas (incluso el campo) con tensión cero.

De la condición $p\psi_{mt} + R_k i_{mt} = 0$, se obtiene $R_k i_{mt} - 3/2 L_7 p i_{qt} + L_m p i_{mt} = 0$, o sea:
$$i_{mt} = \frac{\frac{3}{2} L_7 p i_{qt}}{R_k + L_m p}$$

valor que reemplazado en ψ_{qt} conduce a:
$$\psi_{qt} = -i_{qt}\left\{L_q - \frac{\frac{3}{2} L_7^2 p}{R_k + L_m p}\right\} = \frac{-i_{qt} X_q(p)}{\omega}$$
La existencia del enrollado amortiguador m trae como consecuencia una modificación de la reactancia según el eje en cuadratura, que pasa a ser variable con el tiempo:
$$X_q(p) = X_q \left\{\frac{R_k + \left(L_m - \frac{3L_7^2}{2L_q}\right) p}{R_k + L_m p}\right\} = X_q \frac{1 + T_q'' p}{1 + T_{q0}'' p} \tag{13.49}$$
en que:
$$T_{q0}'' = \frac{L_m}{R_k} \tag{13.50}$$
es la constante de tiempo del enrollado amortiguador en cuadratura, o la constante de tiempo subtransitoria de la máquina en circuito abierto y según el eje en cuadratura; y:
$$T_q'' = \frac{L_m L_q - \frac{3}{2} L_7^2}{R_k L_q} = T_{q0}'' - \frac{3L_7^2}{2L_q R_k} \tag{13.51}$$
es la constante de tiempo subtransitoria, en cortocircuito, y según el eje en cuadratura. Valores típicos van de 0,05 a 0,1 segundos y de 0,01 a 0,03 segundos, respectivamente.

El valor inicial de $X_q(p)$ se obtiene al eliminar los unos frente a los T_q''; resulta:
$$X_q'' = \frac{T_q'' X_q}{T_{q0}''} = X_q - \frac{3L_7^2}{2L_m} \tag{13.52}$$

valor que se denomina **reactancia subtransitoria según eje en cuadratura** (valores típicos se dan en la Tabla 3.1). El término correctivo desaparece si la máquina no posee amortiguadores, o en la medida en que su influencia se atenúa por efecto de las constantes de tiempo T_{q0}'' y T_q'', estableciéndose finalmente la reactancia permanente según el eje en cuadratura X_q.

Similarmente, de las condiciones $v_{kt} = v_{ft} = 0$ se obtienen las corrientes en el amortiguador k y el campo f:

$$(R_k + L_k p)i_{kt} + L_6 p i_{ft} = 3/2 L_6 p i_{dt} \tag{13.53}$$
$$L_6 p i_{kt} + (R_f + L_f p)i_{ft} = 3/2 L_6 p i_{dt}$$

de donde:

$$i_{kt} = \frac{\frac{3}{2}L_6\left[R_f + (L_f - L_6)\,p\right]\;pi_{dt}}{(R_k + L_k p)\,(R_f + L_f p) - L_6^2 p^2} \tag{13.54}$$
$$i_{ft} = \frac{\frac{3}{2}L_6\left[R_k + (L_k - L_6)\,p\right]\;pi_{dt}}{(R_k + L_k p)\,(R_f + L_f p) - L_6^2 p^2}$$

valores que reemplazados en ψ_{dt} conducen a:

$$\psi_{dt} = \left\{\frac{\frac{3}{2}L_6^2\left[(R_k + R_f)\,p + (L_k + L_f - 2L_6)\,p^2\right]}{R_f R_k + (R_k L_f + R_f L_k)\,p + (L_f L_k - L_6^2)\,p^2} - L_d\right\} i_{dt} = \frac{1}{\omega}X_d(p)i_{dt}$$

La existencia de los enrollados k y f trae como consecuencia una modificación de la reactancia según el eje directo, que pasa a ser variable con el tiempo:

$$X_d(p) = X_d\left\{\frac{R_f R_k + \left(R_k L_f + R_f L_k - \frac{3L_6^2\langle R_k + R_f\rangle}{2L_d}\right)p + \left(L_f L_k + 3L_6^3 - L_6^2 - \frac{3L_6^2\langle L_k + L_f\rangle}{2L_d}\right)p^2}{R_f R_k + (R_k L_f + R_f L_k)\,p + (L_f L_k - L_6^2)\,p^2}\right\}$$

Designando como:

$$T'_{d0} = \frac{L_f}{R_f} \tag{13.55}$$

a la constante de tiempo del campo, o constante de tiempo transitoria de la máquina, en circuito abierto y según el eje directo, se encuentra que el coeficiente de p^2 en el denominador vale $T'_{d0}T''_{d0}$, en que:

$$T''_{d0} = \frac{L_f L_k - L_6^2}{R_k L_f} = T_k - \frac{L_6^2/L_f}{R_k} \approx T_k \tag{13.56}$$

es la constante de tiempo subtransitoria, en circuito abierto y según el eje directo. El último término puede ser despreciado en una primera aproximación, ya que L_6 es bastante pequeño, y menor que L_f, y R_k es normalmente mucho mayor que R_f.

Por otra parte, el coeficiente de p vale T'_{d0}+ T''_{d0} + $L_6^2/R_k L_f$, en el que el último término puede ser despreciado. El denominador se convierte entonces en (1+ $T'_{d0}p$)(1+ $T''_{d0}p$).

Valores típicos de las constantes de tiempo van de 4 a 5 segundos para T'_{d0} y de 0,06 a 0,1 segundos para T''_{d0}.

En forma similar, si se define:

$$T'_d = T'_{d0}\left(1 - \frac{3L_6^2}{2L_f L_d}\right) \tag{13.57}$$

o constante de tiempo transitoria, en cortocircuito y según eje directo, se encuentra que el coeficiente de p^2 en el numerador vale $T'_d T''_d$, en el que:

$$T''_d = \frac{2L_f L_k L_d - 3L_6^2\,(L_f + L_k + L_d - 2L_6)}{R_k\,(2L_f L_d - 3L_6^2)} \tag{13.58}$$

es la constante de tiempo subtransitoria, en cortocircuito, y según eje directo. Valores típicos de T'_d van de 1 a 2 segundos ($\approx T'_{do}/10$) y de T''_d van de $0,035$ a $0,05$ segundos.

Con estas sustituciones, el coeficiente de p vale T'_d+ T''_d + β, en que β es un término pequeño, que en primera aproximación puede ser despreciado. El numerador de $X_d(p)$ se reduce entonces a (1+ $T'_d p$)(1+ T''_d p), y la reactancia según el eje directo, variable con el tiempo, vale:

$$X_d(p) = X_d\frac{(1 + T'_d p)\,(1 + T''_d p)}{(1 + T'_{d0}p)\,(1 + T''_{d0}p)} \tag{13.59}$$

El valor inicial, que se conoce como **reactancia subtransitoria según el eje directo**, será:

$$X''_d = \frac{T'_d T''_d}{T'_{d0}T''_{d0}}X_d = X_d - \frac{\frac{3}{2}L_6^2\,(L_f + L_k - 2L_6)}{L_f L_k - L_6^2} \tag{13.60}$$

Una vez anulado el efecto de los enrollados de armadura (T''_d y T''_{d0}), la reactancia subirá a la **reactancia transitoria según el eje directo**:

$$X'_d = \frac{T'_d}{T'_{d0}} X_d = X_d - \frac{3L_6^2}{2L_f} \tag{13.61}$$

Posteriormente, cuando se anule el efecto del campo (T'_d y T''_d), la reactancia subirá a X_d, la reactancia permanente según el eje directo.

Se han calculado, entonces, las expresiones de ψ_{dt} y ψ_{qt}. Reemplazándolas en las dos ecuaciones todavía no ocupadas, $v_{dt} = 0$ y $v_{qt} = -E$, se podrán calcular las corrientes i_{dt} e i_{qt}. Como $i_{d0} = i_{q0} = 0$, serán también las corrientes totales i_d e i_q:

$$\begin{aligned} &Ri_d + p\frac{X_d(p)}{\omega} i_d - X_q(p) i_q = 0 \\ &Ri_q + p\frac{X_q(p)}{\omega} i_q + X_d(p) i_d = E \end{aligned} \tag{13.62}$$

Eliminando i_q se obtiene:

$$i_d \left\{ X_d(p) + \frac{\left[R + \frac{pX_q(p)}{\omega}\right]\left[R + \frac{pX_d(p)}{\omega}\right]}{X_q(p)} \right\} = E$$

$$\frac{X_d(p) i_d}{\omega^2} \left\{ p^2 + \omega^2 + p\omega R \left[X_d(p)^{-1} + X_q(p)^{-1}\right] + \frac{\omega^2 R^2}{X_d(p) X_q(p)} \right\} = E$$

La solución es bastante compleja, por la presencia de $X_d(p)$ y $X_q(p)$. Una simplificación aceptable es la de reemplazarlos dentro del paréntesis por sus valores iniciales X''_d y X''_q (lo que equivale a despreciar en ellos el efecto de R_f y R_k, y modificar ligeramente las constantes de tiempo de las soluciones exponenciales resultantes). Llamando:

$$\alpha = \frac{1}{T_a} = \frac{\omega R}{2}\left(\frac{1}{X''_d} + \frac{1}{X''_q}\right) = \frac{\omega R}{X_2} \tag{13.63}$$

valor que es pequeño frente a ω, no se comete gran error al acomodar el término en $\omega^2 R^2$, para convertirlo en α^2. El paréntesis en la ecuación de i_d queda $p^2 + 2p\alpha + \omega^2 + \alpha^2$, de modo que puede ser factorizado en $(p + \alpha + j\omega)(p + \alpha - j\omega)$. Con tales simplificaciones:

$$i_d = \frac{E\omega^2 \left(1 + T'_{d0}p\right)\left(1 + T''_{do}p\right)}{X_d \left(1 + T'_d p\right)\left(1 + T''_d p\right)\left(p + \alpha + j\omega\right)\left(p + \alpha - j\omega\right)}$$

ecuación diferencial cuya solución es:

$$i_d = \frac{E}{X_d}\left[1 + Ae^{\frac{-t}{T'_d}} + Be^{\frac{-t}{T''_d}} + Ce^{-t(\alpha + j\omega)} + De^{-t(\alpha - j\omega)}\right] \tag{13.64}$$

en que los coeficientes A, B, C, D, pueden simplificarse bastante, considerando que T'_d y T'_{d0} son grandes en comparación con T''_d y T''_{d0}, que a su vez son grandes en comparación con ω^{-1}, y que por otra parte, α es pequeña con relación a ω:

$$\begin{aligned} A &= \frac{-\omega^2 T'_d \left(T'_d - T'_{d0}\right)\left(T'_d - T''_{d0}\right)}{\left[T'_d - T''_d\right]\left[T'_d\left(\alpha + j\omega\right) - 1\right]\left[T'_d\left(\alpha - j\omega\right) - 1\right]} \approx \frac{T'_{d0} - T'_d}{T'_d} = \frac{X_d - X'_d}{X'_d} \\ B &= \frac{-\omega^2 T''_d \left(T''_d - T'_{d0}\right)\left(T''_d - T''_{do}\right)}{\left[T''_d - T'_d\right]\left[T''_d(\alpha + j\omega) - 1\right]\left[T''_d(\alpha - j\omega) - 1\right]} \approx \frac{T'_{d0}\left(T''_{do} - T''_d\right)}{T'_d T''_d} = \frac{X_d\left(X'_d - X_d\text{''}\right)}{X'_d X_d\text{''}} \\ C &= \frac{\omega\left[T'_{d0}\left(\alpha + j\omega\right) - 1\right]\left[T''_{do}\left(\alpha + j\omega\right) - 1\right]}{2j\left[\alpha + j\omega\right]\left[T'_d\left(\alpha + j\omega\right) - 1\right]\left[T''_d(\alpha + j\omega) - 1\right]} \approx \frac{-T'_{d0}T''_{do}}{2T'_d T''_d} = \frac{-X_d}{2X''_d} \\ D &= \frac{-\omega\left[T'_{d0}\left(\alpha - j\omega\right) - 1\right]\left[T''_{d0}\left(\alpha - j\omega\right) - 1\right]}{2j\left[\alpha - j\omega\right]\left[T'_d\left(\alpha - j\omega\right) - 1\right]\left[T''_d(\alpha - j\omega) - 1\right]} \approx \frac{-T'_{d0}T''_{do}}{2T'_d T''_d} = \frac{-X_d}{2X''_d} \end{aligned} \tag{13.65}$$

A estas alturas resulta más cómodo usar $1/T_a$ en vez de α. (T_a representa una constante de tiempo sub-transitoria del estator. Valores típicos van de $0,15$ a $0,20$ segundos.) La solución simplificada queda:

$$i_d = \frac{E}{X_d} + \frac{E}{X_d X'_d}\left(X_d - X'_d\right) e^{\frac{-t}{T'_d}} + \frac{E}{X'_d X''_d}\left(X'_d - X''_d\right) e^{\frac{-t}{T''_d}} - \frac{E}{X''_d} e^{\frac{-t}{T_a}} \cos\left(\omega t\right) \tag{13.66}$$

En forma similar se puede calcular i_q, a partir de la relación (13.62):

$$\frac{X_q(p)i_q}{\omega^2}\left\{p^2+\omega^2+p\omega R\left[X_d(p)^{-1}+X_q(p)^{-1}\right]+\frac{\omega^2R^2}{X_d(p)X_q(p)}\right\}=\frac{E\left[R+\frac{pX_d(p)}{\omega}\right]}{X_d(p)}$$

La solución es aun más compleja que en el caso de i_d. Se simplifica algo despreciando R en el segundo miembro, y reemplazando el paréntesis del primer miembro por $(p+\alpha+j\omega)(p+\alpha-j\omega)$:

$$i_q=\frac{E\omega p\left(1+T''_{qo}p\right)}{X_q\left(1+T''_q p\right)(p+\alpha+j\omega)(p+\alpha-j\omega)}$$

ecuación diferencial cuya solución es:

$$i_q=\frac{E}{X_q}\left[Ae^{\frac{-t}{T''_q}}+Be^{-t(\alpha+j\omega)}+Ce^{-t(\alpha-j\omega)}\right] \tag{13.67}$$

n la que los coeficientes pueden simplificarse considerando que T''_{q0} y T''_q son grandes en relación con $1/\omega$, y que α es pequeño frente a ω:

$$\begin{aligned}
A&=\frac{\omega\left(T''_q-T''_{qo}\right)}{\left[T''_q(\alpha+j\omega)-1\right]\left[T''_q(\alpha-j\omega)-1\right]}\approx\frac{\left(T''_q-T''_{qo}\right)}{\omega\left(T''_q\right)^2}\approx 0\\
B&=\frac{-\left[T''_{qo}(\alpha+j\omega)-1\right]}{2j\left[T''_q(\alpha+j\omega)-1\right]}\approx\frac{-T''_{qo}}{2jT''_q}=\frac{-X_q}{2jX''_q}\\
C&=\frac{\left[T''_{qo}(\alpha-j\omega)-1\right]}{2j\left[T''_q(\alpha-j\omega)-1\right]}\approx\frac{T''_{qo}}{2jT''_q}=\frac{X_q}{2jX''_q}
\end{aligned} \tag{13.68}$$

de manera que:

$$i_q=\frac{E}{X''_q}e^{\frac{-t}{T_a}}sen\,(\omega t) \tag{13.69}$$

La sustitución de i_d e i_q en las fórmulas de transformación de Blondel permite calcular las corrientes de armadura.

Por ejemplo:

$$i_a=\left[\frac{E}{X_d}+\frac{E\left(X_d-X'_d\right)}{X_dX'_d}e^{\frac{-t}{T'_d}}+\frac{E\left(X'_d-X''_d\right)}{X'_dX''_d}e^{\frac{-t}{T''_d}}\right]\cos(\theta)+\frac{E\left(X''_d-X''_q\right)}{2X''_dX''_q}e^{\frac{-t}{T_a}}\left[\cos(\theta+\omega t)+\cos(\theta-\omega t)\right]$$

Además, por el hecho de considerar velocidad constante, se puede sustituir $\theta=\omega t+\theta_0$, en la que el valor de θ_0 depende del instante en el que se produzca el cortocircuito:

$$\begin{aligned}
i_a=&\frac{E}{X_d}\cos(\omega t+\theta_0)+\frac{E\left(X'_d-X''_d\right)}{X'_dX''_d}e^{\frac{-t}{T''_d}}\cos(\omega t+\theta_0)+\frac{E\left(X_d-X'_d\right)}{X_dX'_d}e^{\frac{-t}{T'_d}}\cos(\omega t+\theta_0)\\
&+\frac{E\left(X''_d-X''_q\right)}{2X''_dX''_q}e^{\frac{-t}{T_a}}\cos(2\omega t+\theta_0)-\frac{E\left(X''_d+X''_q\right)}{2X''_dX''_q}e^{\frac{-t}{T_a}}\cos(\theta_0)
\end{aligned}$$

Las medidas oscilográficas experimentales confirman esta deducción teórica, tal como se aprecia en la Figura 13.9.

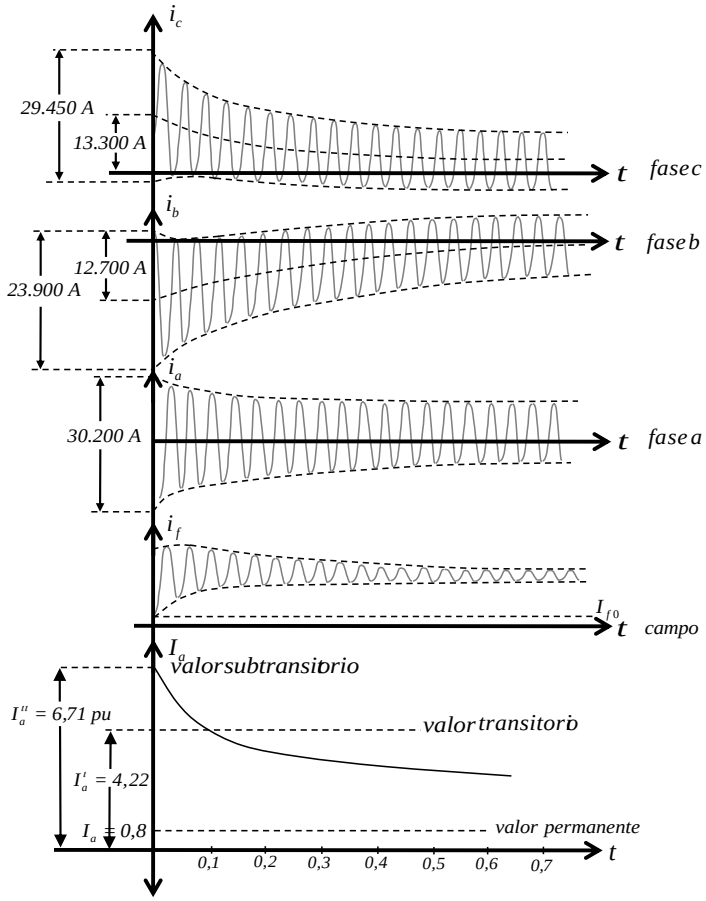


Figura 13.9: Medidas experimentales de corriente de cortocircuito

Resumiendo, como resultado del cálculo se ha encontrado que las corrientes de fase están formadas por tres tipos de componentes, que en orden de importancia son:

1. Componentes alternas de frecuencia fundamental, que decaen con el paso del tiempo, cuyo valor inicial máximo es E/X_d'', y que por lo tanto son superiores entre 3 y 10 veces al valor permanente E/X_d. Son consecuencia de las corrientes unidireccionales inducidas en el campo y los amortiguadores. Se pueden distinguir tres subcomponentes alternas de frecuencia fundamental:

- La componente alterna permanente, no amortiguada, de magnitud E/X_d, que es la que interesa en los estudios en condiciones cuasi-estacionarias.

- Una componente alterna transitoria, de magnitud inicial $E(X_d - X_d')/X_d X_d'$, que se amortigua con una constante de tiempo T_d' (lo que implica que se torna despreciable a los 7 a 10 segundos), y que es la que interesa en la mayoría de los estudios en condiciones dinámicas.

- Una componente alterna subtransitoria, de magnitud inicial $E(X_d' - X_d'')/X_d' X_d''$, que se amortigua con una constante de tiempo T_d'' (lo que implica que se torna despreciable a los 0,15 a 0,30 segundos, equivalentes a unos 10 a 15 ciclos en sistemas de 50 Hz), y que interesa solo en los estudios de esfuerzos dinámicos máximos.

2. Una componente unidireccional amortiguada, cuyo valor inicial depende de θ_0. Para $\theta_0 = 0$ presenta el mismo orden de magnitud que las componentes alternas de frecuencia fundamental. Se amortigua con una constante de tiempo T_a (lo que implica que se torna despreciable a los 0,7 a 1,0 segundos), y es la causa de la aparición de corrientes alternas en el campo y las barras amortiguadoras.

3. Una componente alterna amortiguada, de frecuencia doble, cuya magnitud inicial es muy pequeña (constructivamente se busca lograr $x''_d = x''_q$), y que por ello se suele despreciar.

Similarmente, aproximando $i_{ft} = \frac{3L_6 p(1+T_m p)}{2R_f\left(1+T'_{d0}p\right)\left(1+T''_{d0}p\right)}$, y considerando al reemplazar i_{dt} que:

$$\frac{3L_6^2}{2R_f L_d} = T'_{d0} - T'_d = \frac{T'_d\left(X_d - X'_d\right)}{X'_d},$$

se obtiene:

$$i_f = I_{f0} + \frac{I_{f0}\left(X_d - X'_d\right)}{X'_d}\left[e^{\frac{-t}{T'_d}} - \left(1 - \frac{T_m}{T''_d}\right)e^{\frac{-t}{T''_d}} - \frac{T_m}{T''_d}e^{\frac{-t}{T_a}}\cos\left(\omega t\right)\right] \tag{13.70}$$

en que:

$$T_m = \frac{L_k - L_6}{R_k} = T_k - \frac{L_6}{R_k} \tag{13.71}$$

La expresión resultante indica que la corriente de campo presenta cuatro componentes:

1. La corriente permanente de excitación I_{f0}, que es causa de la fem E inducida en la armadura.

2. Un término unidireccional transitorio, amortiguado con una constante de tiempo T'_d, algo inferior a la del mismo enrollado de campo, destinado a mantener constante el flujo en el entrehierro, a pesar del aumento de la reacción de armadura, y que es en parte la causa de la aparición de corrientes alternas mayores en el estator.

3. Un término unidireccional subtransitorio, de pequeña amplitud, amortiguado con una constante de tiempo T''_d.

4. Una componente alterna, de frecuencia fundamental y pequeña amplitud, inducida por las corrientes unidireccionales en el estator, y amortiguada con una constante de tiempo T_a.

En forma parecida se puede verificar que la corriente que transitoriamente se induce en las barras amortiguadoras debe presentar tres componentes:

1. Un término unidireccional, amortiguado con una constante de tiempo T''_d, algo inferior a la de los mismos amortiguadores, destinado a mantener constante el flujo en el entrehierro, a pesar del aumento de la reacción de armadura, y que es también causa de la aparición de mayores corrientes alternas en el estator.

2. Un término unidireccional de pequeña amplitud, amortiguado con una constante de tiempo T'_d.

3. Una componente alterna, de frecuencia fundamental y pequeña amplitud, inducida por las corrientes unidireccionales en la armadura, y amortiguada con una constante de tiempo T_a.

Para finalizar, cabe recordar que en este análisis se ha supuesto un cortocircuito en bornes de la máquina. Si la falla ocurre a cierta distancia eléctrica de la máquina, se agrega la impedancia correspondiente a las diversas reactancias definidas, con lo que se reduce la magnitud de las componentes de corriente y las constantes de tiempo T'_d y T_a.

e) *Representación dinámica simplificada*

Es indudable que el estudio instante a instante, considerando las ecuaciones recién deducidas para las corrientes, resulta sumamente complicado. Como el fenómeno se amortigua rápidamente si existe alguna impedancia intercalada (falla no inmediata; recuérdese al respecto que la reactancia de un transformador es relativamente alta), y como normalmente no se requiere tanta precisión, se suele simplificar y estudiar el comportamiento del estator solo a través de la componente alterna fundamental. Además, se analiza el problema solo para los valores iniciales de dichas componentes (lo que permite el empleo de circuitos equivalentes). El estudio se hace con la componente subtransitoria, si interesa determinar la capacidad momentánea de los equipos, o los esfuerzos dinámicos en ellos; o más comúnmente con la componente transitoria, si lo que interesa es estudiar el comportamiento de elementos de acción comparativamente rápida (entre 4 a 10 ciclos), tales como los relés de protección.

En el primer caso, y suponiendo que la máquina entregaba una corriente I_a antes de la falla, se reemplaza la fem real de la máquina E por una fem subtransitoria E'' (Figura 13.10), que representa la constancia de los enlaces de flujo originales con los amortiguadores:

$E'' = V_a + RI_a - I_q X''_q + jI_d X''_d$

si V_a e I_a son los fasores **anteriores** al establecimiento de las condiciones dinámicas. A menudo se usa incluso E''_i en vez de E'', lo que supone $X''_d = X''_q$ (como en gran medida ocurre).

En los estudios de transitorios se hace algo parecido, reemplazando E por una fem transitoria E', que representa la constancia de los enlaces de flujo con el campo: $E' = V_a + RI_a - I_q X'_q + jI_d X'_d$, si V_a e I_a son los fasores **anteriores** a la aparición del fenómeno transitorio. A menudo se va más allá, y se usa E'_i en vez de E', lo que supone $X'_d = X'_q$. Esta aproximación es correcta solo para máquinas de rotor cilíndrico (sin amortiguadores).

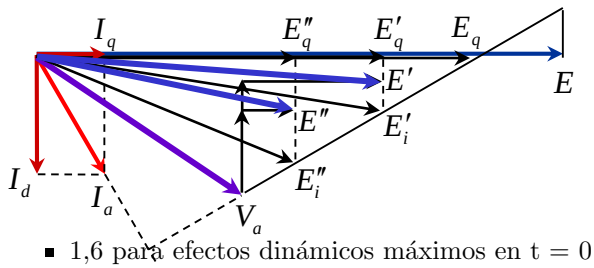


Figura 13.10: Diagrama de la situación dinámica

El efecto de la componente aperiódica de la corriente, despreciada en esta representación, se agrega solo para cálculos en puntos cercanos a las máquinas (ya que decae con ritmo $T_a \approx (L''_d + L_{sist}) / (R + R_{sist})$, valor que normalmente es menor al alejarse del generador). Incluso, ello se suele hacer en una forma empírica, multiplicando las amplitudes de las corrientes alternas por un coeficiente que es función del tiempo transcurrido desde el inicio del fenómeno dinámico:

- 1,6 para efectos dinámicos máximos en t = 0
- 1,4 para cálculos en el entorno de los 2 a 3 ciclos
- 1,2 para cálculos entre los 4 y 5 ciclos
- 1,1 para cálculos entre los 5 y 10 ciclos
- 1,0 para fenómenos que ocurren despues de los 10 ciclos.

f) *Secuencia negativa*

X_2 es diferente de X_1, por el hecho de que, para esta secuencia, el campo eléctrico del estator rota en sentido contrario al campo mecánico del rotor. Es lógico, entonces, esperar armónicas superiores.

Experimentalmente se le puede obtener aplicando al estator tensiones de secuencia negativa, de pequeña amplitud, con la máquina rotando a velocidad nominal en el sentido positivo (para que se produzca el giro mecánico en sentido contrario al de los campos eléctricos rotatorios, ver Figura 13.11), y con el campo cortocircuitado (para permitir la circulación de las fuertes corrientes inducidas en el rotor). La reactancia X_2, que corresponde al cociente V_a/I_a, resulta bastante pequeña, por lo que hay que tener cuidado con la magnitud de la corriente, que puede dañar los enrollados de armadura.

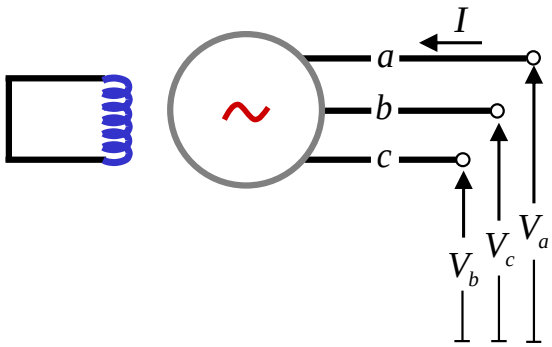


Figura 13.11: Aplicación tensión secuencia negativa

Analíticamente, el cálculo es similar al hecho en la Sección 13.3.1.a para determinar X_1, aunque acepta simplificaciones adicionales. Contra lo que se pudiera esperar, resulta diferente si se parte de aplicar tensiones de secuencia negativa al estator, que si se inyectan corrientes de secuencia inversa a esos mismos enrollados.

En el primer caso, $v_a = V\,cos\,(\omega t)$, $v_b = V\,cos\,(\omega t + 120)$, $v_c = V\,cos\,(\omega t - 120)$, lo que conduce a $v_0 = 0$, $v_d = V\,cos\,(2\omega t)$, $v_q = -V\,sen\,(2\omega t)$. Las tensiones aplicadas a los enrollados d y q son de frecuencia doble, lo que implica que es posible despreciar el efecto de las resistencias frente al de las reactancias. En esas condiciones, $X_d(p) = X''_d$ y $X_q(p) = X''_q$, y en las ecuaciones (13.38) es posible eliminar los términos con $p\psi$, responsables de los transitorios de corriente:

$$i_q = -\frac{V}{X''_q}\cos(2\omega t) \qquad i_d = -\frac{V}{X''_d} sen\,(2\omega t)$$

Volviendo a las coordenadas primitivas, se obtiene:

$$i_a = \frac{V}{X''_d} sen\,(2\omega t)\cos(\omega t) - \frac{V}{X''_q}\cos(2\omega t)\,sen\,(\omega t) \tag{13.72}$$
$$i_a = \frac{V\left(X''_d + X''_q\right)}{2X''_d X''_q} sen\,(\omega t) - \frac{V\left(X''_d - X''_q\right)}{2X''_d X''_q} sen\,(3\omega t)$$

La corriente que circula en el estator contiene una pequeña componente de tercera armónica, que normalmente se desprecia, ya que $X''_d \approx X''_q$. Considerando solo la componente de frecuencia fundamental:

$$X_2 = \frac{2X''_d X''_q}{X''_d + X''_q} \tag{13.73}$$

Por el contrario, si se inyectan corrientes de secuencia negativa, $i_0 = 0$, $i_d = I\ cos\,(2\omega t)$, $i_q = -I\ sen\,(2\omega t)$, y las tensiones en ejes d y q valdrán:

$$v_d = p\psi_d - \omega\psi_q = (X''_d/\omega)pi_d - X''_q\ i_q = (2X''_d\ - X''_q)i_q = -(2X''_d\ - X''_q)Isen\,(2\omega t) \tag{13.74}$$
$$-v_q = \omega\psi_d + p\psi_q = X''_d\ i_d + (X''_q/\omega)pi_q = (X''_d\ - 2X''_q)i_d = (X''_d\ - 2X''_q)Icos\,(2\omega t)$$

y las tensiones en coordenadas de fase serán:

$$v_a = -(2X''_d - X''_q)Isen\,(2\omega t)\,cos\,(\omega t) - (2X''_q - X''_d)Icos\,(2\omega t)\,sen\,(\omega t) \tag{13.75}$$
$$v_a = \frac{1}{2}I(X''_d\ + X''_q)sen\,(\omega t) + 3/2I(X''_d\ - X''_q)sen\,(3\omega t)$$

La tensión resultante en bornes del estator contiene una pequeña componente de tercera armónica, que usualmente se desprecia. Considerando solo la componente fundamental:

$$X_2 = \frac{1}{2}(X''_d\ + X''_q) \tag{13.76}$$

En resumen, es posible atribuir al generador una reactancia de secuencia inversa X_2, cuyo valor estará comprendido entre $2X''_d X''_q/(X''_d\ + X''_q)$ y $\frac{1}{2}(X''_d + X''_q)$. Como en general $X''_d\ \approx X''_q$, es lícito aproximar $X_2 \approx X''_d$.

g) *Secuencia cero*

El cálculo analítico de X_0 ya se hizo en la Sección 13.3.1.a ($L_0 = L_3 - 2L_5$). En este caso no se establece un campo rotatorio, y el flujo de armadura se cierra por el aire, sin pasar por el rotor. Consecuentemente, X_0 tendrá un valor pequeño, comprendido entre $0,1X_d$ y $0,4X_d$, que depende básicamente de las características constructivas del estator.

Experimentalmente se le obtiene aplicando una tensión sinusoidal V_a a las tres fases en paralelo, haciendo girar la máquina con velocidad nominal y con el campo cortocircuitado.

13.3.2. Transformadores

a) *Secuencias positiva y negativa*

Por tratarse de un elemento estático, constituido de elementos pasivos, el comportamiento frente a tensiones de secuencia positiva o negativa será el mismo, y $X_1 = X_2$.

Hay que considerar, sí, el hecho de que cuando las magnitudes eléctricas sufren un desfase a su paso por el transformador, este será de signo contrario para las secuencias positivas y negativas; por ejemplo, si una se desfasa en $-30°$, la otra lo hará en $+30°$, y viceversa. Esto se entiende más fácil con el ejemplo de la Figura 13.12, que corresponde a un transformador $Yd1$: constructivamente se tendrá siempre $X_1X_2//H_1$, $X_2X_3//H_2$, $X_3X_1//H_3$, pero, como las tensiones aplicadas a H_1, H_2 y H_3 guardan distintas posiciones relativas, según sea la secuencia de que se trate, resultan desfases diferentes para ambas secuencias.

b) *Secuencia cero*

Para determinar este circuito equivalente se cortocircuitan las tres fases del primario, aplicando una tensión sinusoidal V_0 entre ellas y el neutro (tierra). Al cortocircuitar y poner a tierra los bornes del secundario, y medir la corriente I_0 que circula, se obtendrá $Z_0 = V_0/I_0$. Normalmente se medirá la reactancia de fuga $X_{f0} = X_{f1}$, pero la forma de conectarla en el circuito equivalente dependerá de algunas consideraciones adicionales:

Si un enrollado no está unido a tierra (delta, o estrella o zig-zag con neutro aislado), hay un impedimento físico para la circulación de corrientes que están en fase en el tiempo, y la impedancia de paso en secuencia cero vista desde ese enrollado es infinita.

En tal caso, la corriente I_0, medida en el mismo lado en que se aplica V_0, corresponderá solamente a la corriente de excitación. Como ésta es pequeña (1 a 3 % de la corriente nominal) en el caso de transformadores cuyo circuito

magnético posee cuatro piernas (transformadores tipo acorazado) o de bancos de transformadores monofásicos, ello significa que la reactancia de excitación X_{e0} valdrá entre 30 y 100 pu, y se puede eliminar de la representación.

No ocurre lo mismo con los transformadores tipo núcleo, en los que el flujo de excitación en secuencia cero debe cerrarse obligatoriamente por el aire, lo que implica una corriente de excitación bastante alta y, consecuentemente, una reactancia de excitación menor. No es raro que X_{e0} baje a valores tales como 0,4 a 0,6 pu, con lo que pasa a ser comparable con X_{f0}, y ya no puede ser eliminada de la representación.

Por otra parte, aun existiendo un paso físico para el tránsito de I_0, hay que considerar que la circulación en el primario de una corriente de secuencia cero daría origen a un flujo magnético de esa misma secuencia. De acuerdo con el principio de funcionamiento de un transformador, ese flujo tendría que ser anulado por un contra-flujo inducido en el otro enrollado. Esto, a su vez, implica la circulación de una corriente de secuencia cero en el segundo enrollado, lo que no siempre es posible. En consecuencia, el circuito equivalente para la secuencia cero dependerá también de la conexión eléctrica de todos los enrollados.

En este sentido, la única conexión eléctrica capaz de autocompensarse es la zig-zag (Figura 13.13), en la que los ampère-vuelta correspondientes a los dos semienrollados ubicados en una misma pierna se anulan mutuamente.

Como consecuencia, la reactancia de secuencia cero será la reactancia de fuga entre semienrollados (valor que es inferior a la reactancia de fuga entre enrollados, que interviene en otros circuitos equivalentes), y el circuito equivalente será el de la Figura 13.13 derecha, independientemente de la conexión del otro enrollado.

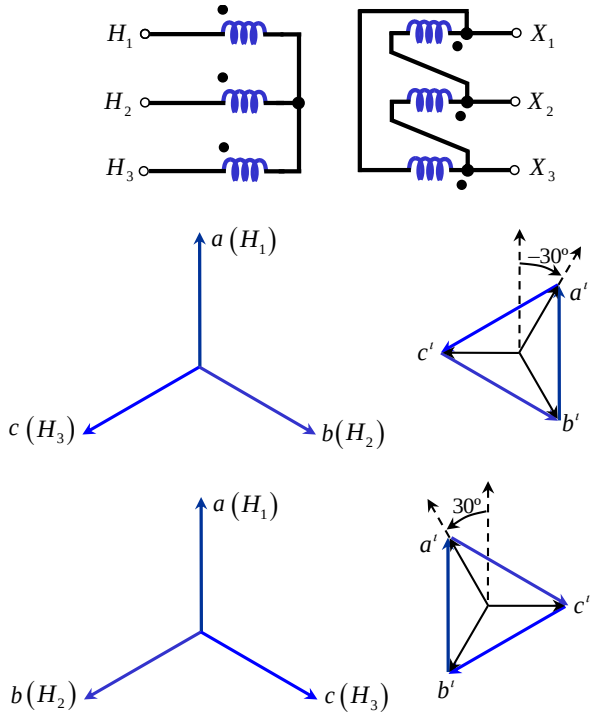


Figura 13.12: Transformador estrella-delta, secuncias positiva y negativa

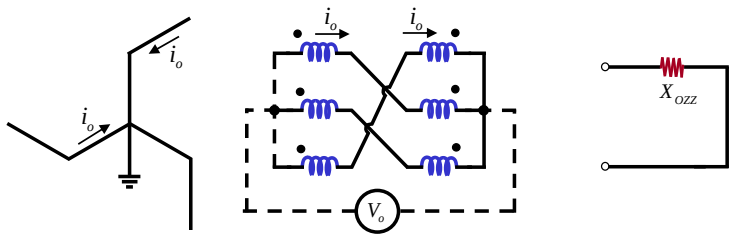


Figura 13.13: Comportamiento de conexión zig-zag

A continuación se analizará el circuito equivalente en secuencia cero para las principales conexiones de transformadores. Para ello se entenderá que todas las impedancias se expresan en por uno de una base común, y no en la base propia de cada enrollado, como suelen entregar los datos los fabricantes.

Conexión estrella-delta:

Físicamente no es posible que circulen corrientes de secuencia cero por las líneas que alimentan la delta: el circuito equivalente debe estar abierto en esos terminales.

La circulación de secuencia cero por la estrella es físicamente posible solo si ella (y el sistema que la alimenta) están puestos a tierra. Los ampère-vueltas correspondientes pueden ser anulados por corrientes I_0' inducidas en la delta, ya que por el hecho de estar en fase entre sí, ellas no saldrán fuera de la delta. Nótese que para expresar I_0' en ampère hay que multiplicar por las bases propias de la delta $[(MVA/3)/kV_{ff}]$, y no por las del sistema secundario $(MVA/\sqrt{3}kV_{ff})$, que son $\sqrt{3}$ veces más grandes. Nótese también que las tensiones entre bornes de la delta, $V = E - I_0X$, deben ser cero, única forma de respetar $V_{a'b'} + V_{b'c'} + V_{c'a'} = 0$ cuando las tensiones están en fase.

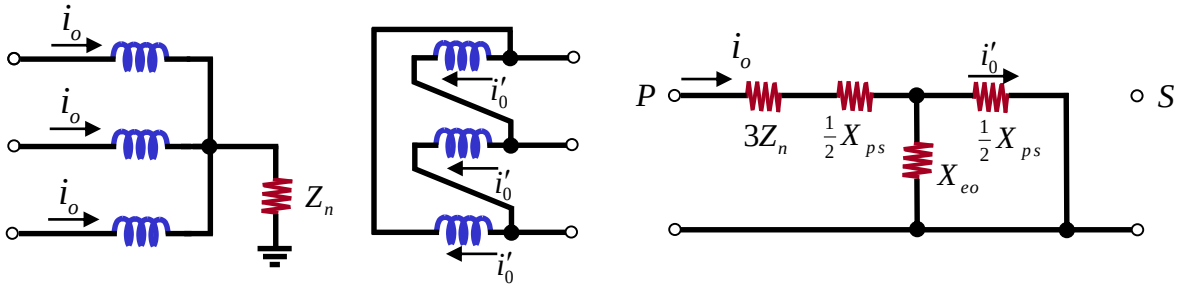


Figura 13.14: Conexión estrella-delta

El circuito equivalente resultante será el de la Figura 13.14 derecha. Como ya se dijo, $X_{e0} >> X_{ps}$, y $X_0 = X_1 = X_2 = X_{ps}$, salvo para transformadores tipo núcleo, en los que el paralelo de X_{e0} con X_{ps} reduce la reactancia equivalente a $X_0 \approx 0,8$ a $0,9$ X_{ps}.

Conexión estrella-estrella:

Si la estrella secundaria está levantada de tierra, es imposible que por ella circule una corriente I'_0 que compense los ampère-vueltas del primario, y el circuito equivalente será el de la Figura 13.15 izquierda.

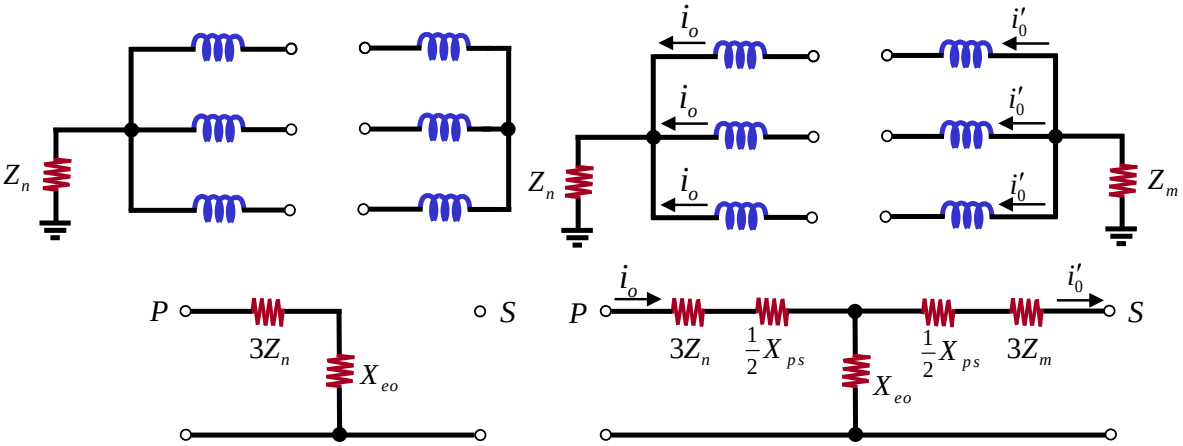


Figura 13.15: Conexión estrella-estrella, solo una puesta a tierra (izquierda) y ambas puestas a tierra (derecha)

I'_0 podrá circular solo en el caso en que, además de estar a tierra ambas estrellas, exista otra puesta a tierra en el sistema secundario, caso en el que el circuito equivalente será el de la Figura 13.15 derecha. (Recuérdese que si bien $I_0 = I'_0$ en pu, físicamente son corrientes diferentes.)

Conexión estrella-zig-zag:

No hay compensación para los ampère-vueltas de I_0, ya que las corrientes I'_0 inducidas en los semienrollados del secundario se anulan con las corrientes iguales inducidas en los otros semienrollados conectados eléctricamente en serie (Figura 13.16).

Si la alimentación de secuencia cero se produce por el lado del zig-zag no hay problemas, como ya se vio, para la circulacion de I'_0.

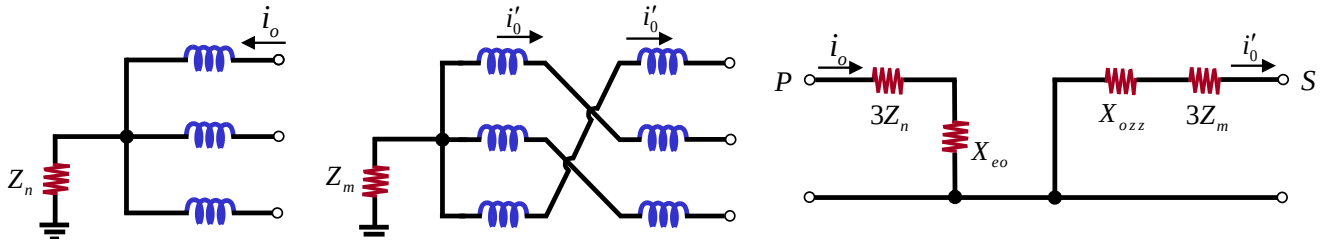


Figura 13.16: Conexión estrella-zig-zag

Conexión estrella-delta-zig-zag:

La corriente I_0 de la estrella se compensa en la delta, mientras que la del zig-zag se autocompensa. Resulta el circuito equivalente de la Figura 13.17 derecha.

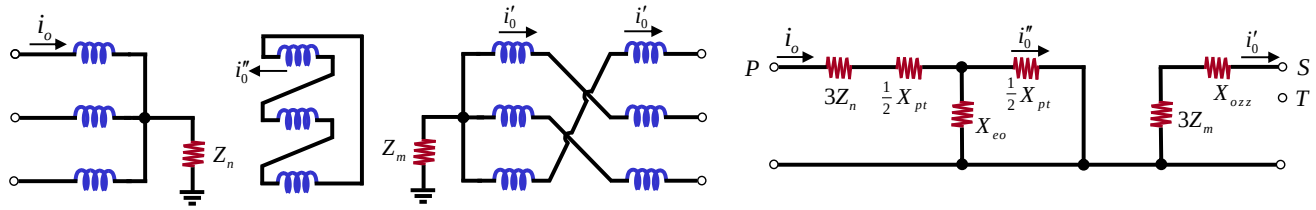


Figura 13.17: Conexión estrella-delta-zigzag

Conexión estrella-delta-estrella:

Si una de las estrellas no está a tierra, se trata del caso estrella-delta ya visto.

Si ambos neutros están a tierra y el circuito secundario posee otra puesta a tierra, se inducirán corrientes de secuencia cero tanto en la delta como en el secundario, y el circuito equivalente se obtiene por medio de tres pruebas, tal como se hizo también en secuencia positiva, en el capítulo 6. El resultado de las pruebas se puede representar por la disposición entre P, S y tierra (¡y no T como en secuencia positiva!) de la Figura 13.18 centro, en la que las distintas ramas incluyen la excitación, y son por ello algo diferentes de las de secuencia positiva en el caso de los transformadores tipo núcleo. Se acostumbra transformar este triángulo en una T equivalente, tal como la de la Figura 13.18 inferior.

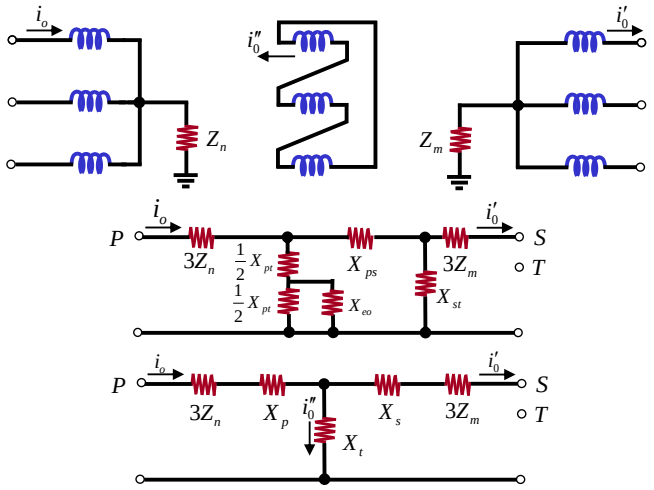


Figura 13.18: Conexión estrella-delta-estrella

La corriente que pasa por X_t corresponde a la que circula dentro de la delta, expresada en las bases propias de la delta.

Autotransformador estrella-estrella, con delta terciaria:

La principal dificultad que se encuentra al establecer circuitos equivalentes de secuencia cero en autotransformadores radica en la forma de considerar la impedancia Z_m conectada en el neutro (Figura 13.19).

Por ella circulan tanto las corrientes primarias como las secundarias, razón por la cual debe aparecer en el circuito equivalente simultáneamente expresada en por uno de las bases del lado de baja (que llamaremos Z_m) y en por uno de las bases del lado de alta, que llamaremos $Z_n = \left[Z_m \cdot N_2^2/(N_1+N_2)^2\right]$.

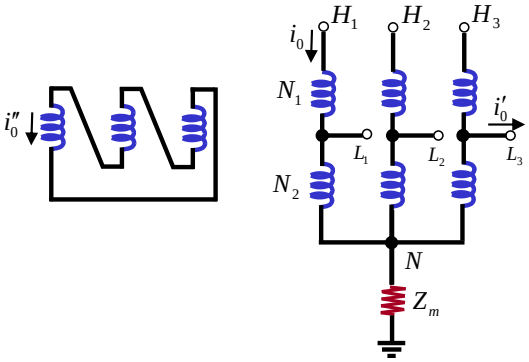


Figura 13.19: Esquema de conexión para autotransformador estrella-estrella-delta

El circuito equivalente será un triángulo, que se determina mediante tres pruebas. Por ejemplo, se aplica primero tensión de secuencia cero por los bornes de alta H, con el lado de baja L abierto, y el terciario conectado, obteniéndose así $Z_{H0} = X_{pt} + 3Z_n$, en que X_{pt} incluye el efecto de la excitación, para los autotransformadores tipo núcleo. Luego se aplica tensión de secuencia cero por el lado de baja L, con el de alta H abierto, y el terciario conectado, obteniendo $Z_{L0} = X_{st} + 3Z_m$. Por último, se aplica tensión de secuencia cero por el lado de alta, con el de baja cortocircuitado y con el terciario abierto. Resulta:

$Z_{LH} = (V_L - V_H)/I_L = \frac{(V_{LN}+V_N)-(V_{HN}+V_N)}{I_L}$

$$Z_{LH} = X_{ps} + \frac{V_N - V_N'}{I_L} \tag{13.77}$$

en que V_L y V_N están en por uno de las bases del lado de baja, y V_H y V_N' en las bases del lado de alta:

$$V_N = I_n Z_m = 3Z_m\left(I_H - I_L\right) = \frac{3Z_m I_L N_1}{N_1+N_2} \tag{13.78}$$

$$V'_N = \frac{V_N N_2}{N_1+N_2} = \frac{3Z_m I_L N_1 N_2}{\left(N_1+N_2\right)^2}$$

de modo que:

$$Z_{LH} = X_{ps} + \frac{3Z_m N_1^2}{\left(N_1+N_2\right)^2}$$

Normalmente se prefiere transformar este triángulo en una T equivalente, obteniendo el circuito equivalente de la parte superior de la Figura 13.20.

Si el autotransformador está levantado de tierra ($Z_m = \infty$), las tres ramas del triángulo y de la T resultarían infinitas.

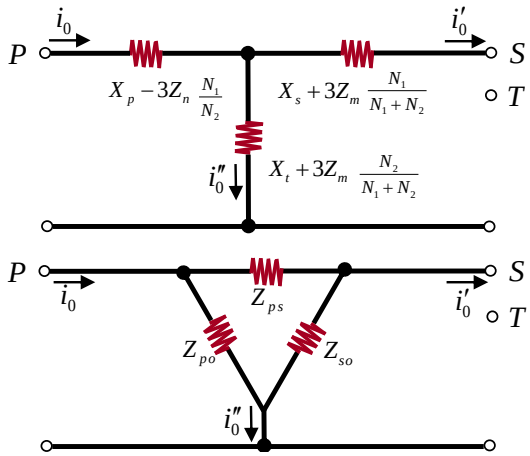


Figura 13.20: Equivalencia triángulo, modelo T

Sin embargo, existe un circuito equivalente, el que puede obtenerse aplicando una serie de pruebas diferente de la usada anteriormente, o también convirtiendo la T en una delta equivalente (¡que no es el triángulo de que se partió con las pruebas!), con ayuda de la transformación estrella-delta ($Z_{12} = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 / Z_3$). Al hacer tender Z_m a infinito resulta (parte inferior de la Figura 13.20):

$$\begin{aligned} Z_{ps} &= X_{ps} + \frac{N_1}{N_2} X_{pt} - \frac{N_1}{N_1+N_2} X_{st} \\ Z_{p0} &= X_{pt} + \frac{N_2}{N_1} X_{ps} - \frac{N_2}{N_1+N_2} X_{st} \\ Z_{s0} &= X_{st} - \frac{N_1+N_2}{N_2} X_{pt} - \frac{N_1+N_2}{N_1} X_{ps} \end{aligned} \tag{13.79}$$

Nótese que $Z_{ps} + Z_{s0} + Z_{p0} = 0$, motivo por el cual se dice que la delta equivalente es una **delta resonante**. Con esto se confirma también que las pruebas originales llevan a impedancias infinitas:

$$Z_{H0} = \frac{Z_{p0}\left(Z_{ps} + Z_{s0}\right)}{Z_{ps} + Z_{p0} + Z_{s0}} = \infty$$

Autotransformadores estrella-estrella:

Para obtener la T equivalente se puede partir del caso anterior, reemplazando X_{pt} y X_{st} por X_{e0}. Se llega a los circuitos equivalentes de las Figuras 13.21 izquierda y derecha, según que la estrella esté o no conectada a tierra.

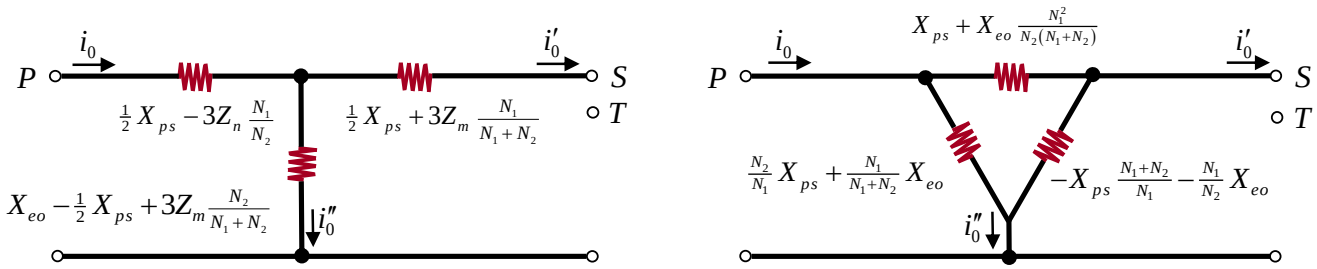


Figura 13.21: Conexión estrella-estrella, puestas a tierra (izquierda), levantadas de tierra (derecha)

***Booster regulador*:**

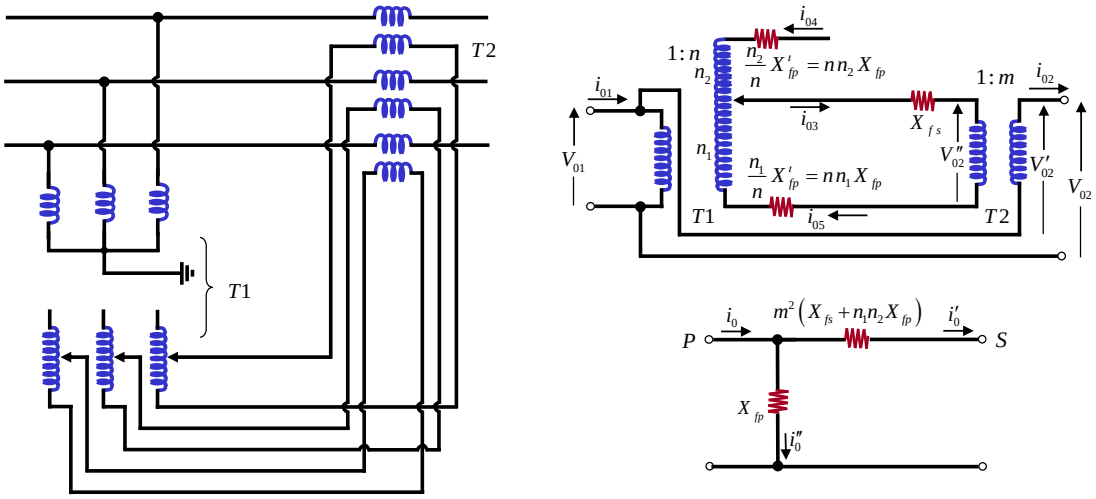


Figura 13.22: Circuito equivante de transformador *booster*

En la Figura 13.22 se analiza el circuito del regulador *booster regulador*, ya descrito en el Capítulo 6.

Por la conexión Yd del transformador de excitación $T1$, habrá una rama en paralelo de valor X_{fp} (reactancia de fuga del transformador $T1$ referida al lado primario, ¡y no reactancia de excitación!), y por el efecto del transformador regulador serie, una rama serie, cuyo valor se calcula con el circuito de Figura 13.22 derecha arriba.

$V_{02} = V_{01} + V'_{02} = V_{01} + mV''_{02} = V_{01} + m(V'_{01} - i_{03}X_{fs} - i_{05}X_{fp}nn_1)$

Pero, por la conexión delta del transformador de excitación T1:

$-n_2 i_{04} + n_1 i_{05} = V_{01}/X_{fp}$

y como $i_{04} = i_{03} - i_{05}$:

$i_{05} = \dfrac{V_{01}}{nX_{fp}} + \dfrac{n_2 i_{03}}{n}$

valor que sustituido en V_{02} da $V_{02} = V_{01} + m(n_1 V_{01} - i_{03}X_{fs} - n_1 V_{01} - n_1 n_2 i_{03} X_{fp}) = V_{01} - m^2 i_{02}(X_{fs} + n_1 n_2 X_{fp})$, de modo que el circuito equivalente es la L de la Figura 13.22 derecha abajo.

13.4. Líneas de transmisión

a) *Secuencias positiva y negativa*

Por tratarse de un elemento estático, $Z_1 = Z_2$, valiendo en ambos casos todo lo dicho en los capítulos 7 y 8.

b) *Impedancia serie de secuencia cero*

Para determinar la impedancia serie de secuencia cero en líneas, hay que considerar tanto el efecto del retorno por tierra como también los conductores de guardia de las líneas, en caso de que ellos existan, ya que la corriente se reparte entre ambos caminos.

Circuito con retorno por tierra

La línea aérea operando en condiciones desequilibradas (cuando $\sum i \neq 0$) presenta una complicación bastante particular, cual es la circulación por la tierra de la corriente de retorno. Un cálculo teóricamente exacto no es posible, ya que las condiciones del retorno (resistividad del terreno, irregularidades de la orografía, constitución de las capas terrestres subterráneas, etcétera) son muy variables de un lugar a otro, así como a lo largo de cualquier línea. En esta imprecisión influyen también "las condiciones de borde" que se presentan en los extremos de la línea. Por ello es normal aceptar algunas simplificaciones que, en promedio, para una línea relativamente larga, no signifiquen un error apreciable. Entre ellas están, suponer la tierra plana, homogénea, con resistividad superficial ρ uniforme y constante; suponer un paralelismo perfecto entre los conductores y la tierra; y considerar que la conexión a tierra en los extremos de la línea se hace con resistencia propia cero, y de una amplitud y profundidad muy grandes, para no influir en la impedancia del circuito.

Se verá, al revisar los resultados, que la suposición de la tierra plana es lícita. Suponerla homogénea, en cambio, no es tan claro, ya que al menos superficialmente las condiciones son muy variables de un lugar a otro, como se advierte en la Tabla 13.1, que da valores típicos para la resistividad superficial ρ, según el tipo de terreno.

Tabla 13.1: Resistividad superficial del terreno

Tipo de terreno	**Resistividad [ohm-m]**
Conductor perfecto	0
Agua de mar	0,01 a 1
Tierra pantanosa	10 a 100
Agrícola normal, húmedo	100 a 200
Agrícola seco	600 a 1.000
Desértico	10.000
Rocoso	10^7 a 10^9

Afortunadamente, y contra lo que se pudiere pensar, a frecuencias bajas como 50 o 60 Hz, la influencia de ρ en la impedancia de retorno no es tan grande, por lo que no se requiere gran precisión en su valor. A falta de datos experimentales para un caso concreto, se acostumbra usar $\rho = 100$ a 200 [ohm-m] como un valor representativo.

Además, se verá en el análisis que lo que realmente importa es la resistividad existente a gran profundidad ($\geqslant$ 1.000 [m]). En tal sentido, es lícito suponer que, a medida que aumenta la profundidad, las condiciones tienden a igualarse de un lugar a otro.

El hecho de que el retorno se produzca a una gran profundidad hace patente la importancia de la suposición de que las conexiones a tierra de la línea aérea deben suponerse sin resistencia propia, y de una amplitud y profundidad muy grandes, para no influir en la impedancia del circuito.

El problema de determinar las características de un sistema compuesto por un conductor aéreo paralelo a la superficie plana de la tierra semiconductora, es matemáticamente bastante complejo, ya que hay que considerar el efecto de los campos eléctrico y magnético, tanto en el aire como en la tierra. Ha sido atacado, en distintos grados de simplificación, por Pollaczek, Carson, Rüdenberg y Reich.

Pollaczek y Rüdenberg adoptaron coordenadas cilíndricas, suponiendo el conductor ubicado en el eje longitudinal de un valle semicilíndrico de radio h. La aplicación de la ley de Faraday ($\oint E d\ell$ =-$\iint \frac{\partial B}{\partial t} dS$) y de la ley circuital de Ampère ($\oint H d\ell = \iint i dS$) permite deducir ecuaciones para la intensidad de campo H y la densidad de corriente i, cuya combinación lleva a ecuaciones diferenciales de orden superior (ecuaciones de Bessel). La solución puede ser aproximada mediante desarrollos en serie (funciones de Hankel), para la parte real e imaginaria.

Carson adoptó coordenadas ortogonales, lo que complica un poco más el cálculo matemático. En lo que sigue solo se dará una visión general del método de solución de Carson, que permita comprender los alcances de los resultados finales.

Impedancia propia de un conductor con retorno por tierra:

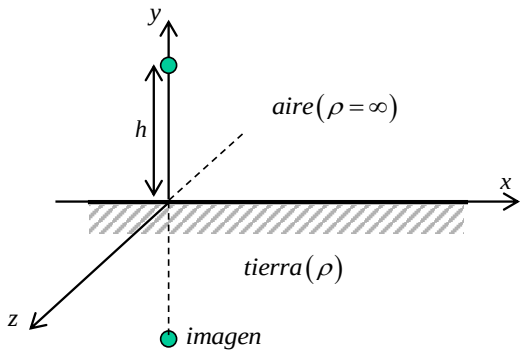


Figura 13.23: Análisis de Carson

Sea entonces un conductor aéreo de diámetro despreciable, situado a la altura "h" sobre un sólido homogéneo, plano, semiinfinito, de resistividad ρ (Figura 13.23), y sea un sistema ortogonal de ejes de referencia, elegido de tal manera que los ejes $x - z$ estén sobre la superficie de separación entre la tierra y el dieléctrico, y que el eje "y" pase por el conductor.

Por el conductor circulará una corriente sinusoidal $i =\mid i \mid e^{j\omega t}$, creándose así un campo magnético variable, que a su vez originará corrientes parásitas dentro del total del sólido que constituye la tierra.

Para el campo electromagnético establecido en los dos medios homogéneos, pueden combinarse las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times B = \frac{\mu E}{\rho} + \varepsilon\mu \frac{\partial E}{\partial t} \qquad \text{y} \qquad \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{13.80}$$

en las que ρ, μ y ε son la resistividad, permeabilidad magnética y constante dieléctrica del aire y la tierra, según el caso. Se obtiene:

$$\nabla \times \nabla \times B = -\nabla^2 B = \mu \nabla \times \frac{E}{\rho} \varepsilon\mu \frac{\partial \nabla \times E}{\partial t}$$

$$\nabla^2 B = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial B}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

y en forma similar:

$$\nabla^2 E = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial E}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

o también, reemplazando $E = \rho i$, si i representa la densidad de corriente:

$$\nabla^2 i = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial i}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

El campo electromagnético resulta función tanto del tiempo como de la posición espacial.

El análisis puede simplificarse, si se desprecia la amortiguación de los vectores según el eje longitudinal z, ya que entonces $\partial/\partial z = 0$. Además, por razones de simetría, $E_x = E_y = B_z = 0$.

Si el sistema ya se encuentra estabilizado, y como la corriente en el conductor es alterna, es lógico aceptar que el retorno sea alterno. Reemplazando $i = i(r)e^{j\omega t}$, en que r es la distancia hasta el conductor, y llamando $\alpha = \omega\sqrt{\varepsilon\mu - j\mu/\rho\omega} \approx \sqrt{-j\mu_0\omega/\rho}$, en que la aproximación es válida, ya que ε es en general despreciable y $\mu \approx \mu_0$. Además, para el aire, ρ tiende a infinito, y por ello, α tiende a cero.

La ecuación se transforma en $\partial^2 i/\partial x^2 + \partial^2 i/\partial y^2 + \alpha^2 i = 0$, sujeta a las condiciones adicionales de mantenimiento de los valores al cambiar de medio, en el plano xz:

$$\lim_{y\to+0} E = \lim_{y\to-0} E \tag{13.81}$$

$$\lim_{y\to+0} B_y = \lim_{y\to-0} B_y \tag{13.82}$$

$$\lim_{y\to+0} \frac{\partial E}{\partial y} = \lim_{y\to-0} \frac{\partial E}{\partial y}$$

La solución matemática es bastante engorrosa, y conduce a una combinación de integrales complejas:

$$i_{tierra} = \frac{2ji\omega}{\rho\alpha^2}\left[\int_{-\infty}^{0}\left(s+\sqrt{s^2-\alpha^2}\right)e^{\left[s(jx+h)+y\sqrt{s^2-\alpha^2}\right]}ds - \int_{0}^{\infty}\left(s-\sqrt{s^2-\alpha^2}\right)e^{\left[s(jx-h)+y\sqrt{s^2-\alpha^2}\right]}ds\right]$$

si $y \leqslant 0$, $h \geqslant 0$

$$\begin{aligned} E_{aire} = \frac{-2ji\omega}{\alpha^2}\Bigg[&\alpha^2 \log\sqrt{\frac{x^2+(y+h)^2}{x^2+(y-h)^2}} + \frac{1}{(jx+y+h)^2} + \frac{1}{(jx-y-h)^2} \\ &- \int_{-\infty}^{0}\sqrt{s^2-\alpha^2}e^{s(jx+y+h)}ds - \int_{0}^{\infty}\sqrt{s^2-\alpha^2}e^{s(jx-y-h)}ds\Bigg] \end{aligned} \tag{13.83}$$

si $y \geqslant 0$, $h \geqslant 0$.

El cálculo numérico puede ser realizado con ayuda de tablas de tales funciones (por. ejemplo, las de Emde-Jahnke), o mejor todavía, desarrollando en serie. Existen para ello distintas aproximaciones, válidas en rangos diferentes de $\alpha_r = \alpha[x+ j(y-h)]$, es decir, la distancia desde el conductor, y de $\alpha'_r = \alpha[x+ j(y+h)]$, es decir, la distancia desde la imagen del conductor.

Por analogía al caso normal de dos conductores, se puede asimilar la intensidad de campo existente en la superficie de nuestro conductor a la tensión inducida por otro conductor ubicado en el punto (x, y) del espacio. Se obtiene así un coeficiente (complejo) de inducción mutua, $M = jE/\omega i$, y una impedancia mutua $Z = jE/i$.

En el caso presente de un solo conductor, el valor medio de M, a lo largo del círculo de radio "a" que representa el conductor, nos dará el coeficiente complejo de autoinducción. Agregándole la resistencia propia y la reactancia interna del conductor, se tendrá la impedancia propia del conductor con retorno por tierra.

Adoptando $x = a$, $y = h$ en las fórmulas (13.4), y considerando que $a << h$, resulta:

$$\begin{aligned} Z_a(g) &= R_a + jX_a + \frac{jE}{I} \\ &= R_a + jX_a + 2\omega \log \frac{2h}{\rho} + \frac{\omega}{\alpha^2 h^2} - \frac{2\omega}{\alpha^2} \int_{-\infty}^{0} \sqrt{s^2 - \alpha^2} e^{2hs} ds - \frac{2\omega}{\alpha^2} \int_{0}^{\infty} \sqrt{s^2 - \alpha^2} e^{-2hs} ds \end{aligned} \tag{13.84}$$

en que el subíndice "g" indica que el valor incluye el retorno por tierra, y el problema se transforma en el de evaluar numéricamente las dos integrales.

En tal sentido, los resultados más conocidos son aquellos planteados por Carson, quien obtuvo para el conjunto de los términos distintos de R_a y X_a los valores:

$$R = \mu f 10^3 \left(\frac{\pi}{4} - \sqrt{2} s_1 + s_2 ln \frac{k}{2} - \sqrt{2} s_3 + \frac{\pi}{4} s_4 - s_5 \right) [ohm/km] \tag{13.85}$$

$$X = \mu f 10^3 \left(ln \frac{2\sqrt{e} 10^3}{5\sqrt{\frac{f}{\rho}}} + \sqrt{2} s_1 - \frac{\pi}{4} s_2 + \sqrt{2} s_3 + s_4 ln \frac{k}{2} - s_6 \right) [ohm/km]$$

en que:

$$k = 10^{-2} h \sqrt{f/\rho} \tag{13.86}$$

con h en metros, f en $[Hz]$ y ρ en [ohm-m]. Valores típicos de k, a 50 $[Hz]$, van de 0,07 a 0,15.

Los varios términos s corresponden a desarrollos en serie, funciones de la constante $\gamma = \frac{5\sqrt{5}}{2\pi} = 1,779$:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{k/\gamma}{3} - \frac{7(k/\gamma)^5}{(3 \cdot 5 \cdot 7)^2} + \frac{11(k/\gamma)^9}{(3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11)^2} - .... \\ s_2 &= \frac{(k/2\gamma)^2}{1!2!} - \frac{(k/2\gamma)^6}{3!4!} + \frac{(k/2\gamma)^{10}}{5!6!} - .... \\ s_3 &= \frac{5(k/\gamma)^3}{(3 \cdot 5)^2} - \frac{9(k/\gamma)^7}{(3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9)^2} + \frac{13(k/\gamma)^{11}}{(3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13)^2} - .... \\ s_4 &= \frac{(k/2\gamma)^4}{2!3!} - \frac{(k/2\gamma)^8}{4!5!} + \frac{(k/2\gamma)^{12}}{6!7!} - .... \\ s_5 &= \frac{\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)(k/2\gamma)^2}{1!2!} - \frac{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)(k/2\gamma)^6}{3!4!} + ... \\ s_6 &= \frac{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)(k/2\gamma)^4}{2!3!} - \frac{\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right)(k/2\gamma)^8}{4!5!} + ... \end{aligned} \tag{13.87}$$

Se aprecia que el término básico de R es:

$$\frac{R_e}{3} = \frac{\pi}{4} \mu f 10^3 [ohm/km] \tag{13.88}$$

el que depende directamente de la frecuencia (a 50 $[Hz]$ vale 0,0494 $\approx$ 0,05 $[ohm/km]$), pero no de la resistividad del terreno, como se pudiera haber esperado. Esta aparente contradicción se explica por el hecho de no aparecer tampoco una sección del retorno en las fórmulas: resistividad y sección se acomodan de manera de mantener constante la resistencia.

El término básico de X, a su vez, vale:

$$\frac{X_e}{3} = \mu f 10^3 ln 659,5 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \ [ohm/km] \tag{13.89}$$

y solo depende de la resistividad del terreno y de la frecuencia (a 50 [Hz] y con $\rho = 100$ [Ωm], vale 0,44 [Ω/km]).

Tiene la forma de una componente de distancia, motivo por el cual se puede asumir que el retorno de la corriente se realiza fundamentalmente por un conductor ficticio, de resistencia $R_e/3$, ubicado a una profundidad equivalente, denominada **distancia** o **profundidad de Carson**, $d = 659,5\sqrt{\frac{\rho}{f}}\,[m]$, que a 50 $[Hz]$ y con $\rho = 100$ $[\Omega m]$, ¡vale 1.000 [m]!

Ello confirma, además, que el campo magnético liga las corrientes de retorno con la trayectoria de la línea, dentro de un radio que prácticamente no es extiende más allá de los 1.000 a 2.000 [m] (puesto que la corrección debida a los filones de corriente ubicados a mayor distancia es enteramente despreciable). En el caso de un trazado sinuoso, las corrientes de retorno no siguen la línea recta de una subestación a la siguiente, sino las sinuosidades del trazado real.

La cantidad de términos por usar en las series s_1 al s_6 depende básicamente de la frecuencia considerada. A medida que ella crezca (por ejemplo armónicas superiores en el análisis de sobretensiones de maniobra), habrá que tomar progresivamente términos de mayor orden en k/γ. En tal caso, se reduce además la distancia equivalente a la cual considerar el retorno, que se acerca a la ubicación de la imagen del conductor.

Para 50 Hz, y atendiendo además a la poca precisión con que generalmente se conoce ρ, se acostumbra tomar solo los términos fundamentales, y:

$$Z_a\,(g) = R_a + \frac{1}{3}R_e + j\left(X_a + \frac{1}{3}X_e\right)\,[ohm/km] \tag{13.90}$$

Impedancia mutua entre dos conductores:

Para determinar la impedancia mutua entre dos conductores, en presencia de un retorno por tierra, se considera el circuito de la Figura 13.24 de la página siguiente, donde d designa la distancia entre conductores, $\overline{x}$ la separación horizontal de ellos, y D la distancia entre un conductor y la imagen del otro.

Aplicando $Z = jE/i$, con E evaluada para las coordenadas $\overline{x}$ y h_b, se obtiene:

$$Z_{ab}\,(g) = 2\omega\log\frac{D}{d} + \frac{\omega}{\alpha^2 D^2} - \frac{2\omega}{\alpha^2}\int_{-\infty}^{0}\sqrt{s^2-\alpha^2}e^{j(\overline{x}+h_a+h_b)}ds - \frac{2\omega}{\alpha^2}\int_{0}^{\infty}\sqrt{s^2-\alpha^2}e^{j(\overline{x}-h_a-h_b)}ds$$

Nuevamente la evaluación numérica más conocida es la de Carson:

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{3}R_e - \mu f 10^3(\sqrt{2}M_1 + M_2 ln\frac{k'}{2} - ... \\ &\quad -\sqrt{2}M_3 + \frac{\pi}{4}M_4 - M_5 - \theta M_7)\ [ohm/km] \\ X &= \frac{1}{3}X_e + \mu f 10^3(\sqrt{2}M_1 - \frac{\pi}{4}M_2 + ... \\ &\quad +\sqrt{2}M_3 + M_4 ln\frac{k'}{2} - M_6 - \theta M_8)\ [ohm/km] \end{aligned} \tag{13.91}$$

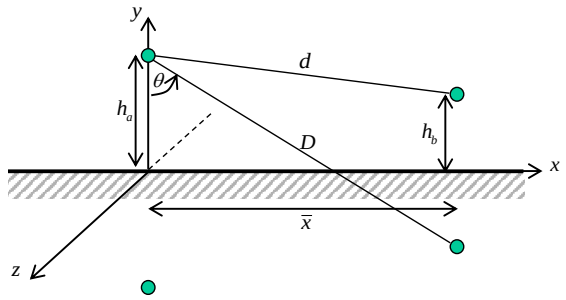


Figura 13.24: Análisis para dos conductores

en que:

$$k' = \frac{1}{2}10^{-2}D\sqrt{f/\rho} = \frac{10^{-2}\,(h_a+h_b)\,\sqrt{f/\rho}}{2\cos(\theta)}$$

$$M_1 = \frac{k'/\gamma}{3}\cos(\theta) - \frac{7\,(k'/\gamma)^5\cos(5\theta)}{(3\cdot5\cdot7)^2} + \frac{11\,(k'/\gamma)^9\cos(9\theta)}{(3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11)^2} - ....$$

$$M_2 = \frac{(k'/2\gamma)^2\cos(2\theta)}{1!2!} - \frac{(k'/2\gamma)^6\cos(6\theta)}{3!4!} + \frac{(k'/2\gamma)^{10}\cos(10\theta)}{5!6!} - .... \tag{13.92}$$

$$M_3 = \frac{5\,(k'/\gamma)^3\cos(3\theta)}{(3\cdot5)^2} - \frac{9\,(k'/\gamma)^7\cos(7\theta)}{(3\cdot5\cdot7\cdot9)^2} + \frac{13\,(k'/\gamma)^{11}\cos(11\theta)}{(3\cdot5\cdot7\cdot9\cdot11\cdot13)^2} - .... \tag{13.93}$$

$$M_4 = \frac{(k'/2\gamma)^4\cos(4\theta)}{2!3!} - \frac{(k'/2\gamma)^8\cos(8\theta)}{4!5!} + \frac{(k'/2\gamma)^{12}\cos(12\theta)}{6!7!} - .... \tag{13.94}$$

$$M_5 = \frac{\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)(k'/2\gamma)^2\cos(2\theta)}{1!2!} - \frac{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)(k'/2\gamma)^6\cos(6\theta)}{3!4!} + ... \tag{13.95}$$

$$M_6 = \frac{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)(k'/2\gamma)^4\cos(4\theta)}{2!3!} - \frac{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}\right)(k'/2\gamma)^8\cos(8\theta)}{4!5!} + ... \tag{13.96}$$

$$M_7 = \frac{(k'/2\gamma)^2\, sen\,(2\theta)}{1!2!} - \frac{(k'/2\gamma)^6\, sen\,(6\theta)}{3!4!} + \frac{(k'/2\gamma)^{10}\, sen\,(10\theta)}{5!6!} - .... \tag{13.97}$$

$$M_8 = \frac{(k'/2\gamma)^4\, sen\,(4\theta)}{2!3!} - \frac{(k'/2\gamma)^8\, sen\,(8\theta)}{4!5!} + \frac{(k'/2\gamma)^{12}\, sen\,(12\theta)}{6!7!} - ....$$

R resulta relativamente independiente de la resistividad ρ y de las alturas h_a y h_b, que solo aparecen en los términos secundarios, a través de k'. El término más importante es nuevamente $1/3R_e$.

X resulta también relativamente independiente de las alturas h_a y h_b, que solo aparecen en los términos secundarios, a través de k' y θ. El término más importante es $1/3X_e$.

La cantidad de términos por usar en las series M_1 a M_8 depende de la frecuencia considerada y de la precisión deseada. A 50 $[Hz]$ se acostumbra tomar solo los términos básicos, de manera que:

$$Z_{ab}(g) = \frac{1}{3}R_e + j\left(\frac{1}{3}X_e - X_d\right)[ohm/km] \tag{13.98}$$

Línea trifásica con transposiciones

De acuerdo con lo visto hasta el momento, los enlaces de flujo totales no dependen solo de la corriente en el propio conductor, sino también de todas las demás corrientes. Matricialmente, $[V] = [Z][I]$, en que:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ab} & Z_{aa} & Z_{bc} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{aa} \end{bmatrix}$$

Al analizar la susceptancia capacitiva de una línea aérea trifásica (Capítulo 7) se indicó que una forma bastante frecuente de anular los efectos mutuos entre fases consiste en transponer los conductores.

Para la impedancia serie, esta medida no es suficiente en el caso general. En efecto, se consigue que:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = \frac{1}{3}R_e + j\left(\frac{1}{3}X_e - X_{deq}\right)$$

pero la matriz $[Z]$ sigue siendo llena.

Solo en el caso particular en que $i_a + i_b + i_c = 0$, es decir, en que no hay retorno por tierra, se logra que:

$$V_a = i_a\left[Z_{aa}(g) - Z_{ab}(g)\right] = i_a\left(R_a + jX_a + jX_{deq}\right) = i_a Z_a(g) \tag{13.99}$$

$$V_b = i_b\left[Z_{aa}(g) - Z_{ab}(g)\right] = i_b Z_a(g) \tag{13.100}$$

$$V_c = i_c\left[Z_{aa}(g) - Z_{ab}(g)\right] = i_c Z_a(g)$$

Conviene, sí, hacer presente que al escribir $Z_{aa}(g)$ y $Z_{ab}(g)$ se despreciaron los términos secundarios provenientes de las series de Carson. Si ellos se incluyen, en la ecuación final aparecerá su diferencia. Como de por sí son bastante pequeños, su diferencia lo es aun más, y el error cometido es absolutamente despreciable.

- Línea de simple circuito sin conductor de guardia:

El cálculo es inmediato, si se aplica la relación $Z_0 = Z_{aa} + Z_{ab} + Z_{ac}$ a las impedancias de Carson recién determinadas:

$$Z_{aa} = R_a + 1/3R_e + j(X_a + 1/3X_e) \tag{13.101}$$

$$Z_{ab} = Z_{ac} = 1/3R_e + j(1/3X_e - X_{deq})$$

en que $d_{eq} = \sqrt[3]{d_{ab}d_{bc}d_{ca}}$

$$R_e = 0,148[\Omega/km] \tag{13.102}$$

$$X_e \approx 1,35\ [\Omega/km]$$

resulta:

$$Z_{0a} = R_a + R_e + j(X_a + X_e - 2X_{deq}) = Z_{1a} + R_e + j(X_e - 3X_{deq}) \tag{13.103}$$

Por el alto valor de X_e, la impedancia serie de secuencia cero resulta mayor que la de secuencia positiva, siendo $3,5Z_1$ un valor típico.

- Línea de doble circuito sin conductor de guardia:

Si se tienen dos circuitos trifásicos A y B con trazados paralelos, existirán impedancias mutuas de secuencia entre ellos (Figura 13.25). Para encontrarlas pueden aplicarse las definiciones básicas de transformación ya vistas anteriormente.

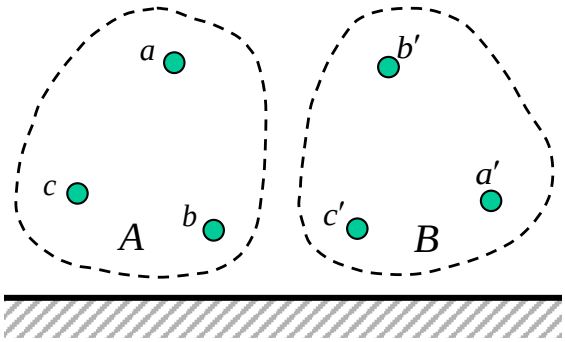


Figura 13.25: Doble circuito sin cable guardia

En componentes de fase se tendrá:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_{a\prime} \\ V_{b\prime} \\ V_{c\prime} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{aa\prime} & Z_{ab\prime} & Z_{ac\prime} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ba\prime} & Z_{bb\prime} & Z_{bc\prime} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{ca\prime} & Z_{cb\prime} & Z_{cc\prime} \\ Z_{a\prime a} & Z_{a\prime b} & Z_{a\prime c} & Z_{a\prime a\prime} & Z_{a\prime b\prime} & Z_{a\prime c\prime} \\ Z_{b\prime a} & Z_{b\prime b} & Z_{b\prime c} & Z_{b\prime a\prime} & Z_{b\prime b\prime} & Z_{b\prime c\prime} \\ Z_{c\prime a} & Z_{c\prime b} & Z_{c\prime c} & Z_{c\prime a\prime} & Z_{c\prime b\prime} & Z_{c\prime c\prime} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_{a\prime} \\ I_{b\prime} \\ I_{c\prime} \end{bmatrix}$$

o, escrito en forma simplificada:

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{a\prime b\prime c\prime} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_A & Z_{AB} \\ Z_{BA} & Z_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_{a\prime b\prime c\prime} \end{bmatrix}$$

A esta expresión se le aplica una transformación trifásica de Fortescue $[T]$ a cada circuito, es decir, una matriz:

$$[T'] = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

Las impedancias transformadas valdrán entonces:

$$[Z'] = [T']^{-1}[Z][T'] = \begin{bmatrix} T^{-1}Z_AT & T^{-1}Z_{AB}T \\ T^{-1}Z_{BA}T & T^{-1}Z_BT \end{bmatrix}$$

en que $T^{-1}Z_AT$ nos da los términos de V_{012} que dependen de las corrientes I_{012} en el propio circuito. Ya se demostró que esta matriz es diagonal (Z_0, Z_1, Z_2).

$T^{-1}Z_BT$ conduce a los mismos valores para el otro circuito.

$T^{-1}Z_{AB}T$, cuyos componentes son todos impedancias mutuas, da los términos de V_{012} que dependen de las corrientes $I_{0'1'2'}$ en el otro circuito. **Si no hay transposiciones entre circuitos**, esta matriz no será diagonal, y habrá interdependencia entre las mallas de secuencia (aunque los términos son pequeños, por corresponder a combinaciones a 120° de valores parecidos).

Pero, aun habiendo transposiciones completas, el término que relaciona V_0 con $I_{0'}$ será $Z_{0AB} = 1/3(Z_{aa'} + Z_{ab'} + Z_{ac'} + Z_{ba'} + Z_{bb'} + Z_{bc'} + Z_{ca'} + Z_{cb'} + Z_{cc'})$, y, como según Carson, $Z_{ab} = R_e/3 + jX_e/3 - jX_{ab}$, resulta:

$$Z_{0AB} = R_e + j(X_e - 3X_D) \tag{13.104}$$

en que $D = \sqrt[9]{d_{aa'}d_{ab'}d_{ac'}d_{ba'}d_{bb'}d_{bc'}d_{ca'}d_{cb'}d_{cc'}}$ es la **distancia equivalente entre circuitos**.

Por lo tanto:

$$V_0 = Z_{0A}I_{0A} + Z_{0AB}I_{0B} \tag{13.105}$$
$$V_{0'} = Z_{0AB}I_{0A} + Z_{0B}I_{0B}$$

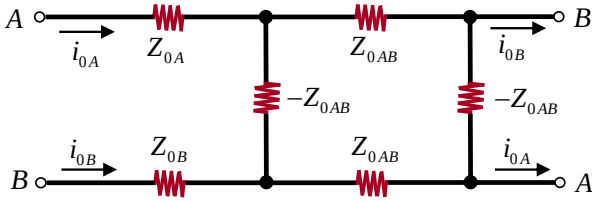


Figura 13.26: Secuencia cero simplificado

Un circuito equivalente que representa la secuencia cero total, despreciando los efectos mutuos entre secuencias (suponiendo transposiciones completas), es el de Figura 13.26. **¡Nótese el cruce de los terminales A y B!**

- Impedancia equivalente de secuencia cero de un doble circuito:

Si la línea opera como doble circuito, es decir, en paralelo en ambos extremos, $V_0 = V_{0'}$, de donde:

$$I_{0A} = \frac{V_0\,(Z_{0B} - Z_{0AB})}{Z_{0A}Z_{0B} - Z_{0AB}^2} \tag{13.106}$$
$$I_{0B} = \frac{V_0\,(Z_{0A} - Z_{0AB})}{Z_{0A}Z_{0B} - Z_{0AB}^2}$$

y, si se define Z_0 para el doble circuito como $Z_{0(2c)} = \frac{V_0}{I_{0A}+I_{0B}}$, resulta:

$$Z_{0(2c)} = \frac{Z_{0A}Z_{0B} - Z_{0AB}^2}{Z_{0A} + Z_{0B} - 2Z_{0AB}} \tag{13.107}$$

En el caso particular, pero frecuente, de que $Z_{0A} = Z_{0B}$:

$$Z_{0(2c)} = \frac{1}{2}(Z_{0A} + Z_{0AB}) \tag{13.108}$$

- Impedancia equivalente de secuencia cero de dos líneas con tres terminales:

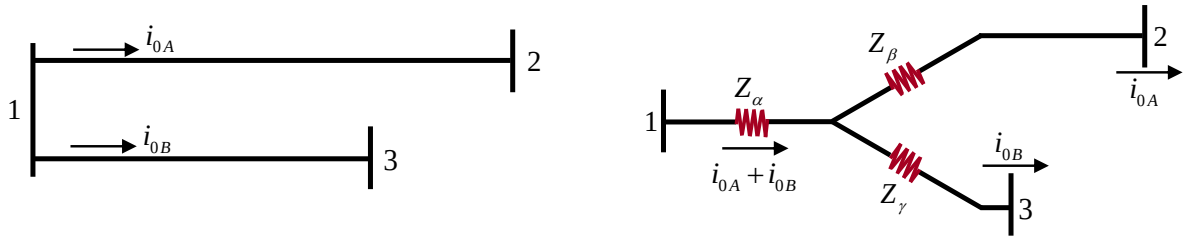


Figura 13.27: Análisis caso de dos líneas con tres terminales

Cuando los dos circuitos paralelos están unidos en un solo extremo, situación que no es del todo rara en la práctica, y que se da particularmente cuando se abre uno de los interruptores de un circuito en una línea de doble circuito, o cuando se necesita identificar un punto de falla intermedio en uno de los circuitos, se requiere un circuito equivalente con tres puntas (Figura 13.27 en página anterior).

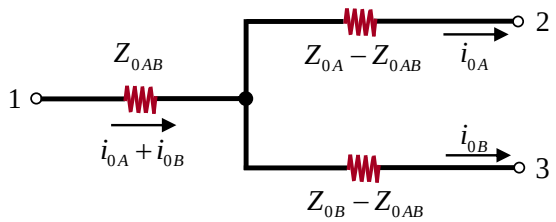


Figura 13.28: Dos líeas con tres terminales

Suponiendo que este equivalente sea una T, de ramas Z_α, Z_β, Z_γ, se tendrá que $Z_\alpha = Z_{0AB}$, puesto que por ella fluyen I_{0A} e I_{0B}, debiéndose obtener los términos $I_{0A}Z_{0AB}$ en $V_{0'}$ e $I_{0B}Z_{0AB}$ en V_0.

Para obtener $V_0 = I_{0A}Z_{0A} + I_{0B}Z_{0AB}$, Z_β deberá ser $Z_\beta = Z_{0A} - Z_{0AB}$, y similarmente, $Z_\gamma = Z_{0B} - Z_{0AB}$ (Figura 13.28).

Conviene tener presente que, si se necesita individualizar un punto intermedio de la línea, esta deberáser representada por dos estrellas, una a cada lado del punto individualizado.

- Línea de simple circuito con conductor de guardia:

Para proteger las líneas aéreas de las posibles descargas atmosféricas, se usan conductores de guardia, colocados sobre la línea y puestos a tierra en las estructuras. Por lo tanto, cuando existan corrientes de retorno, una parte de estas corrientes circulará también por el conductor de guardia K. De acuerdo con Carson, Z_{kk} y las mutuas Z_{ka}, Z_{kb}, Z_{kc}, incluirán el retorno por tierra. En tales condiciones se tendrá, en componentes de fase:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ak} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bk} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{ck} \\ Z_{ka} & Z_{kb} & Z_{kc} & Z_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_{0k} \end{bmatrix}$$

o, en forma abreviada:

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_A & Z_{Ak} \\ Z_{Ak}^t & Z_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_{0k} \end{bmatrix}$$

Se desea aplicar una transformación que no modifique I_{0k}, que ya es una corriente de secuencia. Luego:

$$[T'] = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y las impedancias transformadas valdrán:

$$[Z'] = [T']^{-1}\,[Z]\,[T'] = \begin{bmatrix} T^{-1}Z_A T & T^{-1}Z_{Ak} \\ Z_{Ak}^t T & Z_{kk} \end{bmatrix}$$

Si la línea tiene transposiciones, $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}$, y también $Z_{ak} = Z_{bk} = Z_{ck}$. En tal caso, ya se demostró que $T^{-1}Z_A T$ es diagonal (Z_0, Z_1, Z_2). En cuanto a:

$$\left[T^{-1}Z_{Ak}\right] = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{ak} \\ Z_{ak} \\ Z_{ak} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{ak} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13.109}$$

$$\left[Z_{Ak}^T T\right] = \begin{bmatrix} Z_{ak} & Z_{ak} & Z_{ak} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3Z_{ak} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Finalmente, como $V_{0k} = 0$, es posible eliminar la fila y la columna de la matriz $[Z']$ que se cortan en Z_{kk} (equivale a despejar I_{0k} y reemplazar en las otras ecuaciones).

Los nuevos elementos Z'' de una matriz $[Z']$, cuando se eliminan la fila y la columna m, se calculan mediante la relación:

$$Z''_{ij} = Z'_{ij} - \frac{Z'_{im}Z'_{mj}}{Z_{mm}} \tag{13.110}$$

En el caso que nos interesa, $Z'_{24} = Z'_{34} = Z'_{42} = Z'_{43} = 0$, de modo que solo se modifica Z'_{11} $(= Z_{0A})$, que pasa a ser:

$$Z_{0A(k)} = Z_{0A} - \frac{3Z_{ak}^2}{Z_{kk}} \tag{13.111}$$

en que

$$Z_{0A} = R_a + R_e + j(X_a + X_e - 2X_{deq}) \tag{13.112}$$

$$Z_{ak} = R_e/3 + j[X_e/3 - 1/3(X_{dak} + X_{dbk} + X_{dck})] \tag{13.113}$$

$$Z_{kk} = R_k + R_e/3 + j(X_e/3 + X_k)$$

- Doble circuito con un conductor de guardia:

Corresponde a una situación que se da de vez en cuando en la práctica. Conviene eliminar el efecto del conductor de guardia, para transformarlo en el caso ya visto de un doble circuito. Para ello habrá que aplicar una transformación:

$$[T'] = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 \\ 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y eliminar la última fila y columna en el resultado.

Se llega a:

$$\begin{aligned} Z_{0A(k)} &= Z_{0A} - \frac{3Z_{ak}^2}{Z_{kk}} \\ Z_{0B(k)} &= Z_{0B} - \frac{3Z_{ak}^2}{Z_{kk}} \\ Z_{0AB(k)} &= Z_{0AB} - \frac{3Z_{ak}Z_{a'k}}{Z_{kk}} \end{aligned} \tag{13.114}$$

c) Capacitancia paralelo

En la práctica es poco frecuente que se requiera calcular la capacitancia en secuencia cero, debido a la importancia menor de las ramas paralelo en los cálculos de fallas. En todo caso, el procedimiento de cálculo es similar al usado en el Capítulo 7, con las simplificaciones adicionales de que $V_{a0} = V_{b0} = V_{c0} = V_0$ y que $q_a = q_b = q_c$. Las fórmulas resultantes son similares a las de impedancia serie de secuencia cero.

Línea de simple circuito sin conductor de guardia:

Si se suponen transposiciones, valdría la relación:

$$V_0 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left[q_a ln\frac{2H}{r} + (q_b + q_c)\, ln\frac{S}{D_{eq}}\right]$$

establecida en la Sección 13.3.1, la que se reduce a $V_0 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{2HS^2}{rD_{eq}^2}$, de manera que:

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{ln\dfrac{2HS^2}{rD_{eq}^2}}\ [F/m]$$

$$X'_{0A} = \frac{1}{\omega C_0} = \frac{ln\dfrac{2HS^2}{rD_{eq}^2}}{4\pi^2\varepsilon_0 f} = X'_a + X'_{2H} + 2X'_s - 2X'_d \approx X'_a + 3X'_{2h} - 2X'_d\ \ [\Omega/m] \tag{13.115}$$

ya que $X'_S \approx X'_{2h}$. Esta expresión puede ser calculada en forma directa o con ayuda de tablas de conductores.

Línea de simple circuito con conductor de guardia:

Si q_k es la carga por unidad de longitud en el conductor de guardia, h_k la altura de dicho conductor, y d_{ik} la separación entre dicho cable y el conductor de fase en la posición i, se tendrá para cada ciclo de transposición:

$$V_{10} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left[ln\frac{2h_1}{r} + ln\frac{D_{12'}}{D_{12}} + ln\frac{D_{13'}}{D_{13}}\right] + \frac{q_k}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{D_{1k'}}{D_{1k}} \tag{13.116}$$

$$V_{k0} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left[ln\frac{D_{1k'}}{D_{1k}} + ln\frac{D_{2k'}}{D_{2k}} + ln\frac{D_{3k'}}{D_{3k}}\right] + \frac{q_k}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{2h_k}{r_k} = 0$$

Eliminando q_k de estas dos ecuaciones:

$$V_{10} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left[ln\frac{2h_1 D_{12'} D_{13'}}{rD_{12}D_{13}} - \frac{ln\dfrac{D_{1k'}}{D_{1k}} ln\dfrac{D_{1k'}D_{2k'}D_{3k'}}{D_{1k}D_{2k}D_{3k}}}{ln\frac{2h_k}{r_k}}\right] \tag{13.117}$$

$$V_0 = \frac{1}{3}\left(V_{10} + V_{20} + V_{30}\right) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\left[ln\frac{2HS^2}{rD_{eq}^2} - \frac{\left(ln\dfrac{D_{1k'}D_{2k'}D_{3k'}}{D_{1k}D_{2k}D_{3k}}\right)^2}{3ln\dfrac{2h_k}{r_k}}\right]$$

Llamando:

$$D_{Ak'} = \sqrt[3]{D_{1k'}D_{2k'}D_{3k'}} \tag{13.118}$$

$$D_{Ak} = \sqrt[3]{D_{1k}D_{2k}D_{3k}}$$

resulta:

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon_0}{ln\dfrac{2HS^2}{rD_{eq}^2} - \dfrac{3\left(ln\dfrac{D_{Ak'}}{D_{Ak}}\right)^2}{ln\dfrac{2h_k}{r_k}}}\ \ [F/m]$$

$$X'_{0A(k)} = \frac{1}{\omega C_0} = \frac{1}{4\pi^2\varepsilon_0 f}\left[ln\frac{2HS^2}{rD_{eq}^2} - \frac{3\left(ln\frac{D_{Ak'}}{D_{Ak}}\right)^2}{ln\frac{2h_k}{r_k}}\right] = X'_{0A} - \frac{3\left(X'_{ak}\right)^2}{X'_{kk}}\ \ [\Omega/m] \tag{13.119}$$

en que:

$$X'_{0A} = X'_a + X'_e - 2X'_d \tag{13.120}$$
$$X'_{ak} = X_{Ak'} - X'_{Ak} \approx X'_e/3 - X'_{Ak}$$

(ya que h $\approx$ s $\approx$ D$_{ak}$);

$$X'_{kk} = X'_{2h} + X'_k \approx X'_e/3 + X'_k$$

(ya que h$_k$ $\approx$ h $\approx$ s).

Esta expresión puede ser calculada directamente o con ayuda de tablas.

13.5. Ejemplos de aplicación

En la aplicación "Cálculo de Componentes" del sitio web del libro, es posible realizar cálculos y graficar componentes para los distintos tipos de transformaciones.

13.5.1. Ejemplo 1

En cierta subestación, de cuyo nombre no me acuerdo, alejada de las fuentes de generación, existe un transformador de bajada en conexión Dy1, cuyas reactancias de fuga son $X_1 = X_2 = X_0 = 0,1$ pu, base 100 $[MVA]$. Como resultado de una falla habida en el sistema de distribución, por la estrella del transformador circulan las corrientes $I_a = 8\measuredangle(0^o)$, $I_b = 2\measuredangle(210^o)$ e $I_c = j5$. Con ayuda de las componentes de Fortescue, calcular las corrientes que circulan por la alimentación de alta del transformador.

Solución

En el lado en estrella se tiene:

$I_{0a} = I_{0b} = I_{0c} = (I_a + I_b + I_c)/3 = 2,0893 + j1,333 = 2,4785 \measuredangle(32,54)$

$I_{1a} = hI_{1b} = h^2 I_{1c} = (I_a + hI_b + h^2 I_c)/3 = 4,6874 - j1,1667 = 4,8304 \measuredangle(-13,98)$

$I_{1b} = h^2 I_{1a} = 4,8304 \measuredangle(-133,98)$

$I_{1c} = hI_{1a} = 4,8304 \measuredangle(106,02)$

$I_{2a} = h^2 I_{2b} = hI_{2c} = (I_a + h^2 I_b + hI_c)/3 = 1,2233 - j0,1667 = 1,2346 \measuredangle(-7,76)$

$I_{2b} = hI_{2a} = 1,2346 \measuredangle(112,24)$

$I_{2c} = h^2 I_{2a} = 1,2346 \measuredangle(-127,76)$

Trabajando en por uno, las corrientes dentro de la delta son $\sqrt{3}$ veces más pequeñas que las correspondientes en la estrella:

$I'_{0a} = I'_{0b} = I'_{0c} = 1,2063 + j0,7698 = 1,4310 \measuredangle(32,54)$

$I'_{1a} = 2,7063 - j0,6736 = 2,7888 \measuredangle(-13,98)$

$I'_{1b} = 2,7888 \measuredangle(-133,98)$

$I'_{1c} = 2,7888 \measuredangle(106,02)$

$I'_{2a} = 0,7063 - j0,0962 = 0,7128 \measuredangle(-7,76)$

$I'_{2b} = 0,7128 \measuredangle(112,24)$

$I'_{2c} = 0,7128 \measuredangle(-127,76)$

de modo que las corrientes de fase dentro de la delta valen:

$I'_a = I'_{0a} + I'_{1a} + I'_{2a} = 4,6188 + j0 = 4,6188 \measuredangle(0)$

$I'_b = I'_{0a} + h^2 I'_{1a} + hI'_{2a} = I'_{0b} + I'_{1b} + I'_{2b} = -1,0 - j0,5773 = 1,1547 \measuredangle(30)$

$I'_c = I'_{0a} + hI'_{1a} + h^2 I'_{2a} = I'_{0c} + I'_{1c} * I'_{2c} = 0 + j2,8868 = 2,8868 \measuredangle(90)$

y como el transformador es Dy1, las corrientes que llegan a la delta desde el sistema de apoyo valen

$I"_a = I'_a - I'_b = 5,6188 + j0,5773 = 5,6484 \measuredangle(5,87)$

$I"_b = I'_b - I'_c = -1,00 - j3,4641 = 3,6056 \measuredangle(253,9)$

$I"_c = I'_c - I'_a = -4,6188 + j2,8868 = 5,4467 \measuredangle(147,99)$

13.5.2. Ejemplo 2

Durante la ocurrencia de una falla en el punto medio F de la línea del sistema de la Figura 13.29, éste se comporta como si en dicho punto de la malla de secuencia cero se inyectara una corriente $I_0 = 0,886 \measuredangle(-82,5)$, en por uno base 100 [MVA].

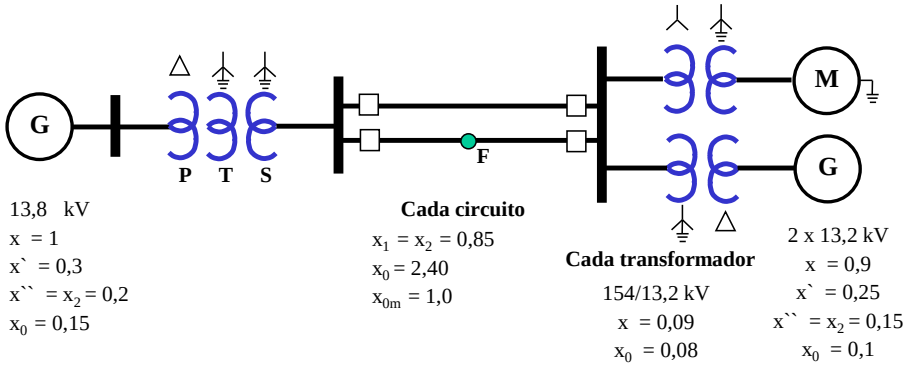


Figura 13.29: Ejemplo de cálculo de falla

Determinar las corrientes que en tales condiciones circulan por las deltas de los transformadores y por cada una de las uniones a tierra de los mismos transformadores.

Solución

En secuencia cero, y dada la conexión del transformador de G1, solo opera la reactancia $X_{PS} = 0,15$. La línea puede ser representada por dos equivalentes de tres puntas, cuyas reactancias son $X_\alpha = X_{0m}/2 = 0,5$ y $X_\beta = (X_{0a} - X_{0m})/2 = 0,7$. El transformador del motor está abierto en secuencia cero, y el transformador del generador $G2$ lo está hacia el generador.

En consecuencia, el sistema queda representado por el esquema de la Figura 13.30 izquierda. Transformando la delta ABF en una estrella equivalente, el esquema se simplifica a la malla de Figura 13.30 derecha.

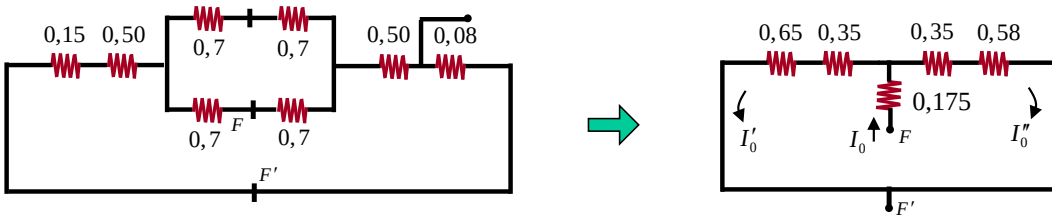


Figura 13.30: Representación equivalente

La corriente I_0 inyectada en F se divide en I_0' hacia el generador G1 e $I_0^{"}$ hacia el generador $G2$, corrientes que valen:

$$I_0' = \frac{0,93}{1,93} \cdot I_0 = 0,4819 \cdot 0,886 \measuredangle(-82,5) = 0,4269 \measuredangle(-82,5) \tag{13.121}$$

$I_0^{"} = I_0 - I_0' = 0,4591 \measuredangle(-82,5)$

Como resultado, por la delta del transformador de G1 circula:

$$I_{0\Delta} = \frac{0,4269}{\sqrt{3}} \cdot \frac{100{,}000}{13,8 \cdot \sqrt{3}} = 1{,}031 \ [A]$$

Por la puesta a tierra de 154 $[kV]$ del mismo transformador circula:

$I_{res}' = 3 \cdot 0,4269 \cdot 100{,}000/154\sqrt{3} = 480 \ [A]$

Por la puesta a tierra de 66 $[kV]$ no circula corriente, ya que el circuito equivalente está abierto.

Por la delta del transformador de G2 circula:

$$I_0^{"} = \frac{0,4591}{\sqrt{3}} \cdot \frac{100{,}000}{13,2\sqrt{3}} = 1{,}159 \ [A]$$

y por la puesta a tierra del mismo transformador:
$I''_{res} = 3{\cdot}0,4591{\cdot}100{,}000/154\sqrt{3} = 516\ [A]$
Nótese que en el neutro del transformador del motor, lado 154 $[kV]$, aparece una tensión:
$V_{0n} = 0,4591{\cdot}0,08 = 0,03673pu = 3,3\ [kV]$

13.5.3. Ejemplo 3

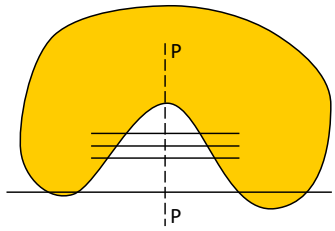


Figura 13.31: Línea que se abre

En cierto sistema trifásico como el de la Figura 13.31 se abre una de las líneas, en el punto P, y se intercala el circuito serie de la Figura 13.32.

Determinar la forma en que se modifican las mallas de secuencia.

Solución

Para el elemento intercalado se tiene:

$$V_a - V_a^{'} = jX_A I_a + jX_m(I_b + I_c)$$
$$V_b - V_b^{'} = jX_A I_b + jX_m(I_a + I_c)$$
$$V_c - V_c^{'} = jX_A I_c + jX_m(I_a + I_b)$$

de modo que

$$Z_{abc} = j \begin{bmatrix} X_A & X_m & X_m \\ X_m & X_A & X_m \\ X_m & X_m & X_A \end{bmatrix}$$

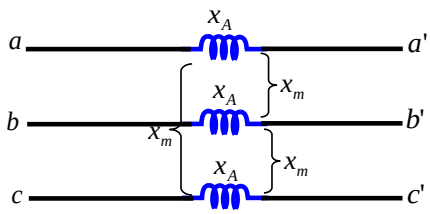


Figura 13.32: Circuito intercalado

$$Z_{012} = T^{-1}ZT = \frac{j}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_A & X_m & X_m \\ X_m & X_A & X_m \\ X_m & X_m & X_A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & h & h^2 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} X_A + 2X_m & 0 & 0 \\ 0 & X_A - X_m & 0 \\ 0 & 0 & X_A - X_m \end{bmatrix}$$

En las mallas de secuencia positiva y negativa se intercalará $X_A - X_m$, mientras que en secuencia cero se intercalará $X_A + 2X_m$.

13.5.4. Ejemplo 4

Una línea alámbrica de telegrafía, que se cierra por tierra, corre paralela, en un tramo de 5 [km], a una línea de subtransmisión de potencia, de 66 [kV], con transposiciones (ver Figura 13.33). En caso de producirse una falla

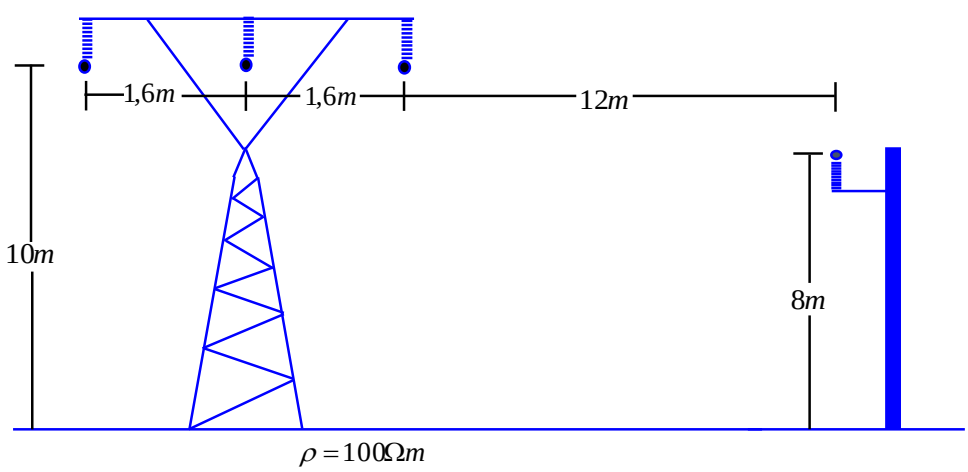


Figura 13.33: Telegrafía paralela a transmisión eléctrica

bifásica a tierra, por la línea de 66 [kV] circularán las corrientes $I_a = 0$; $I_b = 3,131\ \angle 161,9$; $I_c = 3,053\ \angle 46,4$; expresadas en p.u. 100 [MVA]. ¿Cuál será la tensión longitudinal inducida en el circuito telegráfico?.

Solución

La tensión inducida es $\Delta V = 3I_o \cdot Z_{om}$

$$I_o = \frac{I_b + I_c}{3} = -0,2902 + j1,0612 = 1,1002\ \angle 105,3$$

$$3Z_{om} = R_e + j(X_e - X_{dag} - X_{dbg} - X_{dcg})$$

$$R_e = 0,1481 \cdot 5 = 0,7405\ [\Omega]$$

$$X_e = 1,288 \cdot 5 = 6,440\ [\Omega]$$

$$dag = \sqrt{2^2 + 15,2^2} = \sqrt{235,04} = 15,331\ [m]$$

$$X_{dag} = 5 \cdot 0,06283\ Ln\ 13,331 = 0,8576\ [\Omega]$$

$$dbg = \sqrt{2^2 + 13,6^2} = \sqrt{188,96} = 13,746\ [m]$$

$$X_{dbg} = 0,31415\ Ln\ 13,746 = 0,8233\ [\Omega]$$

$$dcg = \sqrt{2^2 + 12^2} = \sqrt{148} = 12,166\ [m]$$

$$X_{dcg} = 0,31415\ Ln\ 12,166 = 0,7849\ [\Omega]$$

$$3Z_{om} = 0,7405 + j(6,44 - 2,4658) = 0,7405 + j3,9742 = 4,0426\ \angle 79,45\ [\Omega]$$

$$\Delta V = 4,0426 \cdot 1,1002 \cdot \frac{100000}{66\sqrt{3}} = 3{,}890\ [V]$$

Capítulo 14

El cálculo de condiciones anormales

14.1. Introducción

En general, se entiende por condiciones anormales ciertas situaciones indeseables para la correcta operación del sistema, que producen solicitaciones exageradas de los equipos, o desmejoran la calidad del servicio, cuya ocurrencia se trata de impedir, pero que ocasional e inevitablemente se presentan aun en los sistemas mejor diseñados. Según su gravedad, se clasifican en perturbaciones, operaciones erradas, y fallas.

Las **perturbaciones** son situaciones que no son de gravedad inmediata para la integridad de los equipos ni para la calidad del servicio, por lo que pueden ser aceptadas durante algún tiempo, pero que deben ser desconectadas en un lapso prudente, para evitar daños acumulativos a los equipos, o para impedir que puedan evolucionar hacia situaciones más peligrosas. Ejemplos típicos son las sobrecargas moderadas, las oscilaciones, los contactos a tierra en redes normalmente aisladas de tierra, las cargas asimétricas, etcétera.

Las **sobrecargas de los equipos** no son peligrosas si su magnitud y duración son limitadas, ya que ellos están diseñados para soportar cierta sobrecarga razonable por algunas horas, y sobrecargas algo mayores durante algunos minutos o segundos. Pero si se pasa de cierto límite, habrá daños permanentes en el aislamiento, y pérdida de vida útil.

Las **pequeñas oscilaciones** en el ángulo de las máquinas tampoco causan problemas graves, fuera de la lógica alteración en la potencia instantánea entregada por ellas. Pero si ya sobrepasan de cierto valor, pueden causar la salida de sincronismo de las máquinas.

Un **contacto a tierra** en un sistema aislado de ella no causa mayores problemas a los equipos (aunque la corriente de secuencia cero, aun siendo muy pequeña, puede resultar peligrosa para los generadores). Pero si se produce un segundo contacto en otro lugar, la situación pasa a equivaler a un peligroso cortocircuito entre fases.

Las **operaciones erradas** son situaciones imprevistas en las que por error de operación se puede provocar la acción de las protecciones automáticas y, con ello, la interrupción del servicio, aunque los equipos no estén corriendo peligro alguno.

Por ejemplo, si se trabaja con transmisiones muy grandes, que no constituyen sobrecarga, pero que están cerca del límite de máxima entrega de potencia, cualquier variación normal de las cargas puede hacer que se supere ese límite y se provoque la pérdida de sincronismo de alguna máquina.

Algo parecido ocurre si se trabaja cerca del límite de estabilidad de tensiones. Cualquier variación normal de las cargas puede provocar caídas violentas de la tensión, y con ello la desconexión de los consumos más sensibles a la tensión, o, peor aun, la operación de las protecciones, y con ello la interrupción total del servicio.

También caen en esta categoría los errores en los ajustes de las protecciones, o el dejarlas en un ajuste bajo, en circunstancias que las transmisiones han aumentado en forma importante, como consecuencia del crecimiento del sistema. En estos casos habrá una apertura intempestiva de la línea, a pesar de no existir ningún peligro para los equipos.

Las **fallas** son situaciones de una magnitud y gravedad muy superiores a las perturbaciones, y que pueden causar rápidamente daños serios en los equipos afectados. Por lo tanto, deben ser desconectadas automáticamente en tiempos muy breves (inferiores al segundo). Existen dos grandes grupos de fallas: las fases abiertas y los cortocircuitos.

Las **fases abiertas** son los defectos producidos por la interrupción de una o dos fases, sin contacto simultáneo con otras fases o con tierra. Aunque no producen sobrecorrientes elevadas, provocan la circulación de corrientes

de secuencia (en especial negativa), que son peligrosas para los equipos (por el fuerte calentamiento que originan), así como para los circuitos de comunicaciones vecinos. En casos particularmente graves, pueden llevar a la pérdida de la estabilidad del sistema.

Los **cortocircuitos** son los defectos provocados por un contacto entre conductores, o entre un conductor y tierra (o cualquier pieza metálica unida a ella). Este contacto tiene lugar generalmente por medio de un arco. Son muy peligrosos, por las elevadísimas corrientes (kA) presentes en los elementos cercanos al cortocircuito, lo que produce sobrecalentamientos y esfuerzos electrodinámicos importantes en los equipos afectados, así como también perturbaciones serias en los circuitos de telecomunicaciones vecinos.

Los **cortocircuitos monofásicos** (una fase con tierra) son los más frecuentes (70 a 80 % de los casos). La mayoría de las fallas comienzan como tales, y al no ser eliminadas con suficiente rapidez, suelen alcanzar a las otras fases, transformándose por ejemplo en **cortocircuitos bifásicos a tierra** (aproximadamente un 10 % de los casos).

Los **cortocircuitos bifásicos** sin contacto a tierra son de ocurrencia excepcional, y casi siempre tienen un origen mecánico.

Los **cortocircuitos trifásicos** (7 a 8 % del total) tienen generalmente su origen en la caída de rayos, que causan el contorneamiento simultáneo de los aisladores en las tres fases.

La mayoría (90 a 95 %) de los cortocircuitos son **fugaces**, o sea, de rápida desaparición (aunque el arco originado se mantiene mientras no se desenergice el circuito). Solo un 5 a 10 % se mantiene en forma permanente, exigiendo una reparación especial.

Las causas de la aparición de cortocircuitos son múltiples. La mayoría (70 a 80 % del total) se origina en razones atmosféricas, tales como rayos que caen sobre las líneas, tempestades (vientos) que cortan conductores, hielo, nieve, neblina, etcétera. La influencia relativa de los diversos agentes depende de las características climáticas de cada zona o país. Por ejemplo, estadísticas de fallas en el Sistema Británico indican que:

- $79,5$ % (185 fallas; 1 falla/100 km) se deben a los rayos;
- $12,0$ % (28 fallas; 0,15 fallas/100 km) se deben a los temporales;
- $7,5$ % (17 fallas; 0,09 fallas/100 km) se deben a las neblinas;
- $0,5$ % (1 falla; 0,01 fallas/100 km) se deben al hielo o la nieve;
- $0,5$ % (1 falla; 0,01 fallas/100 km) se deben al ambiente salino.

Las mismas cifras para EDF en Francia se alteran ligeramente a 74 %, 14 %, $8,5$ %, 3 % y $0,5$ %, respectivamente.

En segundo lugar en importancia se ubican las razones mecánicas, tales como la rotura de conductores o aisladores; el golpe o la caída violenta de objetos (ramas, piedras, balas, aviones, vehículos, etcétera) sobre los conductores y estructuras; los golpes de picota sobre cables subterráneos; el enganche de anclas en los cables submarinos, etcétera, que son responsables por el 7 a 15 % del total de fallas.

Además, cabe citar las razones eléctricas, tales como aislantes envejecidos o dañados, incapaces de soportar la tensión, o como las sobretensiones transitorias causadas por la operación de los interruptores, que son responsables por el 8 a 10 % del total de fallas; la acción de animales (ratones, aves, serpientes, etcétera); y las razones humanas, como por ejemplo maniobras equivocadas con desconectadores. Si bien poco frecuentes, todas estas causas generan interrupciones de vez en cuando.

A pesar del conocimiento que se tiene sobre los orígenes de las fallas, no es posible pensar en evitarlas totalmente, por el elevado costo que ello implicaría. Se debe entonces buscar un compromiso entre la mayor inversión y la mejor seguridad de servicio.

En tales condiciones, resulta sumamente importante el poder calcular las corrientes y tensiones que aparecerán en un sistema dado, cuando en él se presenten fallas, tanto con fines de especificar y ajustar las protecciones correspondientes, como para evaluar la capacidad de los equipos e interruptores frente a la corriente de falla (nótese que para estos efectos interesan las corrientes anormales, y no las potencias transmitidas). Este cálculo implica resolver circuitos asimétricos y desequilibrados, y, como ya se vio en el capítulo 13, recurrir a las componentes simétricas. Las corrientes que siguen a la aparición de una falla son variables en el tiempo, desde un máximo inicial (subtransitorio), pasando por un valor intermedio (transitorio) hasta el valor estable final. Como lo que normalmente interesa conocer es el valor que detectarán las protecciones, se simplifica el cálculo y se determina una especie de valor cuasi-estacionario correspondiente al período transitorio, con fem E' y reactancias x' en las

máquinas sincrónicas.

En principio, las fallas pueden ocurrir en cualquier lugar del sistema, por lo que en los estudios de diseño del sistema se requiere hacer una gran cantidad de comprobaciones, variando la ubicación y gravedad de la falla. En este sentido son de gran utilidad los programas computacionales, que automatizan los cálculos.

Como las corrientes de falla se reparten por las distintas ramas del sistema, combinándose con las corrientes normales de operación, se requiere calcular no solo la situación en la rama afectada directamente por la falla, sino también en las ramas vecinas. En consecuencia, el cálculo tendrá dos etapas bien definidas:

- Determinar las corrientes totales de falla, o sea, las condiciones locales en el punto de falla;
- Determinar las condiciones en el resto del sistema, a partir de una repartición de las corrientes de secuencia.

14.2. Nivel de cortocircuito

Cualquiera que sea el tipo de falla, causará una reducción violenta de las impedancias que "ven" las máquinas y, consecuentemente, un aumento de las corrientes que circulan y una reducción de las tensiones en los nudos y fases afectados. La violencia de la falla estará caracterizada por el producto de la mayor tensión posible (tensión inmediatamente antes de la falla) por la mayor corriente circulante (corriente inmediatamente después de la falla). Esta cifra, que en la jerga de sistemas tiene las dimensiones de una potencia aparente (aunque a menudo sea casi enteramente reactiva, ya que la corriente de falla suele ser fuertemente inductiva), se denomina **nivel de cortocircuito, capacidad de cortocircuito** o **potencia equivalente de cortocircuito:**

$$NCC = \sqrt{3}\ \left|V_{ff}^{p}\right|\ \left|I^{f}\right| \quad [MVA] \tag{14.1}$$

(El superíndice p caracterizará magnitudes prefalla, y f indicará magnitudes durante la falla.) Usualmente se prefiere generalizar, afectando la corriente posfalla con la tensión nominal, en vez de la tensión real prefalla. Nótese que en este último caso, y trabajando en por uno, la potencia de cortocircuito es igual a la corriente durante la falla.

El nivel de cortocircuito representa también la solicitación a la que se ve enfrentado el interruptor (tensión de reencendido por corriente de falla).

Expresado en por uno (y suponiendo $E' = 1,0$), equivale al recíproco de la impedancia equivalente de falla, de modo que si el NCC aumenta, la impedancia disminuye. Con ello se incrementa la habilidad de la barra en cuestión para mantener la tensión cuando ocurren fallas en otros nudos, pero también se aumenta la magnitud de la corriente para las fallas que ocurren en la misma barra.

Valores típicos del nivel de cortocircuito, en las diversas tensiones de transmisión, pueden verse en la Tabla 14.1.

Tabla 14.1: Niveles de cortocircuitos (valores en GVA)

Tensión kV	Europa	Chile
66	1,0	0,75
154	3,5	2,0
220	15,0	2,0
500	50,0	4,0

14.3. Fases abiertas

A primera vista, el cálculo empleando componentes simétricas se ve complicado por el hecho de que las fallas implican una asimetría en las impedancias del sistema, lo que haría necesario considerar los acoplamientos entre mallas de secuencias.

El problema se resuelve separando la red en dos partes: la falla misma, en la que se aplican a las mallas de secuencia, supuestas independientes y sin impedancias mutuas, las condiciones eléctricas impuestas por la falla; y el resto de la red, que es desacoplada. Como las condiciones impuestas a las tres mallas están relacionadas entre sí, ello equivale a interconectar las mallas en el punto de falla, en una forma fijada por el tipo de falla.

El fenómeno que sigue a la aparición de la falla es transitorio, siendo las corrientes máximas en el instante inicial. Normalmente interesará determinar lo que ocurre al cabo de algunos ciclos de iniciada la falla (operación de las

protecciones, apertura de interruptores, etcétera), por lo que en secuencia positiva los generadores serán representados por la fem E' tras la reactancia transitoria, vigente al momento de producirse la falla, y por la reactancia transitoria X'_1 (solo cuando interese verificar los esfuerzos electrodinámicos en los equipos, o al especificar interruptores, se calculará con la *fem* E'' tras la reactancia subtransitoria, y con la reactancia X''_1).

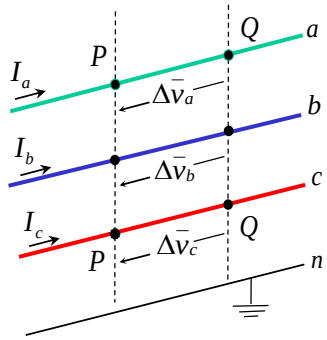


Figura 14.1: Fases abiertas

Una dificultad preliminar en el cálculo de fallas será, entonces, la de calcular las fem E', que normalmente no se conocen, a partir de las condiciones de operación existentes antes de la falla.

En consideración a la simetría longitudinal de las fallas por aperturas de fases, se acostumbra usar como variables de cálculo las caídas longitudinales de tensión, Δv_a, Δv_b y Δv_c, entre los bornes P y Q de la zona de falla, y las corrientes en las tres fases, I_a, I_b e I_c (Figura 14.1). Para evitar la aparición de razones de transformación no reales (h, h^2, etcétera) en las ecuaciones de conexión, es preciso mantener en el análisis una simetría respecto de la fase de referencia "a", por lo que la falla monofásica se supondrá en la fase "a" y las bifásicas en las fases "b" y "c".

14.3.1. Una fase abierta

Esta situación (ver Figura 14.2) se presenta, por ejemplo, cuando se emplean elementos de apertura que controlan individualmente cada una de las fases, tales como fusibles o interruptores de accionamiento monopolar. Ocurre también en el caso de cortarse un conductor y quedar suspendido de tal forma de no hacer contacto con otra fase o con tierra.

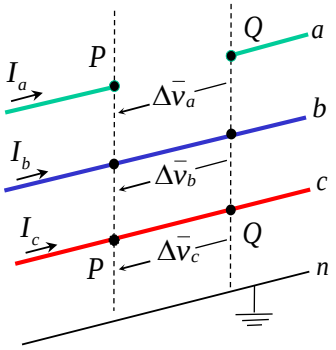


Figura 14.2: Una fase abierta

Las condiciones de falla son:

$$\Delta v_b = \Delta v_c = 0 \qquad (14.2)$$
$$I_a = 0$$

La primera lleva a que:

$$\Delta v_0 + h^2\Delta v_1 + h\Delta v_2 = \Delta v_0 + h\Delta v_1 + h^2\Delta v_2$$

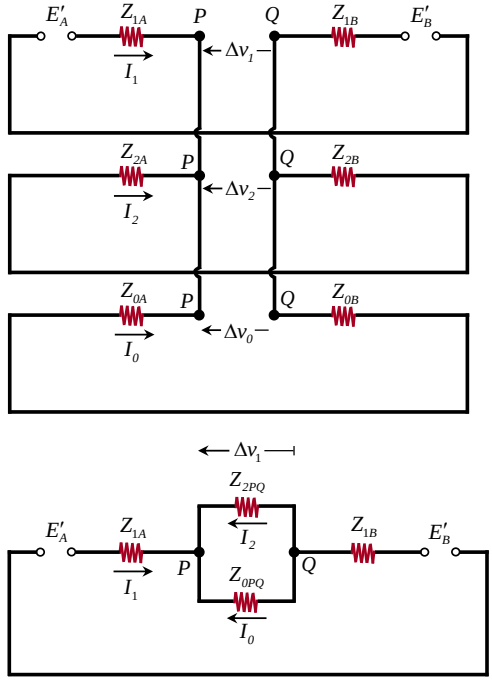


Figura 14.3: Una fase abierta

De donde:

$$\Delta v_0 = \Delta v_1 = \Delta v_2 \qquad (14.3)$$

La segunda indica que:

$$I_0 + I_1 + I_2 = 0 \qquad (14.4)$$

El análisis de ambos resultados muestra que la falla de una fase abierta estará correctamente representada si **las tres mallas de secuencia se conectan en paralelo entre los bornes P y Q** (Figura 14.3).

Puesto que las mallas de secuencia negativa y cero son pasivas, ello equivale a intercalar una impedancia $\frac{Z_{2\,PQ}\,Z_{0\,PQ}}{Z_{2\,PQ}+Z_{0\,PQ}}$ entre los bornes P y Q de la malla de secuencia positiva (Figura 14.3 inferior). Este aumento de la impedancia serie en la malla de secuencia positiva implica una reducción de la potencia activa transmitida. En algunos casos particulares, y debido a las conexiones de los transformadores vecinos a P y Q, puede resultar que $Z_{0PQ} = \infty$.

Nótese que Z_{2PQ} y Z_{0PQ} son las impedancias equivalentes de esas mallas, vistas desde los bornes P y Q (todas las impedancias de máquinas son transitorias). Las fuentes de tensión constante E'_A y E'_B corresponden a las fem transitorias, calculadas antes de producirse la falla.

La resolución del circuito de Figura 14.3 permite determinar las componentes de secuencia de las variables, en cualquier punto del sistema. La combinación adecuada de estas componentes de secuencia, con ayuda de las transformaciones inversas, permite calcular los valores reales que tendrán las corrientes y tensiones en cada punto del

sistema.

Por ejemplo, en el mismo punto de falla P, llamando:

$K_1 = (Z_{1A} + Z_{1B})(Z_{2A} + Z_{2B} + Z_{0A} + Z_{0B}) + (Z_{2A} + Z_{2B})(Z_{0A} + Z_{0B})$

$\Delta E = E'_A - E'_B$

se tendrá que:

$$I_1 = \frac{\Delta E}{K_1}\ (Z_{2A} + \ Z_{2B} + Z_{0A} + Z_{0B}) \tag{14.5}$$

$$I_2 = -\frac{\Delta E}{K_1}\ (Z_{0A} + Z_{0B})$$

$$I_0 = -\frac{\Delta E}{K_1}\ (Z_{2A} + Z_{2B})$$

$$\Delta v_1 = \Delta v_2 = \Delta v_0 = \frac{\Delta E}{K_1}\ (Z_{2A} + Z_{2B})\ (Z_{0A} + Z_{0B}) \tag{14.6}$$

$V_{0(P)} = -Z_{0A} I_0$

$V_{2(P)} = -Z_{2A} I_2$

$V_{1(P)} = E'_A - Z_{1A} I_1$

De modo que:

$$I_a = 0 \tag{14.7}$$

$$I_b = -\frac{j\sqrt{3}\,\Delta E}{K_1}\ [(Z_{0A} + Z_{0B}) - h\ (Z_{2A} + Z_{2B})]$$

$$I_c = \frac{j\sqrt{3}\,\Delta E}{K_1}\ \left[(Z_{0A} + Z_{0B}) - h^2\ (Z_{2A} + Z_{2B})\right]$$

$$\Delta v_a = \frac{3\,\Delta E}{K_1}\ (Z_{2A} + Z_{2B})\ (Z_{0A} + Z_{0B})$$

$\Delta v_b = \Delta v_c = 0$

La tensión fase neutro en el punto P se calcula como:

$$V_a = V_0 + V_1 + V_2 = -Z_{0A} I_0 - Z_{2A} I_2 + E'_A - Z_{1A} I_1 \tag{14.8}$$

$$V_a = E'_A + \frac{\Delta E}{K_1}[Z_{0A}\ (Z_{2A} + Z_{2B}) + Z_{2A}\ (Z_{0A} + Z_{0B}) - Z_{1A}\ (Z_{2A} + Z_{2B} + Z_{0A} + Z_{0B})]$$

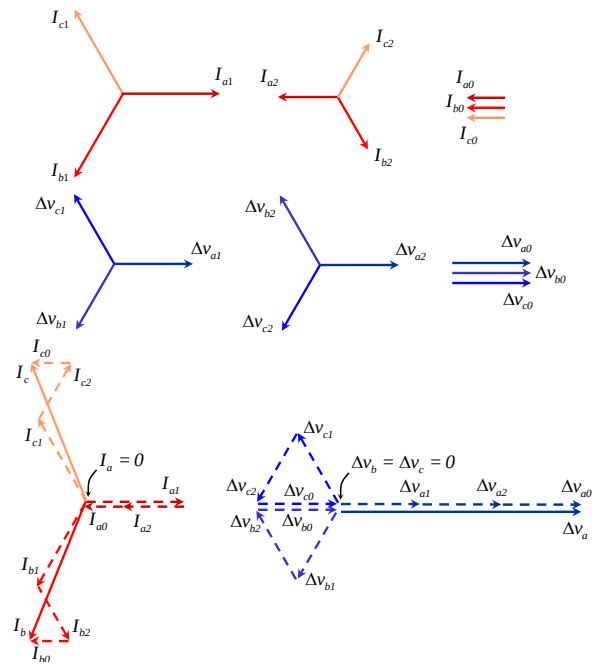


Figura 14.4: Diagrama fasorial, una fase abierta

La Figura 14.4 ilustra esta situación.

En forma similar se puede calcular en cualquier otro punto del sistema, determinando primero las componentes de secuencia de la variable, y transformándolas luego al dominio de fases.

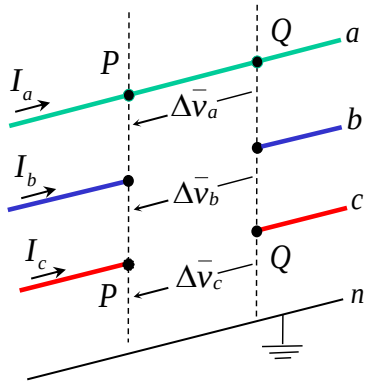


Figura 14.5: 2 fases abiertas

14.3.2. Dos fases abiertas

Se presentan en las mismas situaciones que originan una fase abierta, aunque con una frecuencia menor.

Las condiciones de falla son (ver Figura 14.5):

$$\Delta v_a = 0 \tag{14.9}$$

$$I_b\ = I_c\ = 0$$

que llevan a:

$$\Delta v_0 + \Delta v_1 + \Delta v_2 = 0$$

$$I_0 = I_1 = I_2$$

Lo que indica que **las tres mallas se conectan en serie entre los bornes P y Q** (Figura 14.6).

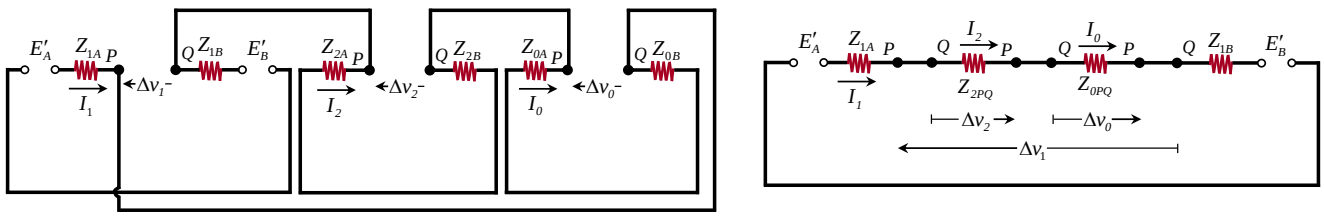


Figura 14.6: Conexión de mallas, dos fases abiertas

Esto equivale a intercalar una impedancia $Z_{2PQ}+ Z_{0PQ}$ entre los puntos P y Q de la malla de secuencia positiva. Con esto se reduce la potencia activa transmitida en el sistema, en una cantidad mayor que para el caso de una sola fase abierta, ya que la impedancia de falla es más grande.

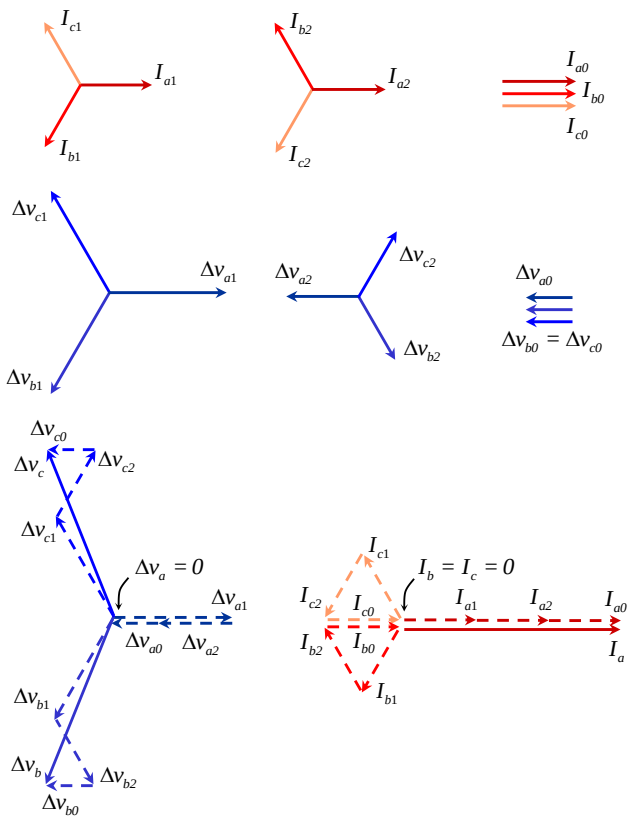


Figura 14.7: Diagrama fasorial, dos fases abiertas

$$\Delta v_a = 0$$

$$\Delta v_b = -\frac{j\sqrt{3}\,\Delta E}{K_2}\left[(Z_{2A} + Z_{2B}) - h\,(Z_{0A} + Z_{0B})\right]$$

$$\Delta v_c = \frac{j\sqrt{3}\,\Delta E}{K_2}\left[(Z_{2A} + Z_{2B}) - h^2\,(Z_{0A} + Z_{0B})\right] \tag{14.11}$$

$$V_{a\,(P)} = E'_A - \frac{\Delta E}{K_2}\,(Z_{1A} + Z_{2A} + Z_{0A})$$

La Figura 14.7 ilustra esta situación.

Nótese que la transmisión se interrumpe solamente si acaso $Z_{0PQ} = \infty$ (sistema levantado de tierra).

Para el punto de falla, y llamando $K_2 = Z_{1A} + Z_{1B}+ Z_{2A}+ Z_{2B}+ Z_{0A}+ Z_{0B}$, se puede escribir:

$$I_0 = I_1 = I_2 = \frac{\Delta E}{K_2}$$

$$\Delta v_1 = \frac{\Delta E}{K_2}\,(Z_{2A} + Z_{2B} + Z_{0A} + Z_{0B})$$

$$\Delta v_2 = -\frac{\Delta E}{K_2}\,(Z_{2A} + Z_{2B})$$

$$\Delta v_0 = -\frac{\Delta E}{K_2}\,(Z_{0A} + Z_{0B}) \tag{14.10}$$

$$V_{0\,(P)} = -\,Z_{0A}\,I_0 = -\,\frac{Z_{0A}\,\Delta E}{K_2}$$

$$V_{2\,(P)} = -\,Z_{2A}\,I_2 = -\,\frac{Z_{2A}\,\Delta E}{K_2}$$

$$V_{1\,(P)} = E'_A - Z_{1A}\,I_1 = E'_A - \frac{Z_{1A}\,\Delta E}{K_2}$$

De modo que:

$$I_a = \frac{3\,\Delta E}{K_2}$$

$$I_b = I_c = 0$$

14.3.3. Impedancias serie desequilibradas

Un efecto similar, aunque menos grave que el de las fases abiertas, produce la conexión de una impedancia anormal en una de las fases. Es una situación que se presenta, por ejemplo, en caso de reemplazar temporalmente una unidad monofásica defectuosa en un banco de transformadores por otra de características diferentes.

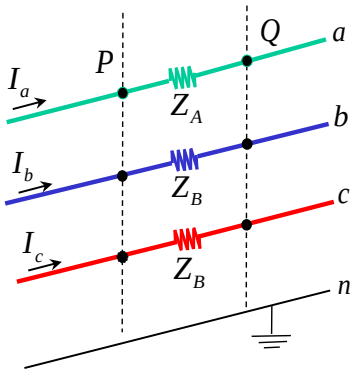


Figura 14.8: Impedancias en serie desequilibradas

Las condiciones de fallas son (ver Figura 14.8):

$$\Delta v_a = Z_A I_a \qquad (14.12)$$
$$\Delta v_b = Z_B I_b$$
$$\Delta v_c = Z_B I_c$$

Es decir:

$$\Delta v_0 + \Delta v_1 + \Delta v_2 = Z_A I_0 + Z_A I_1 + Z_A I_2$$
$$\Delta v_0 + h^2 \Delta v_1 + h \Delta v_2 = Z_B I_0 + h^2 Z_B I_1 + h Z_B I_2$$
$$\Delta v_0 + h \Delta v_1 + h^2 \Delta v_2 = Z_B I_0 + h Z_B I_1 + h^2 Z_B I_2$$

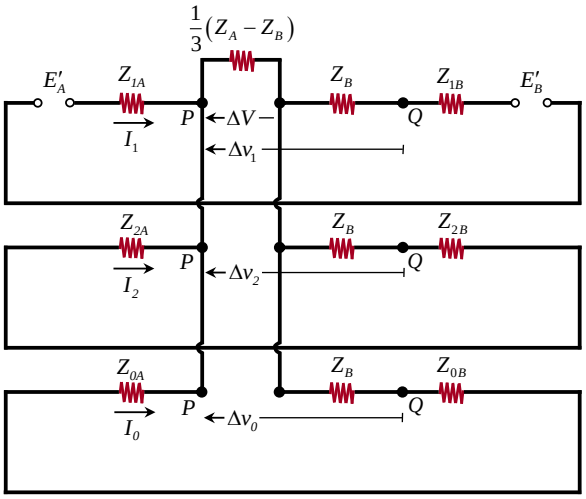


Figura 14.9: Mallas caso impedancias desequilibradas

De donde:

$$\Delta v_0 - Z_B I_0 = \Delta v_1 - Z_B I_1 = \Delta v_2 - Z_B I_2 = \Delta V$$
$$(\Delta v_0 - Z_A I_0) + (\Delta v_1 - Z_A I_1) + (\Delta v_2 - Z_A I_2) = 0$$

lo que se puede escribir como:

$$\Delta v_0 - Z_B I_0 + (Z_B - Z_A) I_0] + [\Delta v_1 - Z_B I_1 + (Z_B - Z_A) I_1] + [\Delta v_2 - Z_B I_2 + (Z_B - Z_A) I_2] = 0$$

y reemplazando ΔV:

$$\Delta V = 1/3 (Z_A - Z_B)(I_0 + I_1 + I_2) \qquad (14.13)$$
$$\Delta V = \Delta v_0 - Z_B I_0 = \Delta v_1 - Z_B I_1 = \Delta v_2 - Z_B I_2 \qquad (14.14)$$

Condiciones que se satisfacen conectando las tres mallas (cada una con Z_B en serie), en paralelo a través de una impedancia $(Z_A - Z_B)/3$ (Figura 14.9).

Para la transferencia de potencia activa, esto equivale a conectar en la malla de secuencia positiva la combinación de impedancias Z_B más el paralelo de $(Z_A - Z_B)/3$ con $Z_{2PQ} + Z_B$ y con $Z_{0PQ} + Z_B$ (Figura 14.10).

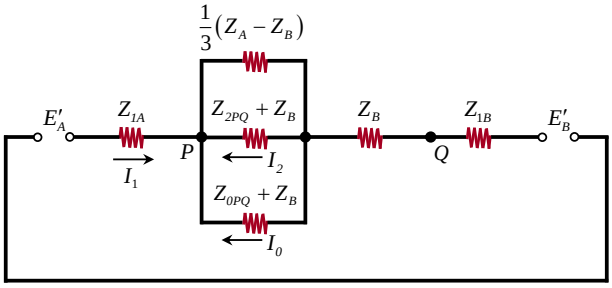


Figura 14.10: Circuito equivalente, en caso de impedancias desequilibradas

Se advierte que si $Z_A = \infty$ y $Z_B = 0$, se tiene el caso ya visto de una fase abierta. Si $Z_A = 0$ y $Z_B = \infty$, se obtiene el caso de dos fases abiertas, pero para llegar a las relaciones ya vistas hay que calcular primero el equivalente de las impedancias en paralelo, antes de hacer tender Z_B a infinito.

14.4. Cortocircuitos

En este caso es costumbre también escribir las ecuaciones correspondien tes a las tres mallas de secuencia, que sonsimétricas e independientes, y vincularlas en el punto de falla por medio de las relaciones impuestas por el cortocircuito que se estudie.

Considerando que este tipo de falla presenta simetría transversal, conviene recurrir a la abstracción de suponer la existencia de unos chicotes (ramas o derivaciones) ideales en cada una de las fases, en los cuales ocurren las fallas (Figura 14.11). Las variables usadas son las **corrientes en** los tres chicotes, I_a, I_b e I_c, y las **tensiones entre** cada chicote y tierra, V_a, V_b y V_c. Salvo que se trate de sistemas radiales, las corrientes de fase I_{aA}, I_{aB}, I_{bA}, I_{bB}, I_{cA} e I_{cB} serán diferentes de las de los chicotes, I_a, I_b e I_c.

Como ya se planteó en el análisis de las fases abiertas, en secuencia positiva las máquinas se representan normalmente por la *fem* tras la reactancia transitoria E', en serie con la reactancia transitoria X'_1. Una importante dificultad que ofrecerá entonces el cálculo de las corrientes de cortocircuito será la de calcular previamente las fem E' en cada uno de los generadores, a partir de las condiciones existentes en el sistema antes de la falla.

Por el tipo de simetría, el problema se suele obviar aplicando superposición (lo que supone circuitos lineales), para analizar por separado la situacion prefalla (de acuerdo con lo visto en el capítulo 11, para lo cual no se requiere calcular E'), y la situación del sistema sometido solamente a la falla (sin transmisión de potencia hacia los consumos). En este último análisis es posible evitar el cálculo de los E' recurriendo al teorema de Thévenin.

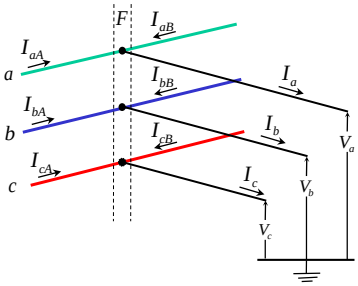


Figura 14.11: Variables para el caso de cortocircuitos

En efecto, la malla de secuencia positiva puede ser reemplazada por una impedancia equivalente Z_{1F}, que se obtiene mediante la reducción de las impedancias que se ven desde F, cuando se cortocircuitan todas las fem que existen en el sistema, en serie con una fem V_F^p, igual a la tensión que existía en F antes de la falla (Figura 14.12), obtenida por ejemplo mediante un estudio de flujo de potencia.

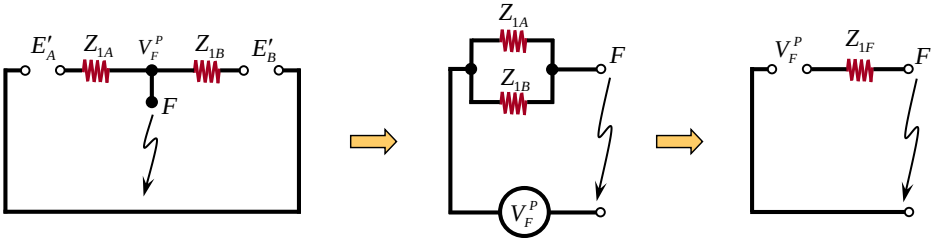


Figura 14.12: Reducción de impedancias, secuencia positiva

En el análisis que sigue se mostrarán las mallas de secuencia positiva incluyendo las fem E', pero se escribirán también las relaciones simplificadas (excluyendo corrientes de carga), válidas para el punto de falla en la malla de Thévenin.

Cuando se necesite conocer las condiciones durante la falla en puntos diferentes del de falla, no es válido trasladar componentes de fase, sino que habrá que **proceder a repartir las corrientes de secuencia I_{0F}, I_{1F} e I_{2F} en las respectivas mallas**. En las mallas de secuencia negativa y cero, en las que no hay fem, ello se hará solo en función de las impedancias (factor de distribución complejo, no real). En la malla de secuencia positiva habrá que considerar además el efecto de las fem E'.

La posterior transformación inversa de las componentes de secuencia en cada una de las barras del sistema permitirá determinar las componentes reales.

14.4.1. Cortocircuito monofásico

Ocurre cuando un objeto conductor (alambre, árbol, etcétera) pone en contacto una de las fases con tierra, o con la estructura de la línea. Para hacer más generales los resultados, se supondrá que la falla ocurre por medio de una impedancia Z_A (Figura 14.13). Esta impedancia (normalmente una resistencia) puede corresponder al arco que se establece en el punto de contacto a tierra (que crece con la tensión de transmisión, y que puede ser de hasta unos 5 Ohm en 220 $[kV]$), o también a la impedancia de paso de la vía a tierra (por ejemplo, un poste de hormigón puede significar una resistencia de hasta 40 [Ohm]. Por otra parte, la

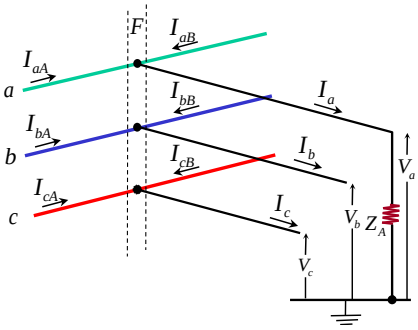


Figura 14.13: Situación para el caso de cortocircuito monofásico

resistencia de pie de torre puede alcanzar valores de hasta unos 25 [Ohm]). Esta resistencia adquiere mayor importancia en las redes de distribución, donde puede limitar fuertemente los cortocircuitos.

Las condiciones de falla son:

$$V_a = Z_A I_a \tag{14.15}$$

$$I_b = I_c = 0$$

de donde se concluye que:

$$I_0 = I_1 = I_2 \tag{14.16}$$

$$V_0 + V_1 + V_2 = 3Z_A I_0$$

lo que revela que el cortocircuito monofásico estará correctamente representado **si las tres mallas de secuencia y la impedancia $3Z_A$ se conectan en serie en el punto de falla** F (Figura 14.14 izquierda)

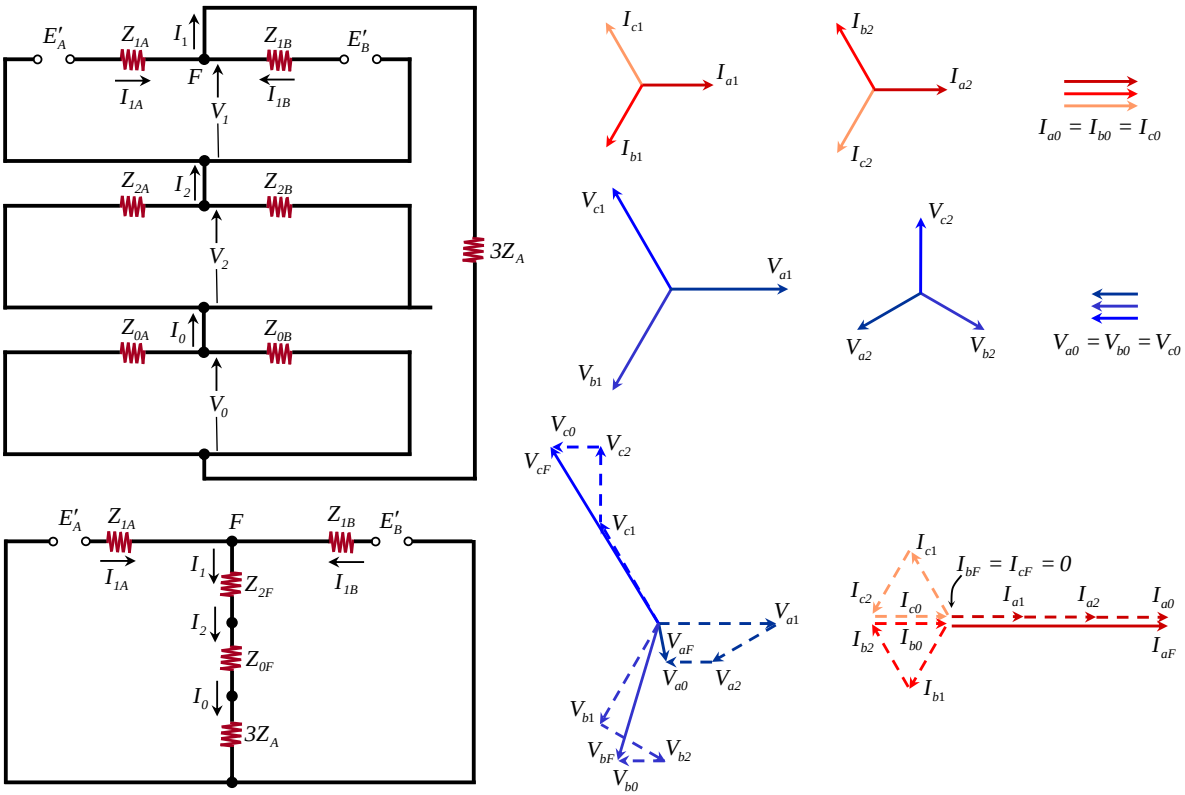


Figura 14.14: Conexión de mallas y diagramas fasoriales, cortocircuito monofásico

Ello equivale a conectar en la malla de secuencia positiva una impedancia equivalente $Z_{2F}+ Z_{0F}+ 3Z_A$, en paralelo entre F y el neutro, en que Z_{2F} es el paralelo de Z_{2A} y Z_{2B}, y Z_{0F} el paralelo de Z_{0A} y Z_{0B}. Con esto se aumenta la impedancia de paso, a $Z_{1A}+ Z_{1B}+ \frac{Z_{1A}\, Z_{1B}}{Z_{2F} + Z_{0F} + 3Z_A}$ y, consecuentemente, se reduce la potencia activa transferida en el sistema .

Por otra parte, siendo Z_{2F} y Z_{1F} fuertemente inductivos, la corriente de falla también lo será. Por último, si $Z_{0F} = \infty$ (sistema levantado de tierra), no hay falla.

Si se aplica superposición, y considerando el circuito equivalente de Thévenin (situación solo con falla, sin corrientes de carga), se pueden escribir las siguientes relaciones para el punto de falla:

$$I_{0F} = I_{1F} = I_{2F} = \frac{V_F^p}{K_{1F}}$$

$$
\begin{aligned}
V_{1F} &= \frac{V_F^p}{K_{1F}}\ (Z_{2F} + Z_{0F} + 3\,Z_A) \\
V_{2F} &= -\frac{V_F^p}{K_{1F}}\ Z_{2F} \\
V_{0F} &= -\ \frac{V_F^p}{K_{1F}}\ Z_{0F}
\end{aligned}
\tag{14.17}
$$

con:

$$K_{1F} = Z_{1F} + Z_{2F} + Z_{0F} + 3Z_A$$

de modo que:

$$
\begin{aligned}
I_{aF} &= \frac{3\,V_F^p}{K_{1F}} \\
I_{bF} &= I_{cF} = 0 \\
V_{aF} &= \frac{3\,V_F^p\,Z_A}{K_{1F}} \\
V_{bF} &= -\ \frac{j\,\sqrt{3}\,V_F^p}{K_{1F}}\ \left(Z_{2F} - h\,Z_{0F} + j\,\sqrt{3}\,h^2\,Z_A\right) \\
V_{cF} &= \frac{j\,\sqrt{3}\,V_F^p}{K_{1F}}\ \left(Z_{2F} - h^2\,Z_{0F} - j\,\sqrt{3}\,h\,Z_A\right)
\end{aligned}
\tag{14.18}
$$

La Figura 14.14 derecha ilustra la situación.

14.4.2. Cortocircuito bifásico a tierra

Para generalizar los resultados, se supondrá que la falla ocurre mediante una combinación de impedancias Z_A y Z_B (Figura 14.15).

Las condiciones de falla son:

$$I_a = 0$$

$$V_b - I_b Z_B = V_c - I_c Z_B \tag{14.19}$$

$$V_b = I_b(Z_A + Z_B) + I_c Z_A$$

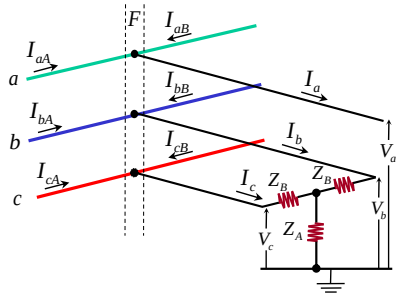


Figura 14.15: Situación para el caso de cortocircuito bifásico a tierra

de donde:

$$I_0 + I_1 + I_2 = 0$$

$$V_0 + h^2V_1 + hV_2 - I_0Z_B - h^2I_1Z_B - hI_2Z_B = V_0 + hV_1 + h^2V_2 - I_0Z_B - hI_1Z_B - h^2I_2Z_B$$

$$V_0 + h^2V_1 + hV_2 = I_0(2Z_A + Z_B) + h^2I_1Z_B + (h^2 + h)I_1Z_A + hI_2Z_B + (h + h^2)I_2Z_A$$

es decir:

$$I_0 + I_1 + I_2 = 0 \tag{14.20}$$

$$V_0 - I_0(3Z_A + Z_B) = V_1 - I_1Z_B = V_2 - I_2Z_B \tag{14.21}$$

lo que indica que **las tres mallas de secuencia se conectan en paralelo, incluyendo $\mathbf{Z}_B$ en serie con cada malla y $\mathbf{3Z}_A$ en serie con la de secuencia cero**, (Figura 14.16 en la página que sigue):

Ello equivale a conectar en la malla de secuencia positiva una impedancia equivalente Z_B+ $(Z_{2F} + Z_B)(Z_{0F} + Z_B + 3Z_A)\,/\,(Z_{2F} + Z_{0F} + 2Z_B + 3Z_A)$, en paralelo entre F y el neutro. En esta forma se aumenta fuertemente la impedancia de paso, y consecuentemente se reduce la potencia activa transferida.

Llamando $K_{2F}\ = (Z_{1F} + Z_B)(Z_{2F} + Z_B)$+ $(Z_{1F} + Z_{2F} + 2Z_B)(Z_{0F} + Z_B + 3Z_A)$, las relaciones válidas para el punto de falla en el circuito equivalente de Thévenin, son:

$$I_{1F} = \frac{V_F^p}{K_{2F}} \left(Z_{2F} + Z_{0F} + 2\,Z_B + 3\,Z_A\right)$$
$$I_{2F} = -\,\frac{V_F^p}{K_{2F}}\ \left(Z_{0F} + Z_B + 3\,Z_A\right)$$
$$I_{0F} = -\,\frac{V_F^p}{K_{2F}} \left(Z_{2F} + Z_B\right)$$

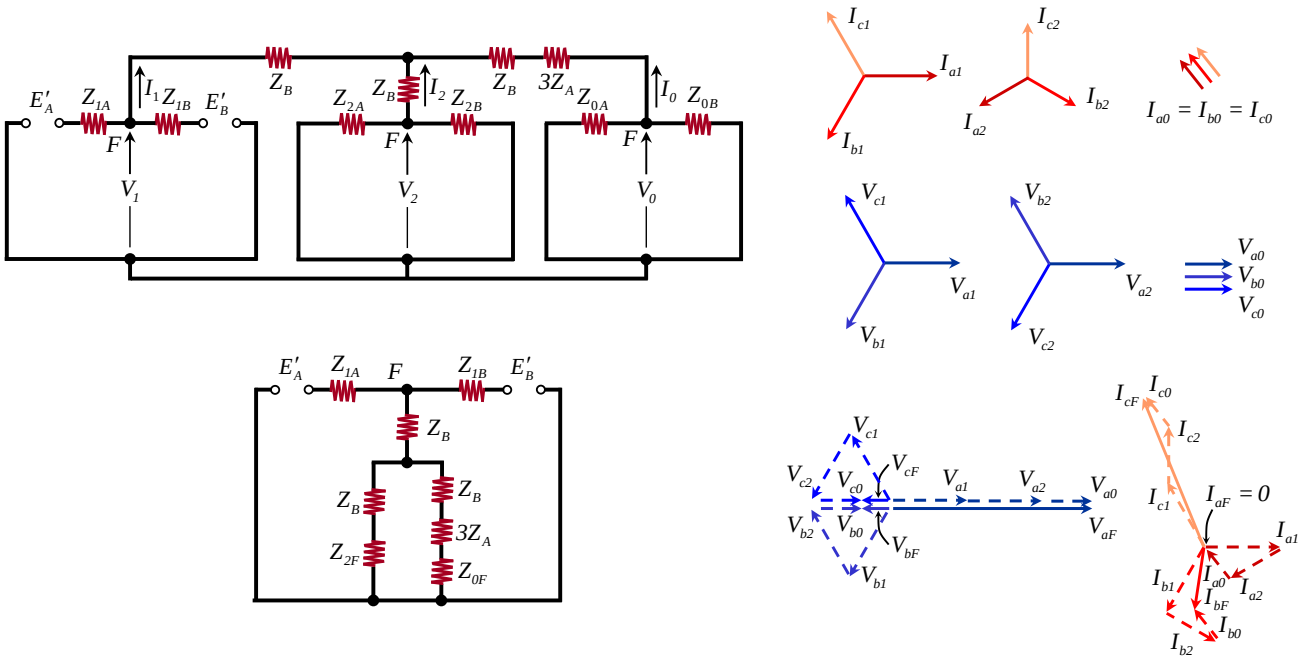


Figura 14.16: Cortocircuito bifásico a tierra, conexión de mallas (izquierda), tensiones y corrientes (derecha)

$$V_{1F} = \frac{V_F^p}{K_{2F}}\ \left[\left(Z_{2F} + 2\,Z_B\right)\ \left(Z_{0F} + Z_B + 3\,Z_A\right) + Z_B\ \left(Z_{2F} + Z_B\right)\right] \tag{14.22}$$
$$V_{2F} = \frac{V_F^p}{K_{2F}}\ Z_{2F}\ \left(Z_{0F} + Z_B + 3\,Z_A\right)$$
$$V_{0F} = \frac{V_F^p}{K_{2F}}\ Z_{0F}\ \left(Z_{2F} + Z_B\right)$$

De modo que:

$$V_{aF} = \frac{3\,V_F^p}{K_{2F}} \left(Z_{2F} + Z_B\right)\ \left(Z_{0F} + Z_B + 2\,Z_A\right)$$
$$V_{bF} = -\frac{V_F^p}{K_{2F}} \left\{3Z_{2F}Z_A + Z_B(Z_{2F} - Z_{0F})\left(1 - h^2\right)\right\} + \frac{V_F^p}{K_{2F}} 3Z_B\,h^2\left(Z_{0F} + Z_B + 2Z_A\right)$$
$$V_{cF} = -\frac{V_F^p}{K_{2F}} \left\{3\,Z_{2F}\,Z_A + Z_B(Z_{2F} - Z_{0F})\left(1 - h\right)\right\} + \frac{V_F^p}{K_{2F}} 3Z_B h\left(Z_{0F} + Z_B + 2\,Z_A\right) \tag{14.23}$$
$$I_{aF} = 0$$
$$I_{bF} = \frac{V_F^p}{K_{2F}}\ \left[\left(Z_{2F} + Z_B\right)\left(h^2 - 1\right) + \left(Z_{0F} + Z_B + 3\,Z_A\right)\left(h^2 - h\right)\right]$$
$$I_{cF} = \frac{V_F^p}{K_{2F}}\ \left[\left(Z_{2F} + Z_B\right)\left(h - 1\right) - \left(Z_{0F} + Z_B + 3\,Z_A\right)\left(h^2 - h\right)\right]$$

La Figura 14.16 derecha ilustra la situación.

14.4.3. Cortocircuito bifásico

Ya se dijo que este tipo de falla es muy poco frecuente. Además, produce sobrecorrientes inferiores a las de los otros tipos de cortocircuitos, por lo que solo se le calcula en casos excepcionales. Sin embargo, el análisis de un cortocircuito bifásico por medio de una impedancia Z_A resulta interesante en cuanto corresponde al de una carga desequilibrada conectada entre dos fases (Figura 14.17).

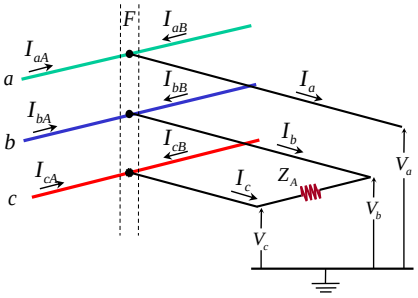


Figura 14.17: Situación cortocircuito bifásico

Las condiciones de falla son:

$$I_a = 0$$

$$I_b + I_c = 0 \tag{14.24}$$

$$V_b = V_c + Z_A I_b$$

De donde:

$$I_0 = 0$$

$$I_1 + I_2 = 0 \tag{14.25}$$

$$V_1 = V_2 - Z_A I_2$$

lo que indica que **la malla de secuencia cero no interviene, y que las mallas de secuencia positiva y negativa se conectan en paralelo por medio de la impedancia** Z_A (ver Figura 14.18 izquierda).

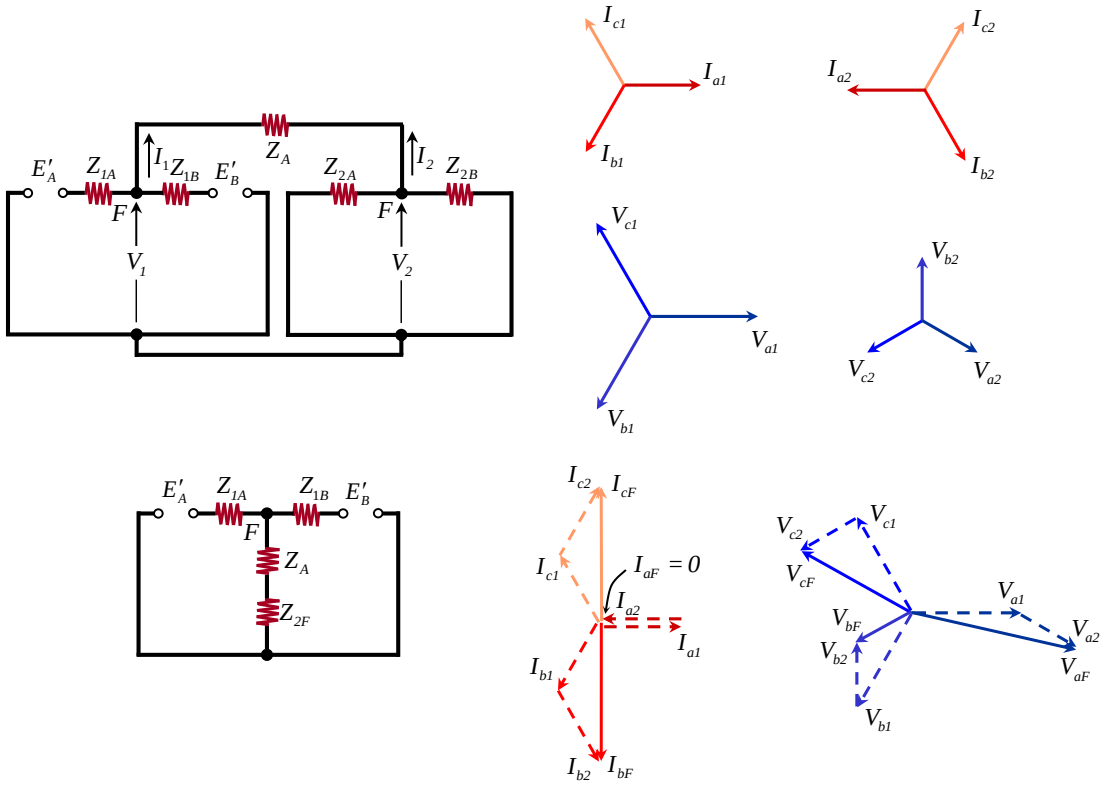


Figura 14.18: Conexión de mallas y diagramas fasoriales, cortocircuito bifásico

Llamando $K'_{2F} = Z_{1F} + Z_{2F} + Z_A$, se tiene que las relaciones válidas para el punto de falla, en el circuito equivalente de Thévenin, son (ver representación fasorial en la Figura 14.18 derecha):

$$
\begin{aligned}
I_{1F} &= -\,I_{2F} = \frac{V_F^p}{K'_{2F}} \\
I_{0F} &= 0 \\
V_{0F} &= 0 \\
V_{1F} &= \frac{V_F^p}{K'_{2F}}\ (Z_{2F}\ +\ Z_A) \\
V_{2F} &= \frac{V_F^p\, Z_{2F}}{K'_{2F}}
\end{aligned}
\tag{14.26}
$$

de modo que:

$$
\begin{aligned}
I_{aF} &= 0 \\
I_{cF} &= -\,I_{bF} = \frac{j\sqrt{3}\,V_F^p}{K'_{2F}} \\
V_{aF} &= \frac{V_F^p}{K'_{2F}}\ (2\,Z_{2F} + Z_A) \\
V_{bF} &= -\frac{V_F^p}{K'_{2F}}\ \left(Z_{2F} - h^2\,Z_A\right) \\
V_{cF} &= -\frac{V_F^p}{K'_{2F}}\ (Z_{2F} - h\,Z_A)
\end{aligned}
\tag{14.27}
$$

14.4.4. Cortocircuito trifásico

Es el que produce normalmente la solicitación más severa (Figura 14.19).

Suponiendo primero que la falla incluye además una conexión a tierra a través de Z_A, las condiciones en el punto de falla son:

$$V_a = V_b = V_c = Z_A(I_a + I_b + I_c) \tag{14.28}$$

A partir de $V_b = V_c$ se concluye que $V_1 = V_2$,

A partir de $V_a = V_b$, se concluye que$V_1 = 0$, (14.29)

A partir de $V_a = Z_A(I_a + I_b + I_c)$ se concluye que $V_0 = 3Z_A I_0$

o sea, las tres mallas de secuencia son independientes, las de secuencia positiva y negativa están cerradas sobre sí mismas, y la de secuencia cero lo está a través de $3Z_A$. Como las mallas de secuencia negativa y cero son pasivas, y no hay acoplamiento entre mallas, $I_2\ = I_0\ = 0$ y $V_0\ = 0$ (Figura 14.20).

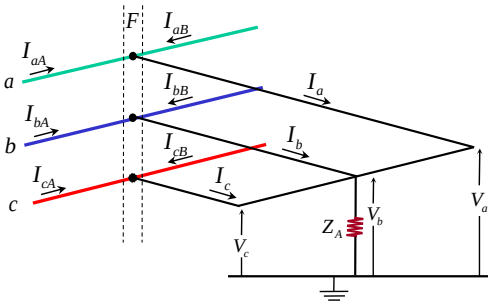


Figura 14.19: Cortocircuito trifásico

La situación de la malla de secuencia positiva no se altera si el cortocircuito incluye o no un contacto a tierra a través de Z_A. Se advierte que con este tipo de falla se interrumpe totalmente la transmisión de potencia a través del elemento fallado.

Las relaciones válidas para el punto de falla son:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{V_F^p}{Z_{1F}} \\
I_{2F} &= I_{0F} = 0 \\
V_{1F} &= V_{2F} = V_{0F} = 0
\end{aligned}
\tag{14.30}
$$

de donde:

$$
\begin{aligned}
I_{aF} &= \frac{V_F^p}{Z_{1F}} \\
I_{bF} &= \frac{h^2\,V_F^p}{Z_{1F}} \\
I_{cF} &= \frac{h\,V_F^p}{Z_{1F}} \\
V_{aF} &= V_{bF} = V_{cF} = 0
\end{aligned}
\tag{14.31}
$$

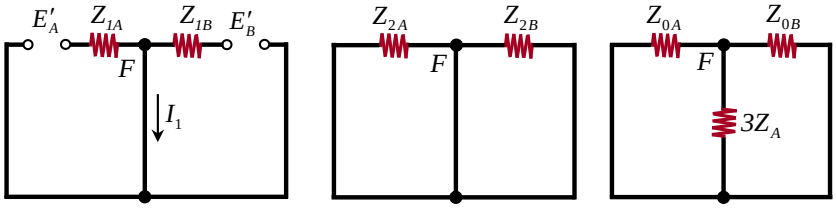


Figura 14.20: Conexión de mallas, cortocircuito trifásico

14.5. Simplificaciones en el cálculo de cortocircuitos

Ya se indicó que la principal dificultad en el cálculo de cortocircuitos radica en la determinación de las fem E', y que una forma de evitarla es la de descomponer el problema en dos partes: el estado prefalla y el estado hipotético con la sola falla. Esta forma de trabajar implica que los consumos pasivos serán representados por impedancias constantes (circuitos lineales).

Cuando se trata de estudios de diseño del sistema, o sea, de estudios del tipo preventivo, en los que se pretende verificar las solicitaciones máximas posibles para determinados equipos, se pueden despreciar las corrientes prefalla, considerando que tienen valores muy inferiores a los de las corrientes de falla, y que son predominantemente resistivas, mientras que estas últimas son fuertemente inductivas. (Esta simplificación no es tan clara en las redes de distribución, donde por la influencia de Z_A, las corrientes de falla pueden ser semejantes a las de carga.)

El poco efecto de las ramas paralelo de las mallas, sobre la corriente de cortocircuito (debido en parte a la disminución de tensión que acompaña a la falla), hace que a menudo se les desprecie en el cálculo manual, ya que con ello se simplifica bastante la reducción de mallas. Esta simplificación incluye no solo las admitancias paralelo de las líneas aéreas, que son pequeñas, sino a menudo también las admitancias constantes que representan los consumos.

En los estudios preventivos se suele evitar incluso el cálculo de V_F^p, que estará normalmente en el rango 0,95 a 1,05 p.u., suponiéndolo igual a la tensión nominal (1,0 p.u.). En el caso de sistemas de transmisión, en los que las tensiones de operación pueden ser superiores a la nominal, y para disponer además de cierto coeficiente de seguridad en los resultados, se suele adoptar $V_F^p = 1,1$ pu.

En cálculos más aproximados (sobre todo cuando se deben hacer en forma manual) se suelen despreciar además las resistencias, y se supone $x_1 = x_2$ (lo que no es válido para fallas cercanas a las máquinas). Las resistencias deben ser consideradas de todas maneras, si las líneas poseen conductores inferiores a 4/0 AWG (distribución o subtransmisión), o si existen cables de poder de un largo importante, o resistencias de neutro, o también si la falla se produce a través de una resistencia de falla grande.

14.6. Sobrecorrientes

Al producirse cortocircuitos, circularán por las fases falladas corrientes que normalmente (¡pero no siempre!) serán superiores a la nominal. En general, la mayor solicitación se producirá con el cortocircuito trifásico, pero, según sea la combinación de impedancias de secuencia en el punto de falla, habrá también situaciones en las que ella se produzca con otros tipos de cortocircuitos.

14.6.1. Sobrecorrientes de fase

Como una forma de apreciar cuándo esta situación puede ocurrir en la práctica, se desarrollarán expresiones para la razón entre la mayor corriente por fase en cada tipo de cortocircuito y la corriente de falla trifásica, partiendo del circuito equivalente de Thévenin. Conviene, sí, tener presente que las expresiones que se deriven, válidas para el punto de falla, tendrán solo un valor informativo para el resto del sistema, ya que la distinta repartición de las corrientes de secuencia en las mallas respectivas hace que no se puedan dar límites generales, válidos para cualquier red, o puntos diferentes de una misma red.

La relación (14.18) indica que para el cortocircuito monofásico a tierra se tiene:

$$I_{a(1\,\phi\,t)} = \frac{3\,V_F^p/Z_{1F}}{1\ +\ Z_{2F}/Z_{1F}\ +\ Z_{0F}/Z_{1F}\ +\ 3\,Z_A/Z_{1F}}$$

en que los Z_{iF} son las impedancias de secuencia vistas desde el punto de falla (Z_{1F} incluye normalmente las reactancias transitorias de los generadores) y Z_A es la impedancia de la falla. Normalmente $R_1 \approx R_2 \approx 0$, y si se supone $Z_A = R_F$,

$$I_{a\ (1\,\phi\,t)} = \frac{3\,I_{3\,\phi}}{(1\ +\ X_{2F}/X_{1F}\ +\ X_{0F}/X_{1F}\ -\ j\ (R_{0F}\ +\ 3\,R_F)/X_{1F}}$$

relación que indica que la corriente de falla monofásica puede ser mayor que la de falla trifásica, pero solo si $X_{2F} \leqslant X_{1F}$ (lo que realmente ocurre en la mayoría de las redes, mientras el estudio no se refiera al período subtransitorio), si además $X_{0F} \leqslant X_{1F}$, y si por último, R_0 y R_F son muy pequeñas ($R_{0F}+ 3R_F \leqslant 2,25X_{1F}$), combinación de impedancias de secuencia que solo se presenta en algunos puntos específicos de las redes eléctricas (por ejemplo, a continuación de un transformador estrella-delta, que interrumpe la malla de secuencia cero). **El mayor valor práctico posible para una falla monofásica sería** $2I_{3\phi}$, cuando $R_{0F} = R_F = X_{0F} = 0$, y $X_{2F} = 0,5X_{1F}$ (valores inferiores de X_{2F} no serían reales).

Sin embargo, las corrientes podrían resultar bastante elevadas, si acaso hay un desfase superior a 90° entre Z_{1F} y Z_{0F}, lo que solo es posible siendo Z_{0F} capacitivo (redes aisladas de tierra) y menor que $5Z_{1F}$. En el caso teórico de un desfase de 180°, $X_{2F} = X_{1F}$ y $X_{0F} = 2X_{1F}$, se llegaría a $I_{a(1\phi t)} = \infty$.

Para el cortocircuito bifásico a tierra, con $R_1 = R_2 = Z_B = 0$ y $Z_A = R_F$, las expresiones (14.19) y (14.23) llevan a que:

$$\frac{I_{2\,\phi\,t}}{I_{3\,\phi}} = \frac{0,866\,\left[(X_{2F}\ +\ 2\,X_{0F}) - j\ \left(2\,R_{0F}\ +\ 6\,R_F\ +\ \sqrt{3}\,X_{2F}\right)\right]}{\left(1+\frac{X_{2F}}{X_{1F}}\right)(R_{0F}\ +\ 3\,R_F) + j\ \left[X_{2F} + X_{0F}\ \left(1+\frac{X_{2F}}{X_{1F}}\right)\right]}$$

expresión bastante más complicada, pero que indica que la corriente durante una falla bifásica a tierra también puede ser mayor que aquella durante una falla trifásica, pero siempre que $X_{0F} \leqslant X_{1F}$, y que R_{0F} y R_F sean pequeñas ($R_{0F}+\ 3R_F \leqslant 4,5X_{1F}$, si $X_{2F} = X_{1F}$), combinación que solo se presenta en algunos puntos específicos de las redes eléctricas.

Sin embargo, en la medida en que $X_{2F} < X_{1F}$, la razón $I_{(2\phi t)}\,/\,I_{(3\phi)}$ será mayor que uno para valores progresivamente mayores de X_{0F} y de $R_{0F}\ +\ 3R_f$. Si $X_{2F} \leqslant 0,73X_{1F}$, ello ocurre para cualquier valor de X_{0F} y de $R_{0F}+\ 3R_F$.

A pesar de que la corriente de falla bifásica a tierra es mayor que la de la falla monofásica, para la mayoría de las combinaciones de valores de X_{2F}, X_{0F} y $R_{0F}+\ 3R_F$, **la mayor corriente posible con falla bifásica a tierra, cuando las redes son inductivas ($1,8I_{3\phi}$), es inferior a la que se puede presentar con falla monofásica ($2I_{3\phi}$).**

También en este caso podrían presentarse corrientes muy elevadas, si hubiera un desfase superior a 90° entre Z_{1F} y Z_{0F}, lo que solo es posible siendo Z_{0F} capacitivo (redes levantada de tierra). En esta situación se llegaría en teoría a $I_{2\phi t} = \infty$, si el desfase es de 180° y $X_{0F} = 0,5X_{1F}$.

El cortocircuito bifásico sin tierra produce corrientes similares a las de cortocircuito trifásico, siendo ellas mayores solo en el caso que $X_{2F} \leqslant 0,73X_{1F}$ y $R_F \leqslant 0,866X_{1F}$, ya que:

$$\frac{I_{2\phi}}{I_{3\phi}} = \frac{j\,\sqrt{3}}{(1\ +\ X_{2F}/X_{1F}) - jR_F/X_{1F}}.$$

14.6.2. Sobrecorrientes residuales

Así como la mayor corriente por fase corresponderá normalmente a la falla trifásica, la mayor corriente residual corresponderá generalmente a la falla monofásica:

$$\left[I_{res} = 3\,V_F^p/(Z_{1F}\ +\ Z_{2F}\ +\ Z_{0F}\ +\ 3Z_F) \approx 3\,V_F^p/(2X_{1F}\ +\ X_{0F})\right].$$

Existen, eso sí, algunas combinaciones de impedancias de secuencia para las cuales la mayor corriente residual se produce con la falla bifásica a tierra:

$$I_{res}\ =\ 3V_F^p\,Z_{2F}/[Z_{1F}Z_{2F}\ +\ (Z_{1F}\ +\ Z_{2F})(Z_{0F}\ +\ 3Z_F)]\ \approx\ 3V_F^p/(X_{1F}\ +\ 2X_{0F})$$

$$\frac{I_{0\,(2\phi t)}}{I_{0\,(1\phi t)}} = \frac{\left(X_{1F}\,X_{2F}\ +\ X_{2F}\,X_{0F}\ +\ X_{2F}^2\right)\ -\ j\,X_{2F}\ (R_{0F}\ +\ 3\,R_F)}{(X_{1F}\,X_{2F}\ +\ X_{2F}\,X_{0F}\ +\ X_{0F}\,X_{1F})\ -\ j\ (X_{1F}\ +\ X_{2F})\ (R_{0F}\ +\ 3\,R_F)}$$

La razón puede ser mayor que uno si $R_{0F}+\ 3R_F \leqslant X_{1F}$, si X_{2F} es grande, y si $(X_{0F}/X_{1F}) \leqslant (X_{2F}/X_{1F})^2$. **El mayor valor práctico que se puede alcanzar en redes inductivas es** $2I_{0(1\phi t)}$, cuando $R_{0F} = R_F = X_{0F} = 0$ y $X_{2F} = X_{1F}$. En teoría, cuando $X_{2F} > X_{1F}$ (lo que ocurre rara vez, y solo si se trata de estudios en el período subtransitorio, o de máquinas de polos salientes sin amortiguadores), podrían presentarse valores mayores. También podrían existir corrientes residuales muy grandes si acaso X_{0F} es capacitiva (redes aisladas de tierra). En esta situación se llegaría en teoría a $I_{0(2\phi t)} = \infty$, si el desfase entre Z_{0F} y Z_{1F} es de 180 y $X_{0F} = 0,5X_{1F}$.

14.7. Limitación de las corrientes de cortocircuito

En la medida en que crecen los SEP, aumentan también los niveles de cortocircuito y, consecuentemente, las solicitaciones para los equipos e interruptores involucrados. La simple inspección de las fórmulas encontradas para las corrientes de falla indica que solo hay dos formas de limitarlas, reducir la tensión de operación o aumentar las impedancias del sistema (no se considera aquí la posibilidad de limitar las corrientes mediante fusibles, que interrumpen el circuito si se alcanza cierto valor de sobrecorriente, por tratarse de elementos de protección, y no de prevención).

Desexcitar las máquinas no es conveniente, ya que resulta peligroso para la estabilidad transitoria, como se verá en los próximos capítulos. Por lo demás, tiene un efecto secundario sobre la magnitud de la corriente, ya que la

excitación solo puede ser variada dentro de rangos relativamente estrechos.

El aumento de la impedancia equivalente del sistema se puede lograr aumentando las reactancias propias de los elementos, intercalando impedancias especiales, o modificando la topología del sistema.

Aumentar la reactancia propia de los elementos es caro, y no siempre se puede, sobre todo si gran parte del sistema ya existe. Las impedancias serie tampoco son atractivas, puesto que aumentan las caídas de tensión y limitan la operación en condiciones normales, además de introducir pérdidas grandes y permanentes. Por ello, las reactancias serie solo se usan cuando no hay otra solución, y más que nada en el caso de ampliaciones de centrales ya en servicio (con el fin de mantener en uso el equipo ya existente, de una baja capacidad de cortocircuito), donde el problema de operación es menos grave (Figura 14.21 en página siguiente).

Las fallas a tierra, en cambio, se pueden limitar intercalando una impedancia Z_N (ya sea una resistencia o un reactor monofásico), entre el neutro de un transformador y tierra. El efecto es equivalente a poner $3Z_N$ en la malla de secuencia cero.

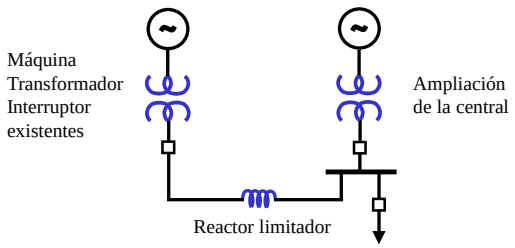


Figura 14.21: Reactor limitador de corriente

Un caso particular de los reactores de neutro, muy usado en Europa, lo constituyen **las bobinas de autoexcitación** o **bobinas de Petersen.** Estos reactores se calculan de modo de producir resonancia con la capacidad de secuencia cero C_0 de la red $(3X_N + X_{0T})\omega C_0 = 1$.

Ello solo es posible en el caso de líneas cortas, en las que es razonable aceptar que la capacidad C_0 está conectada en el extremo de la línea. Esta forma de calcular el reactor tiene la gran ventaja de hacer muy grande la impedancia de falla (infinita si no fuera por el efecto de las resistencias), con lo cual se consigue la autoextinción de todas las fallas de carácter fugaz (que, como ya se dijo, constituyen la mayoría de las fallas reales), sin necesidad de abrir interruptores ni de operar protecciones.

Una razón importante para el crecimiento del nivel de cortocircuito es la superposición de sistemas de transmisión en tensiones cada vez más elevadas. En tales casos, la única forma efectiva de limitar los niveles de cortocircuito es modificar la topología del sistema, abriendo las mallas originalmente cerradas en los niveles inferiores de tensión.

14.8. Sobretensiones

La redistribución de corrientes que caracteriza un cortocircuito viene acompañada de una redistribución de tensiones. Es frecuente que las tensiones en las fases sanas alcancen transitoriamente valores superiores a los nominales, lo que afecta la fijación de los niveles de aislamiento correspondientes, las características de operación de los pararrayos, etcétera. Estas tensiones serán mayores cuando la falla va acompañada de la presencia de arcos intermitentes. Normalmente serán también mayores en las situaciones en las que las sobrecorrientes en las fases falladas son menores.

Por ejemplo, para una falla monofásica en la fase a, la mayor tension fase-neutro se presentará en la fase c, y dependerá fundamentalmente de R_F:

$$\frac{V_c}{V_F^p} = \frac{-0,866\left[X_{0F} + 2X_{2F} + \sqrt{3}\,(R_{0F} + R_F) - j\left(R_{0F} + 3R_F - \sqrt{3}\,X_{0F}\right)\right]}{R_{0F} + 3R_F + j\,(X_{1F} + X_{2F} + X_{0F})}$$

relación que es mayor que uno, salvo para el caso de valores muy pequeños de $R_{0F}+ 3R_F$ y de X_{0F}.

La mayor sobretensión posible, para falla monofásica en redes inductivas, es $1,9V_F^p$. Si Z_{0F} es capacitivo (redes levantadas de tierra), las sobretensiones resultan más altas, llegando a infinito en el caso teórico de un desfase de 180° entre Z_{1F} y Z_{0F}, y con $X_{0F} = 2X_{1F}$.

La tensión transitoria entre las fases b y c, en cambio, permanecerá igual a la nominal, o algo inferior a ella, debido al distinto desfase que experimentan V_{bF} y V_{cF}, salvo en el caso poco frecuente de tener $X_{2F} > X_{1F}$:

$$\frac{V_{cb}}{\sqrt{3}\,V_F^p} = \frac{j\,(3R_F + Z_{oF} + 2Z_{2F})}{3R_F + Z_{oF} + Z_{1F} + Z_{2F}}$$

Para falla bifásica a tierra:

$$\frac{V_a}{V_F^p} = \frac{3\left[(2R_F - X_{2F}X_{0F}) + jR_{0F}X_{2F}\right]}{(X_{1F}X_{2F} + X_{2F}X_{0F} + X_{0F}X_{1F}) - j\,(R_{0F} + 3R_F)\,(X_{1F} + X_{2F})}$$

valor que será mayor que uno solo si $X_{2F} \geqslant 0,73X_{1F}$, y en la medida en que R_{0F} y R_F sean grandes. En todo caso, las tensiones son menores que para falla monofásica, y **el mayor valor posible para la sobretensión con**

falla bifásica a tierra en redes inductivas es $1,5V_F^p$.

Si Z_{0F} es capacitiva (redes levantadas de tierra), las sobretensiones resultan más elevadas, en especial si $X_{0F} \leqslant X_{1F}$. En el caso teórico en que el desfase entre Z_{1F} y Z_{0F} es de 180° , y con $X_{0F} = 0,5X_{1F}$, se llega al valor infinito.

Para falla bifásica sin tierra no se producen sobretensiones en la fase sana, salvo en el caso poco frecuente de tener $X_{2F} > X_{1F}$:

$$\frac{V_a}{V_F^p} = \frac{R_F \ + \ j\,2\,X_{2F}}{R_F \ + \ j\ (X_{1F} \ + \ X_{2F})}$$

14.8.1. Sistemas aislados de tierra

Si un sistema opera aislado de tierra, la malla de secuencia cero se cierra a través de las capacidades paralelo, de modo que Z_{0F} será capacitiva y grande (generalmente $X_{0F} \geqslant 5X_{1F}$), por lo que la corriente I_{0F} será menor. Como consecuencia, la mayoría de las fallas fugaces (monofásicas) se autoextinguirá, favoreciendo la continuidad del servicio, lo que constituye la gran ventaja de esta forma de operar un sistema. La corriente I_{0F} aumenta, sin embargo, si crece el tamaño del sistema, y la probabilidad de que el arco se autoextinga disminuye con longitudes de línea superiores a unos 50 $[km]$.

Por otra parte, toda falla monofásica irá acompañada de sobretensiones en las fases sanas, lo que obliga a sobredimensionar el aislamiento de los equipos, encareciéndolos. El fenómeno puede resultar más exagerado en el caso de líneas largas, si acaso la corriente capacitiva de secuencia cero de las líneas debe circular a través de la reactancia serie de otros elementos, elevando así la tensión de secuencia cero (efecto Ferranti, ver Sección 8.7.1). Con ello se puede llegar a que el punto de tierra N quede fuera del triángulo de tensiones de línea abc (Figura 14.22, hecha con $Z_F = 0$), aumentando así las tensiones aplicadas a las fases sanas.

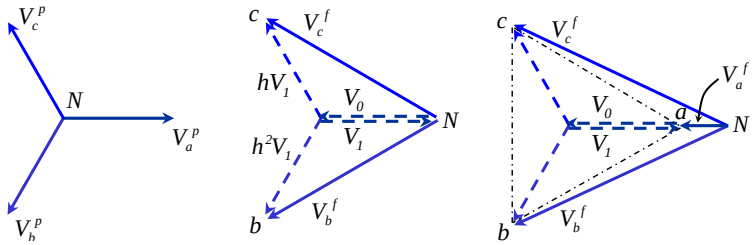


Figura 14.22: Diagrama de tensiones, desplazamiento del neutro

14.8.2. Sistemas efectivamente puestos a tierra

La práctica ha llevado a preferir los sistemas en los que los neutros están sólidamente conectados a tierra, debido a las menores sobretensiones y, por ello, al menor costo de los equipos. En todo caso, el solo hecho de que los neutros de los transformadores estén sólidamente conectados a tierra no impide la aparición de sobretensiones en el sistema. Si la reactancia de secuencia cero del sistema es alta, las sobretensiones pueden ser de importancia, y exigir un aislamiento de los equipos semejante, o incluso superior, al de un sistema aislado de tierra.

Se define entonces como **sistema efectivamente puesto a tierra,** a aquel en el que para cualquier configuración de trabajo (cualquier número de generadores, líneas o transformadores en servicio) se cumple que $R_{0F} \leqslant X_{1F}$ y que $X_{0F} \leqslant 3X_{1F}$, de modo que las sobretensiones posibles sean razonables (inferiores al 80 % de la tensión nominal entre fases, o sea, al 140 % de la tensión nominal fase-neutro), y siempre menores que si el sistema estuviera aislado de tierra. El límite $3X_{1F}$ corresponde a mallas de secuencia cero relativamente resistivas ($R_{0F} = X_{1F}$). Si $R_{0F} = 0$, el límite de reactancia se puede subir a $X_{0F} = 5X_{1F}$.

14.9. Cálculos sistemáticos de cortocircuitos

Con el desarrollo de la computación son cada vez más comunes los programas para el cálculo de cortocircuitos. El procedimiento que se sigue normalmente no es más que una sistematización de los métodos manuales, en el que en vez de calcular las corrientes de secuencia en el punto de falla, para luego repartirlas por las tres mallas, se prefiere calcular directamente las tensiones en los distintos nudos, con ayuda de un modelo nodal de impedancias. Conocidas las tensiones durante la falla, pueden calcularse a continuación las corrientes por las diversas ramas. Dada la rapidez del cálculo digital, no hace falta recurrir a las aproximaciones adoptadas en el cálculo manual, y la matriz de impedancias podrá incluir, por ejemplo, las admitancias paralelo.

Ya se dijo que las tensiones posfalla (superíndice f) se pueden obtener como la superposición de la situación prefalla (superíndice p) con la situación durante la sola falla (Thévenin, superíndice ccc):

$$[V^f] = [V^p] + [V^{ccc}] \tag{14.32}$$

Estando $[V^{ccc}]$ planteado en términos de componentes simétricas, es conveniente transformar tambien $[V^f]$ y $[V^p]$ a esas coordenadas. Como el sistema es simétrico y equilibrado antes de la falla, $[V^p]_s = [0\ V^p\ 0]^T$, y la tensión posfalla estará dada por ecuaciones del tipo:

$$[V^f]_s = [V^p]_s + [V_0] + [V_1] + [V_2] \tag{14.33}$$

El cálculo de $[V^p]_s$ se efectúa en la forma que se explicó en el Capítulo 11. Las restantes tensiones se calculan a partir de ecuaciones matriciales del tipo $[V_s] = [Z_s][I_F]_s$, en las que los $[I_F]_s$ son las corrientes de secuencia inyectadas en las distintas barras. Como en realidad no se inyecta corrientes en ninguna de las barras, sino que se extrae corriente exclusivamente en la barra donde ocurre la falla (por ejemplo la q):

$$[I_F]_s = [0\ 0\ 0... - I_{qs}..,0]^T \tag{14.34}$$

Las matrices $[Z_s]$ para cada una de las mallas de secuencia se obtienen invirtiendo las matrices de admitancias nodales $[Y_s]$ respectivas, que a su vez se calculan a partir de la matrices de admitancias primitivas $[Y]$, con ayuda de las matrices de transformación elemento-nudo $[A_s]$. Por ejemplo, $[Y_1] = [A_1]^T[Y][A_1]$.

A estas alturas surgen dos caminos por seguir:

a) La mayoría de los autores prefiere calcular cada tipo de cortocircuito en forma separada, ligando las mallas de secuencia de acuerdo con las relaciones que gobiernan esa falla en el nudo q, determinadas en la Sección 14.4:

$$[I_{qs}] = f\{Z_{qqs}V_q^p\} \tag{14.35}$$

Sustituyendo $[I_{qs}]$ en $[I_F]_s$ se pueden calcular las distintas tensiones:

$$V_{is}^f = V_{is}^p - Z_{iqs}I_{qs} \tag{14.36}$$

y las corrientes totales, consideradas positivas en la dirección de i hacia j valdrán:

$$I_{ijs}^f = Y_{ijs}(V_{is}^f - V_{js}^f) \tag{14.37}$$

Transformando a las componentes de fase se obtendrán las corrientes de fase:

$$[I_{ij}^f] = [T][Y_{ijs}(V_{is}^f - V_{js}^f)] \tag{14.38}$$

b) Otros autores, buscando mayor generalidad, representan la falla por una combinación de impedancias (Figura 14.23 en la página siguiente), que lleva a la matriz $[Z_F]$:

$$[Z_F] = \begin{bmatrix} Z_a + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_b + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_c + Z_g \end{bmatrix} \tag{14.39}$$

Y asignan posteriormente valores a los Z, para distinguir una falla de otra.

En tal caso, para falla en el nudo q, $[Z'_F] = [T]^{-1}[Z_F][T]$, y se puede escribir $[V_{qs}]^f = [Z'_F][I_{qs}]$, tensión que debe ser igual a $[Y_s]^{-1}[I_{qs}] + [V_{qs}^p]$, para el nudo q. Si de esta expresión se aísla la corriente $I_{qs} = (Z'_F + Z_{qqs})^{-1}V_{qs}^p$, la que se sustituye en $[I_F]_s$, ecuación (14.9), se puede continuar el procedimiento de la misma forma que en el método anterior. Este procedimiento conduce sin embargo a indefiniciones en los valores de $[Z'_F]$ para varios tipos de fallas, lo que obliga a seguir procedimientos especiales en tales casos y perder así la supuesta generalidad.

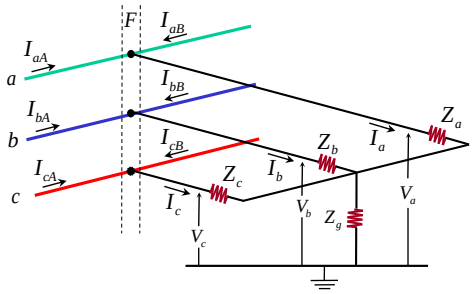


Figura 14.23: Caso general cortocircuitos

Aunque poco prácticos para el caso de problemas sencillos, cualquiera de estos dos enfoques tiene la ventaja de permitir el rápido cálculo de todos los posibles cortocircuitos, en todos los nudos del sistema, una vez calculada $[Y_s]$. Siguiendo el procedimiento manual, cada cortocircuito implicaría realizar de nuevo todos los cálculos.

14.10. Fallas simultáneas

A veces sucede que en un sistema se superponen los efectos de dos fallas, ya sea porque ocurren simultáneamente (por ejemplo, el golpe de un objeto conductor sobre una línea, que provoca un cortocircuito y también el corte de una de las fases), o porque la segunda ocurre antes de que desaparezca el efecto de la primera (por ejemplo, dos fallas monofásicas independientes en un sistema aislado de tierra).

Este tipo de fallas raramente se toma en cuenta en los estudios de diseño de un sistema, ya que ellas no producen solicitaciones superiores a las de las fallas independientes, y tiene además una probabilidad de ocurrencia muy baja. Se les debe calcular, sin embargo, cuando se están analizando las consecuencias de una doble falla que realmente se ha presentado en la práctica.

Si se pretende un cálculo manual, el método de análisis podrá ser similar al seguido en los puntos anteriores para fallas simples. Hay que tener presente, sí, que en este caso no es posible escoger las fases en las que se ubicarán

las fallas, por lo que en las relaciones aparecerá el operador h. En el caso de usar interconexión de mallas, ella se hará a través de transformadores ideales de razón 1, h o h^2.

Las tres ecuaciones correspondientes a cada falla, más las tres ecuaciones ligadas a las mallas de secuencia vistas desde cada punto de falla, proporcionan un sistema de doce ecuaciones con doce incógnitas, cuya resolución será bastante engorrosa. La obtención de fórmulas generales, a partir de una solución algebraica de estas ecuaciones, es a menudo impracticable, siendo preferible resolverlas numéricamente en cada caso particular.

Como un ejemplo sencillo de doble falla, posible de resolver analíticamente, se analizará la llamada **falla a través del terreno**, o sea, el doble cortocircuito monofásico en un sistema aislado de tierra. Para generalizar, se supondrá una disposición en estrella como la de la Figura 14.24. La primera falla ocurrirá en la fase b (punto M), y la segunda en la fase c (punto P).

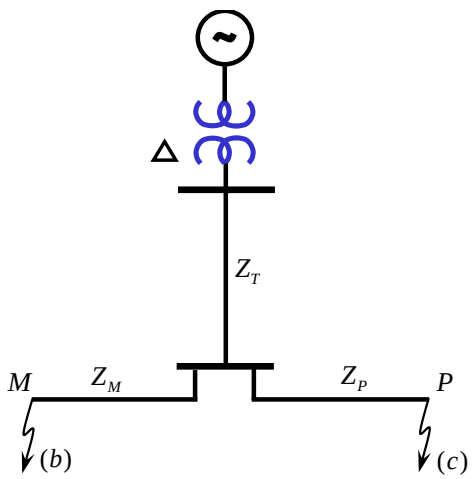


Figura 14.24: Ejemplo falla simultánea

Las condiciones de falla son:

$$I_{a(M)} = I_{c(M)} = 0$$

$$V_{b(M)} = 0$$

$$I_{a(P)} = I_{b(P)} = 0 \tag{14.40}$$

$$V_{c(P)} = 0$$

de manera que:

$$I_{b1(M)} = I_{b2(M)} = I_{b0(M)} \tag{14.41}$$

$$I_{c1(P)} = I_{c2(P)} = I_{c0(P)}$$

$$V_{b1(M)} + V_{b2(M)} + V_{b0(M)} = 0$$

$$V_{c1(P)} + V_{c2(P)} + V_{c0(P)} = 0$$

Además, se tienen las ecuaciones correspondientes a las mallas vistas desde M y P, que son:

$$\begin{aligned}
&I_{b0(M)} + I_{c0(P)} = 0 \text{ (ya que } Z_{0T} = \infty) \\
&V_{b1(M)} = h^2 V_F^p - Z_{1T}[I_{b1(M)} + hI_{c1(P)}] - Z_{1M} I_{b1(M)} \\
&V_{b2(M)} = -Z_{2T}[I_{b2(M)} + h^2 I_{c2(P)}] - Z_{2M} I_{b2(M)} \\
&V_{b0(M)} = V_{c0(P)} - [Z_{0M} + Z_{0P}] I_{b0(M)} \\
&V_{c1(P)} = hV_F^p - Z_{1T}[I_{c1(P)} + h^2 I_{b1(M)}] - Z_{1P} I_{c1(P)} \\
&V_{c2(P)} = -Z_{2T}[I_{c2(P)} + hI_{b2(M)}] - Z_{2P} I_{c2(P)}
\end{aligned} \tag{14.42}$$

Estas relaciones llevan al circuito equivalente de la Figura 14.25.

Combinando estas tensiones de a tres, y recordando que las corrientes son iguales, se obtiene:

$$h^2 V_F^p = [Z_{1T}(1-h) + Z_{2T}(1-h^2) + Z_{1M} + Z_{2M}] I_{b0(M)} \tag{14.43}$$

$$- V_{b0(M)} \tag{14.44}$$

$$hV_F^p = [Z_{1T}(h^2-1) + Z_{2T}(h-1) - Z_{1p} - Z_{2P} - Z_{0P} \tag{14.45}$$

$$- Z_{0M}] I_{b0(M)} - V_{b0(M)}$$

de donde:

$$I_{b0(M)} = -I_{c0(P)} = \frac{-j\sqrt{3}\,V_F^p}{K}$$

en que:

$$K = 3(Z_{1T} + Z_{2T}) + Z_{1M} + Z_{2M} + Z_{0M} + +Z_{1P} + Z_{2P} + Z_{0P}$$

En consecuencia, las condiciones en los puntos de falla M y P son:

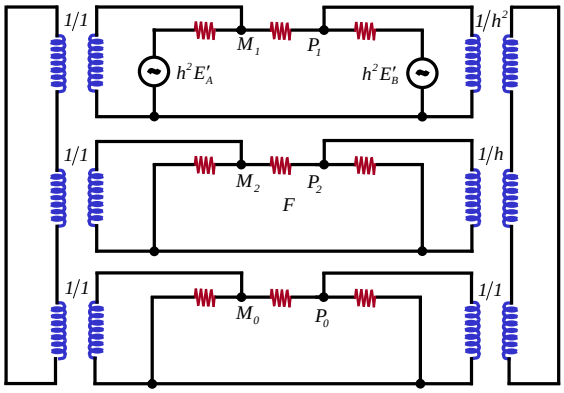


Figura 14.25: Conexión mallas, doble falla monofásica

$$
\begin{aligned}
I_{b1(M)} &= I_{b2(M)} = I_{b0(M)} = \frac{-\,j\,\sqrt{3}\,V_F^p}{K} \\
V_{b1(M)} &= \frac{h^2\,V_F^p}{K}\,\left(K\;-\;3\,Z_{1T}\;+\;j\,h\,\sqrt{3}\,Z_{1M}\right) \\
V_{b2(M)} &= \frac{h\,V_F^p}{K}\,\left(3\,Z_{2T}\;+\;j\,h^2\,\sqrt{3}\,Z_{2M}\right) \\
V_{b0(M)} &= \frac{V_F^p}{K}\,\left(3\,h^2\,Z_{1T}\;-\;3\,h\,Z_{2T}\;-\;h^2\,K - j\,\sqrt{3}\,\left(Z_{1M}\;+\;Z_{2M}\right)\right) \\
I_{c1(P)} &= I_{c2(P)} = I_{c0(P)} = \frac{j\,\sqrt{3}\,V_F^p}{K} \\
V_{c1(P)} &= \frac{h\,V_F^p}{K}\,\left(K\;-\;3\,Z_{1T}\;-\;j\,h^2\,\sqrt{3}\,Z_{1P}\right) \\
V_{c2(P)} &= \frac{h^2\,V_F^p}{K}\,\left(3\,Z_{2T}\;-\;j\,h\,\sqrt{3}\,Z_{2P}\right) \\
V_{c0(P)} &= \frac{V_F^p}{K}\,\left(3\,h\,Z_{1T}\;-\;3\,h^2\,Z_{2T}\;-\;h\,K\;+\;j\,\sqrt{3}\,\left(Z_{1P}\;+\;Z_{2P}\right)\right)
\end{aligned}
\tag{14.46}
$$

de donde:

$$
\begin{aligned}
I_{a(M)} &= I_{c(M)} = 0 \\
I_{b(M)} &= \frac{-\,j\,3\sqrt{3}\,V_F^p}{K} \\
V_{a(M)} &= \frac{3\,h^2\,V_F^p}{K}\,\left[Z_{1M}\;-\;h^2\,Z_{2M}\;-\;j\,h^2\,\sqrt{3}\,\left(\frac{1}{3}\,K\;-\;Z_{1T}\;-\;h\,Z_{2T}\right)\right] \\
V_{b(M)} &= 0 \\
V_{c(M)} &= \frac{-\,3\,h\,V_F^p}{K}\,\left[Z_{1M}\;-\;h\,Z_{2M}\;-\;j\,h^2\,\sqrt{3}\,\left(\frac{1}{3}\,K\;-\;Z_{1T}\;-\;Z_{2T}\right)\right] \\
I_{a(P)} &= I_{b(P)} = 0 \\
I_{c(P)} &= \frac{j\,3\sqrt{3}\,V_F^p}{K} \\
V_{a(P)} &= \frac{3\,h\,V_F^p}{K}\,\left[Z_{1P}\;-\;h\,Z_{2P}\;+\;j\,h\,\sqrt{3}\,\left(\frac{1}{3}\,K\;-\;Z_{1T}\;-\;h^2\,Z_{2T}\right)\right] \\
V_{b(P)} &= \frac{-\,3\,h^2\,V_F^p}{K}\,\left[Z_{1P}\;-\;h^2\,Z_{2P}\;+\;j\,h\,\sqrt{3}\,\left(\frac{1}{3}\,K\;-\;Z_{1T}\;-\;Z_{2T}\right)\right] \\
V_{c(P)} &= 0
\end{aligned}
\tag{14.47}
$$

Se aprecia que el cálculo resulta bastante más complicado que para una falla simple, aun tratándose de un caso sencillo como este. Por lo demás, el solo levantamiento de la restricción $Z_{0T} = \infty$ (aplicación al caso de redes puestas a tierra), tornaría aun más laborioso el cálculo.

Como otro ejemplo de falla simultánea, se planteará el sistema de ecuaciones que resuelve una situación que se presenta en la práctica con alguna frecuencia: la combinación de una fase abierta (como resultado del corte de un conductor) con la puesta a tierra de uno de los extremos del conductor cortado (Figura 14.26).

En este caso conviene usar como variables las corrientes por fase (propias del análisis de fases abiertas) y las tensiones fase-neutro (propias del análisis de cortocircuitos).

Las condiciones de falla son:

$$
\begin{aligned}
V_{a(M)} &= 0 \\
V_{b(M)} &= V_{b(P)} \\
V_{c(M)} &= V_{c(P)} \\
I_{a(P)} &= 0 \\
I_{b(M)} &= I_{b(P)} \\
I_{c(M)} &= I_{c(P)}
\end{aligned}
\tag{14.48}
$$

de modo que:

$$V_{0(M)} + V_{1(M)} + V_{2(M)} = 0$$

$$V_{1(M)} - V_{1(P)} = V_{2(M)} - V_{2(P)} = V_{0(M)} - V_{0(P)} = \Delta V$$

$$I_{0(P)} + I_{1(P)} + I_{2(P)} = 0$$

$$I_{1(M)} - I_{1(P)} = I_{2(M)} - I_{2(P)} = I_{0(M)} - I_{0(P)} = \Delta I$$

A estas soluciones deben agregarse las ecuaciones del sistema:

$$V_{1(M)} = E'_A - Z_{1M} I_{1(M)} \tag{14.49}$$
$$V_{2(M)} = -Z_{2M} I_{2(M)} \tag{14.50}$$
$$V_{0(M)} = -Z_{0M} I_{0(M)} \tag{14.51}$$
$$V_{1(P)} = E'_B + Z_{1P} I_{1(P)} \tag{14.52}$$
$$V_{2(P)} = Z_{2P} I_{2(P)} \tag{14.53}$$
$$V_{0(P)} = Z_{0P} I_{0(P)}$$

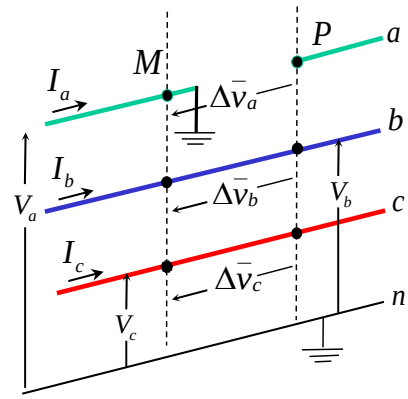


Figura 14.26: Cortocircuito 1ft + fase abierta

Combinando todas las ecuaciones, y llamando $3Z' = Z_{1P} + Z_{2P} + Z_{0P}$, se obtiene el sistema de ecuaciones que permite calcular las corrientes:

$$E'_A = I_{1(M)} Z_{1M} + I_{2(M)} Z_{2M} + I_{0(M)} Z_{0M} \tag{14.54}$$
$$E'_B = -I_{1(M)}(2Z' - Z_{0P}) + I_{2(M)}(Z' + Z_{2P} + 3Z_{2M}) - I_{0(M)}(2Z' - Z_{1P}) \tag{14.55}$$
$$E'_B = -I_{1(M)}(2Z' - Z_{2P}) - I_{2(M)}(2Z' - Z_{1P}) + I_{0(M)}(Z' - Z_{0P} + 3Z_{0M})$$

Lo anterior lleva al circuito equivalente de la Figura 14.27.

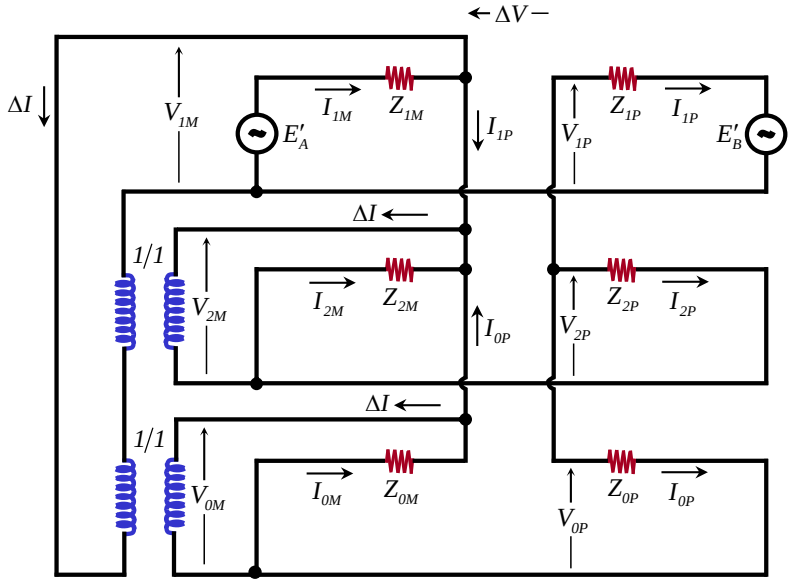


Figura 14.27: Conexión de mallas, cortocircuito monofásico y fase abierta

La resolución de este juego de ecuaciones no es difícil, pero sí laboriosa, y normalmente se preferirá hacerla en forma numérica, de acuerdo con los datos particulares de la situación en estudio.

Recurrir al método de interconectar las mallas de secuencia de acuerdo con los tipos de fallas resulta poco atractivo en el cálculo manual, por los reacoplamientos que introduce la segunda falla. Se prefiere este procedimiento, en cambio, cuando la resolución se efectúa con la ayuda de una computadora.

En este último caso, es útil generalizar el concepto de malla de secuencia, representando todo el sistema eléctrico (incluyendo las máquinas) por tetrapolos (Figura 14.28), vistos desde los puntos M y P en que ocurren las dos fallas.

Las mallas de secuencia negativa y cero quedarán representadas por tetrapolos pasivos, pero la malla de secuencia positiva lo estará por un tetrapolo activo. La presencia de tetrapolos activos hace poco conveniente el uso de los parámetros ABCD (ya que con ellos no es posible suponer simultáneamente $V_2 = I_2 = 0$, condición que se necesita para definir las fuentes activas del tetrapolo). Se prefiere, entonces, usar los parámetros impedancia Z, cuando ambas fallas exigen conexión serie de las fallas, o los parámetros admitancia Y, cuando ambas fallas exigen una conexión paralelo de las mallas, o los parámetros híbridos H, cuando la conexión de las mallas de secuencia sea mixta (serie para una de las fallas y paralelo para la otra). Un ejemplo de tales representaciones sería:

$$\begin{bmatrix} V_{1+} \\ I_{2+} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1+} \\ J_{2+} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1+} \\ V_{2+} \end{bmatrix}$$

Conocidos los parámetros representativos del sistema (por ejemplo, a partir de reducciones de redes hechas para el cálculo de cortocircuitos simples en los puntos M y P), bastará con unir los tetrapolos de secuencia de acuerdo con las condiciones impuestas por ambas fallas, para obtener un circuito eléctrico cuya resolución suministra las tensiones y corrientes de secuencia en ambos puntos de falla, en forma similar a como se hace con las fallas simples.

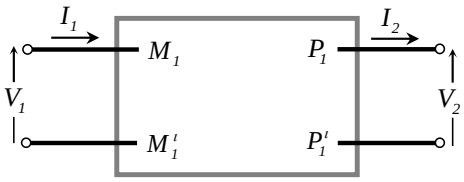


Figura 14.28: Tetrapolo generalizado

14.11. Ejemplos de aplicación

Con la herramienta DeepEdit, cargando los casos "Caso estudio ccc 3f Hadat" y "Caso estudio ccc 3f Steven" es posible replicar los estudios de cortocircuito trifásico de estas referencias, lo que permite profundizar los conceptos presentados en esta sección.

La aplicación "Protecciones" del sitio web del libro, asociada al Capítulo 15, permite ver el efecto de los distintos tipos de fallas en la especificación de un relé detector.

14.11.1. Ejemplo 1

Una central G alimenta radialmente, en 154 $[kV]$, una ciudad industrial, que puede ser representada como un motor sincrónico equivalente. Los antecedentes necesarios para el cálculo se dan en la Figura 14.29, en por uno, base 100 $[MVA]$.

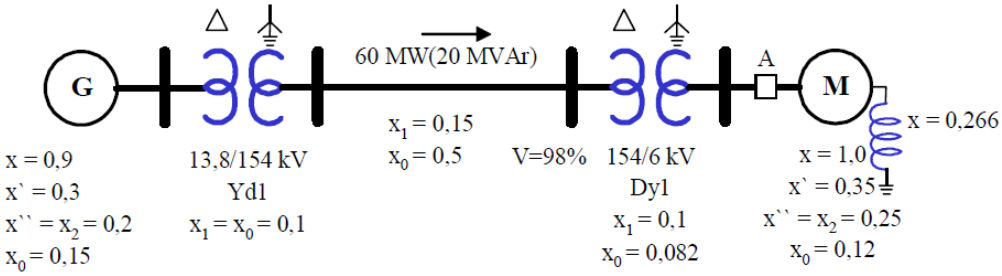


Figura 14.29: Ejemplo fases abiertas

En momentos en que se entregan, en barras de 154 $[kV]$, 60 $[MW]$ con 20 $[MVAr]$, con tensión 98 %, se abre por error el interruptor A. Como la apertura de las cuchillas no es simultánea en las tres fases, verificar la diferencia de tensión que aparecerá entre las cuchillas del polo que abre primero, suponiendo despreciable el efecto del arco. Determinar, además, la corriente de secuencia negativa que circula por G cuando abre el segundo polo.

Solución

Las reactancias totales son:

$X_{GM1} = 0{,}3 + 0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}1 + 0{,}35 = 1{,}0$

$X_{GM2} = 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}1 + 0{,}25 = 0{,}8$

$X_{GM0} = 0{,}082 + 0{,}12 + 3{\cdot}0{,}266 = 1{,}0$

En barras de 154 $[kV]$, $V = 0,98 \measuredangle 0$, y $S = 0,6 + j0,2 = 0,6325 \measuredangle(18,44)$

Luego,

$I = (S/V)^* = 0,6454 \measuredangle(-18,44)$

$E'_G - E'_M = I{\cdot}X_{GM1} = 0,6454 \measuredangle(90 - 18,44) = 0,6454 \measuredangle(71,56)\cdot$

Al abrir la fase a, en la malla de secuencia positiva quedan en paralelo, entre las cuchillas del interruptor, las impedancias totales de secuencia negativa y cero:

El paralelo de X_{GM2} con X_{GM0} es $X_{eq} = j0,8/1,8 = j0,4444$

Calculando con el circuito equivalente para una fase abierta:

$$I_1 = \frac{E'_G - E'_M}{j(X_{GM1} + X_{eq})} = \frac{0,6454 \measuredangle(71,56)}{j1,4444} = 0,4468 \measuredangle(-18,44)$$

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_0 = I_1 \cdot jX_{eq} = 0,4468 \cdot 0,4444 \measuredangle(71,56) = 0,1986 \measuredangle(71,56) \tag{14.56}$$

$$\Delta V_a = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_0 = 0,5957 \measuredangle(71,56) = 0,5957 \cdot 6{,}000/\sqrt{3} = 2{,}064 \ [V]$$

Al abrir el segundo polo (2 fases abiertas), las mallas de secuencia quedan en serie, y:

$$I_2 = \frac{E'_G - E'_M}{j(X_1 + X_2 + X_0)} = \frac{0,6454 \measuredangle(71,56)}{j2,8} = 0,2305 \measuredangle(-18,44) = 0,2305 \cdot 100{,}000/13,8\sqrt{3} = 964,3 \ [A].$$

14.11.2. Ejemplo 2

Se está energizando el sistema de 154 $[kV]$ de la Figura 14.30, por lo cual los interruptores en el extremo más alejado de ambos circuitos están abiertos. La tensión en bornes del generador es $14,5$ $[kV]$.

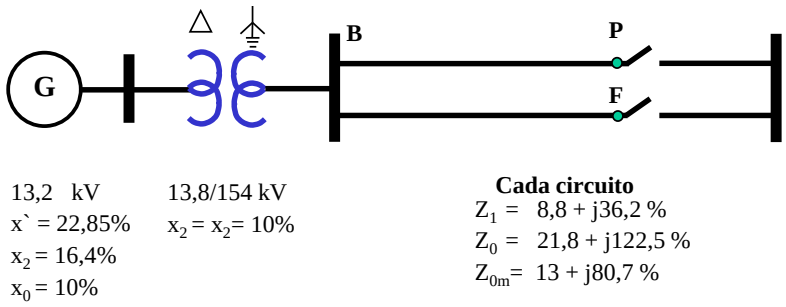


Figura 14.30: Ejemplo de cálculo de cortocircuito

Si en tales condiciones se produce una falla monofásica en el punto F, próximo al interruptor de uno de los circuitos, ¿qué tensiones aparecen en las tres fases del punto P, próximo al extremo del otro circuito?

Solución

Primero se pasan los datos del generador a bases $13,8$ $[kV]$:

$X'_G = j0,2285 \cdot (13,2/13,8)^2 = j0,2091$

$X_{G2} = j0,164 \cdot (13,2/13,8)^2 = j0,15$

$E' = 14,5/13,8 = 1,0507$

La malla de secuencia positiva queda como se muestra en la Figura 14.31 izquierda, la que para el cálculo de la falla en F se puede reducir a la malla de Figura 14.31 derecha:

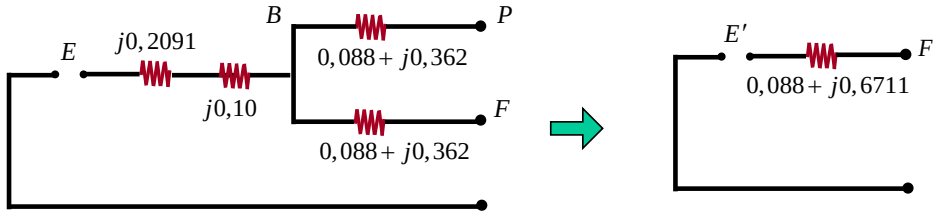


Figura 14.31: Secuencia positiva

$Z_{1GB} = j0,2091 + j0,1 = j0,3091$

$Z_{1L} = Z_{2L} = 0,088 + j0,362 = 0,3725 \measuredangle(76,34)$

$Z_{1GF} = 0,088 + j0,3091 + j0,362 = 0,088 + j0,6711 = 0,6768 \measuredangle(82,53)$

La malla de secuencia negativa queda como se muestra en la Figura 14.32 izquierda, la que para el cálculo de la falla en F se puede reducir a la malla de Figura 14.32 derecha:

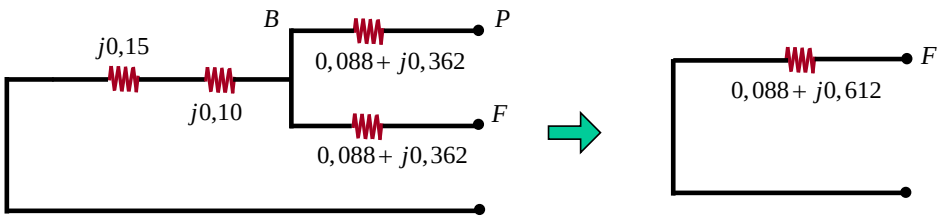


Figura 14.32: Secuencia negativa

$$Z_{2GB} = j0,15 + j0,1 = j0,25 \tag{14.57}$$

$$Z_{2GF} = 0,088 + j0,25 + j0,362 = 0,088 + j0,612 = 0,6183 \measuredangle(81,82)$$

La malla de secuencia cero queda como se muestra en la Figura Figura 14.33 izquierda, la que para el cálculo de la falla en F se puede reducir a la malla de Figura 14.33 derecha:

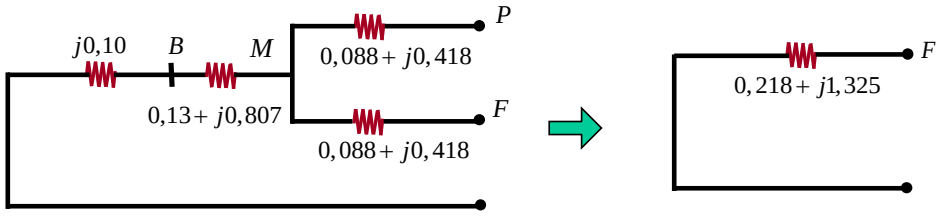


Figura 14.33: Secuencia cero

$$Z_{0GM} = j0,1 + 0,13 + j0,807 = 0,13 + j0,907 = 0,9163 \measuredangle(81,84) \tag{14.58}$$

$$Z_{0MF} = 0,218 + j1,225 - 0,13 - j0,807 = 0,088 + j0,418 = 0,4272 \measuredangle(78,11) \tag{14.59}$$

$$Z_{0GF} = 0,13 + j0,907 + 0,088 + j0,418 = 0,218 + j1,325 = 1,3428 \measuredangle(80{,}66)$$

Las mallas de secuencia se conectan en serie:

$$Z_{1F} + Z_{2F} + Z_{0F} = 0,088 + 0,088 + 0,218 + j(0,6711 + 0,612 + 1,325) = 0,394 + j2,6081 = 2,6377 \measuredangle(81,41)$$

De modo que:

$$I_{1F} = I_{2F} = I_{0F} = \frac{1,0507 \measuredangle 0}{2,6377 \measuredangle 81,41} = 0,3983 \measuredangle(-81,41) \tag{14.60}$$

$$V_{1P} = V_{1B} = 1,0507 - 0,3983{\cdot}0,3091 \measuredangle(90 - 81,41) = 1,0507 - 0,1231 \measuredangle(8,59) \tag{14.61}$$

$$= 0,929 - j0,0184 = 0,929 \measuredangle(-1,13) \tag{14.62}$$

$$V_{2P} = V_{2B} = -0,3983{\cdot}0,25 \measuredangle(90 - 81,41) = 0,0996 \measuredangle(188,59) = -0,0985 - j0,0149 \tag{14.63}$$

$$V_{0P} = V_{0M} = -0,3983{\cdot}0,9163 \measuredangle(81,84 - 81,41) = 0,365 \measuredangle(180,43) = -0,365 - j0,0028$$

Recomponiendo:

$$V_{aP} = 0,929 - 0,0985 - 0,365 - j(0,0184 + 0,0149 + 0,0028) = 0,4655 - j0,0361 \tag{14.64}$$

$$= 0,4669 \measuredangle(-4,43)\ [pu] = 41,5\ [kV_{f-n}] \tag{14.65}$$

$$V_{bP} = 0,365 \measuredangle(180,43) + 0,929 \measuredangle(240 - 1,13) + 0,0996 \measuredangle(120 + 188,59) \tag{14.66}$$

$$= -0,365 - j0,0028 - 0,4803 - j0,7952 + 0,0621 - j0,0779 = -0,7832 - j0,8759 \tag{14.67}$$

$$= 1,1751 \measuredangle(228,2)\ [pu] = 104,5\ [kV_{f-n}] \tag{14.68}$$

$$V_{cP} = 0,365 \measuredangle(180,43) + 0,929 \measuredangle(120 - 1,13) + 0,0996 \measuredangle(240 + 188,59) \tag{14.69}$$

$$= -0,365 - j0,0028 - 0,4485 + j0,8135 + 0,0364 + j0,0927 = -0,7771 + j0,9036 \tag{14.70}$$

$$= 1,192 \measuredangle(130,7)\ [pu] = 106\ [kV_{f-n}].$$

En dos fases se sobrepasa la tensión nominal de 88,9 $[kV_{fn}]$.

Capítulo 15

Sistemas de protección

15.1. Introducción

Como ya se ha expresado en capítulos anteriores, tanto por razones técnicas como económicas, es imposible evitar que ocasionalmente se produzcan fallas o, al menos, perturbaciones graves en un sistema de potencia. Durante tales situaciones, las variables de operación (tensión, corriente, frecuencia, etcétera) salen de sus rangos normales y alcanzan valores que pueden ser peligrosos para las instalaciones mismas, para el personal de la empresa eléctrica o para el público en general.

El peligro para los equipos afectados proviene del efecto sobre los aislamientos resultante de la aplicación de sobretensiones elevadas, del efecto térmico ($I_F^2 t$) originado por la circulación de corrientes anormalmente altas o, por último, del esfuerzo mecánico debido a las solicitaciones electrodinámicas. Cualquiera sea el origen, habrá un envejecimiento acelerado de los materiales, un acortamiento de su vida útil y, en casos extremos, un daño inmediato que impide el correcto funcionamiento del equipo y obliga a una reparación onerosa o incluso a su reemplazo (aparte de la implicancia sobre otros equipos eléctricamente cercanos).

La prevención de estas dificultades, en el diseño de los equipos, llega solo hasta el punto de compatibilizar los mayores costos de fabricación (mayor aislamiento, conductores más gruesos, dimensiones más grandes, refuerzos mecánicos) con la baja probabilidad de que las solicitaciones alcancen valores muy elevados. Además, influye el hecho de que las solicitaciones imponen condiciones que suelen ser contradictorias (por ejemplo, un mayor aislamiento dificulta la evacuación del calor).

Los peligros para el personal radican en la inducción de tensiones peligrosas y en el riesgo de la explosión de algunos equipos. Para el público, los peligros son daños en sus propios artefactos, conductores energizados a su alcance (posible electrocución) y la inducción de tensiones peligrosas.

Por otra parte, durante la falla se limita la transferencia de potencia activa a través del sistema, poniendo en peligro su estabilidad transitoria, como se verá en los capítulos próximos.

Puesto que no es posible evitar la ocurrencia ocasional de perturbaciones o de fallas más graves, y que por razones de seguridad se requiere eliminarlas en el menor tiempo posible (fracciones de segundo, lo que descarta la intervención humana), se dispone de elementos automáticos que detectan en el menor tiempo posible la ocurrencia de una de estas situaciones, y que dan orden de operación a equipos especiales (interruptores), que abren el circuito fallado, aislándolo de las fuentes de energía y evitando además que sus efectos repercutan sobre el resto del sistema; o que lo ponen a tierra, ya sea para anular la sobretensión y evitar su propagación al resto del sistema, o bien para desviar a tierra la corriente de falla.

Estos elementos automáticos de prevención, conocidos bajo el nombre de **Sistemas de protección**, combinan transformadores de medida, que rebajan la tensión y corriente a niveles apropiados para su empleo en instrumentos; detectores (a menudo malamente llamados relés) de protección, instrumentos capaces de medir variables eléctricas y compararlas con valores de referencia o "ajustes"; relés auxiliares, que ante una orden de los detectores operan sobre el control de los interruptores; y un sistema de baterías que proporciona la potencia autónoma (independiente del sistema de potencia) que se requiere para la operación del conjunto. En estricto rigor, habría que incluir también los interruptores, que son los equipos capaces de interrumpir las fuertes corrientes de falla. Nótese que se trata de elementos que operan en cascada, de manera que el sistema es tan malo como el peor de sus elementos: la calidad de estos debe ser homogénea.

La elección de los sistemas de protección por usar en cada caso es un compromiso entre el costo de tales sistemas,

el valor de las instalaciones por proteger y el valor e importancia de la continuidad del suministro. Depende, por lo tanto, de la parte del sistema de potencia que se esté protegiendo (es distinto proteger un transformador 500/220 kV, 1.000 MVA, único en el sistema, que uno de miles de transformadores 13,2/0,4 kV, 500 kVA); de las restricciones contractuales en cuanto a calidad del servicio; y en buena medida, de los usos de la empresa suministradora.

Una mención especial merece la aparición de pequeña generación distribuida y de fuentes de almacenamiento de energía en las redes de distribución. Estas redes son normalmente radiales, con una sola fuente de corriente de falla (el SEP), y por tanto, relativamente fáciles de proteger con elementos baratos y sencillos, como fusibles y reconectadores (ver sección 15.11). Estos elementos pueden ser ajustados de manera coordinada, para lograr una cantidad mínima de clientes desconectados cuando se aísla una falla. Pero, si en tales redes de distribución aparece más de una fuente de corriente de falla, debido a la existencia de recursos distribuidos o de microrredes sincronizadas, pueden presentarse flujos de corriente bidireccionales y variables, lo que afecta el desempeño de los sistemas de protección, e introduce nuevos desafíos al diseño de estos sistemas.

Es importante saber que los esquemas de protección son conocidos, en general, en la jerga eléctrica y en particular en los diagramas unifilares, por ciertos números y símbolos establecidos en las normas IEEE Std. 37.2 e IEC 60617.7. En la Tabla 15.1 se indican los más importantes.

Tabla 15.1: Números IEEE más usados

Número	Función
12	Detector de sobrevelocidad
14	Detector de baja velocidad
21	Detector de distancia
23	Detector control de temperatura
25	Verificador de sincronismo
27	Detector de subtensión
32	Detector de dirección de potencia activa
37	Detector de baja corriente o potencia
40	Detector de sobre/baja corriente de campo de una máquina
46	Detector de secuencia negativa o desbalance de corrientes
47	Detector de secuencia de fases
49	Detector térmico
50	Detector de sobrecorriente instantáneo
51	Detector de sobrecorriente con tiempo diferido
52	Interruptor
55	Detector de factor de potencia
59	Detector de sobretensión
67	Detector de sobrecorriente direccional
74	Alarma
79	Reconexión
81	Detector de frecuencia
85	Carrier o hilo piloto
87	Detector por diferencia (diferencial)
94	Desenganche o disparo (trip)

15.2. Requerimientos de un sistema de protección

Los sistemas de protección deben cumplir con varios requerimientos:

- La exigencia más importante es que la protección sea **confiable**, es decir, que esté siempre disponible para operar (que no esté justamente fuera de servicio por algún desperfecto interno en las escasas ocasiones en las que deben operar). Para mantener esta fiabilidad, se requiere realizar mantenimientos preventivos, siendo importante que durante ellos se mantenga un nivel adecuado de protección en el sistema.

- **Rapidez** de operación, para limitar el tiempo en que esté activa la falla en el sistema de potencia, afectando a los equipos inmediatos ($I_F^2\, t$). Depende no solo de la protección misma (y por lo tanto de su tecnología), sino también del tiempo de activación de todo el sistema de control y de operación del interruptor que finalmente actúa. Influyen también los retardos necesarios por coordinación con otras protecciones. En el mejor de los casos, el tiempo total de operación es del orden de un par de ciclos (0,05 s), siendo 0,15 s un tiempo más común.

- **Sensibilidad**, para reaccionar ante señales anormales pequeñas, cualesquiera que sean las condiciones de operación del sistema de potencia (generación y consumo) y cualquiera que sea su configuración (topología) en ese momento. La dificultad para mejorar la sensibilidad radica en establecer, para la variable de operación, el valor límite que separa las condiciones de falla de aquellas extremas, pero de operación normal. En tal sentido, un ejemplo típico es la corriente de magnetización de un transformador, que puede alcanzar valores similares a los de un cortocircuito.

- **Selectividad** o **discriminación** en el despeje, de manera que solo aísle la parte del sistema directamente afectada (para lo cual se requiere disponer de los interruptores suficientes y adecuados). Si la falla ha ocurrido fuera de la zona de acción o vigilancia de la protección, esta no debe dar de inmediato orden de apertura a los interruptores, aunque detecte la falla (debe dar tiempo de operar a la protección directamente encargada). Esta selectividad puede ser conseguida por la forma constructiva de la protección (unitaria) o por escalonamientos en los tiempos de operación. Este escalonamiento se ve favorecido por el hecho de que la excitación de un relé desaparece, y por lo tanto este deja de actuar, si otra protección despeja la falla.

15.3. Características generales de los sistemas de protección

En principio, cada equipo o elemento del sistema de potencia debiera estar vigilado por un sistema de protección. En tal sentido, es de la mayor importancia que las protecciones se traslapen, de manera que no existan zonas sin protección, por pequeñas que ellas sean (Figura 15.1, izquierda). Este **traslapo**, que debe ser pequeño, se establece ubicando transformadores de medida alrededor del interruptor común a ambas zonas (Figura 15.1, detalle a la derecha).

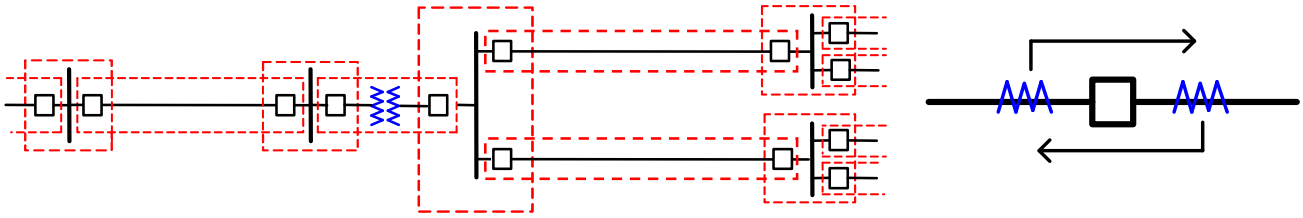


Figura 15.1: Traslapo de las protecciones

Por otra parte, y dado que sensibilidad y selectividad suelen ser exigencias contradictorias, se coloca a menudo dos escalones de protección, una **protección primaria** rápida y selectiva, y una **protección de respaldo local** (en la misma subestación). En subestaciones más importantes, protección primaria y de respaldo están conectadas a núcleos diferentes de los transformadores de corriente.

Como el elemento que no opera puede ser el interruptor, en algunas subestaciones se disponen protecciones adicionales, de **respaldo remoto**, para proteger elementos vecinos, normalmente ubicados "aguas abajo" en el sistema (más lejos de las centrales). En tal caso, se requiere **coordinación** entre los relés, de manera de lograr la máxima selectividad (el respaldo debe operar solo si no lo hizo la protección principal). Esta coordinación se puede dar en el tiempo de operación, agregando un **intervalo de selectividad** a cada escalón (de 0,3 a 0,5 segundos), o bien empleando protecciones que operen sobre la base de variables eléctricas diferentes. Es claro que la operación del

respaldo remoto sacará de servicio más equipos que los estrictamente necesarios.

Desde el punto de vista del tiempo de operación de una protección, se hace distinción entre **protecciones instantáneas**, que en realidad no son tales, pero que operan en el menor tiempo posible; y **protecciones de tiempo diferido**, en las que se introduce una temporización intencional, para demorar su operación.

Otra distinción que se hace en la literatura es entre sistemas unitarios y sistemas no unitarios.

Sistemas unitarios son aquellos en los que se mide y actúa en todos y cada uno de los terminales activos de un determinado equipo por proteger (terminal activo sería aquel en el cual se puede inyectar corriente para una falla interna del equipo). La decisión de operar se basa en la comparación entre sí de todas las medidas efectuadas (las que suelen ser la magnitud de la corriente, su dirección o su desfase). Estos sistemas, que operan en caso de que la diferencia sea superior a un valor preestablecido, se caracterizan por tener asegurada la selectividad y la plena coordinación; además, son muy rápidos y sensibles. Sin embargo, son aplicables en principio solamente a la protección de equipos compactos (de otra manera resultan bastante onerosos). Además, no permiten dar un respaldo remoto, ya que solo discriminan fallas internas.

Sistemas no unitarios son aquellos en los que se actúa sobre la base de medidas realizadas en solo uno de los terminales activos del elemento por proteger. La actuación será generalmente sobre el mismo terminal en que se mide, pero en algunos casos podrá operar además sobre otros terminales, para asegurar desenergización. La decisión de operación se basa en la comparación de las medidas con una referencia externa (**ajuste**), que representa un valor umbral entre lo que se considera normal y lo que se considera anormal, peligroso o fuera de rango. Se caracterizan por no tener un límite claro para la zona de protección, ya que las medidas pueden variar para una misma falla, según sea la configuración del sistema y la generación conectada. Por una parte, esto permite su empleo para dar respaldo remoto, pero por otra, impide asegurar selectividad y coordinación, obligando a cuidadosos estudios. Además, la sensibilidad resulta limitada por otros factores, como el nivel de carga, desequilibrios aceptables, etcétera.

Como el tema de las protecciones es un campo que exige dedicación completa, en este capítulo solo se pretende dar una visión general sobre el tema, sin entrar en un detalle propio de los especialistas. Específicamente, no se tocará el tema de las tecnologías empleadas, ya que ellas han ido variando a lo largo del tiempo, desde los elementos electromecánicos, pasando por los electrónicos, lógicos, hasta los digitales actuales. Se hará una breve caracterización de los elementos constitutivos (transformadores de medida, detectores, interruptores), seguida de un análisis de los criterios de protección empleados en la distribución, en la transmisión, los generadores y las protecciones generales del sistema. También se requiere diferenciar la protección de elementos concentrados y de gran valor económico (generadores, transformadores), de la protección de líneas aéreas, de un costo de reparación bajo, pero sujetas a una probabilidad de falla mucho mayor.

No se verán en este capítulo las protecciones contra descargas atmosféricas (cuernos, pararrayos).

15.4. Sistemas de baterías

En su operación, el sistema de protección debe ser autónomo y no depender de la energía (presente o no) en el sistema de potencia. Por ello, la energía requerida se obtiene de bancos de baterías, cuya carga se mantiene con ayuda de cargadores permanentemente conectados a la red de alterna, pero que tienen la capacidad de operar durante lapsos relativamente largos (hasta unas 10 horas) cuando se interrumpe la red de alterna. La tensión de operación suele ser 100 $[V]$, para subestaciones pequeñas, o 125 $[V]$, para subestaciones más grandes. En casos muy especiales (motores de bombas) se usa 250 $[V]$. Tensiones más bajas, como 48 o 24 $[V]$, son usadas para instrumentos especiales.

15.5. Los transformadores de medida

Se utilizan para medir tensiones y corrientes en los sistemas de alta tensión, aislando de ellas los instrumentos de medida. Con ello se protege al personal que debe usar dichos instrumentos, y se reducen las magnitudes por medir, a una escala uniforme y conveniente (por ejemplo, 115 $[V]$, 5 $[A]$), que evite llegar a los centros de medida (salas de comando) con secciones de conductor y aislamientos desproporcionados y antieconómicos. También se incluyen en esta categoría los transformadores que alimentan relés y otros elementos de protección.

La teoría es, en líneas generales, la misma de los transformadores de poder, solo que adquieren mayor importancia algunos efectos secundarios, tales como las caídas de tensión internas y la corriente de magnetización, debido a su influencia sobre la linealidad de la respuesta y la precisión de medida. Ello implica usar materiales de alta

permeabilidad y de bajas pérdidas, y un diseño que reduzca las fugas al mínimo.

15.5.1. Transformadores de tensión

Los transformadores de tensión, en algunas empresas más conocidos como **transformadores de potencial** (**TTPP**), entregan señales en el rango de 110 a 120 $[V]$. Son normalmente del tipo fase–tierra, y los secundarios pueden ser conectados de diversas formas, según se pretenda medir secuencia positiva o cero. En las redes de transmisión se suelen emplear **transformadores de tensión capacitivos**, consistentes en un divisor capacitivo que alimenta un transformador inductivo convencional, pero de baja tensión.

En los TTPP interesa linealidad en la respuesta y que los errores en la relación de transformación y en el ángulo entre las tensiones primaria (el sistema) y secundaria se mantengan dentro de límites aceptables. La magnitud de estos errores depende de la carga (*burden*) conectada en el secundario, por lo que existen varias categorías, según la carga aceptable. Con relación a la magnitud de esta carga, hay que recordar que ella no corresponde solamente a los instrumentos y relés conectados, sino que incluye además el cableado entre el patio y la casa de comando.

La norma IEEE C57.13 distingue seis cargas normalizadas:

Tabla 15.2: Cargas de TTPP

Designación	VA secundarios	cosϕ
W	12,5	0,10
X	25	0,70
M	35	0.20
Y	75	0,75
Z	200	0,85
ZZ	400	0,85

Además, se normalizan tres clases de precisión, $1,2$; $0,6$ y $0,3\,\%$ de error máximo en la relación de transformación, para una tensión primaria comprendida en el rango 90 a 110 % de la nominal y para la carga máxima de la categoría. Si la carga secundaria es superior a la de la categoría (demasiados instrumentos conectados o cableados extremadamente largos), el error aumenta, pero si es inferior, aumenta la precisión. El factor de potencia influye mucho menos pero, en principio, un factor de potencia más bajo implica más error.

Desde el punto de vista de las protecciones, interesa la linealidad de la respuesta más que la precisión, de modo que se ocupan los mismos TTPP que para medida, y es ésta la que fija la precisión requerida. Si no hay instrumentos de medida (facturación esencial para la cobranza) importantes, se emplea generalmente la clase $1,2\,\%$.

15.5.2. Transformadores de corriente

Los transformadores de corriente (**TTCC**) operan con corrientes secundarias nominales de 5 $[A]$, para subestaciones pequeñas, en las que la señal no debe recorrer cables muy largos para llegar a la sala de instrumentos, y de $1\,[A]$ en las subestaciones de alta tensión, en que la separación entre patio y casa de comando es grande. La corriente primaria nominal corresponde normalmente a la mayor corriente de carga esperada.

Los requerimientos para TTCC destinados a medida son diferentes de aquellos para TTCC destinados a protecciones. Por ello es normal tener más de un secundario: uno para medida, que mida correctamente en el rango de las corrientes normales y se sature con corrientes de falla (protegiendo así los instrumentos); y otros para las protecciones primarias y de respaldo, que no se saturen (núcleo más grande) y midan correctamente para rangos mayores de la corriente primaria.

Las cargas definidas por la norma IEEE 57.13 se resumen en la Tabla 15.3 de la página que sigue:

Además de la precisión (que para protecciones es $2,5$ o $10\,\%$), se norma la tensión nominal, que es la tensión máxima que el TTCC entrega en el secundario cuando la corriente secundaria es 20 veces la nominal (100 A para TTCC de 5 A, ver Figura 15.2 en página siguiente).

Una restricción importante en el uso de los transformadores de corriente radica en la inconveniencia de mantener abierto el circuito secundario mientras circule corriente por el primario (impuesta por el sistema). En efecto, en tales condiciones, la corriente de excitación es igual a la corriente impuesta por el sistema, el flujo crece enormemente,

Tabla 15.3: Cargas de TTCC 5 A

	Designación	Carga normal [Ω]	VA a 5A	$cos(\phi)$	Tensión nominal [V]
TC para medidas	B-01	0,1	2,5	0,9	10
	B-02	0,2	5	0,9	20
	B-08	0,5	12,5	0,9	50
	B-09	0,9	22,5	0,9	90
	B-1,8	1,8	45	0,9	180
TC para protecciones	B-1	1	25	0,5	100
	B-2	2	50	0,5	200
	B-4	4	100	0,5	400
	B-8	8	200	0,5	800

y las mayores pérdidas en el fierro provocan un calentamiento excesivo que puede destruir el transformador. Paralelamente, crece la tensión inducida entre los bornes secundarios, alcanzando valores peligrosos para la seguridad de los operadores.

Los transformadores de medida o **transductores ópticos**, de más reciente aparición, miden el campo magnético en la vecindad de los conductores que llevan corriente eléctrica, aprovechando el efecto Faraday (o magneto-óptico). La señal óptica así obtenida es enviada a través de fibra óptica (es decir, eléctricamente aislada e inmune al ruido) al centro de control, donde se la convierte en una señal eléctrica apropiada para el control. Si bien más caros que los transformadores de medida convencionales, presentan un rango dinámico mucho más amplio, son independientes del nivel de tensión de la instalación y son de tamaño reducido y bajo peso. Se usan en extra alta tensión y en transmisión en corriente continua.

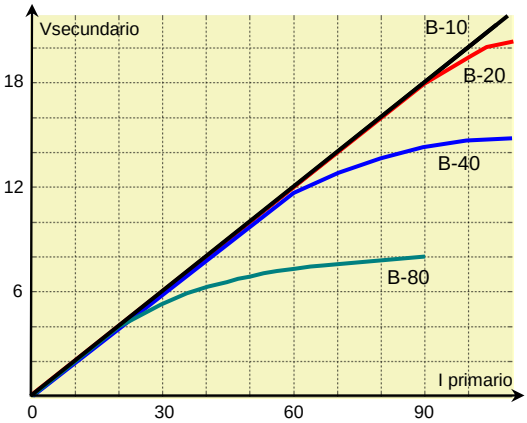


Figura 15.2: Linealidad en respuesta de TTCC

15.6. Detectores de protección (o relés)

Son los elementos más importantes del sistema de protección, ya que reciben la información sobre el comportamiento del sistema de potencia, detectan la ocurrencia de situaciones anormales, deciden si corresponde intervenir o no y, según sea la decisión, dan la orden de operar a los interruptores.

La señal que llega de los transformadores de medida (valores instantáneos) es procesada primero, para convertirla en una señal útil a la función de cada relé (valores eficaces, valores máximos, componentes de secuencia, componentes armónicos, etcétera). A continuación, **unidades detectoras**, que operan según diversos principios que se explican más adelante, analizan estas señales y deciden si está o no ocurriendo una falla. Si hay necesidad de intervenir (sobre la base de criterios definidos previamente), entregan una señal de acción a los circuitos de control, conformados por relés y elementos auxiliares que, con ayuda de contactos apropiados, hacen abrir los interruptores que corresponda operar, activan las alarmas para el personal de la subestación, envían señales remotas, etcétera.

La Tabla 15.4 resume las variables más comúnmente usadas en la detección.

15.6.1. Detección por corriente (50 o 51)

Este detector compara la corriente medida con un valor umbral preestablecido (que depende del punto de ubicación de la protección y de las características del sistema de potencia, por lo que debe ser modificado cada vez que hay cambios en el sistema). Si la corriente medida supera el umbral (*pick up* en inglés) y permanece por encima de este durante un tiempo de ajuste, entonces el detector da orden de operar al interruptor. Si la corriente desaparece antes, no actúa. Por el hecho de comparar con un umbral, este sistema de detección solo puede ser aplicado donde la mayor corriente de carga posible sea claramente inferior a la menor corriente de falla previsible (Figura 15.3).

Tabla 15.4: Tipos de detectores

Forma de detección	Variable	Ejemplos
Magnitudes eléctricas	Corriente	Detector sobrecorriente
	Tensión	Detector de baja tensión
		Detector sobretensión
	Combinación V e I	Detector sobrecorriente con retención de tensión
Comparación de magnitudes eléctricas	Comparación serie	Protecciones unitarias
		Detector diferencial
		Hilo piloto
	Comparación paralelo	Detector de corrientes balanceadas
	Comparación V e I	Detector de distancia
	Comparación ángulo de fase	Detector direccional
Magnitudes de secuencia	Corriente secuencia cero	Detector sobrecorriente residual
	Tensión secuencia cero	Detector sobretensión residual
	Corriente secuencia negativa	Detector sobrecorriente sec. negativa
Velocidad de variación	Corriente	Detector bloqueo contra oscilaciones

En este sentido, es más sensible la detección de corriente residual, ya que ésta es prácticamente nula en condiciones normales.

La dificultad para coordinar estas protecciones en función de la corriente, lleva a hacer la coordinación por tiempos, lo que exige introducir atrasos intencionales en el tiempo de operación. Existen entonces **detectores de sobrecorriente instantáneos (50)** y **de tiempo diferido (51)**. Estos últimos pueden ser **de tiempo fijo**, ajustable por un cronómetro externo e independiente de la corriente, o **de tiempo inverso**, dependiente de la corriente y menor mientras mayor esta (de ahí el nombre). Por necesidades de rapidez de operación y de coordinación entre relés, existen **protecciones de tiempo inverso, muy inverso y extremadamente inverso** (cada vez con menor tiempo de operación para una misma sobrecorriente elevada), como se muestra en la Figura 15.4.

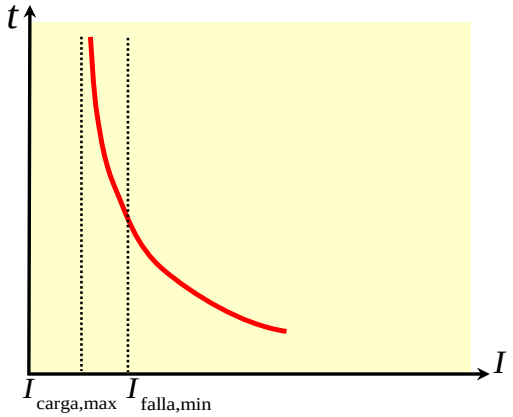


Figura 15.3: Relación de la detección por corriente con carga máxima y falla mínima

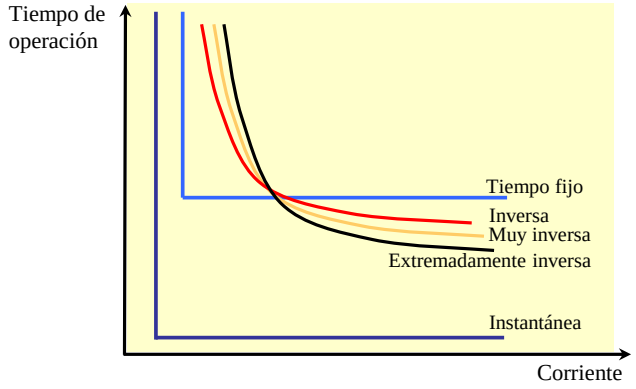


Figura 15.4: Detectores de tiempo inverso

La corriente permanente mínima, ante la cual comienza a reaccionar el relé, se conoce como **corriente de partida** o de ***pick up***. En las protecciones más antiguas, la curva de operación de una protección en particular (por ejemplo, de tiempo muy inverso) puede ser lentificada, dentro de cierto rango, con ayuda de un control interno discreto, conocido como torniquete o **dial de tiempo** (*lever* en inglés), como se muestra en la Figura 15.5 de la página que sigue. Esto facilita el ajuste para cada caso en particular. En las protecciones digitales actuales, la característica es seleccionable por medio de una expresión matemática, de paso continuo.

Estas curvas están definidas por las normas IEC 60255-4 e IEEE C.37.112. La primera estipula el tiempo de ope-

ración como $T[s] = KL\,/\,[(I/I_p)^E - 1]$, en donde L es el dial de tiempo o lever, I es la corriente de entrada, I_p la corriente de partida o pick up, y K y E constantes que definen las curvas (ver Tabla 15.5).

Tabla 15.5: Curvas IEC

Curva	K	E
A, normal inversa	0,14	0,020
B, muy inversa	13,5	1,000
C, extremadamente inversa	80	2,000

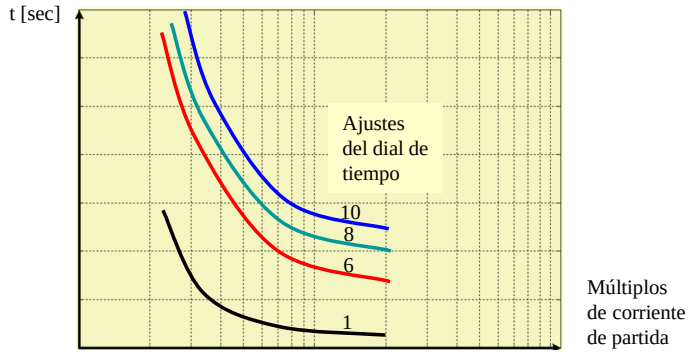


Figura 15.5: Ajuste por dial de tiempo

Las curvas IEEE son ligeramente distintas y responden a la ecuación

$$T\ [s] = L\left\{A + K\,/\,[(I/I_p)^E - 1]\right\},$$

en la que A, K y E son constantes definidas según la Tabla 15.6.

Tabla 15.6: Curvas IEEE

Curva	K	E	A
Normal inversa	0,515	0,020	0,114
Muy inversa	19,61	2	0,491
Extremadamente inversa	28,2	2	0,1217

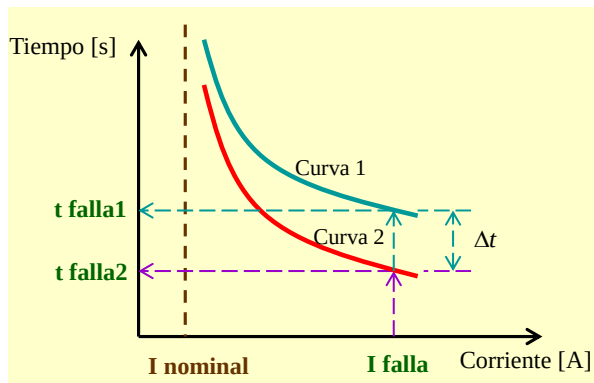


Figura 15.6: Coordinación por tiempo

El inconveniente de este detector, en principio sencillo y atractivo, radica en su escasa selectividad, puesto que no hace distinción en cuanto a la ubicación de la falla (dentro de su área de acción o fuera de ella, hacia delante o hacia atrás de su punto de ubicación, si hay generación en ambos lados). La posibilidad de variar la curva y/o el tiempo diferido de operación permiten cierto grado de coordinación, sobre todo en sistemas radiales, pero a costa de ir alargando los tiempos de operación, como se observa en la Figura 15.6. El paso de coordinación Δt $(0,3$ a $0,5\ s)$ entre los dos relés se establece para la falla de menor corriente. De ahí que este tipo de detector sea usado casi exclusivamente en distribución y en sistemas de repartición de menor importancia, en los que no importe la estabilidad transitoria.

15.6.2. Detección por diferencia de corrientes (o protección diferencial) (87)

En el detector por diferencia de corrientes (o protección diferencial) se comparan las corrientes en ambos extremos del elemento protegido, corrientes que, guardando ciertos resguardos, deberían ser iguales (o al menos muy semejantes, ver Figura 15.7). Por su naturaleza, este detector es más apropiado para la protección de elementos físicamente concentrados, como generadores, transformadores y barras de subestación, y no lo es tanto para proteger líneas aéreas, caso en el que se requiere de una transmisión vía telecomunicaciones de la medida de corriente en el extremo opuesto (hecho que la hace más cara y menos fiable, a menos que se emplee fibra óptica).

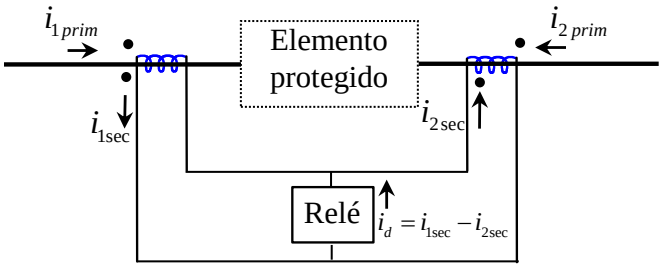


Figura 15.7: Protección diferencial

En la realidad, las corrientes $i_{1\,\mathrm{sec}}$ e $i_{2\,\mathrm{sec}}$ son siempre algo diferentes, ya que las curvas de respuesta de dos transformadores de corriente no son nunca iguales. Ello implica que la protección pueda operar para una falla

externa importante, cercana al terminal de salida. En el caso de transformadores, influyen además la corriente de energización o magnetización, que entra por un solo terminal, y el cambiador de derivaciones, que altera la corriente de salida. El problema se resuelve agregando una pequeña fuerza que se opone a la operación (que se conoce como **retención**), que fija un umbral de operación, que debe ser superior a estos desequilibrios naturales (pero que limita la sensibilidad).

Los detectores normales son, entonces, **detectores diferenciales de porcentaje**, en los cuales la decisión de operar se toma cuando la diferencia de corrientes es mayor que un determinado porcentaje de la suma de las corrientes en los extremos (o de la corriente de salida exclusivamente). Este porcentaje puede ser ajustado en cada caso particular.

En la protección de transformadores se suele supeditar la operación de la protección diferencial al resultado de un análisis de componentes armónicas de la corriente (presentes en la corriente de magnetización, pero no en la de falla).

15.6.3. Detección por corrientes de secuencia

Las corrientes de secuencia cero y de secuencia negativa que fluyen en condiciones normales son muy pequeñas. Su medida constituye, por lo tanto, un elemento sensible para detectar fallas.

La corriente de secuencia cero se emplea para detectar fallas a tierra y la corriente de secuencia negativa para proteger máquinas.

Los relés de secuencia son detectores de sobrecorriente como los ya vistos, con corriente de partida, tipo de curva y dial de tiempo, pero en los cuales la corriente de partida es muy baja (10 % de la corriente nominal del elemento por proteger).

15.6.4. Detección por tensión

En este caso se compara la tensión medida en cierto punto con un valor de referencia, que puede ser alto (**protección de sobretensión**, 59) o bajo (**protección de subtensión**, 27). Esta protección se usa más bien como complemento de otras, para desconectar elementos cuando las tensiones se tornan peligrosamente altas (o bajas), sin que se esté frente a una situación de falla detectable por las otras protecciones (por ejemplo, una energización bajo una tensión erróneamente alta de una línea de transmisión larga).

15.6.5. Detección por tensión residual

La tensión de secuencia cero indica un desequilibrio en las tensiones. Se utiliza por ello para la protección de equipos como generadores y bancos de condensadores.

15.6.6. Detección por frecuencia (81)

Se emplea fundamentalmente en los equipos de sincronización, requeridos para conectar entre sí partes del sistema de potencia que están operando separadas y, por lo tanto, fuera de sincronismo.

Un campo particular es el de los relés de baja frecuencia, que se suele instalar en alimentadores específicos del sistema de potencia, con el fin de desconectar cargas cuando la frecuencia baja como consecuencia de un desequilibrio entre generación y consumo, originado en la desconexión intempestiva de alguna unidad generadora. En tal caso, la única forma de recuperar el equilibrio con rapidez y evitar un apagón generalizado es desconectar consumos, lo que se hace por medio de varios escalones, a frecuencias cada vez más bajas (*load shedding*).

15.6.7. Detección por aceleración de la frecuencia

Un cambio en la velocidad de variación de la frecuencia indica la presencia de oscilaciones de potencia, por lo que se la aplica en sistemas de transmisión importantes para detectar estos fenómenos.

15.6.8. Detección por comparación de ángulos

Aquí se compara la secuencia temporal de dos magnitudes, para obtener el ángulo existente entre ambas. Esto permite, por ejemplo, establecer los sentidos de flujo de la corriente y de la potencia y, consecuentemente, detectar su inversión. Si el desfase es entre tensión y corriente, se establece una dirección de flujo.

El relé de sobrecorriente direccional (67) es un detector de sobrecorriente al que se le incorpora direccionalidad, mediante la medición de una tensión.

15.6.9. Detección por distancia (o reactancia)

Este detector fue desarrollado a partir de la idea de que la reactancia vista desde un extremo de una línea de largo L, cuando ocurre una falla a la distancia ℓ, es menor (en la proporción ℓ/L) a la reactancia total de la línea. Por lo tanto, determinando esta reactancia (o distancia), con ayuda de medidas de tensión y corriente, y comparándola con un umbral representado por la reactancia total de la línea, es posible establecer la ocurrencia de fallas dentro de la línea.

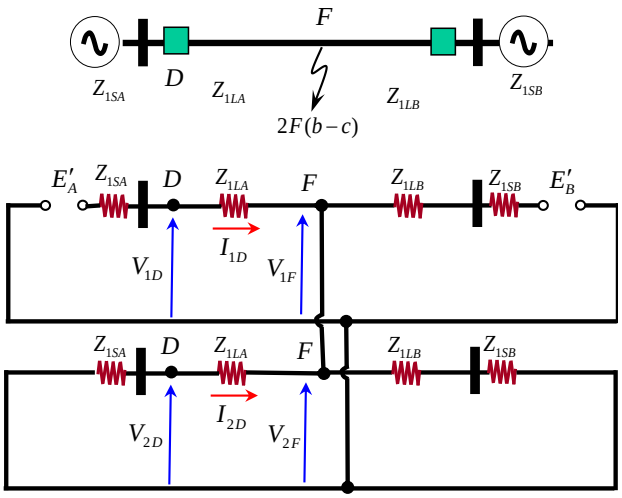


Figura 15.8: Detección por distancia

En efecto, considérese el circuito equivalente de la Figura 15.8, que corresponde a una falla entre fases. Con cierta libertad en el lenguaje, se puede afirmar que las fallas entre fases se representan por una conexión en paralelo de las mallas de secuencia (positiva, negativa y cero para falla 2Ft, positiva y negativa para falla 2F y positiva para falla 3F).

Con la simplificación de suponer $Z_2 = Z_1$, se tiene que, para la ubicación D del detector:

$$V_{1D} = V_{1F} + Z_{1LA} I_{1D} \tag{15.1}$$
$$V_{2D} = V_{2F} + Z_{1LA} I_{2D}$$

y, como $V_{1F} = V_{2F}$:

$$Z_{1LA} = \frac{V_{1D} - V_{2D}}{I_{1D} - I_{2D}} = \frac{V_{bD} - V_{cD}}{I_{bD} - I_{cD}}$$

de manera que se puede determinar la impedancia hasta el punto de falla, con la ayuda de medidas de tensión y corriente en dos fases (para cubrir todas las posibilidades se requieren tres detectores, uno por cada par de fases).

Para falla monofásica, las mallas se conectan en serie (Figura 15.9).

Con la misma simplificación anterior:

$$V_{1D} = V_{1F} + Z_{1LA} I_{1D} \tag{15.2}$$
$$V_{2D} = V_{2F} + Z_{1LA} I_{2D} \tag{15.3}$$
$$V_{0D} = V_{0F} + Z_{0LA} I_{0D}$$

Sumando, y como $V_{aF} = V_{0F} + V_{1F} + V_{2F} = 0$:

$$V_{aD} = Z_{1LA} I_{aD} + (Z_{0LA} - Z_{1LA})\, I_{0D} \tag{15.4}$$
$$= Z_{1LA} \left[I_{aD} + I_{0D} \left(\frac{Z_{0LA}}{Z_{1LA}} - 1 \right) \right] \tag{15.5}$$

$$Z_{1LA} = \frac{V_{aD}}{I_{aD} + k I_{0D}}$$

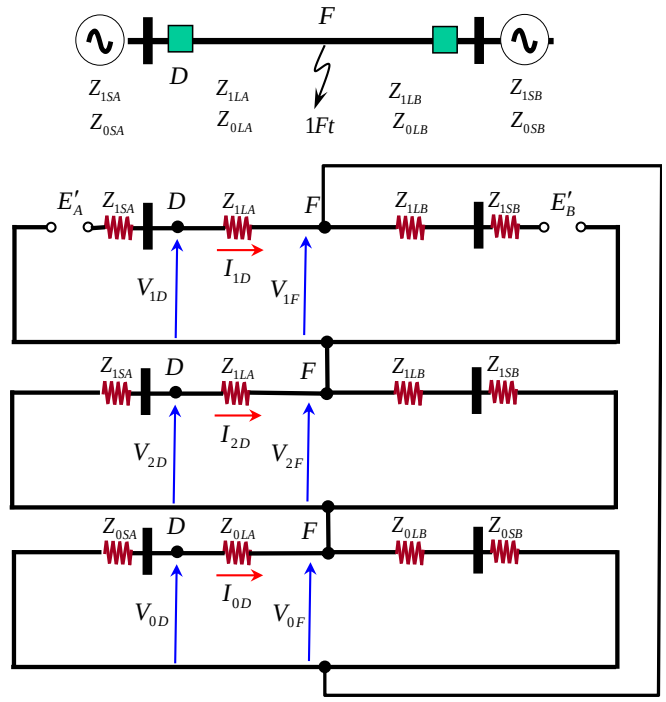


Figura 15.9: Detección por distancia, falla monofásica

Aunque resulta un poco más complicado, se puede determinar la impedancia hasta el punto de la falla monofásica con medidas de la tensión y corriente en la fase fallada, más la corriente residual, e incorporando una constante k. Para cubrir todas las posibilidades se requieren tres detectores.

Según como se manejen estas medidas, los detectores pueden ser del tipo **de impedancia**, **de reactancia** o **de admitancia** (o **tipo mho**), aunque en las protecciones digitales se pueden conseguir respuestas más complejas. En la Figura 15.10 se muestran algunos de estos umbrales característicos, en un sistema ortogonal de ejes denominado **diagrama R–X** (los casos son: (a) es un detector de impedancia mínima, (b) es un detector de impedancia descentrado, (c), un detector de reactancia mínima, (d, e y f) son detectores de admitancia máxima).

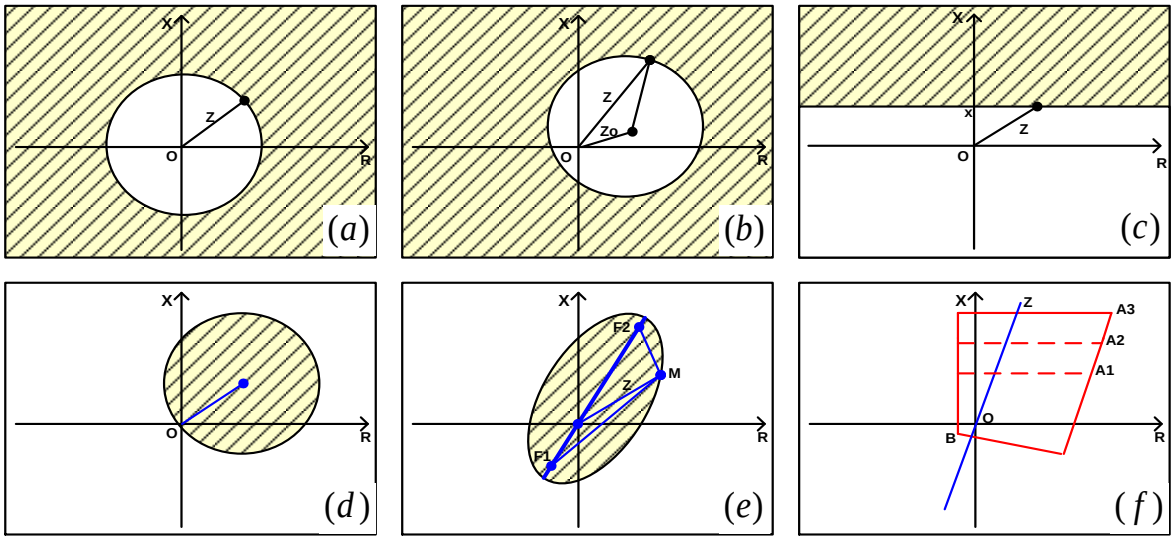


Figura 15.10: Distintos detectores de distancia

En condiciones normales de operación, la impedancia vista por el detector es grande (incluye las cargas) y el punto de operación está claramente fuera de las curvas de Z y de X (que en teoría debieran corresponder al valor para el total de la línea). Al revés, la admitancia es pequeña, y el punto está dentro del círculo mho. Por la forma de la curva umbral, los detectores por impedancia y por reactancia no son direccionales, por lo que detectan algunas fallas ocurridas aguas arriba de la línea protegida. Por ello los detectores comerciales tienen generalmente un detector de partida, direccional o mho (casi direccional), que da la orden de operar a un detector de reactancia o de impedancia.

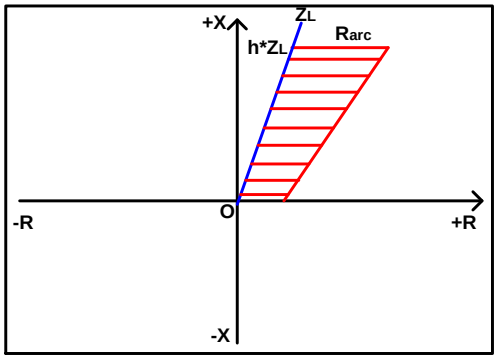


Figura 15.11: Efecto de la resistencia de falla

Ahora bien, al ocurrir una falla en la línea protegida, baja V y crece I, la medida $V\,/\,I$ resulta inferior a la impedancia de la línea, y el punto de operación se desplaza violentamente para entrar en la zona de operación del relé.

Hay que hacer presente, sí, que la medida $V\,/\,I$ no refleja con exactitud la impedancia hasta el lugar de la falla, ya que, según el detector, incluye la resistencia de falla (que puede ser importante en algunos casos, ver Figura 15.11), el retorno por tierra (en el caso de fallas a tierra) y un posible equivalente del sistema que esté operando en paralelo.

Por otra parte, en la práctica no es posible calcular con precisión el valor de la impedancia total de la línea, de modo que siempre habrá cierta imprecisión en el valor de la curva umbral. Como consecuencia, no se puede establecer con absoluta precisión la ubicación de la falla (lo que facilitaría su posterior reparación) y la protección deja de ser selectiva para fallas en el final de la línea, ya que es muy posible que los ajustes dados permitan ver fallas más allá de ese extremo.

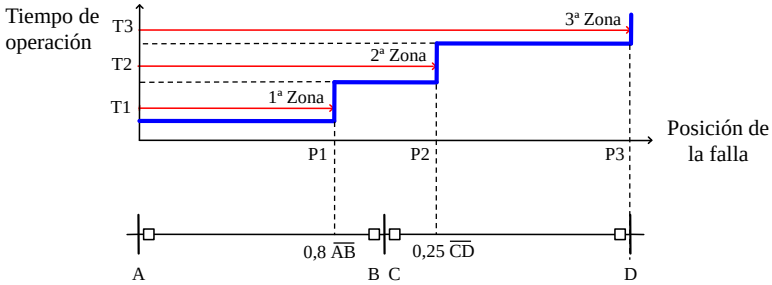


Figura 15.12: Zonas de operación

El problema se resuelve normalmente implementando una protección en dos o más "zonas" o escalones de tiempo (Figura 15.12). Una **primera zona**, instantánea (sin retardo intencional), selectiva, protege hasta el 80 a 90 % de la línea, mientras que una **segunda zona**, que opera con un retardo de tiempo del orden de $0,3$ a $0,5$ segundos, ajustable mediante un relé de tiempo, posee un alcance mayor, llegando hasta el 20 a 25 % de las líneas que siguen al extremo contrario, asegu-

rando así la protección del total de la primera línea. En casos excepcionales, por necesidades de coordinación temporizada con otras protecciones, el retardo de la segunda zona puede subir hasta 1 s. Para respaldo remoto de las líneas que siguen se suelen agregar otras zonas, con un mayor retardo de tiempo (de 1 a 3s).

La selectividad de un detector así definido es buena, y en todo caso mejor que en las protecciones de sobrecorriente, lo que facilita la coordinación y hace que la respuesta sea más rápida. Además, los cambios de configuración del sistema de potencia afectan menos sus ajustes.

15.7. Los circuitos de control

Son los encargados de traducir las órdenes de los relés en una apertura de interruptores, energización de alarmas, operación de inscriptores o registradores de eventos, etcétera. Como las protecciones tienen normalmente solo uno o dos contactos, con baja capacidad de corriente, lo primero es multiplicar el número de contactos con ayuda de relés auxiliares instantáneos. Estos circuitos operan a veces con corriente alterna, pero preferentemente con corriente continua (baterías de 48, 125 o 250 $[V]$), hecho que otorga independencia respecto del sistema de transmisión que se desea proteger.

Los circuitos de subestaciones más antiguas están desarrollados en una lógica convencional, mediante relés auxiliares, temporizadores, contactores, etcétera. En las subestaciones actuales se los desarrolla mediante programadores lógicos programables (PLC) o con ayuda de una lógica digital ya incorporada en las protecciones numéricas.

La configuración general de los circuitos de control depende de la seguridad buscada. Hay esquemas en los que tanto la protección principal como la de respaldo local operan sobre una bobina única de disparo del interruptor, o en los que cada protección actúa sobre una bobina de disparo separada. También existen variantes en torno de los transformadores de medida, que pueden ser únicos (para ambas protecciones) o separados por protección. Lo que sí es raro, es separar baterías. El diseño de estos circuitos, que debe ser muy cuidadoso, se vierte en planos denominados **elementales de alambrado y control**, donde se dibujan en su posición de reposo todos los contactos y sus accionamientos (hay que diferenciar entre contactos que están normalmente abiertos (N.A.) y contactos que en condición normal están cerrados (N.C.)).

15.8. Interruptores de poder

Son los elementos destinados a interrumpir la continuidad eléctrica de los sistemas cuando en ellos ocurre una falla peligrosa, o cuando se requiere desenergizarlos por motivos de mantenimiento (y que facilitan su conexión cuando es el caso). La interrupción de las elevadas corrientes de cortocircuito se logra mediante la acción de los llamados **contactos principales**, con un diseño específico destinado a manejar y apagar el arco que esta maniobra implica. A ello ayuda el diseño y la alta rigidez dieléctrica del ambiente de la **cámara de extinción**, dentro de la cual se desplazan. La capacidad de corte de un interruptor por utilizar en una ubicación determinada debe garantizar la interrupción de la mayor corriente de cortocircuito previsible en ese lugar. Cuando la capacidad de corte requerida es grande, es usual ocupar más de una cámara de extinción en serie.

Además, hay que hacer presente que existen contactos auxiliares, que permiten reflejar, hacia los centros de control y hacia la protección misma, el estado del interruptor (abierto, cerrado), lo que permite verificar el correcto fin del proceso (y si no es el caso, enviar señales de operación hacia otros interruptores).

El diseño de los interruptores es difícil, porque estos equipos cumplen funciones diametralmente opuestas según sean las circunstancias: estando cerrados deben permitir el paso de la corriente en las mejores condiciones posibles, sin introducir pérdidas ni calentamientos de importancia. Estando abiertos, en cambio, deben impedir totalmente el paso de la corriente, sin presentar fugas de importancia. El cambio de un estado al otro debe ser muy rápido, pero no instantáneo, para no crear sobretensiones de importancia en el sistema.

El principio básico de todos los interruptores es el mismo de los conocidos interruptores domésticos: un contacto fijo y el otro móvil, que se puede desplazar con rapidez, creando una separación no conductora entre ambos. La separación se logra generalmente recurriendo a la fuerza de un resorte, previamente comprimido con ayuda de un motorcito auxiliar.

Al comenzar la separación de los contactos, disminuye la superficie de contacto, con lo cual aumenta la densidad de corriente y, consecuentemente, la temperatura del material. El aumento de temperatura se torna rapidísimo al terminar el contacto físico de los polos, calentándose fuertemente el ambiente en torno del último punto de

contacto. A las temperaturas superiores a los 3,000 $[K]$ que se crean, se ioniza el gas circundante, permitiendo así el paso de la corriente, a pesar del espacio físico que comienza a separar los contactos. La propia corriente mantiene posteriormente la temperatura necesaria para conservar el arco. La inercia térmica de la columna ionizada hace que las condiciones favorables al establecimiento del arco se mantengan, a pesar de que la corriente alterna pase periódicamente por el valor cero.

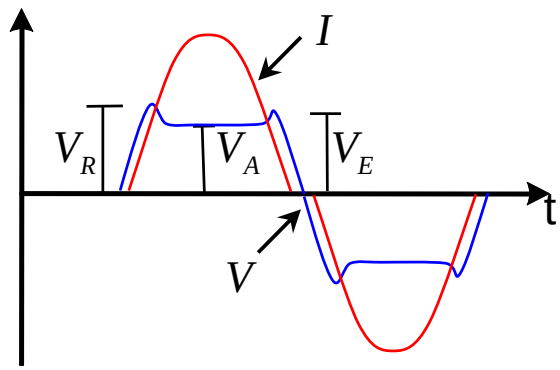


Figura 15.13: Tensión y corriente al abrir

Los oscilogramas tomados en los contactos de un interruptor que se abre muestran que la tensión que aparece entre ellos está en fase con la corriente que circula (de modo que el arco es resistivo), y que es relativamente constante durante el semiperíodo, a pesar de que la corriente varía sinusoidalmente. La tensión crece por sobre el valor de combustión V_A, tanto al comenzar el arco (**tensión de reencendido** V_R), como al extinguirse este (**tensión de extinción** $V_E < V_R$). Hay un breve lapso al final de la alternancia, en el que la corriente se corta, y el arco no vuelve a encenderse hasta que $V_{sist} = V_R$ (Figura 15.13).

Esta última conclusión indica que la interrupción de circuitos fuertemente inductivos o capacitivos será particularmente difícil, por el hecho de que la tensión aplicada por el sistema es máxima justamente cuando la corriente pasa por cero

La tensión entre los contactos del interruptor pasa instantáneamente de cero, el valor controlado por el final del arco, al valor impuesto por el circuito reactivo, aumentando así la tendencia a la formación del arco. Según el caso, la **tensión de restablecimiento** será igual, o incluso superior, a la tensión nominal del sistema.

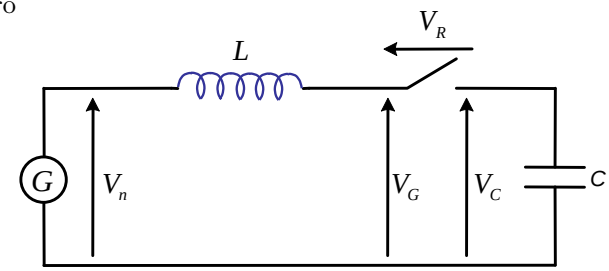


Figura 15.14: Apertura de circuito capacitivo

Por ejemplo, cuando el sistema posea una fuerte capacitancia (Figura 15.14), ya sea serie o paralelo (como ocurre, por ejemplo, al abrir una línea que está en vacío), se produce un fenómeno de superposición de ondas, que puede llevar la tensión de restablecimiento a valores tales como $2V_n$ e incluso superiores, si acaso se producen reigniciones del arco.

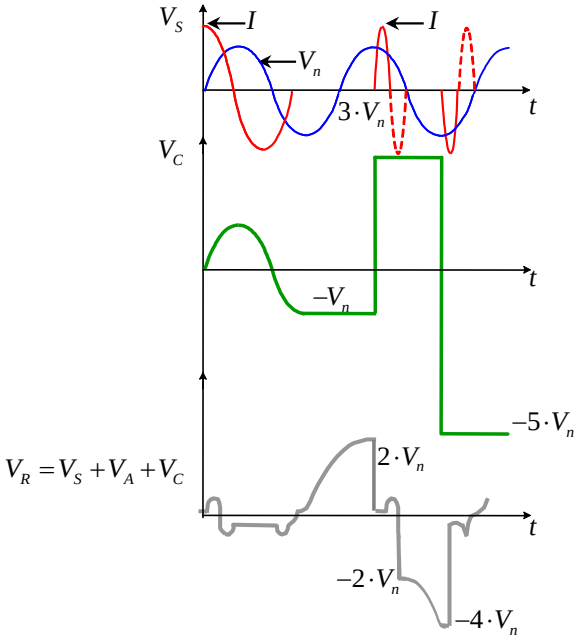


Figura 15.15: Efecto de reencendido del arco

En efecto, al abrir el interruptor en el circuito LC de la Figura 15.14, se establecerá un arco, cuyo corte se producirá cuando la corriente pase por cero. El condensador C quedará cargado con $V_c = -V_n$, y la tensión entre contactos $V_R = V_n - V_C$ crecerá desde cero hasta $2V_n$, medio ciclo después (ver Figura 15.15). Si acaso se vuelve a encender el arco, V_R bajará instantáneamente casi a cero (tensión de combustión del arco V_A), y el efecto es como si se aplicara una fuente de tensión $-V_R$ al circuito LC, lo que equivale a una tensión total aplicada $V_n + V_R \approx 3V_n$.

Hay una oscilación a frecuencia $f_0 = (2\pi\sqrt{LC})^{-1}$ (que es comparativamente alta), que lleva V_C al valor $+3V_n$ en el instante en el que la corriente vuelve a pasar por cero. Al cortarse el arco, el condensador puede quedar cargado a $+3V_n$, con lo cual $V_R = V_n - V_C$ crece hasta aproximadamente a $-4V_n$, y así sucesivamente.

El problema fundamental en el diseño de los interruptores es, entonces, el de extinguir el arco y, más concretamente, el de enfriarlo, en ese breve lapso en que la corriente pasa por cero. Para ello se han desarrollado varios procedimientos diferentes.

15.8.1. Interruptores en aceite

En estos interruptores, los contactos se desplazan dentro de un recipiente lleno de aceite mineral. El calor evapora instantáneamente el aceite que lo rodea, produciendo así hidrógeno a presión. La gran conductividad térmica del hidrógeno (cuyas moléculas son muy livianas), y el carácter explosivo proveniente de la presión acumulada (favorecida por un diseño adecuado de la cámara), contribuyen a ahogar prontamente el arco. El diseño de la cámara de extinción debe ser bastante elaborado, para que la cantidad de aceite empleada sea pequeña. La cámara es fabricada de material aislante, lo que permite ponerla a la tensión de la línea, abaratando la solución. El aceite es conducido a la zona del arco con ayudas mecánicas tales como pistones, discos, etcétera. No hay dificultades especiales (a no ser prevenciones sísmicas) para colocar cualquier cantidad de cámaras en serie, y operar así en líneas de tensión elevada (incluso 750 $[kV]$). Para mejorar la distribución de tensiones entre las unidades se ponen resistencias en paralelo.

Estos interruptores son robustos, sencillos, comparativamente silenciosos y fáciles de mantener. Como inconveniente, se cita la posibilidad de combustión del aceite en caso de algún accidente. Son en general los interruptores más baratos, aunque solo se les puede usar donde se requieran capacidades de ruptura moderadas. Exigen un mantenimiento (limpieza del aceite) relativamente frecuente.

15.8.2. Interruptores de aire comprimido

En estos interruptores, el arco se apaga estirándolo y enfriándolo con ayuda de un chorro de aire a velocidad supersónica. Aunque el nitrógeno del aire posee una conductividad térmica claramente inferior a la del hidrógeno del aceite, el enfriamiento del arco no es tan malo, porque el nitrógeno atómico proveniente de la disociación del aire retorna a la forma molecular a los 7,000 $[K]$, típicos de la combustión del arco.

Las cámaras de ruptura se colocan a la tensión de línea, y pueden ser unidas en serie, lo que permite el uso de estos interruptores a cualquier nivel de tensión. El aire a presión (sobre 17 [at]) es conducido hasta las cámaras por cañerías especiales. El gran poder de extinción hace que sea el tipo de interruptor más usado cuando se requiere esa capacidad. Son caros, en cuanto precisan de una planta de aire comprimido, que debe ser lo bastante poderosa como para permitir la rápida reconexión (y posible nueva apertura) del interruptor. El carácter explosivo de la operación con aire comprimido los hace bastante ruidosos.

15.8.3. Interruptores con hexafluoruro de azufre (SF_6)

En ellos, el arco se apaga en una cámara llena con SF_6 a baja presión. El SF_6 es un gas incombustible, cinco veces más pesado que el aire, y que tiene una gran afinidad por electrones, captándolos inmediatamente del gas ionizado, y dificultando así que el arco se mantenga. Además, se requiere una gran energía para disociarlo, y los átomos de azufre y flúor se recombinan a temperaturas de 2,000 $[K]$, lo que contribuye a mantener sus propiedades con el tiempo. Por la forma de operar, son relativamente silenciosos.

Presentan, sin embargo, un gran inconveniente, cual es que sus componentes S y F (presentes durante el breve tiempo de disociación) son fuertemente corrosivos, lo que obliga a usar materiales especiales en los contactos, aisladores y lubricantes. Como no debe haber ni vestigios de suciedad, no pueden ser abiertos para un mantenimiento o inspección. Por otra parte, el SF6 se licua a temperaturas bajo unos $10^\circ C$, obligando a usar calefactores en los interruptores de exterior.

15.8.4. Interruptores en vacío

En estos interruptores, el arco se produce dentro de un recipiente en el que se ha hecho vacío. Como no hay aire que se ionice, el arco se interrumpe por sí solo al pasar la corriente por cero. Sin embargo, las dificultades de fabricación de una cámara que conserve el vacío han dificultado su uso comercial, salvo en modelos de baja capacidad y pequeña tensión.

15.8.5. Características de los interruptores

Algunas características importantes en la especificación de un interruptor son:

- La **tensión máxima normal**, que es el valor efectivo máximo de la tensión con la cual puede operar en forma permanente. Se escoge en un valor algo superior a la tensión nominal del sistema.

- La **corriente nominal** es la mayor corriente que los contactos pueden soportar en forma permanente, sin calentarse excesivamente.

- La **corriente nominal de cortocircuito** es el valor máximo de la componente simétrica de la corriente de cortocircuito trifásico que el interruptor es capaz de abrir en forma garantizada (bajo un ciclo normal de

operación), si la tensión del sistema es la tensión máxima normal. Esta corriente se mide en el instante en que los contactos principales comienzan a separarse, tiempo que es inferior al tiempo total requerido para extinguir el arco.

- La **capacidad de ruptura simétrica** (válida para fallas 2F y 3F) es el producto de $\sqrt{3}$ veces la tensión máxima normal por la corriente nominal de cortocircuito. El interruptor es capaz de mantener esta capacidad dentro de cierto rango de tensiones inferiores a la tensión máxima normal (por lo tanto, ¡con corrientes superiores a la nominal de cortocircuito!), especificado por el **factor de rango de tensiones K**. Esto significa que la corriente de cortocircuito máxima que el interruptor puede abrir, en el extremo inferior del rango, es K veces la corriente nominal de cortocircuito.

  En la práctica, se da el caso de querer utilizar un interruptor en una tensión nominal inferior a la propia del interruptor y por lo tanto inferior a $1/K$ veces la tensión máxima normal. Pero, como la corriente no puede ser superior a K veces la corriente nominal de cortocircuito, resulta que en tales condiciones la capacidad de ruptura será claramente inferior a la nominal.

  Para definir la capacidad de ruptura de un interruptor se requiere verificar la corriente de falla que se supone pasará efectivamente por el equipo, la que no siempre corresponde a la corriente máxima de falla en el nudo correspondiente. En ese análisis, ¡no se debe olvidar la situación de una falla en bornes del interruptor abierto!

- El **tiempo nominal de interrupción** es el intervalo máximo admisible entre la energización del circuito de operación del interruptor y la extinción del arco en los tres polos (apertura completa de los contactos principales). Se mide normalmente en ciclos de la onda fundamental de 50 [Hz] (por ejemplo, 5 ciclos, que corresponde a interruptores antiguos; 3 ciclos, que es lo normal; 2 ciclos, que corresponde a los buenos interruptores actuales). Debe ser breve, para limitar la acción del arco.

La Figura 15.16 ilustra sobre los tiempos que se dan sucesivamente en la operación de un sistema de protección.

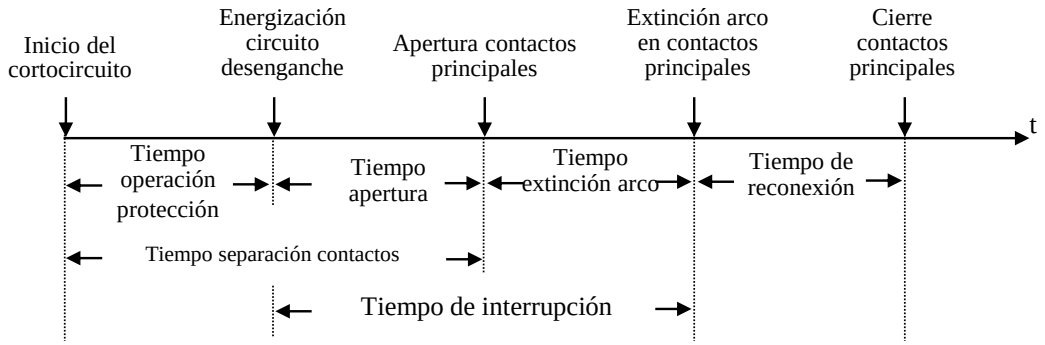


Figura 15.16: Tiempos involucrados en la acción de un sistema de protección

Cuando interese tomar en cuenta la corriente total de cortocircuito, incluyendo la componente unidireccional (que decae rápidamente con el tiempo), hay que considerar la **capacidad de ruptura asimétrica** (válida para fallas 2F y 3F). Esta capacidad se obtiene multiplicando la capacidad de ruptura simétrica por el coeficiente **S**, comprendido entre 1,0 y 1,4, que se especifica en la curva de Figura 15.17, en función del tiempo de separación de los contactos.

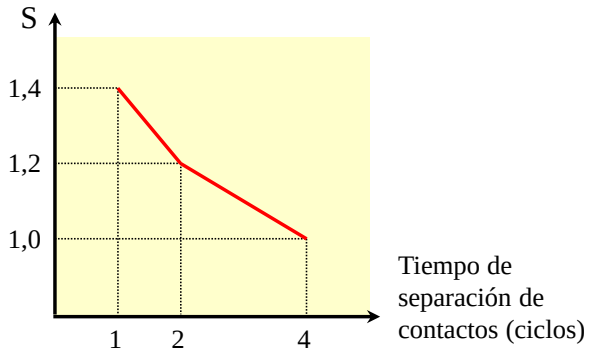


Figura 15.17: Coeficiente para ruptura asimétrica

Tratándose de cortocircuitos monofásicos, las corrientes por interrumpir pueden ser hasta un 15 % mayores que con cortocircuitos trifásicos o bifásicos, pero sin superar el límite de K veces la corriente nominal de cortocircuito. En efecto, la corriente nominal de cortocircuito recién definida ha sido establecida suponiendo una razón $X/R \leq 15$ para el sistema eléctrico y, por lo tanto, un cierto decaimiento típico de la componente unidireccional de la corriente de falla. En los casos en los que la razón real sea mayor, el decaimiento de la componente continua es menor que el supuesto, y es preciso reducir la capacidad simétrica de ruptura

del interruptor, con el fin de dejar holgura para esa mayor corriente unidireccional. Ello se hace dividiendo por un coeficiente comprendido entre 1,0 y 1,5, y que es dado por las normas en formas de curvas, función de X/R y del tiempo transcurrido hasta que los contactos comienzan a separarse. Con estas curvas se toma en cuenta no solo el descenso de la componente unidireccional, sino también el de la componente alterna, cuando la falla es cercana a las máquinas.

15.9. Fusibles y reconectadores

En distribución, resulta muy oneroso instalar multitud de transformadores de medida, interruptores, etcétera, dada la cantidad de ubicaciones individuales, motivo por el cual se emplean equipos especiales que engloban todas las funciones de protección.

El **fusible** es medidor, detector (de sobrecorriente) e interruptor en uno. Los fusibles de distribución, que son normalmente del tipo expulsión, consisten en un cilindro de fibra aislante, en cuyo interior va un segundo tubo, que contiene el hilo fusible, y que es cambiable. Por su diseño, el calor del arco calienta un gas contenido en el cilindro, lo que ayuda a elongar y apagar el arco (cuando la corriente pasa por cero). Además, produce el desenganche del cilindro, que cae, y permite así visualizar cuál es la fase fallada. El cilindro exterior puede ser retirado con ayuda de una pértiga aislante (en dos movimientos, primero desenganchar la parte superior y luego la inferior). Según sea la curva de fusión del hilo, existen fusibles del tipo K o rápidos y del tipo L o lentos.

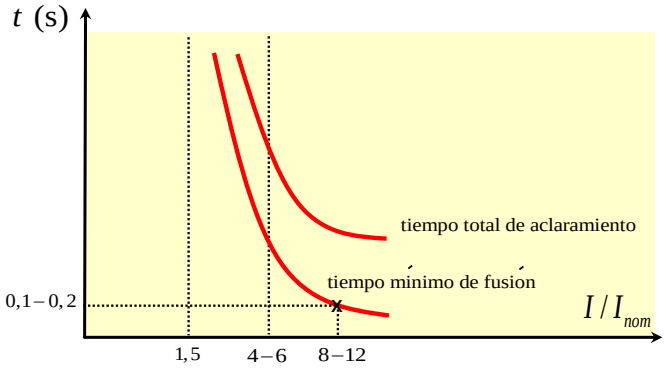


Figura 15.18: Curvas de operación de un fusible

Se define como **corriente nominal del fusible** a la máxima corriente que este puede llevar en forma permanente. Corresponde aproximadamente a la mitad de la corriente con la cual comienza a fundirse. La curva de operación (corriente en función del tiempo de fusión, Figura 15.18) no es única ni bien definida, sino que cubre un rango entre la situación más favorable (tiempo mínimo de fusión), en la que no se crea un arco y la interrupción es rápida, y otra más desfavorable (tiempo total de aclaramiento), en la que sí aparece un arco y la interrupción se produce en la siguiente pasada por cero de la corriente, recién a los 10 ms. Son asimilables a las curvas de tiempo extremadamente inverso de los detectores por corriente.

Otros inconvenientes de los fusibles son que pueden abrir ("operar") por envejecimiento y que al operar originan una fase abierta.

Los **reconectadores** son equipos más caros que los fusibles, al incluir un interruptor. Su gran ventaja radica en la posibilidad de reconectar en forma automática, con lo que se evita la necesidad de que alguien acuda a reponer el hilo fusible. Por ello son de un uso bastante extendido, sobre todo en la distribución rural, donde, además, muchas de las fallas son fugaces (hay que tener presente, sí, que la reconexión contra una falla permanente produce daño a los equipos e incrementa el riesgo para las personas).

Normalmente poseen protección de sobrecorriente de fase (tipo muy inverso) y residual (muy inverso y tiempo definido). Permiten hasta tres reconexiones (o cuatro aperturas, según se quiera mirar), con un tiempo muerto entre ellas de entre 1 y 2 segundos.

15.10. Protección de los usuarios

Por su empleo masivo, las protecciones de los usuarios deben ser sencillas, baratas, y no requerir supervisión. Manejan corrientes comparativamente pequeñas y no enfrentan sobretensiones dignas de mención. Por esta razón se emplean los fusibles, poco fiables en su tiempo de operación (su diagrama corriente en función del tiempo de operación es, en realidad, un área o zona de posible fusión, y no una curva única) y lentos de reemplazar cuando han operado, o bien los automáticos, más caros, pero de tiempo de operación más definido y de rápida reposición.

La disposición normal es un fusible general (de la compañía eléctrica), seguido de un automático general (del cliente), para luego subdividir la instalación en ramas independientes, comenzando cada una con un automático, de menor calibre que el general (Figura 15.19). Puesto que en este caso es más probable que seres humanos se vean involucrados en la falla, se suele agregar un **automático diferencial**, muy sensible a desequilibrios en la

corriente y de acción muy rápida.

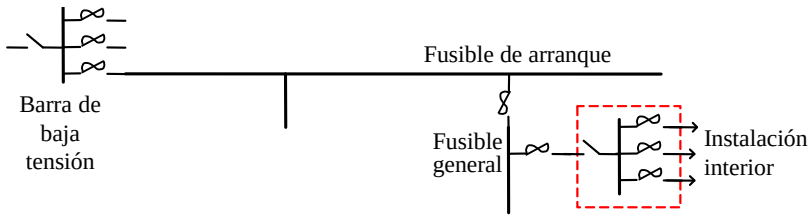


Figura 15.19: Protección de usuario

En el caso de las industrias medianas y pequeñas, toma un lugar importante la protección de los motores de inducción. Los más pequeños (hasta 600 $[V]$) se protegen con fusibles o con automáticos por sobrecorriente. Sobre los 600 $[V]$ están normalmente provistos de un controlador o contactor, que posee protección de sobrecorriente para sobrecargas y fallas internas, y una protección de subtensión temporizada, que desconecta el motor si el voltaje está por debajo de un mínimo (por ejemplo, 85 %) durante un tiempo prolongado (considerando que los motores no parten o no operan bien con tensiones bajas). Tratándose de motores muy grandes e importantes (sobre 4,600 $[V]$), se acostumbra agregar una protección diferencial longitudinal. Hay que tener cuidado, sí, con la corriente de partida, que puede llegar momentáneamente a cuatro o cinco veces la corriente nominal.

Las más recientes protecciones de motores incorporan en un solo relé funciones de sobrecorriente residual, secuencia negativa, diferencial, baja tensión y térmica. En las industrias grandes se instala un sistema complejo de protecciones (sobrecorriente, residual, diferencial de transformador, sobre y baja tensión, protección de motores, etcétera), con el fin de reducir el número de paradas innecesarias.

15.11. Protección de las redes de distribución

15.11.1. Sistemas de protección convencionales

En las redes radiales de distribución secundaria (400 $[V]$) se coloca normalmente un fusible general en la salida de cada alimentador (lo que implica tiempos largos de reemplazo luego de una falla). Excepcionalmente, y cuando el caso particular lo justifica, se colocan fusibles adicionales, en posiciones intermedias del alimentador (los que obviamente deben estar coordinados).

La principal regla para escoger un fusible es que la corriente corresponda a la sobrecarga máxima esperable por tiempos breves (algunos segundos). Si se esperan sobrecargas de mayor duración (por ejemplo, partida de motores), ellas no deben superar el 75 % de la corriente de fusión. La coordinación entre fusibles es más fácil si son del mismo tipo (K o L). La práctica usual es dejar la curva de máximo tiempo de despeje del fusible de aguas abajo en un 75 % del tiempo mínimo de fusión del fusible de aguas arriba.

En las redes primarias de distribución, también radiales, pero donde las corrientes ya son de cierta importancia y las interrupciones afectan a más clientes, se colocan interruptores en la salida (extremo transmisor) de cada alimentador. En atención a que la mayoría de las fallas es de carácter fugaz, estos interruptores suelen ser, sobre todo en líneas rurales, reconectadores. La forma de proteger depende de si el sistema está o no puesto a tierra. Si lo está, operan con un detector de sobrecorriente del tipo extremadamente inverso (más parecido a un fusible). Si el sistema opera levantado de tierra, se instala un detector direccional de potencia reactiva homopolar (ya que esta cambia de sentido durante la falla).

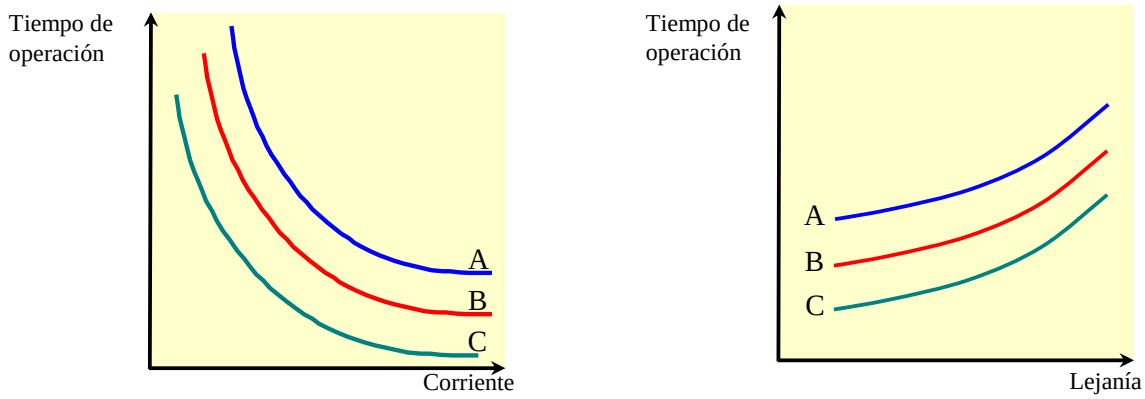


Figura 15.20: Tiempo de operación en función de la corriente y de la lejanía

Como no existe un límite definido de sensibilidad, las protecciones ven, aunque con un tiempo de operación largo, fallas en elementos ubicados aguas abajo. El efecto se visualiza más claramente transformando las curvas *I-t* de la protección (Figura 15.20 izquierda, en página anterior) en curvas *I-lejanía* desde la subestación (Figura 15.20 derecha).

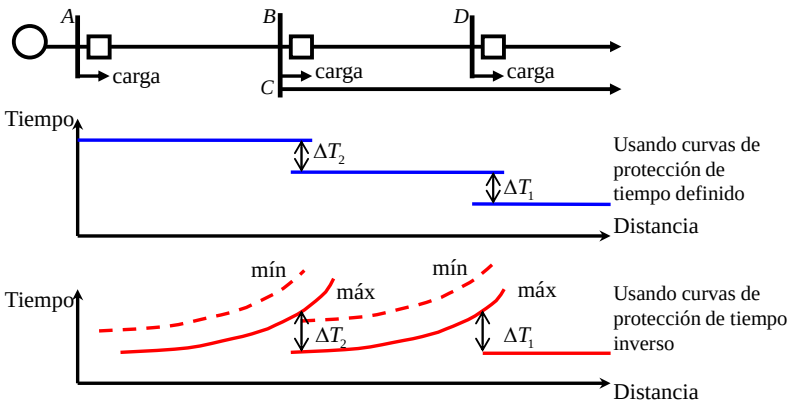


Figura 15.21: Coordinación en redes radiales

tos tienen el inconveniente de operar monofásicamente, lo que puede significar dejar la falla interna alimentada desde las otras dos fases. Para especificarlos, hay que tomar en cuenta que deben soportar, sin fundirse, posibles sobrecargas (mínimo 10 %) y la corriente de energización (hasta 12 veces la corriente nominal durante hasta 200 ms). Al coordinar su operación con las posibles protecciones existentes en el lado de baja tensión, hay que tomar en cuenta la forma en que se reflejan las fallas asimétricas, por efecto del grupo de conexión del transformador. En caso de usar interruptores, se colocan detectores de sobrecorriente y, en el caso de equipos más onerosos, detectores de sobretemperatura del transformador.

La coordinación entre un reconectador y un fusible, situación que se da en las redes rurales, resulta adecuada si la corriente está comprendida entre los valores de corte de las curvas del fusible con las curvas rápida y lenta del reconectador. En tal caso abre primero el reconectador, evitando el cambio del hilo fusible si la falla era transitoria. Si la falla es permanente, operará el fusible antes que el reconectador en curva lenta, como se muestra en la Figura 15.22.

La coordinación entre un relé (interruptor) y un reconectador se logra colocando la curva del relé más arriba de la curva lenta del reconectador (Figura 15.23).

La coordinación de estos relés en redes radiales se logra desplazando las curvas de los detectores, de modo que los tiempos de operación sean crecientes al avanzar hacia la generación (referidos a corrientes equivalentes), como se aprecia en la Figura 15.21. A esta coordinación ayuda el hecho de que las protecciones de ramas independientes (B y C en la figura) no ven fallas en la otra rama, ni fallas que ocurran aguas arriba de ellas.

Para la protección de los transformadores, que en general presentan menos fallas, se suelen usar los fusibles, ubicados en el lado de alimentación (alta tensión), aunque és-

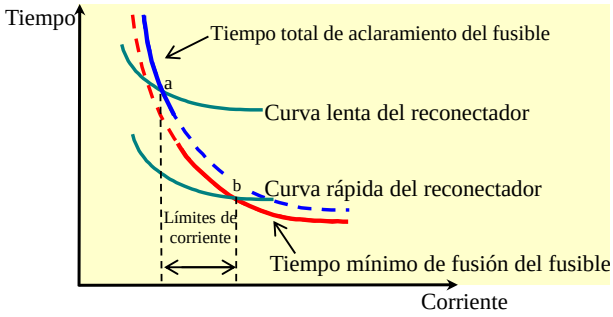


Figura 15.22: Coordinación de reconectador fusible

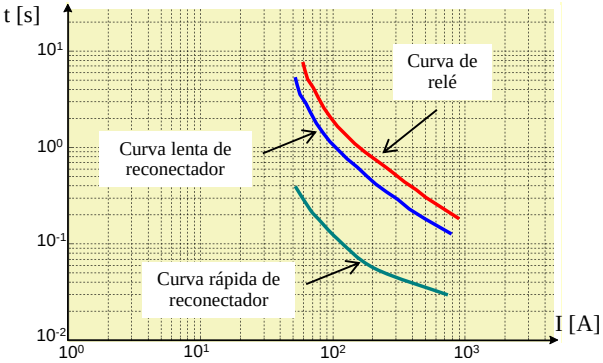


Figura 15.23: Coordinación de relé con reconectador

15.11.2. Los sistemas de protección cuando hay generación distribuida

La integración de recursos distribuidos (RD) está transformando el sistema de distribución radial tradicional, convirtiéndolo en un sistema multifuente, que requiere dispositivos de protección capaces de mantener una coordinación adecuada en condiciones de flujo de potencia bidireccional y variable. Un tratamiento detallado de esta situación excede los alcances de este texto, por lo que sólo se presentarán algunas ideas de carácter general.

Antes que nada, y para uniformar el lenguaje, RD se define como una fuente de energía eléctrica que no está conectada directamente a un sistema de transmisión de potencia. Puede ser directamente generación distribuida (GD), generalmente del tipo fotovoltaico o eólico, o almacenamiento de energía (AE), generalmente baterías. Una

microrred es una agrupación localizada de fuentes de GD y de almacenamiento (AE), que trabajan en conjunto y coordinadamente para suministrar la demanda eléctrica local. Tanto las unidades RD, como las microrredes, se conectan en el nivel de la red de distribución, por medio de un punto de acople.

Es claro que la multiplicidad de tipos de unidades RD, con diferentes características de corriente de cortocircuito, que pueden o no estar conectadas a la red, implica que la protección debe ser efectiva también en condiciones variables de corrientes de falla. Además, los nuevos requisitos de manejo del SEP exigen que las unidades RD permanezcan conectadas en condiciones de falla, para así proporcionar soporte a la red, y mejorar la confiabilidad del sistema y la seguridad del suministro.

En este nuevo contexto, uno de los mayores desafíos técnicos que enfrentan las redes de distribución tiene que ver con el diseño de los sistemas de protección. La inclusión de unidades RD y de microrredes dificulta el diseño y la operación de los sistemas de protección, como consecuencia de alguno de los siguientes aspectos:

- Con la introducción de las unidades RD, la estructura radial de las redes se ve comprometida, y la coordinación de las protecciones puede verse afectada, o perderse por completo en algunos casos.
- La topología de la red de distribución puede ser variada, con eventuales cambios de una situación a otra, dependiendo de las unidades que estén conectadas, lo que puede producir flujos bidireccionales.
- Según sea la localización y el nivel de penetración de las unidades RD, se modificarán los niveles del flujo de potencia y las corrientes de falla en la red.
- Las unidades GD se basan principalmente en fuentes variables de energía renovable, muchas de las cuales se conectan usando interfaz de electrónica de potencia.

Como resultado, los sistemas de protección pueden operar erróneamente, mostrando alguno de los siguientes comportamientos indeseados:

- Problemas de no detección de fallas, dejando zonas de la red en condiciones inseguras (reducción de la sensibilidad).
- Modificación de los tiempos de apertura de algunos dispositivos, frente a fallas (cambios en la rapidez).
- Falsas aperturas de dispositivos, al actuar ante fallas en otros circuitos de la red, que no forman parte de su zona de protección (deterioro de la seguridad).
- Descoordinación entre dispositivos, al actuar primero la protección de respaldo frente a una falla (pérdida de selectividad).
- Reconexiones fallidas de reconectadores (deterioro de la confiabilidad).

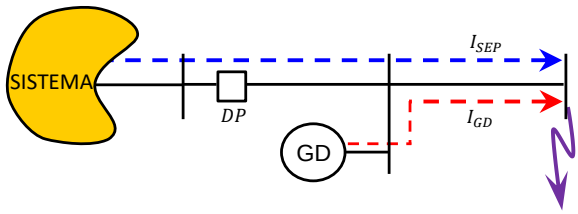


Figura 15.24: La conexión de GD complica la operación de la protección DP

La no detección de fallas ocurre cuando se reduce la sensibilidad de un dispositivo de protección. Ello puede suceder porque la presencia de una unidad RD, ubicada aguas abajo del detector de la protección de la red, disminuye las corrientes vistas por ese dispositivo de protección ubicado más aguas arriba. Por ejemplo, en la Figura 15.24, la conexión de GD reduce el suministro de potencia desde el SEP. Como en distribución las corrientes de falla son de un orden de magnitud similar al de las corrientes de carga, y dado que la red puede ser débil, de modo que la impedancia de la fuente SEP puede ser comparable con la de la unidad GD, la contribución de la red a la corriente de cortocircuito disminuye. Con esto se puede provocar la no detección de la falla por parte del dispositivo de protección DP. La reducción efectiva dependerá de las impedancias de cortocircuito relativas de la fuente principal y de la unidad RD, y de la impedancia del alimentador hasta el punto de falla.

Una falsa apertura ocurre cuando un dispositivo de protección en un alimentador opera por una falla en otro alimentador, ya sea corriente arriba o en paralelo (ver Figura 15.25 en página siguiente, donde el dispositivo 2 ve corriente en un sentido para falla en A, y en el otro para falla en B). Las corrientes de falla por el dispositivo de protección que ha operado mal no existen en ausencia de las unidades RD. Este problema se resolvería utilizando

elementos de sobrecorriente direccionales, pero ello requiere disponer de transformadores de tensión, que en general no se instalan en el sistema de distribución. Por ello, la mayoría de los dispositivos de protección de sobrecorriente utilizados en la red de distribución son no direccionales y detectarán fallas bidireccionales.

El tamaño relativo de la unidad RD, en comparación con el sistema de distribución, es un factor importante a considerar. Se le mide a través de la relación de la impedancia de la unidad RD equivalente, con la impedancia del sistema. Esto determina el nivel de corriente de cortocircuito de la unidad RD. Por otra parte, el tipo de unidad tiene un impacto significativo en el problema de la coordinación de las protecciones. Por ejemplo, la corriente de falla de unidades acopladas electrónicamente es reducida en magnitud, y, por lo tanto, tendrá un aporte menor a la corriente total (comparado con unidades basadas en máquinas sincrónicas, que se acoplan directamente a la red).

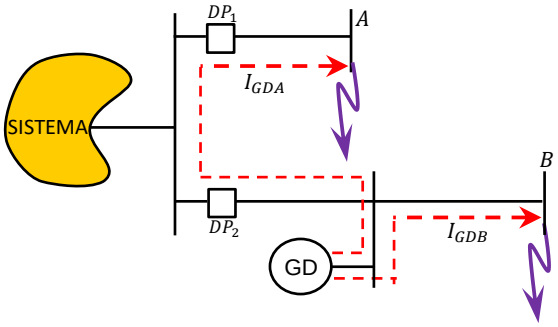


Figura 15.25: Corriente de falla bidireccional

Debido a la insuficiencia de los dispositivos de sobrecorriente, en cuanto a proveer adecuada protección, se han propuesto nuevos métodos de protección para abordar los problemas asociados con la penetración de unidades RD en las redes de distribución. Estos métodos son los siguientes:

- Basados en dispositivos de sobrecorriente direccional;
- Basados en dispositivos que operan por tensión, como detectores de baja y sobre tensión;
- Basados en detectores de distancia;
- Basados en detectores diferenciales.

Tabla 15.7: Ventajas y desventajas de los métodos de protección propuestos

Método de protección	**Ventajas**	**Desventajas**
Sobrecorriente direccional	Aplicable para redes con diferentes tipos de unidades RD	• Tiempos prolongados de actuación de los dispositivos de respaldo. • Aplicable a redes de pequeña escala con configuraciones radiales.
Basado en tensión	Desempeño estable ante cambios en el valor y dirección de la corriente debido a la conexión/desconexión de unidades RD.	• Posible operación por acontecimientos transitorios o disturbios. • Dificultades para alcanzar la selectividad.
Distancia	Provee protección de respaldo para dispositivos de líneas vecinas.	• La impedancia de la falla puede provocar mal funcionamiento. • Limitada actuación en redes de distribución con líneas cortas. • El alcance del dispositivo puede ser limitado con la conexión de unidades RD
Diferencial	• Mejoras en la sensibilidad. • Menor afectación de la impedancia de falla. • Proporciona protección selectiva. • La dirección de la corriente no afecta la detección de fallas.	• El requisito del enlace de comunicación aumenta el costo de la implementación. • No se proporciona una protección de respaldo. • Dependencia de la comunicación.

La Tabla 15.7 de la página anterior resume las ventajas y desventajas de los métodos propuestos.

Algunos autores proponen la combinación de los métodos, para cubrir las desventajas de uno con otro. Por ejemplo, combinar métodos de protección de sobrecorriente direccional con aquellos basados en la tensión. Por otro lado, en el último tiempo se han propuestos métodos de proteccián adaptativos, que operan en línea, respondiendo a cambios en las condiciones de operación, reajustando los parámetros de los dispositivos de protección. Esta idea novedosa implica un cambio de paradigma en la operación de las redes de distribución.

15.12. Protección de las redes de transporte y de repartición

Debido a la estructura más enmallada de estas redes y a la importante potencia transitada por ellas, se hace necesario disponer de protecciones en ambos extremos de cada unión (línea, cable o transformador), protecciones que deben ser muy selectivas, para no ver fallas en la línea paralela. Como las redes de transmisión están casi siempre efectivamente puestas a tierra, las corrientes de falla son grandes y peligrosas, pero fáciles de detectar. Por lo grande de las corrientes, el despeje de las fallas debe ser muy rápido, para evitar la propagación de sus efectos al resto del sistema y, sobre todo, para evitar problemas de estabilidad transitoria. De hecho, un incidente mal enfrentado puede llevar a dificultades en la operación de todo el sistema (pérdida del sincronismo en cadena). También es necesario destacar que las fallas en los nudos (barras) del sistema, aunque poco probables, son muy peligrosas.

15.12.1. Protección de los transformadores

Los transformadores son los elementos del sistema de transmisión menos sujetos a fallas, debido a que no tienen partes rotatorias y están envueltos en una cuba protectora, dentro de un recinto protegido (la subestación). De todas maneras, el costo y la importancia individual de los transformadores de gran capacidad, sumado al riesgo de incendio, hace que se requiera una protección muy efectiva para fallas internas en él, incluso incipientes. Estas fallas pueden ser de una espira a masa o entre espiras de un mismo enrollado. Por el diseño del transformador, fallas entre fases son solo posibles en los terminales.

Debido al peligro que implica la evolución de una posible falla incipiente, no se emplea la reconexión automática. Después de cualquier operación de sus protecciones, se revisa de todas maneras el transformador, antes de volverlo a energizar. Los relés normalmente usados para protegerlo son dos: una protección diferencial de porcentaje y un relé Buchholz.

Relé Buchholz

Es un elemento protector que, colocado en una posición estratégica en la parte superior de la cuba del transformador, detecta la presencia de gas dentro de ella. Este gas proviene de la descomposición del aceite aislante, la que se produce en pequeñas cantidades a temperaturas superiores a los $350° C$, como consecuencia de uniones deficientes, obstrucciones en el circuito de refrigeración o fallas incipientes. Al acumularse en el relé, se acciona una alarma. Si la producción de gas y de aceite vaporizado se torna violenta, lo que ocurre en presencia de un arco (falla franca), el fuerte flujo producido acciona el relé, que desconecta todas las entradas del transformador.

Una dificultad que presentan los relés Buchholz es la posibilidad de operar ante las sacudidas originadas por un sismo de cierta intensidad.

Protección diferencial (87T)

Aprovecha el hecho de que, en operación normal, las corrientes en los varios enrollados de un transformador presentan módulos proporcionales (en la razón de transformación) y desfases definidos ($0°$, $30°$). Los módulos se corrigen por medio de la razón de los TTCC (si los enrollados son de igual capacidad) o con ayuda de transformadores auxiliares. Los desfases se corrigen dando a los TTCC una conexión distinta de la del transformador, que los anule (para enrollado en delta, T/C en estrella, y viceversa). Por lo tanto, las corrientes en todos los enrollados, detectadas por los transformadores de corriente, corregidas en módulo y ángulo por transformadores auxiliares, son hechas operar en oposición sobre un relé. Cualquier falla interna implica desequilibrios en las corrientes de los enrollados (en algunos casos, incluso cambio de signo), originando una diferencia que hace operar el relé, para dar orden de desconectar todos los interruptores que sirven el transformador.

Como ya se indicó al describir el detector diferencial, la sensibilidad de la detección en un transformador se ve complicada por la acción del cambiador de derivaciones, que altera la razón de transformación nominal equilibrada por los transformadores de corriente auxiliares. Además, los transformadores de corriente primario y secundario tienen normalmente curvas de respuesta (saturación) ligeramente diferentes, de manera que existe el peligro de interpretar una falla externa importante como falla interna. Por último, el equilibrio de corrientes no es completo,

ya que la corriente de magnetización circula solo por el primario. Debido a la saturación, esta corriente sube fuertemente durante la energización del transformador. Estos efectos obligarían a desensibilizar o a retardar la acción de la protección, justamente durante un período en el que el peligro de una falla interna es mayor. El tema se complica por el hecho de que para algunos transformadores, la elevación de la corriente de magnetización puede ser grande, lo mismo que el tiempo para que ella decaiga a valores normales.

La solución viene dada por el hecho de que la corriente de energización presenta un importante contenido de armónicas (hasta un 60 % de segunda), que no existen en la corriente de falla: la protección diferencial de transformadores ocupa normalmente una retención por segunda armónica, que impide la operación durante la energización.

Protección por imagen térmica
Con el fin de detectar temperaturas elevadas en la aislación de los enrollados, se suele incorporar una protección que mide la temperatura del aceite en la parte superior de la cuba, y le suma una estimación del gradiente de temperatura en el enrollado, conseguida al hacer circular una corriente proporcional a la del enrollado por una resistencia imagen (cuya constante térmica es similar a la del enrollado). Se "mide", así, la mayor temperatura en la aislación. Si esta es elevada, se acciona una alarma, y si ya es peligrosa, se desconecta el transformador.

Protección de respaldo
Las protecciones propias del transformador solo ven fallas internas. Si se desea dar respaldo a las protecciones del sistema que sigue aguas abajo, se agregan relés de sobrecorriente de fase (51) y residuales (51N) en ese terminal (lo que tiene la ventaja de evitar el efecto de la corriente de energización).

15.12.2. Protección de las líneas aéreas

Las líneas aéreas son los equipos del sistema más expuestos a la acción de elementos externos, incluyendo la acción climática (descargas atmosféricas, viento, lluvia, nieve, etcétera). De hecho, cerca del 90 % de las fallas de un sistema de potencia ocurren en ellas. Como buena parte de las fallas es de carácter fugaz (desaparece junto con la causa que la produjo), se suele usar reconexión por una vez. Esta puede ser monofásica (se abre y se reconecta solo la fase fallada, lo que exige interruptores de operación monopolar) o trifásica (se abren y reconectan las tres fases). En cualquier caso, esta reconexión debe ocurrir después de un tiempo suficiente para que se extingan posibles arcos de falla.

Los principios de detección empleados en este caso son, principalmente, la detección diferencial de corriente y la detección por impedancia o de distancia. La protección por sobrecorriente es poco empleada, salvo en líneas de repartición de menor importancia, o como protección de respaldo para fallas a tierra (detección por corriente de secuencia cero). Los respaldos se dan, o localmente, con una segunda protección, ojalá con una detección diferente, o desde las subestaciones vecinas, lo que exige una cuidadosa coordinación.

Protección de sobrecorriente direccional residual (67N)
Ocupa un detector de sobrecorriente (de tiempo definido o inverso) y otro direccional, y opera cuando en ambos se cumplen las condiciones de disparo. Es importante que la variable usada como referencia para la direccionalidad no se haga cero o cambie de dirección durante una falla. Se suele ocupar esta protección como respaldo muy sensible en sistemas en los que el terreno presenta una alta resistencia (sectores desérticos), que reduce las corrientes de falla a tierra. Para fallas entre fases, se logra la direccionalidad recurriendo a la diferencia de tensión entre las otras dos fases (para I_a es $V_b - V_c$). Para fallas a tierra se polariza con la tensión o la corriente residual (en general, es preferible recurrir a las tensiones, ya que varían menos durante una falla).

Protección diferencial de línea (87L)
Tal como en el caso de los transformadores, se comparan en oposición de fase las corrientes a la entrada y a la salida de la línea, que son parecidas tanto en condiciones normales como durante fallas exteriores a la línea, pero que durante fallas en la línea misma pueden tener incluso sentidos diferentes. Esto exige un intercambio, por una vía de telecomunicaciones segura, de las medidas en ambos extremos. Ello se cumple hoy en día en el caso de las líneas cuyo cable de guardia incluye fibras ópticas coaxiales para comunicaciones.

Una ventaja importante de la detección diferencial es la posibilidad de determinar cuál es la fase fallada y operar exclusivamente sobre ella. No influyen en este caso las dificultades que se presentan con los transformadores (cambio de derivaciones, corriente de magnetización).

Protección de distancia (21)
Ya se indicó que hay dificultades en dar al ajuste del detector el valor exacto de la impedancia de la línea. Esta dificultad, en principio grave, se resuelve definiendo tres zonas de protección, como ya se explicó en la Sección

15.6.9.

Con este esquema persiste la dificultad de un despeje lento para fallas cercanas a los extremos de la línea. Para superarla, se implementa, con ayuda de los sistemas de telecomunicación, la llamada **aceleración de estado**, en la que la protección ubicada en un extremo envía una señal (de transferencia del desenganche, *transfer trip* en inglés) a la protección ubicada en el otro extremo, indicando que está detectando una falla. Si esta segunda protección también detecta falla, quiere decir que ella ocurre dentro de la línea, y se da orden de apertura inmediata, evitando posibles tiempos de segunda zona. Si el detector que envía la señal es el de primera zona, se habla de un **esquema de subalcance** (*underreaching* en inglés); si el relé que envía la señal es el de segunda zona, se habla de un **esquema de sobrealcance** (*overreaching*). Si la llegada de la señal al otro terminal desencadena la apertura del interruptor correspondiente, sin verificación de que la falla está dentro de la línea (ganando unos microsegundos), se habla de un **esquema de transferencia directa**. Si se requiere que la protección del otro extremo confirme que la falla es dentro de la línea, se dice que es un **esquema permisivo de transferencia**.

En vez de esquemas de transferencia del desenganche se usan también **esquemas con bloqueo del desenganche**. En tal caso, se colocan protecciones en el primer extremo de la línea, mirando hacia atrás, hacia aguas arriba de la línea. Si ellas detectan falla, bloquean el desenganche en el otro extremo de la línea, ya que se sabe que no se debe operar para esta falla.

En la definición del detector por distancia (15.6.9) se analizó la situación con un simple circuito. En el caso de la transmisión, la mayoría de las líneas son de doble circuito. En tales condiciones, el circuito típico, representativo de las condiciones de falla que es necesario calcular para el ajuste de estas protecciones, será el de la Figura 15.26 izquierda, con un equivalente $E_S - Z_S$ del sistema aguas arriba, un equivalente $E_I - Z_I$ del sistema aguas abajo, y las impedancias Z_L de la línea fallada y Z_E del circuito paralelo. Este sistema puede ser simplificado al circuito de secuencia positiva de la Figura 15.26 derecha, con una fem V_F^p que corresponde a la tensión en el punto de falla, antes de iniciarse la falla, y donde Z_F representa la combinación de las mallas de secuencia negativa y cero propia de la falla analizada. En el caso de la secuencia cero, hay que incorporar los acoplamientos mutuos entre los dos circuitos.

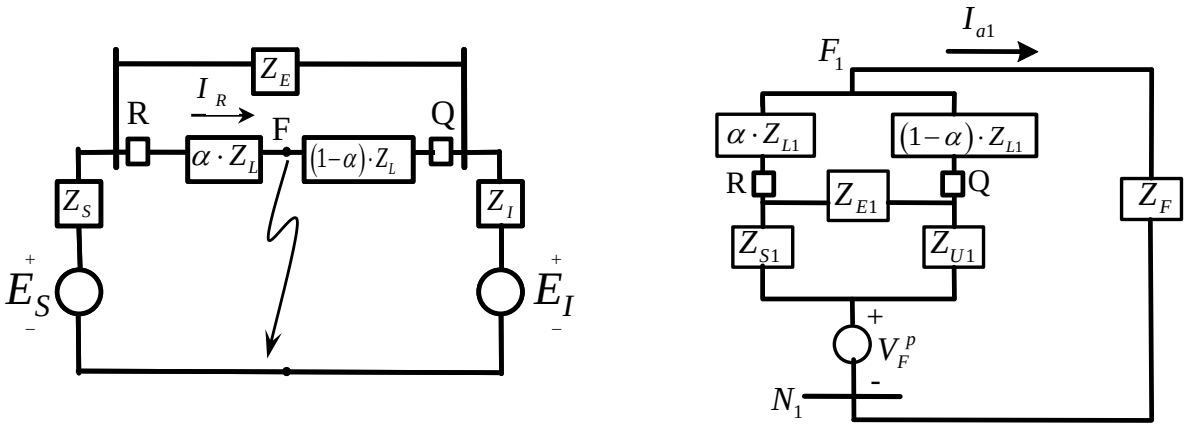


Figura 15.26: Protección de distancia en doble circuito

Una situación que complica el ajuste de las protecciones de distancia es la existencia de **"contribuciones intermedias"**, es decir, de otras líneas que inyecten potencia en el extremo remoto, modificando con ello la corriente en el tramo de aguas abajo, y acortando así los alcances de las zonas 2 y 3 (Figura 15.27).

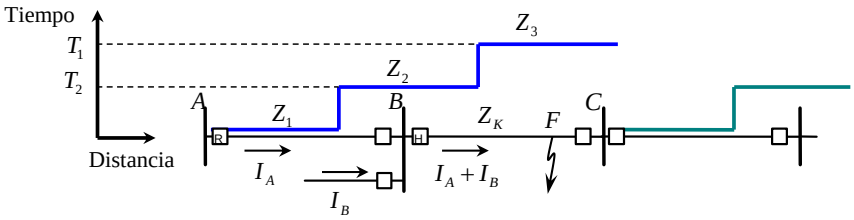


Figura 15.27: Efectos de contribuciones intermedias

En efecto, para falla 3F en F, $V_{1A} = Z_{AB}I_{1A} + Z_{BF}(I_{1A} + I_{1B}) = (Z_{AB} + Z_{BF})I_{1A} + Z_{BF}I_{1B}$, de modo que $Z_{medido} = Z_{real} + Z_{BF}I_{1B} / I_{1A}$, es decir, la protección "ubica" la falla más lejos que lo real, lo que equivale a acortar su alcance. El efecto es más fuerte mientras mayor I_{1B}.

Un efecto similar produce, en las medidas de una falla monofásica a tierra, la existencia de una resistencia de falla (resistencia del arco más resistencia

de puesta a tierra). También complica el análisis la existencia de impedancias mutuas de secuencia cero entre líneas vecinas.

La dificultad de la protección de líneas que tengan compensación serie radica en las variaciones que puede presentar la impedancia serie de la línea, según que los condensadores serie estén en buenas condiciones, haya algunas unidades defectuosas, o el banco completo esté eliminado por un puente (*bypass*) de protección contra sobrecorrientes.

15.12.3. Protección de las barras de subestación

Las fallas en barras de una subestación, o en los cortos tramos de unión entre barras y paños de salida, son poco frecuentes, pero causan un efecto grave, puesto que para eliminarlas se requiere abrir todos los interruptores que llegan a ella, lo que origina una dificultad seria en el sistema. El número de elementos desconectados puede ser disminuido, en subestaciones de mayor importancia, dividiendo las barras en dos o más partes (Figura 15.28).

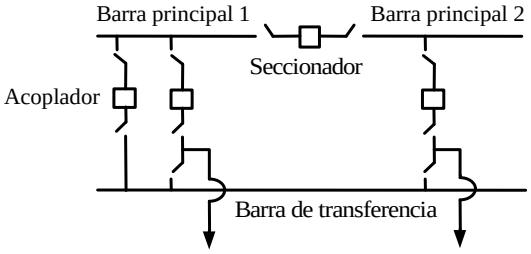


Figura 15.28: Esquema de barra seccionada

En subestaciones menos importantes se permite que tales fallas sean despejadas por las protecciones de distancia en el extremo opuesto de las líneas que llegan a ella (que ven tales fallas en segunda zona), o por las protecciones de los transformadores que alimentan la barra.

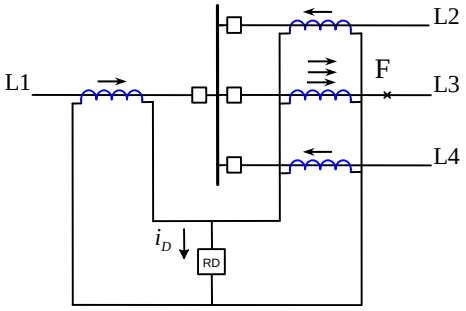


Figura 15.29: Protección de diferencia de corrientes en barras

En subestaciones de mayor importancia se instala una protección diferencial de barras (87B), que opera cuando la suma total de las corrientes en todos los alimentadores (incluyendo el seccionador de barras) no es cero (Figura 15.29). Esta protección requiere, eso sí, que todos los transformadores de corriente sean de alta precisión, y que tengan la misma razón de transformación (si no es el caso, hay que colocar transformadores de corriente auxiliares).

De todas maneras, existe el riesgo de que la diferencial pueda operar en el caso de una falla en uno de los alimentadores, que sea muy cercana a la subestación, ya que se origina una gran corriente de falla, que se bifurca entre los distintos componentes conectados a la barra. Es muy posible que se sature el transformador de corriente del alimentador, pero no los otros, con lo que se origina una diferencia de corrientes que hace operar la diferencial.

Como respaldo al interruptor y a las protecciones de un paño (que pueden fallar), se suele colocar en cada salida un relé temporizado (por ejemplo, en 0,5 segundos) que da orden de operar a la protección diferencial de barras. Esta orden es anulada en el momento en el que el interruptor involucrado abre.

15.13. Protección de los generadores

Los generadores están instalados en lugares seguros y con buena supervisión, por lo que las fallas son muy eventuales. Sin embargo, estos elementos son caros, difíciles de reparar, y su retiro del sistema por tiempos largos causa serios trastornos. Por ello se busca protegerlos incluso contra fallas incipientes.

Una característica particular de estos equipos es que cada una de las posibles fallas conduce a condiciones de operación detectables de una manera diferente, por lo que se requiere un número comparativamente elevado de protecciones distintas.

Otra característica especial de los generadores es que para eliminar la falla no basta con abrir el interruptor principal. La falla seguiría alimentada por la excitatriz, por lo que también se requiere abrir el interruptor de campo y detener la máquina motriz. En algunos casos se descarga además CO_2 en el recinto del generador, para evitar un posible incendio.

En relación con el interruptor principal, se hace notar que en algunas centrales se coloca un interruptor de máquina, entre generador y transformador, como se muestra en la Figura 15.30 de la página siguiente, de manera que las protecciones actúan sobre este interruptor y dejan los servicios auxiliares alimentados desde el sistema. En otros casos, y debido al costo de un interruptor del lado de baja tensión y elevadísima corriente, se evita el interruptor

de máquina, operando las protecciones sobre el interruptor de alta tensión. En tal caso, los servicios auxiliares quedan sin tensión al abrir el interruptor (debe existir otra vía de alimentación, por ejemplo, desde una segunda máquina de la central).

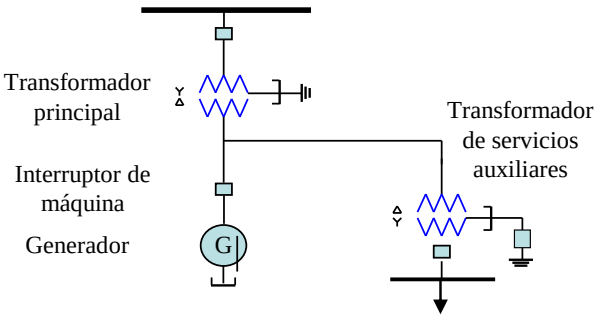


Figura 15.30: Interruptor de máquina

15.13.1. Protección del estator

En los generadores, las reactancias de secuencia negativa y cero son menores que la de secuencia positiva, por lo que los cortocircuitos a tierra tienden a ser mayores que los trifásicos. Con el fin de limitar las corrientes de cortocircuito a tierra, el estator de las máquinas más grandes está normalmente conectado en estrella, con el neutro aislado de tierra (o puesto a tierra con una impedancia grande, como un transformador de medida de tensión). Puesto que el enrollado del lado generador del transformador elevador es normalmente de conexión delta, las fallas a tierra (una espira o una fase a tierra) implican corrientes muy pequeñas (solamente aquellas que se cierran a través de las capacitancias a tierra de los enrollados del generador y del transformador) e independientes del sistema de potencia. Lo que sí es detectable es el punto de tensión cero, que desde el neutro se desplaza al punto de falla. La primera protección del estator es, entonces, un detector de tensión (59N) colocado en el secundario del T/P conectado entre neutro y tierra. Como esta tensión es más pequeña mientras más cerca del neutro sea la falla, se acostumbra exagerarla, agregando una tensión serie que desplace el neutro.

Cuando se trata de generadores pequeños, que alimentan directamente consumos (sin transformador), caso en el que se desea tener el sistema puesto a tierra, se coloca una protección diferencial (87G), que compara la corriente de salida de cada fase con la corriente en el extremo del neutro, y se respalda con una protección residual de tiempo inverso (51N) alimentada desde un TTCC ubicado en la conexión del neutro a tierra.

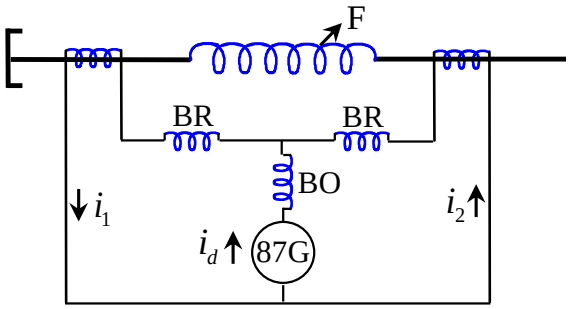


Figura 15.31: Protección diferencial de generador

La falla entre espiras (de una misma fase) solo puede ocurrir en máquinas pequeñas, que tengan dos espiras en una misma ranura. No provoca alteraciones en la corriente, pero sí una disminución de la tensión en la fase correspondiente, que conduce a la aparición de tensiones de secuencia cero. Para detectarlas, se coloca en bornes del generador tres transformadores de tensión en estrella, uniendo el neutro de esta estrella con el neutro del generador (¡no a tierra!). Los secundarios se conectan en delta abierta, de manera de medir $3V_0$.

Con el neutro levantado de tierra, la falla más grave del estator es el cortocircuito entre fases, que produce la circulación de una corriente elevada, capaz de producir daños importantes en el lugar de la falla. Para detectarla, se coloca una protección por diferencia de corrientes (diferencial de porcentaje, 87G, Figura 15.31), que compara la corriente de salida de cada fase con la corriente en el extremo del neutro (BR: bobina de retención, BO: bobina de operación). Para prevenir errores en la medida de ambas corrientes, se ajusta usualmente una retención del 10 %. Como en toda máquina cerrada, cualquier sobrecarga o problema con la ventilación lleva a operar con temperaturas anormalmente altas. Para reconocerlas, se colocan detectores de temperatura, embebidos en varios puntos de los enrollados.

Por último, en el caso de generadores con excitatriz directamente acoplada, pueden aparecer sobretensiones peligrosas, como consecuencia de un incremento anormal de la velocidad (la tensión de la excitatriz crece casi con el cuadrado de la velocidad). Para detectarlas, se coloca un relé de sobretensión (59), que opera con tiempo y da alarma con tensiones del 110 %, y opera instantáneamente con tensiones de 125 %.

15.13.2. Protección del rotor

Como el rotor opera aislado de tierra, una falla de él a masa no es grave en sí, salvo en cuanto una segunda falla de iguales características implicaría un defecto grave, ya que se cortocircuitaría parte del enrollado, desequilibrando fuertemente el flujo magnético y originando fuerzas que hacen vibrar peligrosamente el equipo e incluso llegan a deformar el eje. Para identificarla se acostumbra colocar una resistencia elevada en paralelo con el rotor, y tomar del punto medio de ella una señal para una alarma (Figura 15.32 en la página siguiente).

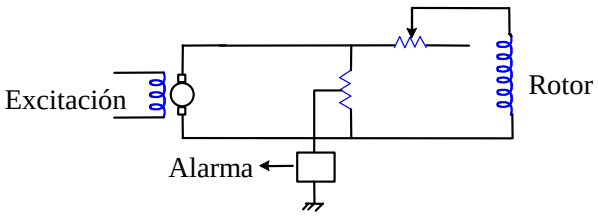


Figura 15.32: Protección de rotor

Un generador sin excitación opera como generador de inducción, girando a una velocidad superior a la sincrónica. Como primer resultado, se inducen corrientes en los enrollados del rotor. En las máquinas térmicas, que no tienen enrollados amortiguadores, la inducción ocurre en el rotor mismo, que se calienta rápidamente. Por otra parte, la máquina comienza a absorber potencia reactiva, desde el sistema de potencia, en cantidades importantes (dos a cuatro veces la potencia nominal). Esto produce una fuerte caída de tensión en el sistema de potencia y puede llevar a problemas de estabilidad en él. Por ello se coloca, en bornes de la máquina, un relé de admitancia con su centro desplazado en el eje negativo de las X (40), de modo que pueda detectar el paso del punto de operación desde el primer al cuarto cuadrante (Figura 15.33).

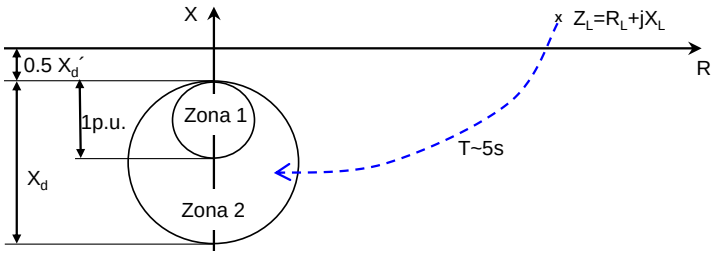


Figura 15.33: Protección de operación sin excitación

Otra situación que provoca la inducción de corrientes peligrosas en los rotores de máquinas térmicas es la circulación, en el estator, de corrientes de secuencia negativa (por operar con cargas desequilibradas o por fallas asimétricas externas al generador). Por razones de coordinación, no siempre es posible eliminar estas corrientes con suficiente rapidez. Por ello se suele agregar en el estator, como respaldo a las protecciones del sistema, una protección de sobrecorriente de secuencia negativa, con una característica de tiempo inverso que esté por debajo de la curva de calentamiento aceptada por las normas. Estas curvas son (norma USA) $I_2^2t = 30$ (I_2 es la corriente de secuencia negativa en $[A]$ y t la duración admisible en $[s]$) para turbogeneradores, e $I_2^2t = 40$ para máquinas hidráulicas o diésel.

15.13.3. Protección para fallas de la turbina o máquina motriz

Una falla de la máquina motriz deja al generador funcionando como motor sincrónico, con la máquina motriz como "batidora". Esto puede producir un calentamiento peligroso de los álabes correspondientes, por lo que se coloca en bornes del generador una protección de potencia inversa temporizada (32), que abre si la potencia fluye hacia el generador por un tiempo prefijado. El ajuste de potencia es muy bajo (1 a 3 %) en máquinas a vapor (fuerte calentamiento en ausencia de vapor) e hidráulicas (cavitación en los álabes), y mayor en máquinas diésel (hasta 25 %, debido al peligro de incendio por combustible no quemado) y turbinas a gas (hasta 50 %).

15.13.4. Respaldo a las protecciones del sistema de potencia

Para dar respaldo a las protecciones del sistema de potencia (en la eventualidad de que ellas puedan fallar), en el generador se instala normalmente un relé de distancia de una sola zona, con retardo en su tiempo de operación.

En el caso frecuente de conexión unitaria generador-transformador (sin interruptor entre ambos equipos), se acostumbra agregar una protección diferencial larga, que compara las corrientes en el neutro del generador con aquellas en el lado de alta del transformador.

15.14. Ejemplos de aplicación

La aplicación "Protecciones" del sitio web del libro permite estudiar un ejemplo de protección a distancia y su acción dentro de distintas zonas.

15.14.1. Ejemplo 1

El transformador trifásico de la Figura 15.34, tipo acorazado, 154/66/13.2 [kV], 25/25/5 [MVA], Yy0d1, posee las reactancias de fuga $X_{154-66} = 9\,\%$ base 25 [MVA]; $X_{154-13,2} = 1\,\%$ base 5 [MVA]; $X_{66-13,2} = 2,5\,\%$ base 5 [MVA]. El lado de 154 [kV] está conectado a un sistema tal, que contribuye con 500 [MVA] simétricos a un cortocircuito trifásico en las barras de unión, y con 600 [MVA] simétricos equivalentes a un cortocircuito monofásico en esas barras de 154 [kV]. Como una protección contra fallas en las líneas de 66 [kV], se ha colocado un detector D, que da orden de abrir al interruptor de línea cuando mide una corriente secundaria mayor o igual a 5 [A]. Este detector

está conectado en la forma que se indica en la figura.

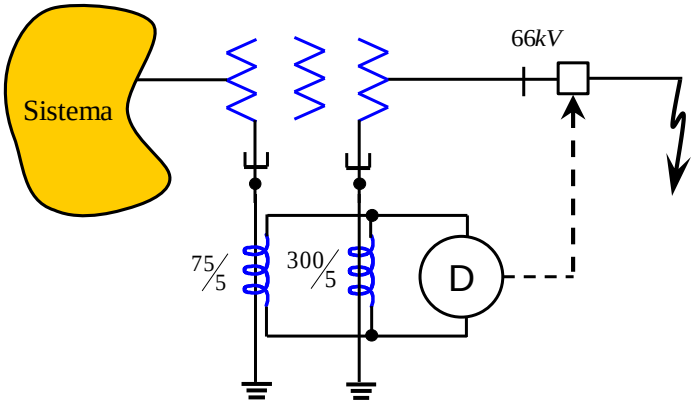


Figura 15.34: Detector de neutro

Determinar si el detector opera para un cortocircuito bifásico a tierra, inmediato a las barras de 66 [kV]. Verificar también si el terciario pudiera quedar excedido en su capacidad térmica, sabiendo que por un tiempo breve soporta hasta 10 veces su potencia nominal.

Solución

Trabajando en pu 25 [MVA]:

$I_{3\phi\ sist} = \dfrac{500}{25} = 20\ [pu]$

$X_{1\ sist} = X2\ sist = \dfrac{1}{20} = 0,05$

$I_{1\phi\ sist} = \dfrac{600}{25} = 24\ [pu]$

$X_{0\ sist} = \frac{3}{24} - 2 \cdot 0,05 = 0,025\ [pu]$

La delta del transformador no interviene en secuencias positiva y negativa:

$X_{1T} = X_{2T} = 0,09$

En secuencia cero:

$X_a = 0,5(0,09 + 0,05 - 0,125) = 0,0075$

$X_b = 0,5(0,05 + 0,125 - 0,09) = 0,0425$

$X_c = 0,5(0,125 + 0,09 - 0,05) = 0,0825$

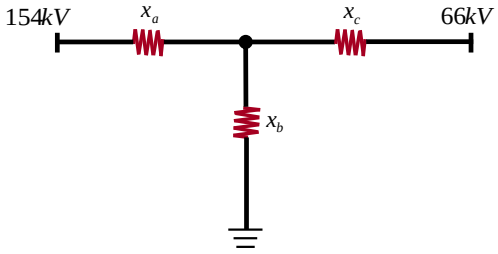


Figura 15.35: Secuencia cero tansform

Para un $CCC_{2\phi t}$ en barras de 66 [kV],

$Z1F = Z2F = j0,05 + j0,09 = j0,14$

$$Z0F = j0,0825 + j0,0425 \cdot \frac{(0,025 + 0,0075)}{(0,0425 + 0,025 + 0,0075)}$$

$Z0F = j0,1009$

$$3I_o = \frac{3}{j(0,14 + 0,2018)} = -\frac{j3}{0,3418} = -j8,7762$$

$$I_{res}\ 66 = -j8,7762\ p.u. = 8,7762 \cdot \frac{25{,}000}{66\sqrt{3}}$$

$$I_{res}\ 66 = 1919,3\ [A\ prim] \cdot \frac{5}{300} = 32\ [A\ sec]$$

$$I_{res}\ 154 = -j8,7762 \cdot \frac{0,0425}{(0,05 + 0,025)} = -j4,9732\ [pu] = 466,1\ [A\ prim] = 31,1\ [A\ sec]$$

a) La corriente por el detector será $I_D = 32 - 31,1 = 0,9$ $[A]$, y ¡por ello no opera!

b) La corriente en la delta es $I_{0\Delta} = (8,7762 - 4,9732)/3 = 1,2677$ $[pu] \cdot 25{,}000/(3 \cdot 13,2) = 800$ $[A]$ lo que es inferior a la corriente admisible de $50{,}000/(3 \cdot 13,2) = 1,263$ $[A]$

15.14.2. Ejemplo 2

En el sistema de la Figura 15.36, la central conectada en la barra B es una diésel de alto costo, que sólo inyecta energía de vez en cuando. De estar funcionando, contribuye con una corriente 1 [pu] a un cortocircuito trifásico en la barra C. El aporte del SEP en A a este cortocircuito es también de 1 [pu]. Las líneas están protegidas por protecciones normales de distancia, de 3 zonas. Analizar el mejor ajuste para estas protecciones, frente a una falla trifásica en C.

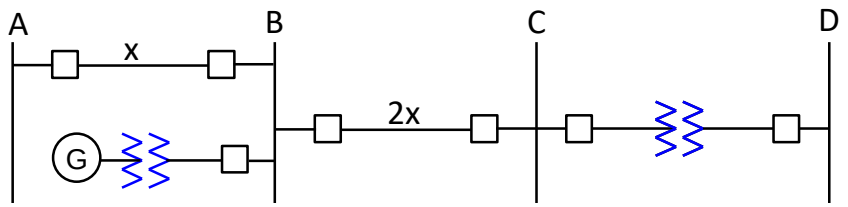


Figura 15.36: Caso con "contribuciones intermedias"

Solución
Debido a la imprecisión en los valores de las impedancias de las líneas y al eventual margen de error que presentan las protecciones, no es posible proteger en primera zona (de forma instantánea) más allá de un 90 % de la línea (con un mayor alcance, la protección podría "ver"más allá del extremo receptor y operar antes que las protecciones de la línea siguiente). Para la segunda zona, que debe asegurar protección al total de la línea, aunque con algún tiempo de demora, se acostumbra cubrir hasta un 30 % de la línea siguiente. La tercera zona, si es que la hay, protege con un tiempo mayor hasta el total de la línea siguiente.

Con esta premisa, se puede analizar la situación más común en este sistema, en la que la central diésel no estará conectada. La primera zona de A debería ver 0,9x. El sobrealcance de la segunda zona de A, más allá de la barra B, debería ser 0,3·2·x= 0,6x; y el de la tercera, 2x.

La primera zona de B debería ver 1,8x; la segunda, 2x; y no se requiere tercera zona.

¿Cómo cambian las cosas si la central en B está operando?

La primera zona de A sigue viendo 0,9x; mientras que el sobrealcance de la segunda zona, 0,6x sólo cubre ahora una caída de 0,6x/2·2x= 0,15 (se redujo al 15 %) de la línea, es decir, la mitad del alcance anterior. La tercera zona sólo ve 2x/2·2x=0,5, el 50 % de la línea BC.

Los alcances de las zonas de la protección en B también se reducen a la mitad (la primera a 1,8x/2·2x=0,45; la segunda a 2x/2·2x=0,5).

Se concluye que "la contribución intermedia"que significa el generador en B acorta el alcance de las protecciones de distancia en el tramo BC. Por tanto, sería conveniente dar a la segunda zona de A algo más de alcance que el 30 % de BC, y la tercera zona debiera entrar definitivamente en el transformador, posiblemente viendo imcluso fallas en baja de éste.

El ajuste de la primera zona de la protección en B no puede ser cambiado, de modo que con contribución intermedia protegería con rapidez sólo un 45 % de la línea BC. La segunda zona debiera entrar fuertemente en el transformador, de modo que con la cental operando proteja el total de la línea BC.

Capítulo 16

Estabilidad de sistemas dinámicos cualesquiera

16.1. Introducción

En este capítulo se presenta una introducción general al estudio de la estabilidad de cualesquiera sistemas dinámicos (no necesariamente eléctricos), que sirve de preparación para el capítulo siguiente, en el que se estudian los problemas más frecuentes de estabilidad en sistemas de potencia: estabilidad angular y estabilidad de tensión. Acá se exponen los conceptos básicos de la teoría clásica de la estabilidad de sistemas, basada principalmente en los estudios realizados por el matemático ruso Alejandro Lyapunov a fines del siglo XIX.

En términos amplios, la estabilidad puede ser definida como la propiedad que presentan algunos sistemas, de evolucionar a una condición de equilibrio cuando ocurren cambios o perturbaciones en las entradas, en las condiciones iniciales o en parámetros que afectan la dinámica del sistema. Por lo tanto, la estabilidad de un sistema está relacionada con la evolución en el tiempo, a partir de una condición inicial de equilibrio, evolución que es gobernada por la interacción de fuerzas que lo sacan del equilibrio y de fuerzas restauradoras que tratan de volverlo al equilibrio inicial.

Cuando las perturbaciones son pequeñas, las ecuaciones dinámicas pueden ser linealizadas, y la estabilidad puede ser estudiada mediante las raíces del polinomio característico del determinante del sistema de ecuaciones, en lo que se conoce como el **Primer método de Lyapunov**.

Si la perturbación es mayor, ya no es válida la linealización, y en tal caso se plantea el llamado **Segundo método de Lyapunov**, que se basa en la definición de ciertas funciones representativas del sistema (funciones de Lyapunov), cuyas características indican si el sistema es estable o no (sin necesidad de resolver las ecuaciones dinámicas mismas). Sin embargo, no siempre es posible aplicar este método en la práctica, ya que no existe una manera precisa de determinar las funciones de Lyapunov ni su dominio. De hecho, en los SEP no se ha logrado identificar una función de Lyapunov que permita establecer con claridad y facilidad si un sistema es estable o no frente a una determinada perturbación. Por lo tanto, en la práctica de los SEP se sigue utilizando el tradicional y "carretero" método de simulación, en el que se resuelve en el tiempo el sistema de ecuaciones diferenciales que determina la dinámica del sistema.

16.2. Conceptos básicos de estabilidad

16.2.1. Representación en el espacio de estado

Para extender a situaciones dinámicas el análisis de estados planteado en la Sección 11.5, se hace necesario ampliar un poco los conceptos de variables de estado allí presentados.

El **estado de un sistema** representa la cantidad mínima de información sobre el sistema, que se requiere conocer en un instante inicial t_0 para determinar el comportamiento futuro del sistema.

Para describir el estado de un sistema se define un conjunto (sistema) de n variables $\mathbf{x}_i$ linealmente independientes, llamadas **variables de estado** (en en el caso de los sistemas de potencia, las variables normalmente empleadas son la tensión y ángulo de las barras del sistema, aunque podrían usarse también las corrientes). En general, la forma de representar la información sobre un estado no es única, de manera que el conjunto de variables de estado tampoco lo es.

El control de la evolución de los sistemas se realiza con ayuda de un conjunto de variables, llamadas **variables independientes, variables de control** o **entradas**, denotadas como u_j**.** En el caso de los sistemas de potencia, corresponden a las potencias mecánicas entregadas por las turbinas, las consignas de tensión de los generadores, las referencias de los lazos de control, etcétera.

Cualquier otra variable en el sistema (**salida**) puede ser expresada en función de las variables de estado y de control, según:

$$[y] = [g([x], [u])] \tag{16.1}$$

en que $[y] = [y_1 y_2 ... y_m]^T$ es el vector de salidas, y $[g] = [g_1 g_2 ... g_m]^T$ es el vector de funciones no lineales que relaciona las salidas con las entradas y las variables de estado.

Los **parámetros del sistema** son los valores que determinan la estructura del sistema. En el caso de un sistema de potencia son, por ejemplo, las admitancias de los equipos de la red, los límites de operación de las máquinas y equipos, las admitancias permanente, transitoria y subtransitoria de los generadores, la razón de transformación de los transformadores, las constantes de tiempo de los reguladores, los retardos de operación de los equipos de control, etcétera.

El **espacio de estado** es el espacio euclidiano de n dimensiones (las n variables de estado) en el que se representa el estado del sistema. La **trayectoria de un estado** es el conjunto de puntos representativo de la evolución del estado del sistema en el espacio de estado, siendo el **origen de la trayectoria** el punto de partida de ella.

Sistema dinámico es aquel sistema que puede ser representado por un conjunto de n ecuaciones diferenciales de primer orden, lineales o no:

$$[\frac{dx}{dt}] = [f([x], [u], t)] \tag{16.2}$$

en que $[x] = [x_1 x_2 .. x_n]^T$ es el vector de estado, con las n variables de estado x_i, $[u] = [u_1 u_2 ... u_r]^T$ es el vector de r entradas u_i, y $[f] = [f_1 f_2 ... f_n]^T$ describe la estructura del sistema.

El sistema será **autónomo** (es el caso de los sistemas de potencia) si las derivadas de las variables de estado no son funciones explícitas del tiempo t. En tal caso:

$$[\frac{dx}{dt}] = [f([x], [u])] \tag{16.3}$$

Las variables de estado y, consecuentemente, la trayectoria, así como las salidas, podrán ser calculadas si se conocen las funciones f_i, las condiciones iniciales de las variables de estado $x(t)$ en $t = t_0$ y, además, las entradas $u(t)$ al sistema para $t \geqslant t_0$.

Un **punto de equilibrio** es aquel en el que todas las derivadas valen simultáneamente cero, por lo que el sistema está en equilibrio:

$$[f([x_e], [u], t)] = [0] \tag{16.4}$$

donde $[x_e]$ es el vector de estado en el punto de equilibrio.

Si las funciones f_i son lineales, el sistema es lineal, es decir, se puede representar como:

$$[\frac{dx}{dt}] = [A][x] + [B][u] \tag{16.5}$$

y si hay un solo punto de equilibrio, $[x_e] = -[A]^{-1}[B][u]$.

En este caso, el punto de equilibrio será dependiente de las entradas, y cuando las entradas valen cero, el estado se desplazará siempre hacia el origen en el espacio de estado.

Si las funciones son no lineales, como ocurre en las redes de potencia, puede haber más de un punto de equilibrio. En este caso, los puntos de equilibrio dependen en general del tipo y magnitud de las entradas y del estado inicial.

16.2.2. Concepto intuitivo de estabilidad

Primero conviene precisar que en la práctica interesa estudiar la estabilidad en condiciones de entrada constante, de modo que es usual tratar las entradas como un parámetro, que por lo tanto no aparecen en forma explícita en las ecuaciones (ecuaciones con entrada nula):

$$[\frac{dx}{dt}] = [f([x], t)] \tag{16.6}$$

Si $[x(t)] = [0]$ es una solución del sistema, entonces corresponde a un estado de equilibrio que satisface $[f([0], t)] = [0]$. Como en la mayoría de los casos el punto de equilibrio es no nulo, y con el objeto de normalizar la notación

en los estudios de estabilidad, es común trasladar el punto de equilibrio al origen del espacio de estado, mediante un cambio de variables de la forma:

$$[\widetilde{x}] = [x] - [x_e] \tag{16.7}$$

Con ello el sistema tendrá, en las nuevas coordenadas, un punto de equilibrio en el origen ($[\widetilde{x}] = [0]$). Por lo tanto, en lo que sigue del análisis se supondrá que el estado de equilibrio está en el origen.

Si $[x_e] = [0]$, y suponiendo que la solución a la ecuación (16.6) es $[x(t)]$, se puede plantear la siguiente definición intuitiva de la estabilidad:

- **el sistema es inestable**, si la trayectoria para $t \geqslant t_0$ tiende a apartarse del origen;
- **el sistema es establ**e, si la trayectoria no tiende a apartarse de $[x(t)] = [0]$; y,
- **el sistema es estable asintóticamente al origen**, si $[x(t)]$ tiende a $[0]$ cuando t tiende a ∞ (el sistema vuelve al mismo punto de equilibrio de partida).

Para ilustrar estas ideas considérese la Figura 16.1, que muestra esta definición para un sistema de solo dos estados, x_1 y x_2.

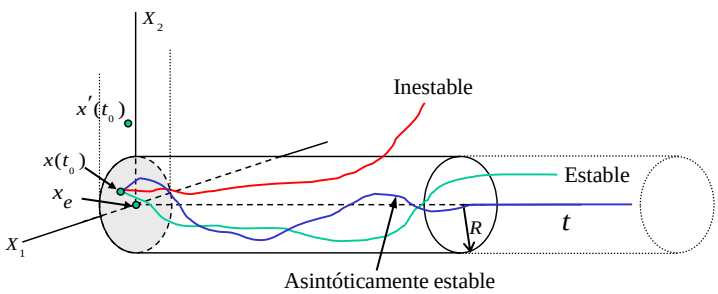


Figura 16.1: Sistemas de dos estados

Se habla de **estabilidad local** (asintótica o no) si el sistema es estable para un conjunto de condiciones iniciales cercanas entre sí, es decir, para estados iniciales que satisfacen $\|[x_0]\| \leqslant R$. El conjunto $D = \{[x_0],\ \text{tal que}\ \|[x_0]\| \leqslant R\}$ corresponde al **dominio de estabilidad** del sistema. En los sistemas de potencia, R corresponde a la tolerancia de tensiones (en torno del 10 % del valor nominal) y frecuencia (en torno del 4 % del valor nominal).

Lo anterior significa que al aplicar una perturbación pequeña, si la trayectoria evoluciona hacia un punto dentro del radio R, entonces el sistema es estable.

Si en el caso sencillo de la Figura 16.1 se supone que todos los estados incluidos en la circunferencia de radio R son estables, entonces el dominio de estabilidad D corresponde a todos los estados que satisfacen $\sqrt{x_1^2 + x_2^2} \leqslant R$.

Se habla de **estabilidad global** si el sistema es estable para cualquier perturbación, no importa cuán grande sea, es decir, para todo estado inicial $[x_0]$. En el caso de los sistemas de potencia, la tensión y la frecuencia están restringidas a una tolerancia predefinida en todo instante. En condiciones de falla, algunas variables pueden tener transitoriamente valores fuera de la región de operación. Un ejemplo de esto se presenta en estudios de cortocircuitos, donde la tensión de falla es cercana a cero, pero no lo es en el resto del sistema. Este es el caso de $[x_0'] = [x_1'(t_0), x_2'(t_0)]^T$ de la Figura 16.1, donde la variable $x_1'(t_0)$ se mantiene en torno de sus valores nominales, mientras que $x_2'(t_0)$ está fuera de sus márgenes de tolerancia, producto de la perturbación. Por ello, en la práctica de los sistemas de potencia solo interesa estudiar la estabilidad global frente a un conjunto reducido de perturbaciones, generalmente cortocircuitos en un punto de la red, fases abiertas o fluctuaciones producidas por la desconexión intempestiva de grandes generadores o consumos.

16.2.3. Definición formal de estabilidad de sistemas

Sea el sistema dinámico definido por la ecuación (16.6), con condiciones iniciales $[x_0]$. Sea $[x]$ la evolución del estado en el tiempo t.

Se dirá que **un estado de equilibrio** $[x_e]$ **es estable en el sentido de Lyapunov (ESL)**, si y solo si $\vee\varepsilon > 0\ \exists\ \delta(\varepsilon,\, t_0) > 0$, tal que $\|[x_0] - [x_e]\| < \delta \Longrightarrow \|[x(t, [x_0], t_0) - [x_e]\| < \varepsilon,\ \forall t > t_0$. Esto significa que siempre se puede acotar la evolución del sistema, escogiendo una región acotada para la perturbación inicial.

El **sistema es inestable** si no existe un δ tal que se satisfagan las condiciones anteriores.

Un estado de equilibrio es **asintóticamente estable según Lyapunov (AESL)**, si es ESL y además $\underset{t\to\infty}{lím}\ \|[x]\| = [x_e]$, con algún $[x_0]$ cercano a $[x_e]$. En esta definición, $[x]$ no puede salir del cilindro de radio ε, ya que es ESL.

Nótese que la perturbación se supone aplicada en $t = t_0$ y su magnitud está asociada a la distancia entre el estado de equilibrio y la condición inicial, esto es, mientras mayor sea la perturbación, más lejos apartará al sistema de

su condición de equilibrio.

Si el sistema es autónomo (como ocurre con los sistemas de potencia), se cumplen:

$$[\frac{dx(t)}{dt}] = [f([x])] \tag{16.8}$$
$$[x(t_0)] = [x_0]$$

Entonces, si $[x(t)]$ es una solución, $[x(t-t_0)]$ también lo es.

Por lo tanto, en este caso se dirá que la solución es estable si y solo si $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \; \delta(\varepsilon) > 0$, tal que:
$\|[x_0] - [x_e]\| < \delta \Longrightarrow \|[x(t,[x_0],t_0) - [x_e]\| < \varepsilon, \forall t > t_0$

Volviendo al ejemplo anterior de dos variables, y como el estado de equilibrio es ahora no nulo, será necesario realizar el cambio de variable $[y] = [x] - [x_e]$, y el estado inicial pasa a ser $[y(t_0)] = [y_0] = [x_0] - [x_e]$ (en general no nulo). Luego, la definición de Lyapunov puede representarse por la Figura 16.2.

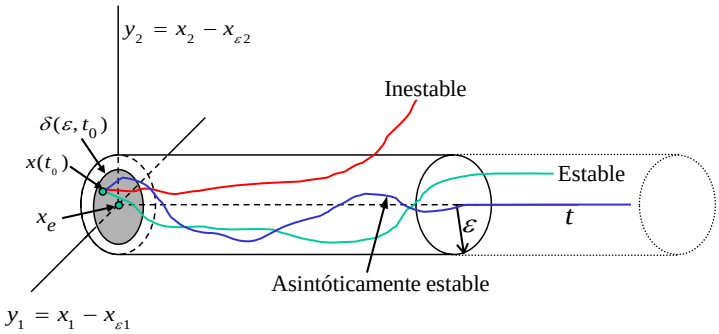


Figura 16.2: Estabilidad para sistema de dos estados

Nótese que si el sistema es estable, siempre existirá un círculo en torno del origen, de radio δ, de modo que asegure que si la condición inicial se encuentra en esa zona (o sea, el efecto de la perturbación no ha desplazado el estado fuera del círculo de radio δ), entonces la solución no sobrepasará el valor ε.

Resumiendo, según sea la magnitud de la perturbación operante, se definen dos tipos de estabilidad:

- **Estabilidad ante pequeñas perturbaciones**, en la que el sistema, sometido a una perturbación de pequeña magnitud, permanece realizando ciclos en una zona estrecha en torno del punto de equilibrio. Si el sistema vuelve al punto de equilibrio, se dice que es **asintóticamente estable**.

- **Estabilidad ante grandes perturbaciones**, en la que el sistema, sometido a una perturbación de mayor magnitud, permanece realizando ciclos en una región finita D, más amplia, del espacio de estado. Si el sistema vuelve al punto de equilibrio, se dice que es **asintóticamente estable** en la región finita D. Si D incluye todo el espacio de estado, se habla de **estabilidad global**.

16.2.4. Aplicación al caso de sistemas lineales

El caso de sistemas lineales, caracterizado por la ecuación (16.10) que sigue, aunque se da poco en la práctica, es muy importante, ya que sirve también para analizar la estabilidad de los sistemas no lineales frente a variaciones pequeñas, es decir, cuando se pueden despreciar los términos de orden superior en el desarrollo en serie:

$$[\Delta\frac{dx}{dt}] \; = [A] \; [\Delta x] \tag{16.9}$$

donde $[A]$ corresponde a la matriz jacobiana de la función no lineal $[f(x,t)]$.

Sea entonces el sistema lineal y autónomo con condición inicial $[x_0]$:

$$[\frac{dx}{dt}] \; = [A] \; [x] \tag{16.10}$$
$$[x(0)] = [x_0]$$

Se puede demostrar que la solución de este sistema tiene la forma exponencial:

$$x_i(t) = \sum \phi_i c_i e^{\lambda_i t} \tag{16.11}$$

donde los λ_i corresponden a los **valores propios** de la matriz $[A]$, es decir, a las raíces de la **ecuación característica** $P(\lambda) = det([A] - \lambda[I]) = [0]$. Las raíces pueden ser todas reales y distintas, o existir raíces complejas conjugadas.

La definición de Lyapunov se traduce entonces en las siguientes condiciones:

- Si todos los valores propios tienen parte real negativa ($Re(\lambda_i) < 0$), el sistema es asintóticamente estable.

- Si del conjunto de los valores propios, unos tienen parte real negativa, mientras que los restantes tienen parte real nula ($Re(\lambda_i) = 0$), el sistema es estable (pero no asintóticamente estable).
- Si al menos un valor propio tiene parte real positiva ($Re(\lambda_i) > 0$), el sistema es inestable.

En consecuencia, la estabilidad de un sistema linealizado queda determinada por los valores propios de $[J]$. Esto se conoce como el primer método de Lyapunov.

16.3. Estabilidad ante perturbaciones pequeñas

Cuando la perturbación es pequeña, la estabilidad de la posición de equilibrio de un sistema no lineal del tipo:

$$[\frac{dx(t)}{dt}] = [f(x)] \tag{16.12}$$
$$[x(t_0)] = [x_0]$$

puede ser determinada analizando el sistema lineal que se obtiene al desarrollar $[f(x)]$ en serie de Taylor, en torno del punto de equilibrio $[x_e] = [0]$ (cabe recordar que en el punto de equilibrio se cumple $[f(x_e)] = [0]$):

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right]_{x_e} []]x + [g(x)]$$

donde $[g(x)]$ contiene los términos de orden superior o igual a dos. Aceptando que estos términos son despreciables en el entorno de $[x_e]$ y llamando:

$$[J(x)] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right]_{x_e} \tag{16.13}$$

a la **matriz jacobiana del sistema**, se puede aproximar:

$$[\frac{dx}{dt}] = [J]\ [x] \tag{16.14}$$

expresión lineal para la cual se pueden calcular los valores propios de la matriz $[J]$ y aplicar los resultados vistos en el acápite anterior para un sistema lineal. En sistemas eléctricos de potencia se considera pequeña una perturbación que no altera la topología del sistema considerada en la matriz jacobiana, o bien, cuando los cambios en las potencias inyectadas o absorbidas son marginales (del orden de 1 a 2 %) en relación con la demanda total del sistema.

16.4. Estabilidad ante perturbaciones grandes

En el análisis de la estabilidad de los sistemas dinámicos afectados por perturbaciones grandes (fallas) se emplean el segundo método de Lyapunov y la integración directa.

16.4.1. Segundo método de Lyapunov

Este método utiliza una función escalar adicional, llamada función de Lyapunov, para determinar la estabilidad del sistema original. Se basa en el análisis del signo de la función y de su derivada.

Primero algunas definiciones:

Una función escalar continua $L([x])$, con derivadas de primer orden continuas, es **definida positiva** en un entorno $N(0)$, si tiene valor nulo en el origen y es positiva en el resto del intervalo de integración, es decir, si se cumple que:

- $L(0) = 0$, y
- $L([x]) > 0 \qquad \forall [x] \neq 0 \in N(0)$

Una función escalar continua $L([x])$, con derivadas de primer orden continuas, es **definida negativa** en un entorno $N(0)$, si tiene valor nulo en el origen y es negativa en el resto del intervalo de integración, es decir, si se cumple que:

- $L(0) = 0$, y
- $L([x]) < 0 \qquad \forall [x] \neq 0 \in N(0)$

Una función escalar es **semidefinida positiva** en un entorno $N(0)$, si tiene valor nulo en el origen y no es negativa en el resto del intervalo de integración, es decir, si se cumple que:

- $L(0) = 0$, y
- $L(x) \geqslant 0 \qquad \vee x \neq 0 \in N(0)$

Una función escalar es **semidefinida negativa** en un entorno $N(0)$, si tiene valor nulo en el origen y no es positiva en el resto del intervalo de integración, es decir, si se cumple que:

- $L(0) = 0$, y
- $L([x]) \leqslant 0 \qquad \vee [x] \neq 0 \in N(0)$

Este segundo método se basa en la siguiente observación:

Si $[x]$ es el conjunto de variables de estado del sistema, entonces la derivada de $L([x])$ se puede escribir como el producto interno entre la derivada del estado y el gradiente de L:

$$[\frac{dL([]x)}{dx}] = \sum \frac{\partial L}{\partial x_i}\frac{\partial x_i}{\partial t} = < \frac{dx}{dt}, \bigtriangledown L > \tag{16.15}$$

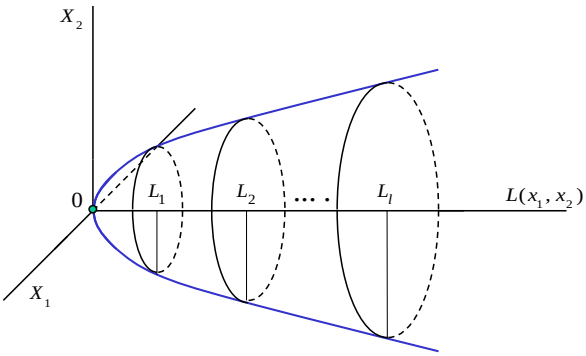


Figura 16.3: Función escalar L

Para visualizar esto, considérese el sistema ejemplo de dos variables que se ha visto anteriormente, y supóngase que se tiene una función escalar L de la forma de la Figura 16.3.

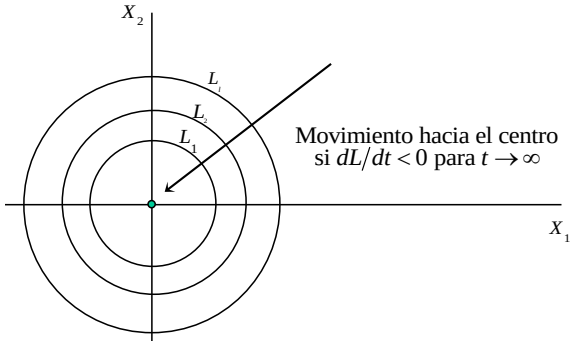


Figura 16.4: Proyección de función escalar V

Esta función L es definida positiva y se cumple que $L_i > .. > L_3 > L_2 > L_1$. Lo que ocurre en el plano de fase se visualiza mediante la proyección de L en el plano formado por los ejes x_1 y x_2, según se muestra en la Figura 16.4.

Claramente, si la derivada temporal de L es negativa, ello significa que, a medida que avanza el tiempo, L debe decrecer en valor. Pero, dada la forma que tiene L, este movimiento de decrecimiento solo puede darse cuando se cambia de un círculo mayor a otro menor en la figura. Por lo tanto, cuando el tiempo t tiende a infinito, el estado $[x]$ tiende al origen.

Basado en este principio, Lyapunov plantea su segundo método, que establece que, al considerar un entorno del origen ($N(0)$), para un sistema dinámico con estado de equilibrio en el origen, el sistema es:

- Asintóticamente estable, si existe una **función de Lyapunov** $L([x])$ real continua, con primeras derivadas parciales continuas, tal que:
  - L es definida positiva,
  - dL/dx es definida negativa.
- Estable, si existe una función escalar real continua $L([x])$, con primeras derivadas parciales continuas, tal que
  - L es definida positiva,
  - dL/dx es semidefinida negativa.

Este segundo método de Lyapunov permite estudiar la estabilidad de un sistema a partir de las ecuaciones f_i que lo caracterizan, sin necesidad de resolver tales ecuaciones (pero encontrando una función de Lyapunov). Cabe señalar, admás, que el método supone una única descripción dinámica del sistema por medio de las funciones f_i. Si es posible encontrar una función de Lyapunov para una cierta región del espacio que encierra al punto de equilibrio, entonces el método permite establecer condiciones suficientes para la estabilidad de un sistema. Si no se puede encontrar dicha función, no se puede decir nada respecto de la estabilidad del sistema.

En el caso de los sistemas eléctricos, frente a grandes perturbaciones ocurren cambios de estructura producto de la acción de los sistemas de protección. Consecuentemente, el método considera la estructura final (los f_i luego de todos los cambios topológicos y de parámetros) para realizar el análisis de estabilidad.

Es importante notar que una vez encontrada una función de Lyapunov (lo que no siempre es fácil), es necesario acotar su dominio (espacio en el que satisface las condiciones para L y dL/dx), lo que también puede ser difícil. Por último, el método se refiere solo a la existencia de funciones de Lyapunov, pero ellas no son únicas y el método no dice cómo construirlas.

En resumen, el segundo método de Lyapunov sirve para mostrar que un sistema es estable, pero no para mostrar que es inestable. El hecho de que no se encuentre una función de Lyapunov para un sistema dado no implica necesariamente que este sea inestable.

16.4.2. Integración numérica o método de simulación

Este método consiste en resolver directamente las ecuaciones 16.8 mediante cualquier método numérico de integración. La idea es obtener la evolución temporal para todos los estados $x_i(t)$, y con ello verificar si se encuentran acotados dentro de una zona de convergencia. Puede requerir mucho tiempo de procesamiento si el número de ecuaciones es elevado y su forma es muy no lineal. Este es el caso de los sistemas de potencia, donde su aplicación requiere un esfuerzo de cálculo numérico significativo.

En los métodos de integración numérica, se hace discreta la variable independiente t en n intervalos pequeños t_0, t_1, t_2, ..., t_n (no necesariamente equidistantes), y luego se calculan los estados sucesivos de la variable dependiente $[dx/dt] = [f(t)]$, a partir del valor inicial conocido.

Para ello se recurre a un algoritmo apropiado y a la suposición de que las restantes variables son constantes durante el intervalo Δt calculado, o varían según una ley específica conocida. La precisión del método depende en general de lo corto que sea Δt y de la calidad del algoritmo escogido.

Existen varios métodos de integración directa, disponibles en la actualidad en programas computacionales comerciales de amplia difusión. Los más conocidos son los siguientes:

- Método de Euler
- Métodos de Runge-Kutta
- Método de predicción y corrección de Adams-Bashforth

En el Capítulo 17 se verá cómo se aplica cada uno de estos métodos a problemas específicos de estabilidad en sistemas de potencia.

Límites entre estabilidad e inestabilidad

Capítulo 17

Límite de operación estable en los SEP

17.1. Introducción

En el capítulo anterior se analizó la estabilidad de un sistema dinámico cualquiera. Siendo los sistemas eléctricos de potencia sistemas dinámicos no lineales, son aplicables a ellos los conceptos allí desarrollados.

Las variables de estado fundamentales en el análisis de la estabilidad de las redes de potencia son los módulos de las tensiones, en general, y la velocidad angular (o frecuencia) de las unidades de generación, en conjunto con sus respectivas variables de control.

Siguiendo las pautas del capítulo 16, se define la **estabilidad de un sistema de potencia** como la capacidad de este para mantenerse operando en condiciones normales, dentro de valores aceptables de la frecuencia y de las tensiones, luego de experimentar una perturbación o falla. El sistema es inestable si la frecuencia o algunas de las tensiones evolucionan de forma permanente a valores que están fuera del rango aceptable.

Esto se ilustra en la Figura 17.1, donde el origen del sistema de estado representa el punto de operación en condiciones nominales, y el cilindro, la tolerancia para sus variaciones.

Típicamente, un SEP puede tener muchos generadores (cientos a miles de unidades en la actualidad), y la condición para que exista estabilidad requiere que todos estén dentro de sus márgenes de operación aceptables. Esta condición no siempre puede ser asegurada, particularmente porque hoy en día las razones ambientales y económicas presionan para que los sistemas operen en zonas más cercanas a los límites de estabilidad.

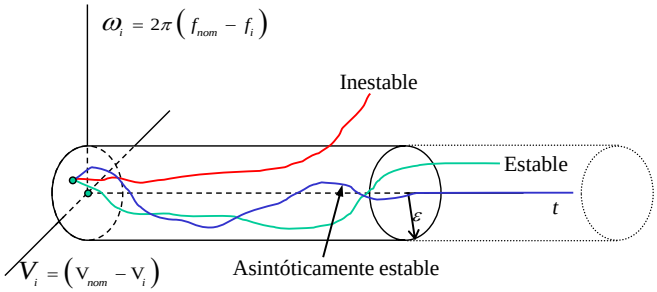


Figura 17.1: Estabilidad en sistemas de potencia

En la operación normal, las variables de estado frecuencia y módulos de las tensiones deben encontrarse dentro de rangos predeterminados de tolerancia, en torno de sus valores nominales, 50 (o 60) $[Hz]$ en el caso de la frecuencia y voltaje nominal en el caso de la tensión. Ahora bien, como las condiciones de trabajo están cambiando constantemente, en todo instante todas las variables eléctricas del sistema están experimentando fluctuaciones, lo que implica la permanente ocurrencia de fenómenos dinámicos de acomodo, en la red. Estos cambios son, en su mayoría, de una magnitud menor, y tal que pueden ser manejados sin problemas por las máquinas y sus controles. En consecuencia, si bien en estricto rigor el régimen estacionario no existe como tal, en régimen normal la aproximación cuasi-estacionaria presentada formalmente en el Capítulo 11 es razonablemente buena y permite realizar su programación y planificación con un margen aceptable de error.

Pero, la aproximación cuasi-estacionaria no es válida cuando ocurren cambios de mayor importancia en el sistema, que de acuerdo con su magnitud, en los SEP se denominan perturbaciones o fallas. Esta clasificación, producto de un enfoque práctico en el estudio de situaciones anormales (ver Capítulo 14), resulta ser similar a la distinción entre perturbaciones pequeñas y grandes utilizada por Lyapunov (Capítulo 16).

Recordando la definición del Capítulo 14, una **perturbación** es una situación indeseada, imprevista, de alguna magnitud, que no es de gravedad inmediata para la integridad de los equipos ni para la calidad del servicio, por lo que puede ser aceptada durante algún tiempo, pero que debe ser solucionada en un lapso prudente, para evitar daños acumulativos a los equipos, o para impedir que pueda evolucionar hacia situaciones más peligrosas. A pesar

de su aparente menor peligrosidad, algunas perturbaciones, tales como la pérdida de un generador de poca capacidad, de un transformador no crítico del sistema o de un consumo pequeño en relación con el sistema, pueden llevar eventualmente a problemas de estabilidad, tanto de la frecuencia como de las tensiones.

Una **falla,** en cambio, es una situación no deseada, imprevista, de una magnitud y gravedad superiores a una perturbación, y que puede causar rápidamente daños serios en los equipos afectados. Por lo tanto, debe ser aislada automáticamente en tiempos muy breves (inferiores al segundo). Ejemplos típicos de situaciones que llevan a problemas de estabilidad de la frecuencia y eventualmente al desmembramiento total del SEP, son los cortocircuitos. fases abiertas, desconexión imprevista de un generador de gran capacidad o de un transformador crítico del sistema.

Normalmente se analizan por separado los problemas de estabilidad de la frecuencia de aquellos de estabilidad de los módulos de las tensiones. Esto tiene tanto razones históricas (primero aparecieron los problemas ligados a la evolución de la frecuencia frente a fallas, luego los de la frecuencia frente a perturbaciones, y solo últimamente los de las tensiones frente a perturbaciones), como también prácticas, en cuanto a que el tipo de análisis es algo diferente.

En este texto se sigue esa tradición, tratando primero la estabilidad ligada a la frecuencia (estabilidad angular), y dejando para el final los problemas asociados a la estabilidad de las tensiones.

Por último, vale la pena destacar que las consecuencias de que ambas variables de estado salgan de la región de operación considerada como aceptable, son diferentes. En efecto, cuando las unidades de generación operan con frecuencias distintas, más allá de la región de estabilidad, se produce el colapso (desenergización) total del sistema (apagón o *blackout* en inglés), en un rango de tiempo no superior a los pocos segundos. Cuando la variable que sale de su rango es el módulo de algunas tensiones, el efecto nocivo sobre la red, y su posterior desencadenamiento en una caída del sistema, puede tomar varios minutos.

Retomar el servicio normal luego del desmembramiento del SEP es un proceso lento (varias decenas de minutos y hasta horas), porque hay que subdividir el sistema en varias islas, en cada una de las cuales hay que lograr un equilibrio entre generación y consumo, para después interconectar las islas (sincronizarlas entre sí). Solo cuando está reconstituido el sistema completo se puede reconectar en forma gradual el resto de los consumos que hayan quedado todavía sin abastecimiento. A este proceso se le denomina **recuperación del servicio**.

17.2. Ecuaciones de movimiento del generador sincrónico

Siendo la frecuencia una de las variables de estado importantes, y dependiendo su evolución del comportamiento de todas las máquinas del sistema, se comenzará el análisis por definir las ecuaciones de movimiento de los generadores sincrónicos que operan en el SEP.

En estado de equilibrio, la velocidad angular del eje del sistema turbina-generador es constante, lo que produce una tensión sinusoidal con frecuencia constante en la salida del generador sincrónico. Sin embargo, cuando ocurre una perturbación en el sistema, se produce un desequilibrio entre la potencia mecánica P_T que suministra la turbina y el torque resistente que significa el consumo eléctrico P_e en bornes (incrementado en las pérdidas del generador). Este desequilibrio se debe a que P_e varía muy rápidamente (casi en forma instantánea) ante cualquier perturbación en el sistema, mientras que P_T permanece constante hasta que reacciona el control de velocidad (lo que no es inmediato, puesto que el cambio de velocidad ocurrido es pequeño y la inercia elevada). Por ello, es frecuente suponer que P_T es constante durante el periodo que comprende el análisis de estabilidad.

La diferencia entre P_T y P_e (o potencia acelerante) se consume tanto en modificar la energía cinética del grupo turbina-generador, como en superar el torque amortiguador P_K que representa los roces mecánicos y las corrientes inducidas en las barras amortiguadoras:

$$P_{ac} = P_T - P_e = P_K + \frac{dE_{cin}}{dt} \tag{17.1}$$

Al analizar cada una de estas potencias, se pueden hacer los siguientes comentarios:

a) De acuerdo con lo visto en el Capítulo 12, la variación de energía cinética se puede expresar en función de la energía inicial como:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2E_0}{f_0}\frac{df}{dt} = \frac{E_0}{\pi f_0}\frac{d\omega}{dt} = \frac{E_0}{\pi f_0}\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{T_a}{\omega_0}\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

en que θ representa la posición angular del rotor, medida en radianes eléctricos, en relación con un eje de referencia fijo cualquiera. Para simplificar, se acostumbra tomar como eje de referencia a un eje sincrónico, que gira imperturbablemente a velocidad constante, con una fase que coincide con la posición del rotor del generador que servía de referencia antes de la perturbación. Llamando δ a este ángulo, se tendrá:

$\delta = \theta - \omega_s t$

$$p\delta = p\theta - \omega_s \tag{17.2}$$

$p^2\delta = p^2\theta$

Por otra parte, la inercia comparativamente alta de las máquinas hace que las variaciones de frecuencia que se producen durante el problema sean pequeñas. De hecho, una variación del 2 % respecto de la nominal es considerada suficientemente grande como para que las protecciones que existen en los SEP reaccionen, desconectando consumos. En consecuencia, se puede considerar sin gran error que en la expresión de pE interviene directamente la frecuencia sincrónica:

$$pE = \frac{E}{\pi f_s} p^2\theta \ = \ Mp^2\theta \ = \ Mp^2\delta \tag{17.3}$$

en que el **momento angular M** vale:

$$M = \frac{2E}{\omega_s} \, [\frac{MJ}{rad/s}] \tag{17.4}$$

o bien, expresado en por unidad (dividido por S_{base}):

$$pE[p.u.] = \frac{H}{\pi f_s} p^2\delta \ = \ \frac{T_a}{\omega_s} p^2\delta \tag{17.5}$$

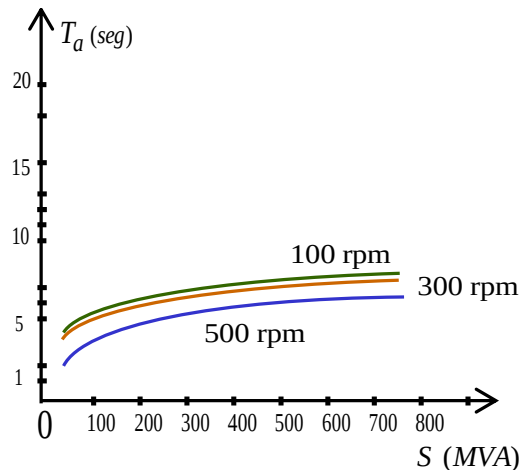


Figura 17.2: T para hidrogeneradores

En la literatura norteamericana se expresa pE en función de la **constante de inercia H** (energía cinética almacenada a velocidad sincrónica dividida por la capacidad nominal de la máquina), mientras que en la literatura europea se prefiere expresarla en función del **tiempo de arranque** o **constante de aceleración** T_a (tiempo necesario para alcanzar la velocidad angular sincrónica, al partir con torque nominal constante). Se advierte que:

$$T_a = 2H = \frac{M\omega_s}{S_{base}} \ = \ \frac{2E}{S_{base}} \ [\frac{MWs}{MVA}] \tag{17.6}$$

En las Figuras 17.2 y 17.3 se muestran valores típicos de T_a para generadores de polos salientes y turbogeneradores, de diversas capacidades. Se advierte que T_a crece con la capacidad en el caso de generadores de polos salientes, pero decrece al aumentar la capacidad en el caso de los turbogeneradores.

Cuando no se conoce H (o T_a) y es necesario calcularlo a partir de datos de diseño del grupo, hay que tener cuidado con emplear antecedentes del grupo turbina-generador completo (y no del generador solo, que es comparativamente liviano), y con usar correctamente los antecedentes de WR^2 o de GD^2 (que difieren ¡en un factor 4!).

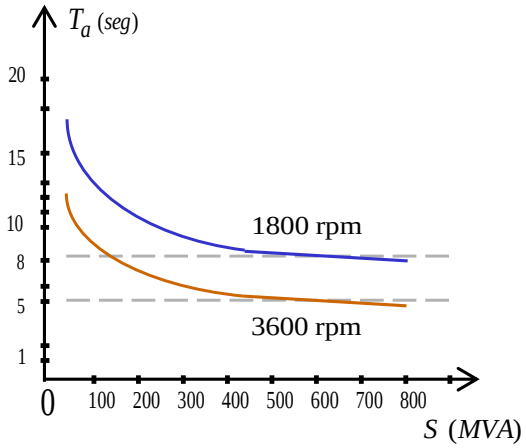


Figura 17.3: T para turbogeneradores

b) El torque amortiguador representado por P_K se debe a la existencia de roces mecánicos y a la aparición de corrientes inducidas en las barras amortiguadoras y en el cuerpo del rotor, en la medida en que la velocidad se desvía de la sincrónica. Este torque, que tiende a frenar el desplazamiento del rotor para volverlo a la posición de equilibrio permanente, crece con la velocidad relativa $d\delta/dt$:

$$T_{asincr} = k\sigma T_{nom} = k\frac{p\delta}{\omega}\frac{S_{nom}}{\omega_s}$$

en que σ es el deslizamiento, de modo que:

$$P_K[p.u.] = \frac{kp\delta}{\omega_s} = \frac{k(\omega \ - \ \omega_s)}{\omega_s} \tag{17.7}$$

donde k es una característica de la máquina, que pocas veces se conoce, y que en todo caso suele ser pequeña (por lo que a menudo se la desprecia).

c) La potencia mecánica P_T suministrada por la turbina permanece prácticamente constante mientras no se modifique el control de velocidad (hay un efecto secundario de variación de P_T al cambiar por ejemplo el gasto hidráulico, fenómeno que para estos fines es despreciable). Este control es poco sensible, y no reacciona con variaciones pequeñas de la velocidad, como las que ocurren al comenzar una perturbación ($\omega \approx \omega_s$). Además, presenta una constante de tiempo comparativamente larga, de modo que se le puede considerar constante durante el primer segundo, aproximadamente, e igual al valor antes de la perturbación (prefalla):

$$P_T \approx P_{T_0} = P_{e_0} = cte \tag{17.8}$$

d) La potencia eléctrica entregada por el generador durante la perturbación depende de la fem detrás de la reactancia transitoria E' y de la corriente I:

$$[P_e] = Real[\overline{E}'\overline{I}^*] \tag{17.9}$$

(¡Nótese que normalmente no se considera el período subtransitorio!) Usualmente se supone $|\overline{E}'|$ constante, lo que es cierto solamente durante los primeros instantes de la oscilación, mientras no actúa el control rápido de la excitación. Como ya se ha dicho, la estabilidad transitoria del sistema se decide justamente en esos primeros segundos, por lo que la aproximación es generalmente válida.

La corriente I depende del comportamiento de toda la red eléctrica. Como ya se ha dicho, las variaciones de frecuencia son pequeñas, de manera que se puede suponer sin gran error que todos los elementos estáticos del sistema (líneas, transformadores, etcétera) operan en condiciones cuasi-estacionarias, con lo que se simplifican los cálculos.

En vez de la corriente I puede usarse también la tensión en bornes V (o la tensión constante en alguna otra barra cercana). En tal caso,

$$P = \frac{E'V}{X'_d} sen\,(\delta) \;\pm\; \frac{1}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d}\right) V^2 sen\,(2\delta) \tag{17.10}$$

siendo δ el ángulo entre E' y la tensión V. La ecuación tiene la misma forma que aquella de una máquina de polos salientes operada en condiciones cuasi-estacionarias, reemplazando E por E' y X_d por X'_d. Implícita está la suposición $X'_q \approx X_q$.

Normalmente $E'/X'_d > E/X_d$, de modo que desde el punto de vista teórico, y siempre que V fuese constante (máquina comparativamente pequeña operando contra una barra infinita), P_e podría alcanzar en teoría valores transitorios muy superiores a los máximos que se pueden lograr durante condiciones cuasi-estacionarias (curva "a" en Figura 17.4).

Lo usual, sin embargo, será que V se reduzca como consecuencia de la falla ($V = 0$ si la falla es en bornes de la máquina), y que también se achique P_e transitorio (curva "b" en la Figura 17.4).

Nótese también que el término en $sen\,(2\delta)$, aunque pequeño en general (ya que $X_q \approx X'_d$), existe a pesar de que la máquina sea de rotor cilíndrico.

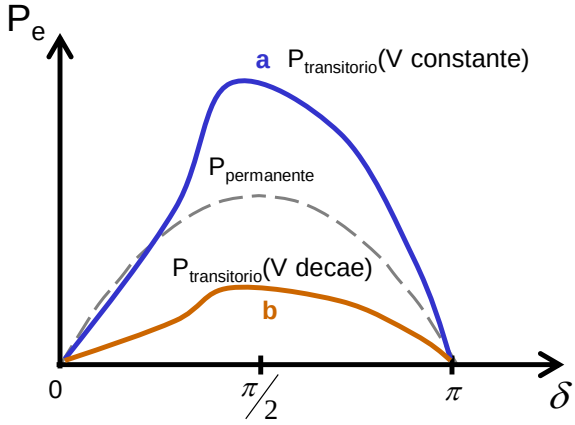


Figura 17.4: Potencia eléctrica función del ángulo

En resumen, el comportamiento dinámico de la máquina durante el período inicial de la oscilación queda representado por una ecuación diferencial no lineal en δ (δ es función del tiempo t), para la cual no existe como regla general una solución analítica:

$$T_a p^2 \delta + kp\delta + \omega_s P_e(\delta) - \omega_s P_T = 0 \tag{17.11}$$

Las simplificaciones utilizadas en esta sección son, en general, de carácter conservador, de manera que los resultados de los análisis de estabilidad pueden ser considerados como de análisis de "*peor caso*".

17.3. Combinación de dos máquinas

Ya se dijo que las distintas características eléctricas y mecánicas de las máquinas de un sistema hacen necesario tratarlas en forma individual. Sin embargo, en algunos casos excepcionales (por ejemplo, máquinas de una misma central, o eléctricamente cercanas entre sí y ubicadas lejos de la perturbación) es posible reemplazar dos o más máquinas por una sola que les sea equivalente. En el caso de los consumos, también es una práctica común obtener

motores equivalentes, ya sea de inducción o sincrónicos.

La capacidad de la máquina equivalente será igual a la suma de las capacidades de cada una, puesto que las potencias entregadas se suman:

$$S_{eq} = \sum S_i \tag{17.12}$$

Para que la máquina equivalente oscile junto con las máquinas individuales a las que reemplaza, su inercia debe corresponder a la suma de las inercias individuales:

$$E_{eq} = \sum E_i$$

$$T_{eq} = \frac{2E_{eq}}{S_{eq}} = \frac{\sum 2E_i}{\sum S_i} = \frac{\sum T_i S_i}{\sum S_i} = \sum T_i$$

si están expresados en base S_{eq} y:

$$H_{eq} = \frac{\sum H_i S_i}{\sum S_i} \tag{17.13}$$

Como las máquinas estarán en paralelo en alguna barra del sistema, la reactancia de la máquina equivalente será igual a la combinación en paralelo de las reactancias individuales hasta esa barra:

$$X_{eq} = \frac{X_{G1} X_{G2}}{X_{G1} + X_{G2}} \tag{17.14}$$

La fem E' será igual a la tensión transitoria que se tendría en vacío en la barra de unión, o sea, a una especie de promedio de las fem individuales:

$$E' = V + jX_{eq}(I_{G1} + I_{G2}) = \frac{E'_1 X_{G2} + E'_2 X_{G1}}{X_{G1} + X_{G2}} \tag{17.15}$$

Conviene recalcar que esta forma de combinar las máquinas es diferente a la que se requiere cuando se reemplaza el problema de dos máquinas finitas por el caso análogo más sencillo de una máquina que equivalga a las dos y una barra infinita, combinación que a veces se usa en problemas demostrativos.

En la situación real, a todo cambio ΔP en la potencia entregada por la máquina 1 corresponde una aceleración $\Delta P/M_1 = \omega \Delta P/T_1 S_1$, mientras que en la máquina 2 hay una desaceleración $\Delta P/M_2 = \omega \Delta P/T_2 S_2$. El comportamiento de la máquina 1 respecto de un equivalente fijo (barra infinita) estaría dado por la diferencia algebraica de las aceleraciones, $\omega \Delta P\,(1/T_1 S_1 + 1/T_2 S_2)$, de modo que:

$$T = \frac{T_1 T_2 S_1 S_2}{T_1 S_1 + T_2 S_2} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

si los T se expresan en base S_{eq} y:

$$M = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \tag{17.16}$$

17.4. Estabilidad angular de señal pequeña

Se analizará en primer lugar la estabilidad de la variable frecuencia (o velocidad de las máquinas), que usualmente se denomina estabilidad angular. Dado que la frecuencia de la red es una variable que compromete a toda la red, este tipo de estabilidad afecta a todo el sistema.

Se acostumbra definir la estabilidad angular de un sistema eléctrico de potencia como la capacidad que presentan las diversas máquinas que existan en él, de mantenerse en operación sincrónica durante los períodos que siguen a cualquier falla o perturbación. Operar en forma sincrónica significa hacerlo con idénticas velocidades eléctricas angulares medias, es decir, $(\partial \Omega_i/\partial t)\, p_i = \omega = 2\pi f$, siendo $\partial \Omega_i/\partial t$ la velocidad mecánica de cada máquina y p_i el número de pares de polos correspondiente (Ω en radianes o grados mecánicos).

Según sea la importancia de los cambios de frecuencia que ocurren en un SEP, se distinguen los problemas de estabilidad asociados a oscilaciones menores de la frecuencia, que como resabio de la teoría de control, suelen ser denominados como **estabilidad de señal pequeña**, de los problemas originados por cambios mayores, denominados de **estabilidad transitoria**.

Se comenzará con el estudio de la estabilidad frente a perturbaciones pequeñas. Como ya se dijo, en los SEP se considera pequeña una perturbación que no altera la topología del sistema considerada en la matriz jacobiana, o bien a cambios en las potencias activas inyectadas o absorbidas que son marginales en relación con la demanda total del sistema (cambios en la magnitud de los consumos, desconexión intempestiva de una máquina menor).

La inestabilidad ante perturbaciones pequeñas puede presentarse de dos formas características:

- Un incremento en el ángulo rotórico por medio de modos no oscilatorios o aperiódicos (debido a la ausencia de suficiente torque sincronizante), u

- Oscilaciones del ángulo rotórico, de amplitud creciente (debido a la ausencia de suficiente torque amortiguador).

El período de tiempo de interés para estudios de estabilidad ante perturbaciones pequeñas es de 10 a 20 segundos.

En la subsección 17.4.1 se estudia el caso de una máquina frente a una barra infinita, para en 17.4.2 extender el análisis a un sistema de n barras.

17.4.1. Caso de una máquina contra barra infinita

Para apreciar algunas de las situaciones que se presentan en relación con la solución de la ecuación de oscilación, se partirá analizando el caso más sencillo de una máquina operando contra un sistema más grande, que mantiene tensión constante V (ver Figura 17.5).

Dada la lentitud y pequeña magnitud de la variación de frecuencia, la máquina es representada en su forma normal, con la fem permanente E y la reactancia permanente X_d. Se despreciará el efecto de los amortiguadores (k = 0) y se supondrá que $X_{d'} = X_q$. Por lo demás, es conservador usar el mayor valor posible de la reactancia.

En tal caso es posible efectuar un análisis de estabilidad ante perturbaciones pequeñas, para el cual la ecuación (17.11) de movimiento de los generadores toma la forma:

$$\frac{T_a}{\omega_s} p^2 \Delta\delta = P_T - P_e(\delta) \tag{17.17}$$

Si se tiene una desviación pequeña respecto de un punto de operación estacionario inicial, estaa ecuación puede ser escrita como:

$$\frac{T_a}{\omega_s} p^2 (\delta_0 + \Delta\delta) = P_T - \frac{EV\,sen(\delta_0 + \Delta\delta)}{X_{ab}}$$

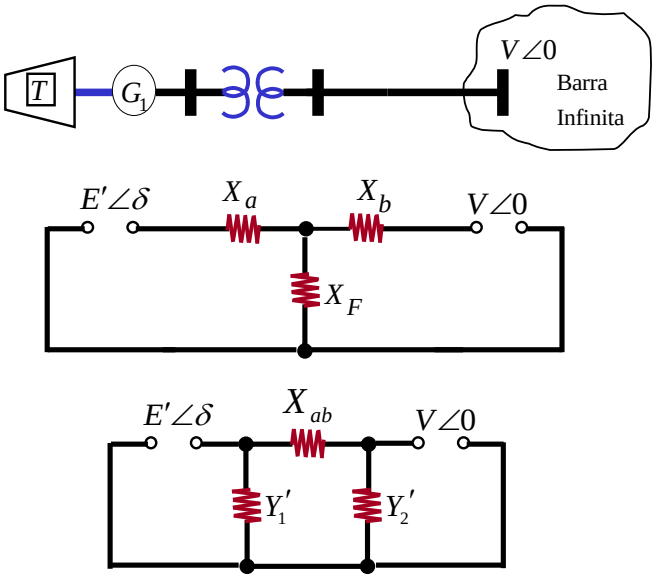


Figura 17.5: Máquina operando contra barra infinita

Desarrollando esta expresión se obtiene:

$$\frac{T_a}{\omega_s} p^2 (\delta_0) + \frac{T_a}{\omega_s} p^2 (\Delta\delta) = P_T - \frac{EV\,sen\,(\delta_0)\cos(\Delta\delta) + sen\,(\Delta\delta)\cos(\delta_0)}{X_{ab}}$$

Como $\Delta\delta$ es pequeño, $\cos(\Delta\delta) \simeq 1$, $sen\,(\Delta\delta) \simeq \Delta\delta$, y δ_0 es constante, esta ecuación se puede aproximar a:

$$\frac{T_a}{\omega_s} p^2 (\Delta\delta) = P_T - \frac{EV\,sen\,(\delta_0)}{X_{ab}} + \frac{EV\Delta\delta\cos(\delta_0)}{X_{ab}}$$

Dado que el estado inicial es un estado de equilibrio estacionario, se cumple:

$$P_T = \frac{EV\,sen\,(\delta_0)}{X_{ab}}$$

de manera que la ecuación de oscilación queda

$$\frac{T_a}{\omega_S} p^2 (\Delta\delta) = \frac{EV\cos(\delta_0)}{X_{ab}} \Delta\delta = s\ \Delta\delta \tag{17.18}$$

donde T_a es la constante de aceleración y S es el **coeficiente de sincronización**.

La solución de esta ecuación es una señal senoidal dada por la expresión:

$$\Delta\delta(t) = \Delta\delta^0 \cos(\omega t) + \Delta\delta^0 \sqrt{\frac{T_a}{K\omega_s}}\, sen(\omega t)$$

donde $\Delta\delta^0$ y $\partial\Delta\delta^0/\partial t$ son las condiciones iniciales para la desviación del ángulo y su primera derivada.

La frecuencia de la oscilación es:

$$\omega = \sqrt{\frac{EV\omega_s\cos(\delta_0)}{T_a X_{ab}}}$$

Así, para cada combinación de valores de E, X_{ab} y δ_0, se tiene un modo de oscilación distinto para el sistema. Usando valores típicos para estos parámetros, se observa que la frecuencia de oscilación está comprendida entre 1 y 2 $[Hz]$. Una consecuencia práctica importante es que esta oscilación angular se manifiesta en pequeñas fluctuaciones en la potencia transmitida por la línea. Por este motivo, este fenómeno se conoce también como **oscilaciones de la potencia**.

Del análisis presentado se deduce también que las soluciones a la ecuación diferencial de segundo orden (17.4.1) poseen polos dados por la expresión:

$$p_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{S\ \omega_s}{T_a}}$$

Se infiere que los polos se ubicarán en el eje imaginario para las situaciones en las que el coeficiente de sincronización S sea negativo, es decir, cuando $\delta_0 > 90°$. Según sea la topología del sistema en el momento de la perturbación, existe la posibilidad de que se esté operando cerca de este límite de estabilidad, o que las oscilaciones resulten crecientes en el tiempo y puedan llevar a un colapso del sistema.

De las ecuaciones se observa además que a medida que $\delta_0 \to \pi/2$, la amplitud de la oscilación aumenta, ya que es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del torque sincronizante:

$$\frac{\partial\Delta\delta^0/\partial t}{\omega} = \frac{T_a}{\omega_s S} \propto \frac{1}{\sqrt[2]{\cos(\delta_0)}}$$

Existe, entonces, una potencia inicial transferida máxima, que determina a su vez un ángulo δ_0 máximo, más allá del cual no se puede operar en forma estable. En consecuencia, hay un límite superior de operación del sistema, que es en general menor al límite térmico de los equipos de transmisión. Por lo tanto, hay que tener cuidado con una política de operación del sistema ajustada al límite térmico de sus componentes, ya que sobrepasar la potencia inicial transferida máxima recién citada, implicará que las máquinas presenten oscilaciones crecientes, que provocarán su salida de servicio. En términos prácticos, este aspecto está considerado con el límite de estabilidad en el diagrama de operación $P - Q$ de las máquinas, expuesto en las secciones 3.2 y 3.3.

De las ecuaciones se puede concluir también que mientras mayor es la reactancia X, mayor será la amplitud de la oscilación. Por ello, este fenómeno se hace más visible en situaciones donde el generador por conectar se encuentra alejado eléctricamente del sistema equivalente (barra infinita). De hecho, en la práctica, este fenómeno se observó primero en máquinas pequeñas y muy cargadas que operaban eléctricamente alejadas (esto es, con ángulos δ grandes) de las barras fuertes del sistema (ha sido el caso de Central Paposo, en el SEP chileno), las que presentaban ocasionales oscilaciones de potencia hacia el sistema. También se ha observado este fenómeno en grupos de máquinas que intercambian potencia con otro grupo de generadores en la red, en lo que se conoce como oscilaciones interáreas.

17.4.2. Caso de un sistema multimáquina

En esta sección se analiza un sistema multimáquina, en el que no se considera la acción de los reguladores de velocidad y excitación, de modo que E y la potencia en el eje P_T serán constantes.

Para las n máquinas ($i = 1, 2, ..., n$):

$$T_i\, p^2\delta_i + K_i\, p\delta_i + \omega_s P_{ei}(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n) - \omega_s P_{Ti} = 0 \tag{17.19}$$

En la situación de equilibrio previa a la perturbación, $P_{Ti} = P_{ei}(\delta_1^0,\, \delta_2^0,\, ...,\, \delta_n^0)$, de modo que al perturbar el punto de operación se obtiene:

$$T_i\, p^2\Delta\delta_i + K_i\, p\Delta\delta_i + \omega_s\Delta P_{Ti} + \omega_s\left(P_{ei}(\delta_i) - P_{ei}(\delta_i^0)\right) = 0$$

Dado que este fenómeno ocurre en una frontera de tiempo del orden de los segundos, se supone que la potencia mecánica en el eje de cada generador es constante ($\Delta P_{Ti} = 0$).

Si las variaciones de ángulos $\Delta\delta_i = \delta_i - \delta_i^0$ son pequeñas,la expresión de P_{ei} puede ser desarrollada en serie de Taylor, en torno del punto δ_i^0, y escribir:

$$P_{ei}(\delta_i) = P_{ei}(\delta_i^0) + \sum_{j=1}^{n}\Delta\delta_j\left[\frac{\partial P_{ei}(\delta_i)}{\partial\delta_j}\right]_{\delta_1^0,\delta_2^0,...,\delta_n^0} + \frac{1}{2!}\sum_{j=1}^{n}\Delta\delta_j^2\left[\frac{\partial^2 P_{ei}(\delta_i)}{\partial\delta_j^2}\right]_{\delta_1^0,\delta_2^0,...,\delta_n^0} + ... \tag{17.20}$$

Despreciando los términos de segundo orden y superiores se obtiene:

$$P_{ei}(\delta_i) \simeq P_{ei}(\delta_i^0) + \sum_{j=1}^{n}\Delta\delta_j\left[\frac{\partial P_{ei}(\delta_i)}{\partial\delta_j}\right]_{\delta_1^0,\delta_2^0,...,\delta_n^0} \tag{17.21}$$

Como ya se dijo, una aproximación usual en estos análisis es suponer que las fem tras la reactancia de los generadores son constantes. Además, y para simplificar el cálculo, se representan las cargas de las barras como admitancias constantes ($Y_{Lk} = I_k^0/V_k^0$), que se integran a la red como elementos pasivos. Esto permite reducir todo el sistema a un conjunto de barras de generación alimentando una red de elementos pasivos. Luego, las únicas variables son los ángulos de los generadores y la ecuación característica para cada generador se convierte en:

$$T_i\, p^2 \Delta\delta_i + K_i\, p\Delta\delta_i + \omega_s \sum_{j=1}^{n} \Delta\delta_j \left[\frac{\partial P_{ei}(\delta_i)}{\partial \delta_j}\right]_{\delta_1^0,\delta_2^0,\ldots,\delta_n^0} = 0 \tag{17.22}$$

Dado que se trata de una ecuación lineal, las variaciones de $\Delta\delta_i$ serán funciones exponenciales del tipo $\Delta\delta_i = \vartheta_i e^{\lambda t}$. Con ello se obtiene:

$$\lambda^2 \vartheta_i + K_i \lambda \vartheta_i + \omega_s \sum_{j=1}^{n} \vartheta_j \left(\frac{\partial P_{ei}}{\partial \delta_j}\right)_{\delta_1^0,\delta_2^0,\ldots,\delta_n^0} = 0 \qquad (i = 1, 2, ...n; j \neq i) \tag{17.23}$$

Este sistema de ecuaciones puede ser expresado en forma matricial como:

$$\lambda^2 [T] + \lambda [K] + \omega_s \left[\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right] = 0 \tag{17.24}$$

El primer método de Lyapunov establece que si la parte real de todas las raíces de la ecuación característica es negativa, entonces el sistema es estable. En este caso, el polinomio característico está dado por:

$$det \left\{ \lambda^2 [T] + \lambda [K] + \omega_s \left[\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right] \right\} = 0 \tag{17.25}$$

que es una ecuación algebraica de grado $2n - 1$ (hay una referencia angular), con coeficientes reales, para la cual el criterio de estabilidad es $Real(\lambda_i) < 0$, con $i = 1, 2, ..., 2n - 1$, y para cuya solución se dispone de subrutinas normales en los computadores. La parte imaginaria de los valores propios corresponde a las frecuencias de oscilación del sistema.

Si en el análisis no se han incluido los términos con K_i, simplificación bastante frecuente, el criterio debe ser $Real(\lambda_i) = 0$.

Si no hubiera dependencia de P_{ei} respecto de los ángulos de las otras máquinas y del control automático de la excitación E_i, el criterio de estabilidad sería inmediato: cualquier valor negativo de $\partial P_{ei}/\partial \delta_i$ implica inestabilidad. Este criterio se suele usar entonces para un primer tanteo; si no hay ningún $\partial P_{ei}/\partial \delta_i$ negativo se tiene la seguridad de que el sistema es estable. Sin embargo, en la práctica, P_{ei} varía respecto de los ángulos de otras máquinas y también respecto del control de excitación E_i.

Una variante del cálculo, que evita resolver la ecuación característica, consiste en probar los coeficientes de ella de acuerdo con el criterio de Routh-Hurwitz.

Es importante notar que un posible camino alternativo para la solución es resolver el sistema de ecuaciones por los métodos numéricos que se verán en las Sección 17.5.3, con el fin de determinar si las curvas de variación de los $\Delta\delta_i(t)$ son divergentes.

17.4.3. Control de las oscilaciones de potencia

Los principios usados para controlar estas oscilaciones fluyen de las ecuaciones derivadas para el caso de una máquina frente a una barra infinita, desarrolladas en la Sección 17.4.1. En efecto, las oscilaciones pueden ser amortiguar por medio de los siguientes tres mecanismos de control:

- **Variando la tensión (E)** tras la reactancia permanente, con ayuda del **control de la excitación**, esto es, el sistema automático que regula la tensión del generador y utiliza como variable de control la tensión de excitación del enrollado del rotor. Permite mantener la tensión de salida del generador cercana a un valor de referencia. Los controles modernos, en los que se agrega amortiguación a las oscilaciones del rotor incorporando funciones adicionales, por ejemplo basadas en la desviación de la velocidad $\Delta\omega$, son particularmente efectivos (p.ej., el **Estabilizador del Sistema de Potencia** (PSS, del inglés *Power System Stabilizer*).

El efecto inmediato es que la potencia eléctrica variará con los cambios de la fem E tras la reactancia, por lo que el sistema de ecuaciones debe incorporar ahora un término adicional, quedando:

$$p_i^2 \Delta\delta_i + K_i p\Delta\delta_i + \omega_s \frac{\partial P_{ei}}{\partial E_i} pE_i + \omega_s \sum_{j=1}^{n} \Delta\delta_j \frac{\partial P_{ei}(\delta_i^0)}{\partial \delta_j} = 0 \tag{17.26}$$

Desarrollando en la misma forma que se hizo en la sección anterior, se obtiene:

$$T_i\lambda^2\vartheta_i + K_i\lambda\vartheta_i + \omega_s \sum_{j=1}^{n} \vartheta_j \left(\frac{\partial P_{ei}}{\partial \delta_j}\right)_0 + \omega_s \frac{\partial P_{ei}}{\partial E_i}\Delta E_i = 0 \qquad (i = 1, 2, ...n; j \neq i)$$

Lo que conduce a la nueva ecuación característica:

$$det\left\{\lambda^2\left[T\right] + \lambda\left[K\right] + \left[\frac{\partial P_e}{\partial E}\right]\omega_s\Delta E + \omega_s\left[\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right]\right\} = 0 \tag{17.27}$$

Se trata entonces de conseguir un mejor control sobre la tensión E de modo que las raíces de este polinomio tengan siempre su parte real en el semiplano izquierdo.

- **Modificando la reactancia equivalente** entre las máquinas (X_{ij}), por ejemplo, construyendo líneas de transmisión en una tensión mayor (500 [kV] superpuesto a 220 [V)], o empleando equipos FACTS (ver Capítulo 10), con los que se logra un rango de control importante sobre los valores de X_{ij}.

  Los dispositivos más usados en esta categoría son los Condensadores Serie controlados por tiristores (TCSC, del inglés *Thyristor Controlled Series Capacitor*), que equivalen a una impedancia negativa en serie con las líneas, la que puede ser controlada dinámicamente. Como se pueden ubicar en cualquier parte de la red, son bastante efectivos en el control de los modos de oscilación interáreas.

  Otros equipos que también se usan en esta categoría son los Compensadores Estáticos de Reactivos (SVC, del inglés *Static VAr Compensator*). Aunque su aplicación es mayoritariamente en el control de reactivos, también se emplea en algunos casos para amortiguar pequeñas oscilaciones en la red.

- **Limitando la transferencia de potencia** por la línea (P_{e0}). Esta maniobra se realiza comúnmente en forma manual, aprovechando la larga duración del fenómeno, pero puede ser realizada también mediante equipos modernos de la familia UPFC (ver Capítulo 10), que son equipos caros, construidos a partir de dos conversores AC/DC dispuestos en forma antiparalela. Su operación es generalmente bidireccional y pueden controlar en forma flexible la potencia transferida. Además, pueden controlar también la potencia reactiva e incluso pueden cambiar el valor de la reactancia equivalente de la línea a la cual están conectados.

De estos tres mecanismos, el más usado es el PSS, debido a su versatilidad y madurez de la tecnología, que se expresa en menores costos y mayor abundancia de modalidades y dispositivos en el mercado.

17.5. Estabilidad transitoria

La **estabilidad transitoria** estudia la evolución que experimenta el SEP en los primeros segundos luego de ocurrida una falla mayor. Los cambios originados por la falla pueden ser topológicos (es el caso de los cortocircuitos, fases abiertas, salida imprevista de equipos de transmisión importantes), de la generación (salida imprevista de unidades generadoras grandes), o incluso cambios importantes y bruscos en los consumos. Como resultado de los cambios introducidos por la falla, los desfases angulares existentes dejan de corresponder a situaciones de equilibrio, lo que lleva a una variación importante, instantánea, y no lineal en la potencia eléctrica transferida en el sistema, que a su vez se traduce en fuertes oscilaciones electromecánicas de los rotores de los generadores. La magnitud angular de estas oscilaciones depende no solo del tipo de falla, sino también de su ubicación y duración. Si alcanzan una cierta magnitud crítica, harán perder el sincronismo a determinados generadores, agravando así la situación de las restantes máquinas del sistema. Ello puede llevar al desmembramiento del SEP en subsistemas aislados (islas), a la pérdida del servicio, parcial o total, de los consumos, y a menudo al paulatino colapso del sistema completo.

Dada la gran cantidad de fallas y perturbaciones que pueden solicitar a un sistema eléctrico, es impracticable y económicamente ineficiente diseñar el sistema de modo que sea estable para cualquier falla posible. Las contingencias de diseño son seleccionadas, entonces, con base en algún criterio de probabilidad de ocurrencia.

Una manera de prevenir la inestabilidad transitoria es mediante la rápida operación de protecciones que aislen el equipo fallado (línea o transformador) y/o desconecten consumos en caso de que se produzca un desbalance de potencia. La frontera de tiempo disponible para esta acción es muy breve, típicamente algunos segundos.

El análisis matemático es complicado por la no linealidad de las ecuaciones y por la dificultad para establecer una función de Lyapunov L(x, t) adecuada. Por ello, lo más común es recurrir a métodos numéricos de simulación, que permiten determinar la variación en el tiempo que experimenta el ángulo de cada máquina, y así verificar la pérdida o no de la estabilidad. Estos cálculos deben repetirse para cada tipo o ubicación diferente de la falla, debido a que no se puede asegurar la estabilidad en forma general, sino solo en relación con una falla bien determinada, y bajo condiciones iniciales también específicas (en una región de equilibrio, un sistema eléctrico puede ser estable

respecto de una perturbación física dada, e inestable en relación con otra).

Si la falla causante del problema es desequilibrada (por ejemplo, falla bifásica a tierra), hay que considerar solo las relaciones relativas a la malla de secuencia positiva (incluyendo, sí, las otras mallas de secuencia en forma de una combinación de impedancias equivalentes conectadas en el punto de falla), ya que son las únicas que pueden originar fuerzas sincronizantes en las máquinas. Las componentes de secuencia negativa y cero conducen a que el torque resultante sea pulsante.

Cabe señalar que, como interesa la respuesta angular, no se puede usar la simplificación de suponer frecuencia constante, y el análisis deberá hacerse en función del ángulo δ de cada máquina. Solo en los casos excepcionales de centrales cercanas entre sí y alejadas de la falla, se puede aceptar el reemplazo por una sola máquina equivalente.

Los cálculos de estabilidad transitoria comprenden principalmente los primeros segundos luego de producida una falla. En este rango de tiempo, el comportamiento del rotor de las máquinas está fuera de todo posible control por los reguladores de velocidad y de tensión, cuyas constantes de tiempo son del orden de algunos segundos. La única acción externa posible es la de los interruptores, ya sea para desconectar automáticamente los elementos fallados, conectar automáticamente elementos auxiliares (como condensadores estáticos), o para reconectar los elementos una vez extinguido el arco, etcétera.

El estudio de la estabilidad transitoria comprende básicamente dos períodos:

a) El **Período con falla,** que va desde el inicio de la falla hasta su despeje o eliminación por las protecciones;

b) **Período posfalla,** que va desde que se ha despejado la falla hasta que se logra estabilizar el sistema (o hasta que se verifica que el sistema no logra alcanzar un régimen permanente y se pierde elsincronismo). De ser necesario, durante este período es posible considerar maniobras de restauración de la red, tales como reconectar (tentativamente) los elementos desconectados, una vez transcurrido un tiempo suficiente como para que se extinga el arco de la falla, conectar automáticamente elementos auxiliares tales como condensadores estáticos, hacer desprendimientos de cargas, o realizar acciones coordinadas de desconexión simultánea de cargas y generadores.

c) Existe un período posterior, que rara vez se calcula, durante el cual se hace notar la acción de los reguladores de tensión y de velocidad, en general, favoreciendo la estabilidad.

Si el sistema es inestable, en los segundos siguientes se experimentan los efectos nocivos de las oscilaciones: pérdidas de generación, racionamientos programados por frecuencia (load shedding), problemas térmicos en los sistemas de vapor, y un eventual blackout, pasando por un desmembramiento en subsistemas o "islas".

Cabe destacar que la estabilidad se puede perder con posterioridad al período estudiado, debido a la ocurrencia de oscilaciones crecientes en el tiempo, pero ello no corresponde a una inestabilidad transitoria, sino a inestabilidad por falta de amortiguamiento, como se vió en la Sección 17.4.2.

17.5.1. Estabilidad transitoria de una máquina contra barra infinita

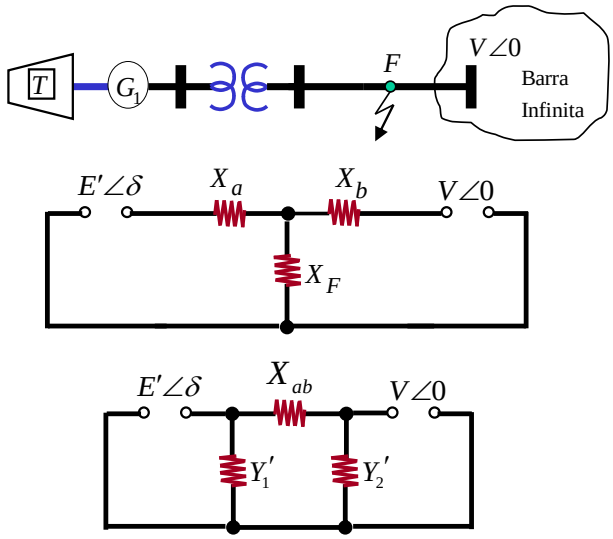


Figura 17.6: Máquina operando contra barra infinita

Para apreciar algunas de las situaciones que se presentan en relación con la solución de la ecuación de oscilación, se analizará primero el caso más sencillo de una máquina operando contra un sistema más grande, que mantiene tensión constante V (ver Figura 17.6).

Para simplificar aun más se despreciará el efecto de los amortiguadores ($k = 0$) y se supondrá que $X'_d = X_q$.

En caso de ocurrir una falla en algún punto de la unión entre el generador y el sistema, la impedancia de paso X_{ab}= X_a+ X_b (que incluye X'_d), y que se obtiene mediante una transformación delta $\rightarrow$ estrella $\rightarrow$ delta, crecerá a X_{ab}= X_a+ X_b+ X_aX_b/X_F. Suponiendo cortocircuito trifásico, para simplificar aún más,, $X_{ab} = \infty$, $P_e = 0$, y la ecuación de oscilación quedaría: $T_a p^2\delta - \omega_s P_{ac} = 0$, en la que la potencia acelerante vale $P_{ac} = P_T - P_e = P_{T_0}$. Esta ecuación es integrable y conduce a $\delta = \delta_0 + \frac{\omega_s P_{T0}}{2T_a} t^2$.

El rotor se "dispara" en forma parabólica (δ crece con t^2), tal como se muestra en la Figura 17.7, perdiéndose

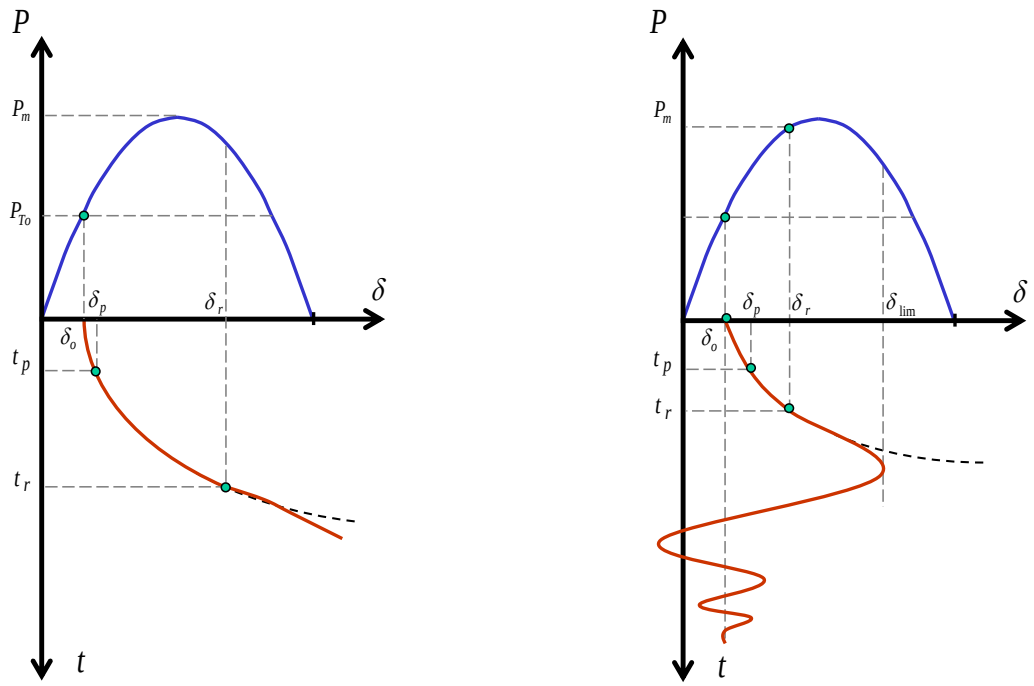


Figura 17.7: Oscilación angular del rotor

rápidamente el sincronismo, si no se elimina la causa de la aceleración. Para ello deben actuar las protecciones (en un tiempo t_p), y luego se debe esperar un lapso prudente para que se desionice el arco. Si entonces (tiempo t_r) se reconecta la línea, la potencia resistente salta instantáneamente a $P_e = E'V sen\,(\delta_r)\,/X_{ab}$ y se establece una potencia desacelerante que depende de δ: $P_{des} = P_{T_0} - E'V sen\,(\delta)\,/X_{ab}$.

La ecuación de la oscilación ya no es integrable mediante funciones sencillas, pero se comprende que δ crece a menor velocidad, y que el resultado final depende del instante de reconexión: si la reconexión ocurre muy tarde (Figura 17.7 izquierda), la máquina pierde de todos modos el sincronismo. Pero si todavía es oportuna (Figura 17.7 derecha), llega el momento en que δ deja de crecer, y en que a pesar de ser $\delta_{lím} > \pi/2$, se conserva el sincronismo.

Como conclusión, existe una potencia máxima P_{T_0} que se puede estar transfiriendo al ocurrir la falla, sin que se pierda el sincronismo, que constituye el llamado **límite de estabilidad transitoria**.

Al respecto, una reflexión: se puede correr el riesgo de operar con potencias superiores al límite de estabilidad transitoria, ya que no se presentarán problemas mientras no ocurra una falla, o incluso mientras no ocurra una falla trifásica, hecho que es poco probable. Sin embargo, no se puede pasar del equivalente límite de estabilidad permanente de pequeña señal, porque la máquina saldrá de servicio con toda seguridad.

17.5.2. Análisis de estabilidad basado en el segundo método de Lyapunov

La teoría clásica de estabilidad de sistemas dice que el análisis formal debiera hacerse mediante el segundo método de Lyapunov, que exige encontrar una función de Lyapunov adecuada, luego establecer la forma de esa función L, determinar la región de estabilidad $N(x_e)$ para el estado de equilibrio posfalla x_e, y verificar si el estado del sistema al momento de despejar la falla está en dicha región, es decir, se verifica si el estado inicial del período posfalla x_i^0 pertenece o no a la región de estabilidad. Cabe destacar que, en el caso de la estabilidad transitoria, este estado inicial x_i^0 debe corresponder al estado luego de la última operación de los interruptores (por ejemplo, para reconectar el equipo fallado, y no la operación anterior para despejar la falla).

La dificultad del procedimiento radica obviamente en establecer una función L que sea relativamente sencilla y también en determinar su región de estabilidad. No existen reglas generales para formar la función de Lyapunov $L(x_i)$, pero lo usual es tratar de obtenerla a partir de las expresiones de la energía total del sistema físico representado por las ecuaciones $px_i = f(x_i)$. Hasta el momento se han planteado en la literatura técnica diversas funciones L aplicables a casos sencillos de dos y hasta tres máquinas, pero todavía no ha surgido una solución que tenga utilidad práctica para el caso normal con n máquinas.

El caso de una máquina oscilando contra una barra infinita, que se vio en la sección anterior, lleva a una aplicación

simplificada de Lyapunov, conocida como **criterio de las áreas iguales,** que presenta bastante interés didáctico.

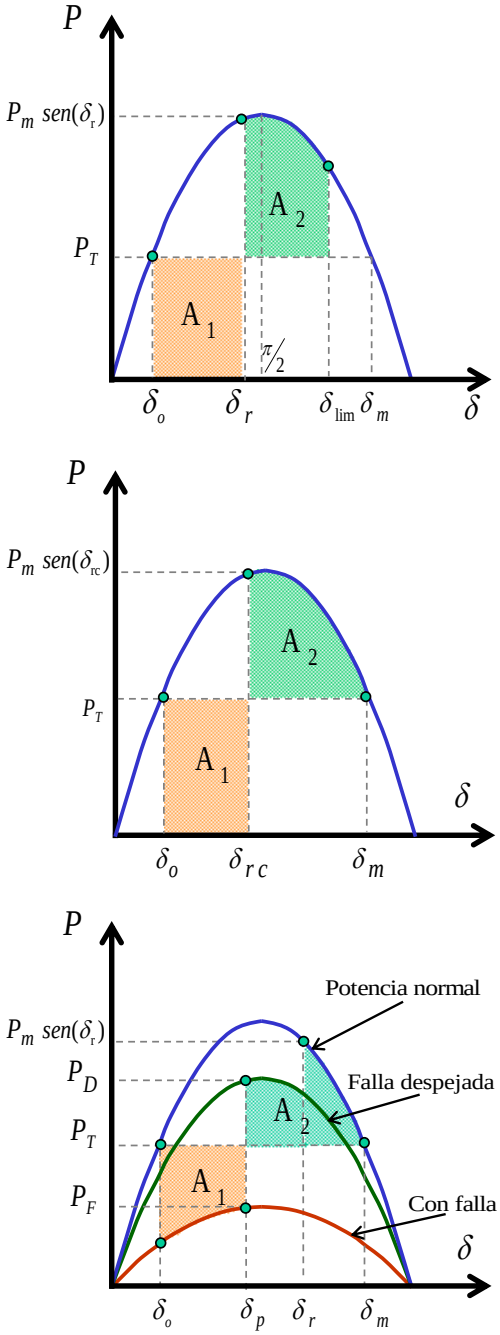


Figura 17.8: Criterio de las áreas iguales

Despreciando el efecto de las barras amortiguadoras, y aprovechando la identidad $\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2$ la ecuación de oscilación puede ser escrita como:

$$\frac{1}{2}p\left((p\delta)^2\right) = \frac{\omega_s}{T}\left(P_T - P_e\right)$$

integrando a ambos lados:

$$\int d(p\delta)^2 = \frac{2\omega_s}{T}\int_{\delta_0}^{\delta}\left(P_T - P_e\right)d\delta$$

$$p\delta = \sqrt{\frac{2\omega_s}{T}\int_{\delta_0}^{\delta}\left(P_T - P_e\right)d\delta} \tag{17.28}$$

Para que el ángulo δ deje de crecer, se debe cumplir que $p\delta = 0$. Ahora bien, la integral de P_{ac} en δ representa el área comprendida entre la recta de P_T y las curvas de la potencia eléctrica transitoria (cero entre δ_0 y el instante de la reconexión δ_r, la sinusoide P_m $sen\,(\delta)$ después, en la Figura 17.8.

En consecuencia, la máquina será estable (al menos al final de la primera oscilación) si es posible conseguir que el área desacelerante entre δ_r y δ_{lim} sea igual al área acelerante comprendida entre δ_0 y δ_r. El límite de estabilidad transitoria se alcanzará cuando $\delta_{lim} = \delta_m$ ($A_1 = A_2$ en Figura 17.8 central). El ángulo δ_{rc}, último para el cual todavía se puede conseguir estabilidad, partiendo de condiciones iniciales P_T, δ_0 dadas, se denomina **ángulo crítico de reconexión**.

Se puede generalizar la condición de estabilidad mediante la condición $A_1 \leqslant A_2$, lo que es equivalente a:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m}\left(P_T - P_e\right)d\delta \leqslant 0$$

desarrollando:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{rc}}\left(P_T\right)d\delta + \int_{\delta_{rc}}^{\delta_m}\left(P_T - P_m sen\delta\right)d\delta \leqslant 0 \tag{17.29}$$

$$P_T(\delta_m - \delta_0) + P_m(\cos\delta_m - \cos\delta_{rc}) \leqslant 0$$

y dado que $\delta_m = \pi - \delta_0$ se tiene:

$$P_T(\pi - 2\delta_0) - P_m(\cos\delta_{rc} - \cos(\delta_0)) \leqslant 0 \tag{17.30}$$

En el caso analizado, el estado de equilibrio posfalla es igual al de antes de la falla, es decir, el estado de equilibrio cumple $P_m\ sen\,(\delta) = P_T \Rightarrow \delta = \delta_0$.

Normalmente la situación será algo más complicada que la descrita, en cuanto la condición con falla puede no ser tan drástica como para llevar P_e a cero, pero si permitir una transmisión baja $P_F\ sen\,(\delta)$. También suele ocurrir que la curva de potencia con falla despejada sea intermedia entre la situación prefalla y aquella con falla, debido a la existencia de otras líneas de unión entre las dos máquinas.

En tal caso, el problema debe ser analizado considerando las tres curvas $P - \delta$, como se muestra en la Figura 17.8 inferior.

Surge de allí la noción de **tiempo crítico de apertura** t_p, o tiempo máximo en que deben operar las protecciones, para que la máquina sea estable, partiendo de un tiempo de desionización $t_r - t_p$ y de condiciones iniciales P_T y δ_0 dadas.

Aunque muy instructivo, este método presenta la gran dificultad de que rara vez se conocen los ángulos δ_p y δ_r. Lo usual es conocer los tiempos en los que operan las protecciones, pero para pasar a los ángulos habría que conocer de qué forma varían ellos con el tiempo.

17.5.3. Estabilidad transitoria de n máquinas

Cada una de las n máquinas estará representada por una ecuación diferencial del tipo:

$$T_i p^2 \delta_i + K_i p \delta_i + \omega_s (P_{ei} - P_{Ti}) = 0 \tag{17.31}$$

en la que las potencias eléctricas P_{ei} dependen de las diferencias angulares entre máquinas. Despreciando las pérdidas eléctricas en el estator ($R = 0$), pueden ser calculadas como:

$$P_{ei} = \text{Real}[E'_i I^*_i] = \text{Real}\left[\sum_{j=1}^{n} E'_i E'_j Y_{ij}\right] \tag{17.32}$$

ya que las corrientes inyectadas por cada una de las máquinas valen:

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} E'_j Y_{ij} \tag{17.33}$$

Las ecuaciones de P_{ei} son algebraicas, pero su solución se complica por la cantidad de nudos involucrados. El cálculo puede ser hecho tal como se vio en el Capítulo 11, aunque es preciso modificar la matriz de admitancias nodales $[Y]$, para incorporar las características transitorias de los generadores, los consumos y las impedancias de falla cuando corresponda.

En efecto, como ya se indicó antes, el circuito equivalente de las máquinas debe considerar por lo menos la reactancia transitoria X'_d y la fem E', de módulo constante. Ello constituye una doble simplificación de la situación real, ya que E' depende de la acción del control de tensión, y $X'_d(p)$ evoluciona paulatinamente hacia X_d. Sin embargo, el resultado neto no se aleja mucho de la suposición hecha, durante el primer medio segundo.

En los cálculos durante la situación con falla hay que incluir también la impedancia de falla (combinación de Z_{2F} y Z_{0F}) en el punto correspondiente de la malla.

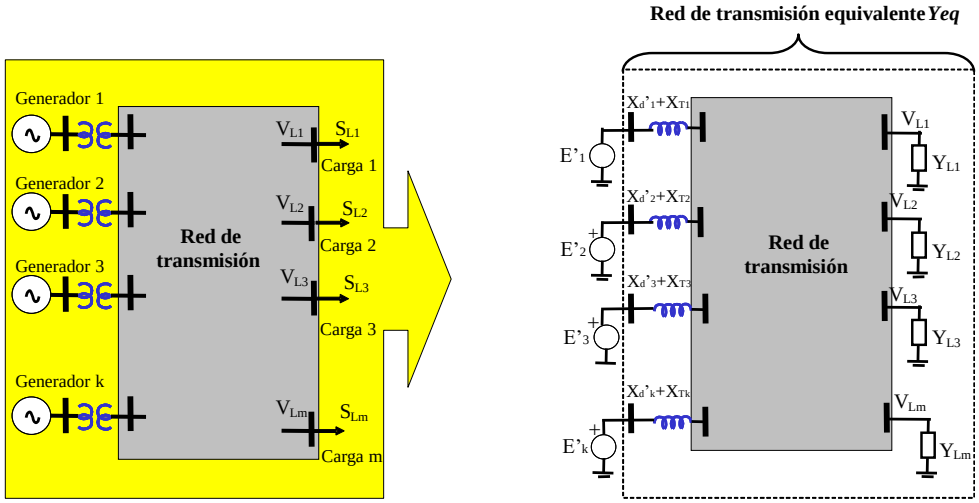


Figura 17.9: Red de potencia equivalente para estudios dinámicos

Por otra parte, los consumos experimentan fluctuaciones, producto de las fuertes variaciones de las tensiones durante la falla. Si bien en estricto rigor esta respuesta es diferente para cada consumo, en la práctica se les suele representar a todos por admitancias $Y_L = S^*_L/V^2$, que se incorporan a la matriz $[Y]$, que es actualizada en cada iteración incorporando los nuevos valores de V. También, se acostumbra despreciar la dependencia de los consumos respecto de la frecuencia, considerando que las variaciones de ésta son pequeñas. Este aspecto es tratado con un poco más de detalle en la Sección 17.5.5.

Como consecuencia del cálculo con E', y del reemplazo de (algunas) cargas por admitancias, resulta conveniente reducir el número de nudos usado en los estudios en condiciones normales cuasi-estacionarias, dejando solo aquellos en los que hay máquinas, o en los que al menos una parte de los consumos son del tipo de potencia constante.

En la Figura 17.9 se muestra la equivalencia adoptada para representar la red de potencia. Nótese que con esa representación, la dimensión de la matriz de admitancia equivalente es igual al número de generadores.

El análisis de la estabilidad transitoria se transforma así en el problema de resolver un sistema de n ecuaciones diferenciales no lineales, ligadas además por un sistema de $2n - 1$ ecuaciones algebraicas.

Los algoritmos más usados resuelven en paralelo las diversas ecuaciones diferenciales, mediante algunos de los métodos numéricos que se señalan en la Sección 17.5.4, para así obtener la evolución a lo largo del tiempo de los ángulos de los rotores. En cada paso de integración se debe resolver el sistema de ecuaciones algebraicas, para obtener las potencias acelerantes que intervienen en las ecuaciones diferenciales.

El cálculo debe distinguir las distintas configuraciones de la red durante el fenómeno: estado prefalla; estado con falla; estado con falla despejada, y finalmente, reconexión del elemento antes despejado (ello significa modificar en cada caso la matriz $[Y]$). No hay que olvidar que las condiciones de partida (estado prefalla), es decir, $|E'_i|$ y δ_i^0, se calculan de mallas que deben incluir las reactancias transitorias.

Para simplificar el análisis del resultado, se acostumbra tomar como referencia el ángulo de uno de los generadores más grandes del sistema, ya que así se aprecian con más claridad las posibles inestabilidades.

En una forma muy general, el cálculo se realiza según se indica en el diagrama de flujo de las Figuras 17.10 y 17.11, que siguen.

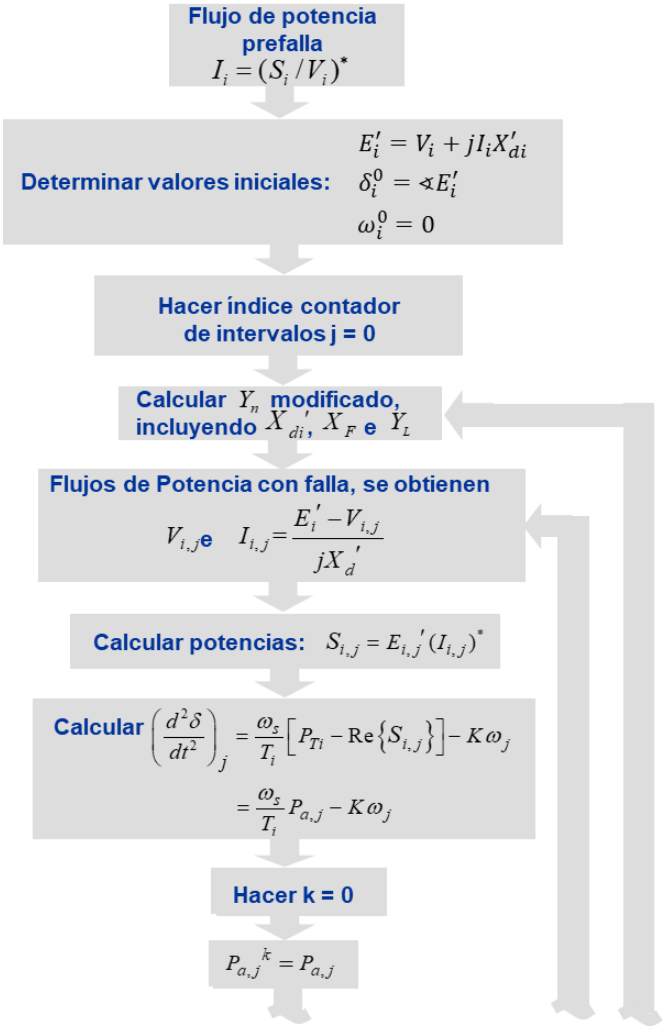


Figura 17.10: Cálculo según Euler modificado (a)

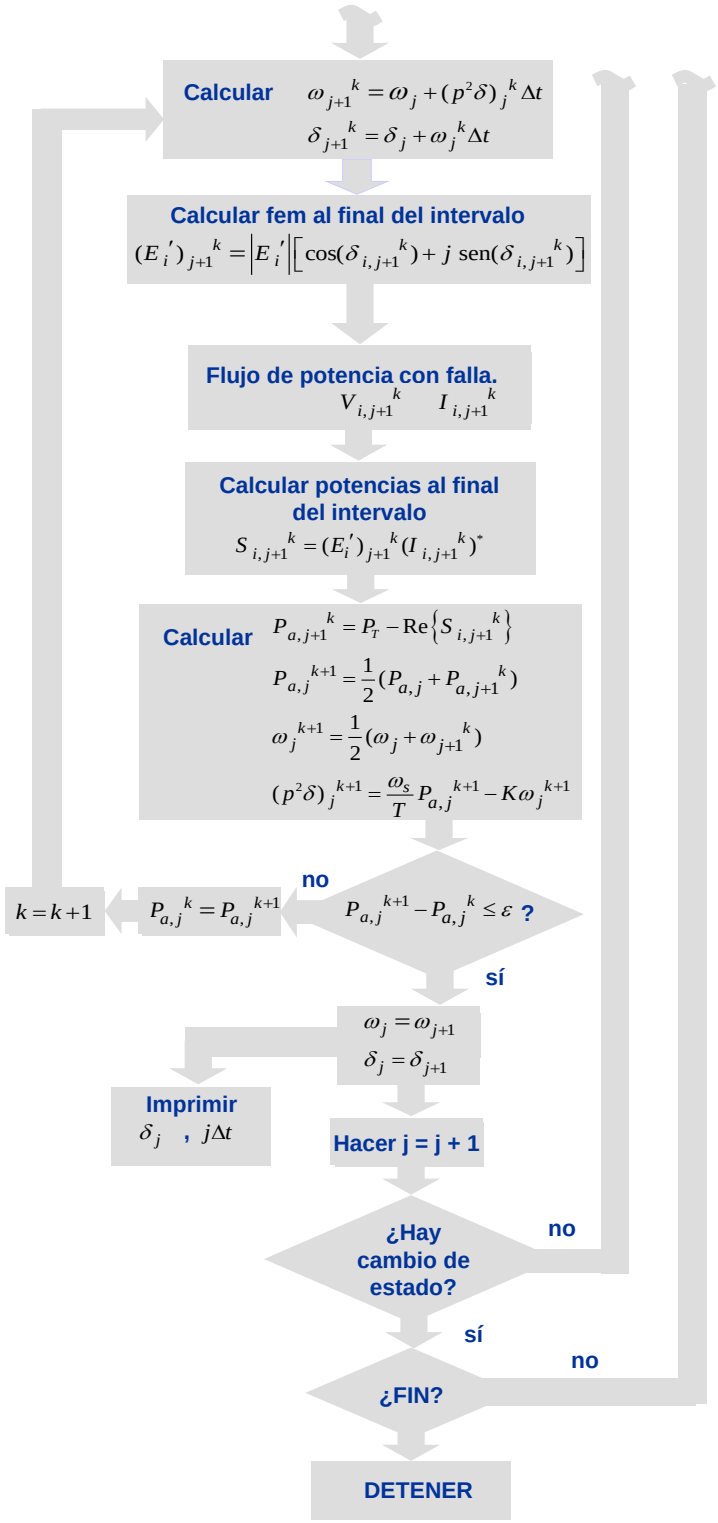


Figura 17.11: Cálculo según Euler modificado (b)

La Figura 17.12 de la página siguiente muestra ejemplos de curvas $\delta - t$ típicas. Si las curvas resultantes tienden a juntarse después de las primeras oscilaciones (Figura 17.12 izquierda), el sistema se considerará estable (para ello basta con que **todas** inviertan el sentido de variación del ángulo durante el primer segundo). Si, por el contrario, alguna tiende a alejarse permanentemente del resto (Figura 17.12 derecha), el sistema será inestable.

Cabe indicar que a menudo se introducen simplificaciones a este esquema, tanto para reflejar el desconocimiento de algunos parámetros de las máquinas, como para reducir el volumen de los cálculos. Es así como normalmente se desprecia la saliencia de las máquinas, y se supone $X_d' = X_q$. También se suelen despreciar los torques amorti-

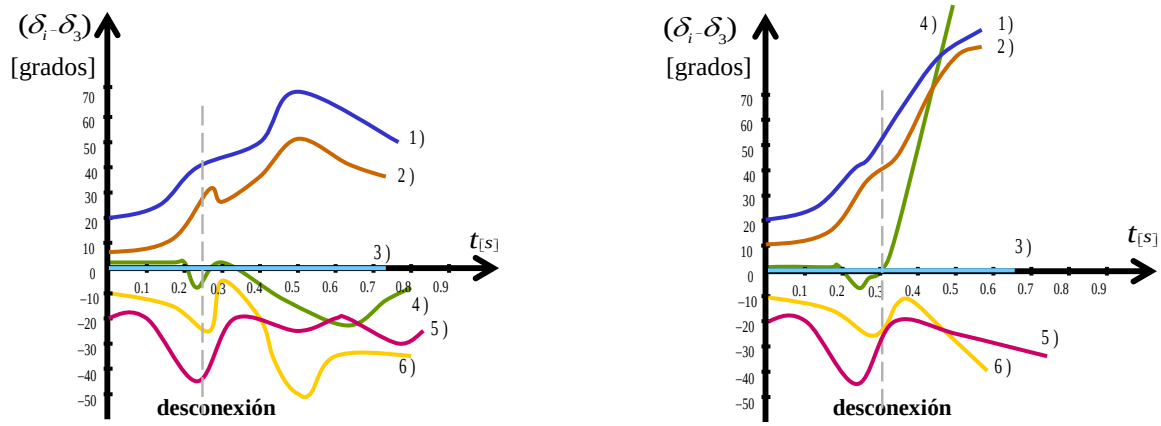


Figura 17.12: Curvas de oscilación, caso estable (izquierda) o inestable (derecha)

guadores, debido a que no se conocen las constantes K de las máquinas. En algunos casos se desprecian también las resistencias existentes en la malla eléctrica.

El tratamiento presentado es conservador, pues todos los elementos no considerados tienen en general una influencia favorable, aunque pequeña, hacia la conservación de la estabilidad.

17.5.4. Método de simulación o de integración numérica

En los métodos numéricos de aproximación a la solución de las ecuaciones, se hace discreta la variable independiente t en n intervalos pequeños t_0, t_1, t_2, ..., t_n, (no necesariamente equidistantes), y luego se calculan los estados sucesivos de la variable dependiente $y = f(t)$, a partir del valor inicial conocido.

Para ello se recurre a un algoritmo apropiado, y a la suposición de que las restantes variables, o son constantes durante el intervalo Δt calculado, o varían según una ley específica conocida. La precisión del método depende de lo corto que sea Δt (aumenta el tiempo de cálculo) y de la calidad del algoritmo escogido.

a) Método de Euler

Constituye un algoritmo relativamente sencillo y didáctico, aunque poco preciso, para determinar y a partir de la relación $py = f(y)$. Se basa en la aproximación de asimilar py con $\Delta y/\Delta t$, siendo Δt el intervalo de tiempo escogido. Si el subíndice j indica el número de intervalos Δt computados, $y_{j+1} = y_j + \Delta y_j = y_j + (py)_j\ \Delta t = y_j + f(y_j)\Delta t$.

El hecho de calcular la situación al final del intervalo en función de la derivada al comienzo de él, hace que el método sea poco preciso cuando py cambia con rapidez dentro del intervalo, como se aprecia gráficamente en la Figura 17.13.

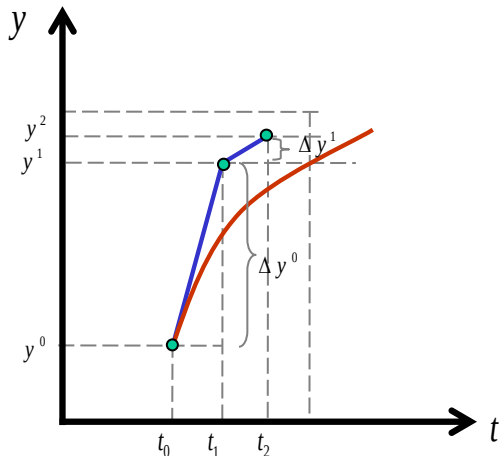


Figura 17.13: Aproximación de Euler

En el caso de los SEP, se divide el tiempo t en intervalos pequeños ($\Delta t \leqslant 0,05s$), y se supone P_e (y con ello P_{ac}) constante en cada uno de ellos, e igual al valor existente al comienzo del período:

$$p\omega = f(\omega, \delta) = \frac{\omega_s}{T} P_{ac}(\omega, \delta)\ - K\omega$$

$$\omega = f(\delta) = p\delta$$

(¡Nótese que se ha llamado ω a $p\delta$ y no a $p\theta$!). Las fórmulas de iteración son:

$$\begin{aligned} \omega_{j+1} &= \omega_j + (p\omega)_j \Delta t = \omega_j + \frac{\omega_s}{T} P_{ac_j} \Delta t - K\omega_j \Delta t \qquad j = 0, 1, ... \\ \delta_{j+1} &= \delta_j + \omega_j \Delta t \\ P_{ac_{j+1}} &= P_T - Real[E'_{j+1} I^*_{j+1}] \end{aligned} \tag{17.34}$$

Para que el método tenga mediana precisión se requiere reducir mucho el paso Δt, lo que exige calcular un gran número de veces la potencia eléctrica P_e.

c) Método modificado de Euler

La precisión del método de Euler puede ser mejorada considerablemente, reemplazando $f(y_j)$, que corresponde al valor de py_j al comienzo del intervalo j, por el promedio entre los valores al comienzo y al final del intervalo (recién calculado), $\frac{1}{2}[f(y_j)+ f(y_{j+1})]$ (ver Figura 17.14). Es, por lo tanto, un caso particular de Runge-Kutta de segundo orden, que se verá a continuación.

Se acostumbra establecer una vuelta adicional de iteraciones, que se puede designar con el superíndice k, en la que se calcula $f(y_j)^{k+1} = \frac{1}{2}[f(y_j)^k + f(y_{j+1})^k]$, y que se prosigue hasta conseguir que $f(y_j)^{k+1} \approx f(y_j)^k$.

El orden de los cálculos sería entonces:

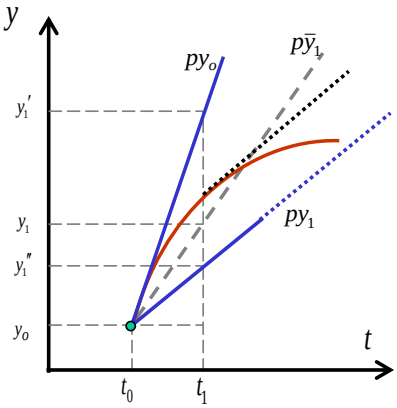


Figura 17.14: Método modificado de Euler

$$\omega_{j+1} = \omega_j + (p\omega)_j^k \Delta t = \omega_j + \frac{\omega_s}{T} P_{ac_j}^k \Delta t - K\omega_j^k \Delta t$$

$$\delta_{j+1}^k = \delta_j + \omega_j^k \Delta t$$

$$P_{ac_{j+1}}^k = P_T - \text{Real}[E_{j+1}'^{\,k} I_{j+1}^{*\,k}]$$

$$P_{ac_j}^{k+1} = \frac{1}{2}(P_{ac_j} + P_{ac_{j+1}}^k)$$

$$\omega_j^{k+1} = \frac{1}{2}(\omega_j + \omega_{j+1}^k)$$

$$\delta_j^{k+1} = \frac{1}{2}(\delta_j + \delta_{j+1}^k) \tag{17.35}$$

$$\omega_{j+1}^{k+1} = \omega_j + (p\omega)_j^{k+1} \Delta t = \omega_j + \frac{\omega_s}{T} P_{ac_j}^{k+1} \Delta t - K\omega_j^{k+1} \Delta t$$

$$\delta_{j+1}^{k+1} = \delta_j + \frac{1}{2}(\omega_j + \omega_{j+1}^k)\Delta t$$

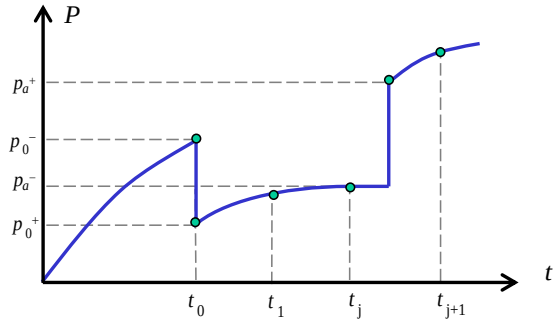


Figura 17.15: Tratamiento de la discontinuidad

Al programar estos cálculos hay que tener cuidado con los cambios discontinuos de P_{ac} que se producen al operar los interruptores, ya sea para eliminar la falla o para reconectar la línea después de desionizado el arco. Si la discontinuidad se presenta al comienzo del intervalo, o muy cerca de él (como ocurre por ejemplo al pasar de la condición prefalla a la situación con falla), en el cálculo se debe tomar el valor de P_{ac} que aparece después de la discontinuidad (P_{0+}). Si la discontinuidad se presenta aproximadamente a la mitad del intervalo, conviene reducir en ese paso el intervalo de cálculo Δt a la mitad, de modo que el cambio quede al comienzo del nuevo intervalo, o en caso contrario, hay que corregir el valor de partida de P_{ac}, tomando por ejemplo el promedio entre los dos extremos de la discontinuidad, valorados para el comienzo del intervalo, $P_{ac,j} = \frac{1}{2}(P_{ac}^- + P_{ac}^+)$ (ver Figura 17.15).

b) Métodos de Runge-Kutta

En los métodos de Runge-Kutta se calcula el valor de la variable al final del intervalo en función del valor conocido al comienzo de él, y de un promedio ponderado entre dicho valor y algunas estimaciones para puntos intermedios, suposición que mejora bastante la precisión, permitiendo alargar el intervalo de integración Δt (manteniendo una precisión dada), con lo cual se reduce el número de veces que hay que resolver las ecuaciones eléctricas algebraicas del sistema, etapa que es la más demorosa en los cálculos.

Las diversas fórmulas de Runge-Kutta se apoyan en simplificaciones del desarrollo en serie de Taylor en torno del punto de partida, ya que sus coeficientes se calculan de manera de corresponder a los primeros términos de dicha serie. Existen entonces fórmulas de Runge-Kutta de orden (y lógicamente de precisión) creciente, pero que significan cálculos cada vez más complicados, debido a que cada término es función de los anteriores. Si bien es cierto que estas fórmulas son más precisas, resultan también de planteamiento más engorroso, y por ello menos didácticas.

d) Método de Runge-Kutta de cuarto orden
Tal vez el más usado de estos métodos de predicción es el de Runge-Kutta de cuarto orden, que implica un promedio ponderado del valor de la función al comienzo, en el punto medio, y al final del intervalo Δt:

$$\omega_{j+1} = \omega_j \ + \ \frac{1}{6}\left(W_1 \ + \ 2W_2 \ + \ 2W_3 \ + \ W_4\right)\Delta t$$

$$\delta_{j+1} = \delta_j \ + \ \frac{1}{6}\left(D_1 \ + \ 2D_2 \ + \ 2D_3 \ + \ D_4\right)\Delta t \tag{17.36}$$

en que:

$$D_1 = p\delta(\delta_j, \omega_j) \ = \ \omega_j$$

$$W_1 = p\omega(\delta_j, \omega_j) \ = \ \frac{\omega_s}{T}P_{ac}(\delta_j) \ - \ K\omega_j$$

$$D_2 = p\delta\left(\omega_j \ + W_1\frac{\Delta t}{2}\right) \ = \ \omega_j \ + \ W_1\Delta t \tag{17.37}$$

$$W_2 = p\omega\left(\delta_i + D_i\omega\frac{\Delta t}{2}\right) = \omega_s P_{ac}\frac{\left(\delta_i + D_1\frac{\Delta t}{2}\right)}{T} - K\left(\omega_j + W_1\frac{\Delta t}{2}\right) \tag{17.38}$$

$$D_3 = p\delta\left(\omega_j \ + W_2\frac{\Delta t}{2}\right) \ = \ \omega_j \ + \ W_2\Delta t \tag{17.39}$$

$$W_3 = p\omega\left(\delta_j + D_2\frac{\Delta t}{2}, \omega_j + W_2\frac{\Delta t}{2}\right) \ = \ \frac{\omega_s}{T}P_{ac}\left(\delta_j + D_2\frac{\Delta t}{2}\right) \ - \ K\left(\omega_j + W_2\frac{\Delta t}{2}\right) \tag{17.40}$$

$$D_4 = p\delta(\omega_j \ + W_3\Delta t) \ = \ \omega_j \ + \ W_3\Delta t$$

$$W_4 = p\omega(\delta_j + D_3\Delta t, \ \omega_j + W_3\Delta t) \ = \ \frac{\omega_s}{T}P_{ac}(\delta_j + D_3\Delta t) \ - \ K(\omega_j + W_3\Delta t)$$

e) Métodos de predicción y corrección
Existe otro tipo de fórmulas de integración, en cierto modo generalizaciones de Runge-Kutta, en el que el punto de la curva se calcula a partir de una estimación del valor hecha al comienzo del intervalo, pero corregida luego a contar de los dos o tres puntos anteriores, ya conocidos, de la curva (y no de puntos intermedios estimados como en Runge-Kutta). Estos métodos de predicción y corrección, más rápidos, son los más usados hoy en día. Sin embargo, presentan el inconveniente de no ser autosuficientes, desde el momento en que para partir (obtener los valores de la función en los dos o tres primeros puntos), se debe recurrir a fórmulas de Runge-Kutta.

f) Método de Adams-Bashforth
Tal vez el más usado de estos métodos de predicción y corrección es el de Adams-Bashforth de quinto orden, que emplea las derivadas en los tres puntos anteriores para la predicción:

$$\overline{\omega}_{j+1} = \ \omega_j \ + \ \frac{\Delta t}{24}\left(55p\omega_j - 59p\omega_{j-1} + 37p\omega_{j-2} - 9p\omega_{j-3}\right)$$

$$\delta_{j+1} = \ \delta_j \ + \ \frac{\Delta t}{24}\left(55p\delta_j - 59p\delta_{j-1} + 37p\delta_{j-2} - 9p\delta_{j-3}\right) \tag{17.41}$$

y los puntos anteriores, más la función evaluada para el valor recién calculado, en la corrección:

$$\omega_{j+1}^{k+1} \ = \ \omega_j + \frac{\Delta t}{24}\left[9\left(\frac{\omega_s}{T}P_{ac}(\overline{\delta}_{j+1}^{k}) \ - \ K\,\overline{\omega}_{j+1}^{k}\right) + 19p\omega_j - 5p\omega_{j-1} + p\omega_{j-2}\right]$$

$$\delta_{j+1}^{k+1} \ = \ \delta_j + \frac{\Delta t}{24}\left[9\,\overline{\omega}_{j+1}^{k} + 19p\delta_j - 5p\delta_{j-1} + p\delta_{j-2}\right] \tag{17.42}$$

Recorrigiendo reiteradamente los valores de ω_{j+1} y δ_{j+1} , con ayuda de las fórmulas (17.42), se mejora la precisión del resultado.

La ventaja del método radica en que la mayoría de los datos necesarios para predecir y corregir la función son conocidos de pasos anteriores, de modo que solo se necesita evaluar la función una vez, con lo que se gana en rapidez de cálculo, siempre que el paso haya sido bien elegido.

17.5.5. Modelos de las cargas
Las fuertes fluctuaciones que experimentan las tensiones durante los fenómenos de fallas afectan las características de los consumos (S_L), haciendo necesaria una representación más detallada. El modelo de carga por usar debe ser la representación matemática de la relación que existe entre la potencia activa y la potencia reactiva de la carga conectada a cada barra y la magnitud de la tensión aplicada y la frecuencia de la red en ese punto.

La Figura 17.16 muestra la respuesta típica de un consumo ante una variación brusca de la tensión.

A pesar de que la respuesta de la carga es dinámica en su naturaleza y, por consiguiente, requeriría de un modelo sustentado en ecuaciones diferenciales o de diferencias, para simplificar los cálculos se utilizan normalmente funciones algebraicas que expresan las potencias activa y reactiva para cualquier instante de tiempo como una función de la tensión en la barra y la frecuencia de la red.

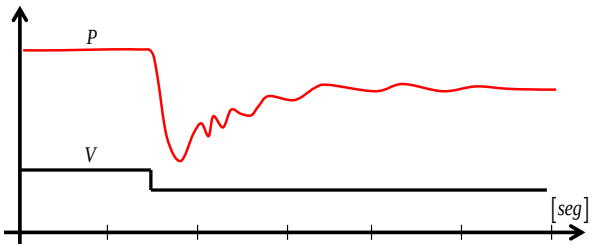


Figura 17.16: Respuesta del consumo ante una variación brusca de tensión

La forma específica de las ecuaciones dependerá del tipo de consumos, siendo los más comunes los siguientes:

- Para los consumos estáticos se aplica un **modelo de impedancia constante (Z)**, en el cual la potencia varía directamente con el cuadrado de la magnitud de la tensión. Este tipo de consumos tiene un efecto estabilizador, al amortiguar las oscilaciones de tensión.

- Para las cargas cuya potencia varía en forma lineal con la magnitud de la tensión, se aplica un **modelo de corriente constante (I)**.

- Para representar el comportamiento de los motores se usa un **modelo de Potencia constante (P)**, considerando que en ellos se producen aumentos importantes de la corriente al bajar la tensión, lo que en primera aproximación equivale a que la potencia no varía frente a cambios en la magnitud de la tensión. También se le conoce como **modelo MVA constante**. Desde el punto de vista del impacto sobre el sistema, son los que imponen una mayor exigencia sobre la estabilidad.

- Para representar aglomeraciones de consumos (ciudades, regiones), que contienen tanto consumos del tipo de impedancia constante (aV^2), como de corriente constante (bV) y potencia constante (P_0), se emplea una combinación lineal de ellos, en el llamado **modelo de carga polinomial (ZIP)**, del tipo:

  $$P = aV^2 + bV + P_0 \tag{17.43}$$

- Para representar consumos especiales, como los de la Tabla 17.1, se usan **modelos de carga exponencial**, representados por las siguientes ecuaciones:

  $$P = P_0(\frac{V}{V_0})^\alpha \qquad Q = Q_0(\frac{V}{V_0})^\beta \tag{17.44}$$

  donde los valores de P_0 y Q_0 corresponden a las condiciones iniciales de la carga, o a sus valores nominales. En la Tabla 17.1 se presentan algunos valores típicos para estos exponentes.

Tabla 17.1: Tipos de consumos

Equipo	α	β
Aire acondicionado	0.5	2.5
Cargador de batería	2.6	4.1
Fluorescente	2.1	3.2
Fluorescente electrónico	0.95 – 1.0	0.3 – 0.5

Para modelar la dependencia de la frecuencia de los distintos tipos de consumos, usualmente se emplea una aproximación de primer orden, en la que se multiplican las relaciones algebraicas de la dependencia de la tensión (ecuaciones (17.44)) por el factor $1 + k_f(f - f_0)$, donde f es la frecuencia en la barra de carga, f_0 es la frecuencia nominal o inicial y k_f es un parámetro de sensibilidad del modelo respecto de la frecuencia.

Así, por ejemplo, un modelo de carga exponencial (potencia activa y reactiva) con incorporación de la variación de frecuencia tiene la forma:

$$P = P_0(\frac{V}{V_0})^{\alpha}\,[1 + k_{Pf}(f - f_0)] \tag{17.45}$$

$$Q = Q_0(\frac{V}{V_0})^{\beta}\,[1 + k_{Qf}(f - f_0)]$$

En la Tabla 17.2 se presentan valores típicos de estos coeficientes, para consumos agregados.

Tabla 17.2: Coeficientes asociados a consumos agregados

Tipo de consumo	α	β	k_{Pf}	k_{Qf}
Área urbana	1,2	2,8	0,7	-2,3
Industrial	0,1	0,6	2,6	1,6
Planta de aluminio	1,8	2,2	-0,3	0,6
Bombas de agua	1,4	1,4	5,6	4,2

17.5.6. Factores que condicionan la estabilidad transitoria

El análisis hecho hasta el momento, permite visualizar cuáles son los factores que más influyen en la estabilidad de un sistema.

a) Potencia eléctrica inicial (= potencia mecánica P_T)

Del criterio de las áreas iguales se deduce que mientras mayor sea la potencia eléctrica que está entregando una máquina antes de ocurrir el cortocircuito, mayor será el área acelerante y, por lo tanto, mayor será la velocidad relativa que adquiere el rotor y mayor la posibilidad de que el sistema sea inestable. (Un criterio empírico suele ser el de limitar P_T al 80 % del máximo teórico $E'V/X$.)

b) Tiempo de operación de las protecciones (δ_p)

Mientras más rápidos son los esquemas de protección y los interruptores utilizados, menor es el ángulo δ_p alcanzado y, por lo tanto, menor el área acelerante, y mayor la potencia que se podría haber estado transmitiendo. Íntimamente ligada con este aspecto está la conveniencia de realizar una apertura simultánea de ambos extremos de la línea fallada, esto es, de usar equipos de onda portadora.

Con ayuda del criterio de las áreas iguales es posible calcular para cada δ_p la potencia máxima transferible, obteniendo así curvas como la de Figura 17.17. Ellas nos muestran que a menudo existe una potencia P_1, para lo cual la máquina es estable, aunque no operen las protecciones.

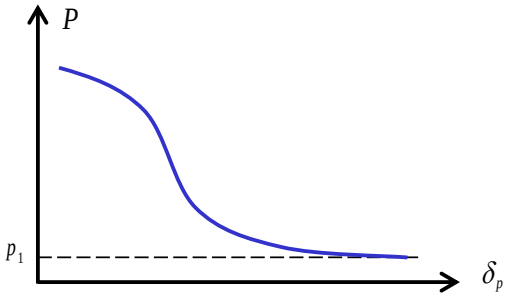


Figura 17.17: Potencia máxima transferible

c) Tipo de falla

El valor máximo P_F de la curva de potencia eléctrica transferible durante la falla depende del tipo y ubicación de la falla. La falla más rigurosa es el cortocircuito trifásico, siguiendo el bifásico a tierra, bifásico, monofásico y las fases abiertas. La ubicación más desfavorable depende del sistema, pero corresponde generalmente a puntos cercanos al generador.

En países con bajo nivel ceráunico (como Chile), la probabilidad de ocurrencia de fallas trifásicas es baja, por lo que en ellos el criterio de estabilidad puede ser rebajado a cortocircuito bifásico a tierra.

d) Interruptores de acción monopolar

La mayoría de las fallas que ocurren en un sistema eléctrico es de tipo monofásico, y se les puede eliminar abriendo solamente la fase fallada. Ello exige disponer de interruptores de accionamiento monopolar, lo que implica un ligero sobrecosto en esos equipos y en las protecciones, que se compensa por el hecho de mantener una mayor capacidad de transferencia durante la etapa que sigue a la eliminación de la falla.

e) Reconexión automática
La reconexión automática resulta atractiva en cuanto la mayoría de las fallas son de carácter fugaz, y por la ventaja que significa para la estabilidad el volver a la curva $P - \delta$ de potencia eléctrica prefalla.

El tiempo de reconexión está normalmente condicionado por la necesidad de esperar la desionización del espacio en torno del punto de falla, donde se estableció el arco. Según se ve en la Tabla 17.3, este tiempo de espera es variable principalmente con la tensión. Sin embargo, el tiempo depende también de las condiciones atmosféricas, resistividad del terreno, etcétera.

Tabla 17.3: Tiempos mínimos de reconexión

Tensión [kV]	≤ 23	66	110	154	220	500
Tiempo [s]	0,07	0,10	0,15	0,20	0,28	0,50

Es importante señalar que hay un porcentaje bajo de las fallas que son permanentes. En tales casos, la reconexión automática significa volver a conectar la falla, lo que puede afectar la estabilidad en el caso de líneas importantes.

f) Reactancia del sistema eléctrico
La potencia eléctrica que se puede transmitir es inversamente proporcional a la reactancia total que une las máquinas. En lo posible habrá entonces que mantener valores bajos de esas reactancias (líneas fasciculadas, condensadores serie, máquinas con alta razón de cortocircuito, etcétera), condiciones que por otra parte llevan a subir el nivel de cortocircuitos. En casos particulares puede incluso resultar conveniente construir subestaciones intermedias de seccionamiento, que reduzcan la longitud del tramo afectado por una falla.

g) Inercia de los generadores
La aceleración de una máquina será menor mientras mayor sea su inercia mecánica. Sin embargo, el alto costo ligado normalmente al aumento de la inercia de una máquina o a la inclusión de volantes de inercia, y el poco efecto relativo en la estabilidad, hacen poco atractiva su modificación más allá de los valores naturales.

Durante la operación del sistema es posible elevar la inercia total conectada, poniendo en servicio más generadores que los estrictamente necesarios (reserva en giro). Como ello va en desmedro de la operación más económica, es una medida que se emplea con reticencias. Este tema está ligado con la valorización de servicios complementarios de reserva en los mercados eléctricos.

Más importante que aumentar la constante de inercia es poner en paralelo grupos con tiempos de arranque parecidos, de modo que oscilen juntos. Ello debe ser considerado al diseñar un sistema eléctrico enmallado, tratando de dejar eléctricamente más separados los grupos térmicos y los hidráulicos.

h) Tensión interna de los generadores
Aumentar las fuerzas electromotrices implica también aumentar la estabilidad. En condiciones normales se operará entonces con una fem alta, la que se hará más alta mientras más fuerte la transmisión, para así mantener relativamente constante la tensión en el consumo. Sin embargo, al ocurrir una falla y crecer la corriente del estator, crece también el flujo desmagnetizador, produciéndose una paulatina reducción de la fem en el entrehierro. La constante de tiempo es comparativamente alta, de manera que en gran medida es válida la hipótesis de fem constante.

Para mejorar la estabilidad sería atractivo no solo mantener constante la fem, sino también y en lo posible, hacerla crecer rápidamente, sobre todo después de eliminada la falla. Pero ello no es fácil, debido a la inercia, tanto del control, como también del flujo magnético que origina dicha fem. Se recurre entonces a diversos procedimientos para lograr la rápida aplicación de una tensión elevada al rotor, entre los cuales se puede mencionar el control por medio de rectificadores de estado sólido.

En cualquier caso, las constantes de tiempo del proceso son de un par de décimas de segundo, de manera que el control rápido de la excitación solo tiene un efecto beneficioso sobre el período que sigue al despeje de la falla. También conviene recordar que si la falla no es despejada por las protecciones, el efecto de la sobreexcitación se torna negativo, al acrecentar las corrientes de falla.

i) Frenado de los generadores
Es posible pensar en mejorar la estabilidad, sometiendo los generadores a un frenado de acción rápida, cuando comiencen a acelerarse. Esto es fácil de hacer en las turbinas Pelton, intercalando deflectores de chorro. Para

las restantes turbinas se puede recurrir al procedimiento indirecto de acrecentar la carga, conectando resistencias auxiliares en los bornes del generador.

17.6. Estabilidad de las tensiones

Hasta el momento, el estudio de las tensiones en los SEP se ha limitado a un análisis cuasi-estacionario asociado a la regulación de tensión (ver Capítulo 9) y a un análisis de situaciones de falla (ver Capítulo 14). En esta sección se estudiarán aspectos dinámicos en la evolución de las tensiones en un sistema de potencia.

Se define como **estabilidad de las tensiones** de un sistema eléctrico de potencia, a la capacidad que este presenta para mantener las tensiones en todas las barras del sistema dentro de límites aceptables, durante los períodos que siguen a una perturbación.

En los últimos decenios han aparecido algunos problemas de estabilidad asociados a este fenómeno, al registrarse un aumento generalizado de fuertes transmisiones de potencia que involucran distancias radiales grandes (en Chile, apoyo al Norte Chico en 220 [kV]).

Como la tensión en una barra está asociada a la capacidad de inyectar (o retirar) reactivos en esa barra, la estabilidad de las tensiones está fuertemente ligada tanto a la capacidad de generar reactivos (durante emergencias) por parte de los generadores, como principalmente al equipamiento disponible para efectuar una compensación de reactivos en la red misma.

Debido a esto, los problemas de control de las tensiones suelen aparecer típicamente en forma local, en un área restringida del sistema que no es capaz de realizar esta compensación, para luego propagarse a zonas más amplias, si no existen los equipos de soporte adecuados. En su fase final, puede comprometer a todo el sistema, con tensiones progresivamente menores (que en algunas zonas pueden llegar a valores tan bajos como $0,5\ p.u.$), en lo que se conoce como **colapso de las tensiones**.

El fenómeno puede ser entendido como una sucesión de procesos dinámicos lentos, que suelen demorar varios minutos, y en casos extremos hasta una hora, en los cuales participan diversos elementos con acción sobre las tensiones (generadores, consumos, transformadores, compensadores, etcétera), que hacen evolucionar el sistema hacia la región de inestabilidad. Cabe notar que la frecuencia experimenta problemas solo en el período final, cuando se desconectan algunos consumos o unidades generadoras.

17.6.1. Descripción del fenómeno

En términos generales, en un evento conducente a una pérdida de estabilidad de tensión se pueden identificar las siguientes fases:

a) El fenómeno comienza con una perturbación detonadora, típicamente la salida inesperada de una línea de transmisión, de un generador, transformador o equipo de compensación reactiva. Esto produce un descenso en las tensiones de un sector del sistema. Al bajar la tensión, disminuye la potencia reactiva entregada por las líneas y por los compensadores en paralelo, así como aquella consumida por las cargas que dependen de la tensión. Como resultado neto, se incrementa el flujo de reactivos por las líneas en el entorno de la zona de voltajes deprimidos.

b) Los transformadores con cambiador automático de derivaciones cercanos a los consumos afectados comienzan a restaurar las tensiones, lo que tiende a llevar los consumos al nivel original. Pero al subir la potencia transferida, aumentan la corriente y las pérdidas reactivas, pudiéndose producir un efecto neto de mantención de la reducción de la tensión en el extremo receptor. De hecho, la acción del control automático de tensión en los transformadores puede, en algunos casos, empeorar las tensiones, en lo que se conoce como la "acción reversa de los transformadores con control automático de tensión".

c) Paralelamente, el control automático de tensión de los generadores trata de sostener la tensión en el extremo transmisor, lo que puede llevar a algunos de ellos a alcanzar su límite de entrega de potencia reactiva, ante lo cual sus dispositivos de protección, tales como los limitadores de excitación máxima (MXL, del inglés *Maximum Exciter Limiter*), reducen la elevada corriente de campo hacia un valor de régimen permanente. Esto transfiere la entrega de potencia reactiva a centrales más remotas y fuerza a que la tensión en los consumos caiga aun más.

d) Los cambiadores de derivaciones, por su dependencia de la tensión (ver Sección 17.5.5), se topan, lo que permite que los consumos se reduzcan, . Si la reducción de los consumos es suficientemente grande, el

sistema se estabilizará, aunque con tensiones bajas. Pero si la reducción de consumos no es significativa, el incremento de la corriente a través del sistema puede llegar a activar la operación de algunos de los relés de protección (sobrecorriente o distancia), desconectando líneas y/o transformadores (sin desconectar consumos) e incrementando la caída de tensión (aparte de debilitar el sistema). Si las desconexiones afectan a generadores, habrá un déficit de potencia activa, lo que activará relés de baja frecuencia y, subsecuentemente, se desconectarán algunos consumos.

e) Si esta medida no estabiliza la frecuencia, el sistema entrará en inestabilidad angular, y como resultado final, se llegará al colapso total del sistema.

17.6.2. Metodologías de análisis

La estabilidad de tensiones fue vista en una forma simplificada (sistema radial) en el Capítulo 2. En el caso de sistemas reales más complejos se distinguen las siguientes opciones metodológicas para estudiar el problema:

- Realizar flujos de potencia, para obtener punto por punto las curvas $P - V$ y $Q - V$ para los nudos en estudio. Estas curvas resultan muy parecidas a las de un sistema radial, pudiéndose aplicar, por lo tanto, las conclusiones del Capítulo 2. Es importante que en los flujos de potencia se represente correctamente la acción de los controles de tensión de las máquinas (que se saturan en algún momento) y de los cambiadores de derivaciones de los transformadores (que pueden llegar a toparse), así como también las características de variación con la tensión de los consumos (ver Tabla 17.1).

- Ocupar un modelo de simulación dinámica que considere la acción de los controles de tensión y que represente los módulos de las tensiones. El resultado numérico permite conocer la evolución temporal de las tensiones en el sistema, pudiendo así establecerse límites de estabilidad. Este tipo de herramienta de simulación está actualmente disponible en algunos programas de análisis de SEP.

- Realizar un análisis de valores propios de las matrices que describen el sistema en términos de sistemas de ecuaciones algebraicas y diferenciales.

Para esta última metodología, es necesario disponer de un modelo matemático que permita describir el comportamiento dinámico del sistema. Como el problema de la estabilidad de tensión es un fenómeno de dinámica lenta, puede ser analizado mediante un modelo clásico de estabilidad ante perturbaciones pequeñas.

A diferencia de lo que ocurría en el análisis de estabilidad angular, en este caso interesa investigar la evolución temporal de las tensiones, de manera que se utiliza la siguiente representación del sistema:

$$dx/dt = f(x, y, p) \tag{17.46}$$

$$g(x, y, p) = 0 \tag{17.47}$$

donde:

- x representa las variables dinámicas, típicamente los módulos de las tensiones tras la reactancia permanente en los generadores, tensiones de excitación, ángulos de las máquinas, etcétera.

- y respresenta las variables algebraicas, correspondiendo a las tensiones y ángulos de las barras en la red.

- p representa los parámetros del sistema, que normalmente corresponden a las cargas y los ajustes de los controles.

En este análisis, las máquinas deberán ser modeladas de acuerdo con su importancia en el comportamiento dinámico de toda la red, lo que condiciona la dimensión de $x(t)$. Como el fenómeno de estabilidad de tensión es más lento que el de estabilidad angular, se acostumbra usar el modelo de un eje (despreciando el efecto del eje en cuadratura), que consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales de tercer orden (tres ecuaciones diferenciales de primer orden por cada máquina). Este modelo considera potencia mecánica constante y representa adecuadamente la evolución de la máquina para la frontera de tiempo considerada.

Otro elemento que condiciona la dimensión de $x(t)$ es el sistema de control de excitación de las máquinas, conocido como regulador automático de tensión (AVR, del inglés *Automatic Voltage Regulator*). En su forma más simple, el AVR puede ser modelado por medio de un retardo de primer orden conectado en cascada con un limitador de tensión, tal como se muestra en la Figura 17.18, donde e representa la tensión continua aplicada al rotor; $e_{máx}$ y $e_{mín}$ los límites máximo y mínimo transitorios de e; y e_{perm} es el valor de régimen permanente máximo tolerado.

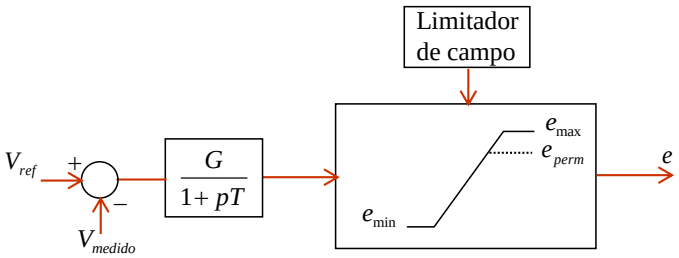


Figura 17.18: Esquema de un limitador de campo

El funcionamiento del limitador de campo se activa una vez que la excitación ha excedido un valor límite (máximo o mínimo) por más de τ segundos, llevando el valor de e a e_{perm}.

En cuanto a la acción de los cambiadores de derivación en los transformadores cercanos a los consumos, ella se modela en este análisis por medio de cambios en los consumos (variables p).

El modelo resultante describe la operación del sistema en torno de un punto inicial de operación $(x_0,\ y_0)$, que se supone en equilibrio (resultado de un flujo de potencia), para obtener:

$$[\partial\Delta x/\partial t] = [A][\Delta x] + [B][\Delta y] \tag{17.48}$$

$$0 = [C][\Delta x] + [D][\Delta y]$$

en que las matrices $[A]$, $[B]$, $[C]$ y $[D]$ contienen derivadas de primer orden de f y g, evaluadas en el punto de operación inicial (x_0, y_0).

Combinando las ecuaciones 17.6.2 se obtiene:

$$[\partial\Delta x/\partial t] = [J_S][\Delta x] \tag{17.49}$$

$$[J_S] = [A] - [B][D]^{-1}[C]$$

donde la matriz $[J_S]$ se denomina matriz jacobiana del estado dinámico.

La estabilidad de la red de potencia se estudia examinando la parte real de los valores propios del sistema linealizado 17.6.2, es decir, examinando los valores propios de la matriz $[J_S]$. De acuerdo con el primer método de Lyapunov, cuando la parte real de un valor propio cruza el eje imaginario y se hace positiva, el sistema entra en un punto de operación inestable.

$[D]$ puede escribirse como:

$$[D] = \begin{bmatrix} [D_1] & [D_2] \\ [D_3] & [J_{FP}] \end{bmatrix} \tag{17.50}$$

donde $[J_{FP}]$ es la matriz jacobiana de flujos de potencia o matriz jacobiana estática de la red.

La matriz $[D]$ puede ser invertida siempre que su determinante sea no nulo. Aplicando la fórmula de Schur, este determinante puede ser escrito como:

$$\det[D] = \det[J_{FP}] \times \det\left[[D_1] - [D_2][J_{FP}]^{-1}[D_3]\right] \tag{17.51}$$

Esto indica que una condición suficiente para la singularidad de $[D]$ es que $[J_{FP}]$ o $\left[[D_1] - [D_2][J_{FP}]^{-1}[D_3]\right]$ sean singulares. Así, la singularidad de $[J_{FP}]$ es usada como indicador de inestabilidad dinámica. Por ello, tradicionalmente se ha evaluado la estabilidad de los SEP usando la proximidad a cero del menor valor propio de la matriz $[J_{FP}]$, ya que dicho valor propio se hace cero en el punto de singularidad. Sin embargo, es importante señalar que para algunas configuraciones de sistemas reales, puede darse el caso de que $[J_{FP}]$ sea efectivamente no singular y el sistema inestable, lo que restringe la validez generalizada de un análisis de estabilidad limitado a $[J_{FP}]$.

Una de las condiciones de operación más estudiadas es el nivel de carga al cual se produce la inestabilidad, que se conoce como **límite de cargabilidad del sistema** (LCS). La diferencia entre este límite y el nivel actual de la carga se llama **capacidad de transferencia disponible** (CDT), según ya se vio en la Sección 2.8.4.

El punto para el cual el menor valor propio se hace nulo corresponde justamente al LCS, y representa la condición de operación en la que se suministra la máxima potencia posible a la demanda del sistema. En un sistema radial simple, como el analizado en la Sección 2.8.4, este punto está en el extremo de la *curva nariz*.

Una dificultad para obtener la solución de las ecuaciones (17.6.2) es que usualmente la razón entre el mayor y el menor valor propio de las matrices es muy grande, por lo que aparecen problemas de mal condicionamiento numérico. Como el valor propio crítico de J_{FP} debe hacerse nulo cuando se está próximo al punto de inestabilidad, los métodos numéricos de solución poseen una convergencia muy pobre en esta zona.

Otra dificultad importante se refiere a la estructura cambiante del problema, pues las ecuaciones se modifican al producirse la saturación de las máquinas, cerca del punto crítico, o al simularse la salida de equipos de transmisión. En estos casos, las ecuaciones cambian en dimensión y estructura, haciendo necesario el recálculo completo de todas las matrices. A modo de ejemplo, cuando un generador alcanza su límite de generación de potencia reactiva, las ecuaciones de flujos de potencia se modifican al incluir una nueva barra de carga y perder una barra con control de tipo PV.

17.7. Ejemplos de aplicación

La aplicación "Control de frecuencia" mencionada en el Capítulo 12 permite estudiar situaciones de estabilidad de pequeña señal.

La aplicación "Estabilidad Transitoria" del sitio web del libro permite profundizar el estudio del caso de una máquina conectada a barra infinita, por medio de un caso ejemplo al que se le pueden cambiar un conjunto amplio de parámetros.

17.7.1. Ejemplo 1

Para los fines de un estudio de estabilidad transitoria, y para fallas bastante alejadas de ellas, se desea representar las dos centrales de la Figura 17.19 por una sola máquina equivalente. Determinar las características de esta máquina equivalente, en base 100 [MVA].

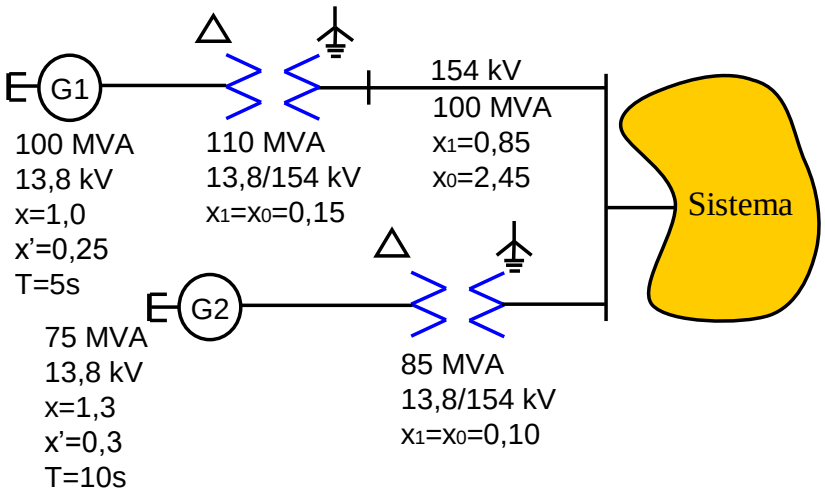


Figura 17.19: Reducción de dos máquinas a una

Solución

La capacidad de la máquina equivalente sería:
$S = S_1 + S_2 = 100 + 75 = 175\ [MVA]$

El tiempo de arranque sería:
$$T = \frac{(T_1 S_1 + T_2 S_2)}{S_1 + S_2} = \frac{(500 + 750)}{175} = 7,14\ [s]$$

La reactancia equivalente sería:
$$X_{eq} = \frac{(X_1 \cdot X_2)}{(X_1 + X_2)}$$

en que
$$X_1 = \frac{0,25 + 0,15}{1,1 + 0,85} = 1,236\ [pu]$$
$$X_2 = 0,3 \cdot \frac{100}{75} + 0,1 \cdot \frac{100}{85} = 0,4 + 0,1176 = 0,5176\ [pu]$$

es decir,
$$X_{eq} = 1,236 \cdot \frac{0,5176}{1,7536} = 0,365\ [pu]$$

17.7.2. Ejemplo 2

El sistema de la Figura 17.20 opera de manera que la fem tras la reactancia transitoria de G vale $E'_G = 110\,\%$. El subsistema que recibe la potencia enviada desde G es tan grande, que puede ser asimilado a una barra infinita, de tensión fija 100 %.

En el punto F, próximo a la barra A, ocurre una falla trifásica, la que es despejada simultáneamente por los interruptores de ambos extremos, en un tiempo de 0,15 [s]. En tales condiciones, el sistema resulta inestable.

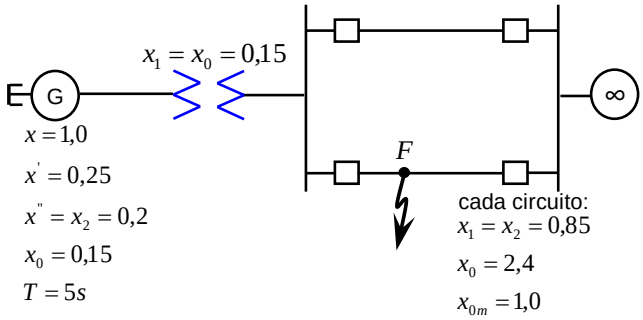


Figura 17.20: Sistema por analizar

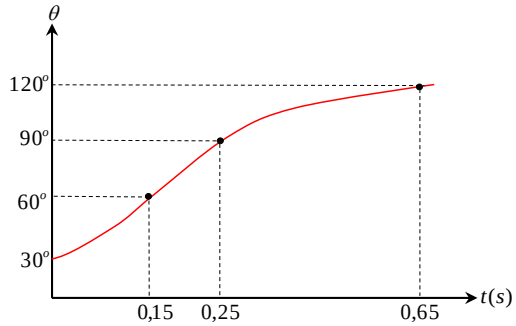


Figura 17.21: Efecto de la reconexión

Suponiendo que la falla es pasajera, y que su efecto desaparece al abrir la línea, verificar si el sistema pasaría a ser estable en caso de tener reconexión automática y simultánea de ambos interruptores, a los 0,65 [s] de iniciada la falla. En la curva de Figura 17.21, se muestra la variación del ángulo θ de desfase entre G y la barra infinita, hasta el momento de la reconexión.

Solución

Al conocer la curva de variación de θ, es posible aplicar el criterio de las áreas iguales.

Con $E' = 1,1$ y $V = 1,0$ la curva prefalla vale

$$P_e = 1,1 \cdot \frac{sen\theta}{0,825} = 1,333\ sen\ \theta$$

$$P_{T0} = P_{e0} = 1,333\ sen\ 30 = 0,6667$$

durante la falla $P'_e = 0$.

Luego de la apertura, y con un circuito,

$$P''_e = 1,1 \cdot \frac{sen\ \theta}{1,25} = 0,88\ sen\ \theta$$

para que sea estable, $A_2 > A_1$

$$A_1 = \pi(60 - 30) \cdot \frac{0,6667}{180} = 0,3491$$

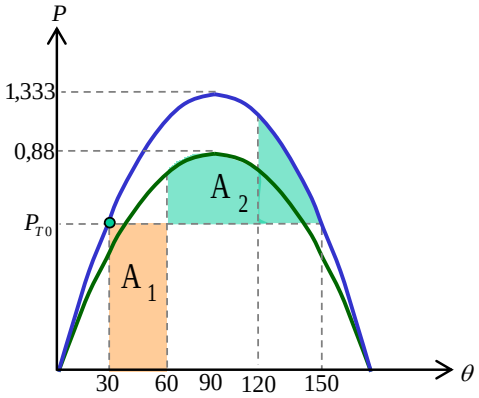


Figura 17.22: Criterio áreas iguales

$$A_2 = \int_{60}^{120} 0,88 \cdot sen\ \theta\ d\theta + \int_{120}^{150} 1,333 \cdot sen\ \theta\ d\theta - \pi(150 - 60) \cdot \frac{0,6667}{180}$$

$$A_2 = 0,88 \cdot (cos\ 60 - cos\ 120) + 1,333 \cdot (cos\ 120 - cos\ 150) - 1,0472 = 0,3208$$

el sistema sigue inestable.

17.7.3. Ejemplo 3

El generador de la Figura 17.23 que se muestra en la página siguiente, alimenta un subsistema receptor tan grande, que puede ser asimilado a una barra infinita, que mantiene tensión nominal constante. La potencia total transmitida es de 33 [MW] por circuito, y no se entrega potencia reactiva al consumo.

En el punto F, inmediato a la barra de alta tensión de la central, ocurre una falla trifásica, la que es despejada simultáneamente por los interruptores de ambos extremos, en un tiempo de 0,15 [s]. En tales condiciones, el sistema resulta ser inestable.

Suponiendo que la falla es de carácter fugaz, y que su efecto desaparece al abrir los interruptores de la línea, se pide verificar si el sistema pasaría a ser estable en caso de tener reconexión automática y simultánea de ambos interruptores, a los 0,39 [s] de iniciada la falla.

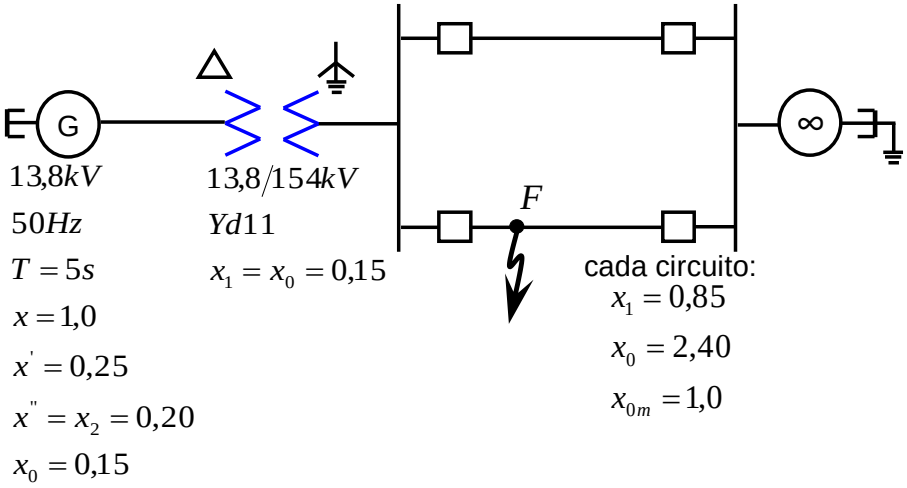


Figura 17.23: Línea con reconexión

Solución

$S = 0,66\angle 0^o$

$E_G^{'} = 1 + j0,66 \cdot (0,25 + 0,15 + 0,425) = 1 + j0,5445 = 1,1386\ \angle 28,57^o$

a) Situación con falla; $t \leqslant 0,15$

$P_e = 0$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \omega_o \cdot \frac{(P_T - P_e)}{T} = 314 \cdot \frac{0,66}{5} = 41,469$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = 41,469\ t$$

de modo que,

$$\omega_{0,15} = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{0,15} = 6,2204$$

$$\theta = \theta_0 + 0,5 \cdot 41,469t^2 = 28,568 + \frac{180 \cdot 20,7345t^2}{\pi} = 28,568 + 1{,}188t^2$$

Por tanto,

$\theta_{0,15} = 28,57 + 26,73 = 55,30^o$

b) Período con la falla despejada, $0,15 \leq t \leq 0,39$

$$P_e^{'} = \frac{1,1386 \cdot sen\ \theta}{0,25 + 0,15 + 0,85} = 0,9109\ sen\ \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{100 \cdot \pi}{5} \cdot (P_T - P_e^{'}) = 41,469 - 57,2355 \cdot sen\ \theta$$

y las fórmulas de integración (Euler), para $\Delta t = 0,03\ s$, serán

$$\theta_{j+1} = \theta_j + \frac{180}{\pi} \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_j = \theta_j + 1,7189\omega_j$$

$$\omega_{j+1} = \omega_j + \Delta t \cdot \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_j = \omega_j + 20\ \pi \cdot \Delta t(P_T - P_e^{'}) = \omega_j + 1,2441 - 1,717\ sen\ \theta$$

Aplicándolas sucesivamente a partir de $\theta_0 = 55,3^o$ y $\omega_0 = 6,2204$, se obtiene:

$\theta_{0,18} = 55,3 + 10,69 = 65,99^o$

$\omega_{0,18} = 6,2204 + 1,2441 - 1,4116 = 6,0529$

$\theta_{0,21} = 65,99 + 10,41 = 76,40^o$

$\omega_{0,21} = 6,0529 + 1,2441 - 1,5685 = 5,7285$

$\theta_{0,24} = 76,40 + 9,84 = 86,24^o$

$\omega_{0,24} = 5,7285 + 1,2441 - 1,6688 = 5,3038$

$\theta_{0,27} = 86,24 + 9,12 = 95,36^o$

$\omega_{0,27} = 5,3038 + 1,2441 - 1,7133 = 4,8346$

$\theta_{0,30} = 95,36 + 8,31 = 103,67^o$

$\omega_{0,30} = 4,8346 + 1,2441 - 1,7095 = 4,3692$

$\theta_{0,33} = 103,67 + 7,51 = 111,18^o$

$\omega_{0,33} = 4,3692 + 1,2441 - 1,6684 = 3,9449$

$\theta_{0,36} = 111,18 + 6,78 = 117,96^o$

$\omega_{0,36} = 3,9449 + 1,2441 - 1,681 = 3,588$

$\theta_{0,39} = 117,96 + 6,17 = 124,13^o$

$\omega_{0,39} = 3,588 + 1,2441 - 1,5166 = 3,3155$

c) Período con reconexión, $t \geq 0,39$

$$P_e^{''} = \frac{1,1386\ sen\ \theta}{0,25 + 0,15 + 0,425} = 1,3801\ sen\ \theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = 20\ \pi \cdot (P_T - P_e^{''}) = 41,469 - 86,7156\ sen\ \theta$$

y las fórmulas de integración, con $\Delta t = 0,03\ s$, serán:

$\theta_{j+1} = \theta_j + 1,7189\ \omega_j$

$\omega_{j+1} = \omega_j + 1,2441 - 2,6015\ sen\ \theta_j$

de modo que:

$\theta_{0,42} = 124,13 + 5,69 = 129,83^o$

$\omega_{0,42} = 3,3155 + 1,2441 - 2,1535 = 2,4062$

$\theta_{0,45} = 129,83 + 4,14 = 133,97^o$

$\omega_{0,45} = 2,4062 + 1,2441 - 1,9979 = 1,6524$

$\theta_{0,48} = 133,97 + 2,83 = 136,80^o$

$\omega_{0,48} = 1,6524 + 1,2441 - 1,8725 = 1,0240$

$\theta_{0,51} = 136,80 + 1,76 = 138,56^o$

$\omega_{0,51} = 1,024 + 1,2441 - 1,7807 = 0,4874$

$\theta_{0,54} = 138,56 + 0,83 = 139,40^o$

$\omega_{0,54} = 0,4874 + 1,2441 - 1,7216 = 0,0098$

$\theta_{0,57} = 139,40 + 0,02 = 139,42^o$

$\omega_{0,57} = 0,0098 + 1,2441 - 1,6929 = -0,4390$

$\theta_{0,60} = 139,42 - 0,76 = 138,66^o$

y el sistema resulta estable, ya que ω es negativo y θ comienza a disminuir.

Capítulo 18

Fenómenos transitorios muy rápidos; propagación de ondas

18.1. Introducción

En los últimos capítulos se han estudiado los fenómenos transitorios que se suelen presentar en un sistema eléctrico de potencia, distinguiendo entre los procesos rápidos, de carácter electromagnético (cortocircuitos), y aquellos más lentos, de carácter electromecánico (estabilidad).

En lo que sigue se analizarán brevemente aquellos fenómenos transitorios denominados ultrarrápidos, relacionados con la propagación y superposición de ondas viajeras, que transcurren en tiempos brevísimos, inferiores a los que caracterizan, por ejemplo, a los cortocircuitos (tanto así que se les expresa normalmente en microsegundos). Como norma general, la energía involucrada en estos procesos no es muy grande, pero son peligrosos en cuanto se pueden traducir en la aparición de sobretensiones elevadas.

Las ondas electromagnéticas de tensión y corriente que se producen como consecuencia de alteraciones violentas de las características eléctricas del sistema se desplazan a lo largo de las líneas a una velocidad cercana a la de la luz (casi 300 $[m/\mu s]$ en líneas aéreas, y unos 200 $[m/\mu s]$ en los cables de poder), reflejándose o refractándose en los extremos o en las discontinuidades de impedancia. A pesar de que sufren una rápida atenuación, la superposición de las ondas incidentes y reflejadas conduce normalmente a elevaciones temporales de la tensión en algunos puntos, incluso hasta valores que pueden sobrepasar los límites admisibles y destruir el aislamiento de los equipos. Esto es particularmente grave en el caso de equipos de gran costo y difícil reparación, como transformadores y generadores.

Estas alteraciones violentas pueden corresponder a descargas atmosféricas sobre las líneas aéreas, o bien a la acción rápida, de cierre o apertura de los interruptores.

Las **descargas atmosféricas** producen sobretensiones instantáneas muy elevadas, que en teoría podrían llegar a los millones de volt, cualquiera sea el nivel de tensión propio del sistema eléctrico, en tiempos de algunos microsegundos (es indudable que el aislamiento fallará antes de alcanzarse la plena sobretensión, sobre todo si la tensión nominal es baja).

Las **sobretensiones de maniobra** (en inglés *switching operations*) son proporcionales a la tensión nominal del sistema eléctrico, de manera que adquieren mayor importancia en los sistemas de extra-altas tensiones. Son de todos modos menos elevadas que las de origen atmosférico, y alcanzan su pleno valor en tiempos mucho más largos que los rayos (1 a 5 ciclos, 20 a 100 $[ms]$), pero se presentan con una frecuencia mucho mayor, e implican también una energía superior. Si bien este fenómeno no responde a la clasificación de "muy rápido" de este capítulo, será visto aquí porque, al igual que las descargas atmosféricas, tiene importancia en el diseño del aislamiento y de sus protecciones.

Las sobretensiones originadas en la maniobra de interruptores (aplicación brusca de una fuente de tensión al cerrar el interruptor; aplicación brusca de una fuente de corriente al abrir el interruptor) tienen características muy variables, porque dependen del instante (en relación con la variación propia de la fuente aplicada) y del lugar en que se opere el interruptor. Por ejemplo, si la maniobra se produce cuando la fuente aplicada vale cero, no se presentará sobretensión alguna. En cambio, si el valor de la fuente es máximo, la sobretensión que aparece será también máxima. Uno de los casos más típicos y que produce mayor sobretensión ocurre al reconectar rápidamente una línea que acaba de ser abierta. Si la línea no ha tenido tiempo de descargar la carga eléctrica retenida ($q = CV$), y la reconexión ocurre cuando la onda de tensión aplicada pasa por un máximo de signo contrario al de la carga

atrapada, habrá una sobretensión superior a tres veces la tensión nominal.

Como resultado de las características de las sobretensiones y de las protecciones empleadas para evitarlas, en la fijación de las dimensiones del aislamiento de los sistemas de tensión nominal inferior a unos 300 $[kV]$ predomina claramente la influencia de los rayos. En sistemas de extra-alta tensión, en cambio, adquiere mayor importancia el efecto de las sobretensiones de maniobra más frecuentes, que deben ser resistidas en una forma relativamente ajustada por el aislamiento, con el fin de evitar un sobrecosto elevado por este concepto en la construcción del sistema.

Se comprende entonces que el estudio de estos fenómenos tiene gran importancia para la determinación, durante la etapa de diseño del sistema, de todas aquellas características que están ligadas al aislamiento, tales como el nivel de aislamiento de líneas, cables, subestaciones y equipos, las protecciones posibles contra las sobretensiones, la definición de ondas de impulso para la prueba de los equipos, etcétera.

Puesto que los procesos son generalmente desequilibrados (por ejemplo, es normal que los tres polos de un interruptor operen con un ligero desfase en el tiempo, tanto al cerrar, ya que es imposible ajustarlos mecánicamente al microsegundo, como al abrir, ya que cada polo lo hace cuando la respectiva onda de corriente pasa por cero), el cálculo deberá considerar simultáneamente las tres fases y sus acoplamientos mutuos. Se complica, además, porque el fenómeno involucra un espectro de frecuencias bastante grande (entre 50 $[Hz]$ y unos 100 $[kHz]$, aproximadamente), lo que implica conocer la respuesta de los diversos equipos frente a ondas de esas características. En esta respuesta adquieren particular importancia las pequeñas capacitancias, que en otros estudios se han despreciado de la representación. El modelo es particularmente complicado en el caso de las líneas aéreas con retorno por tierra (fórmulas completas de Carson, revisar Sección 13.4.b).

Dado que las condiciones de operación que llevan a una determinada sobretensión se presentan como resultado de una combinación de factores no predecibles (el fenómeno es aleatorio), las conclusiones que se obtengan están sujetas a una probabilidad de ocurrencia.

Para terminar, vale destacar que la protección que se instala contra estos fenómenos transitorios son los **pararrayos** o **descargadores** en las subestaciones, y los **cables de guardia** en las líneas, que actúan como válvulas de seguridad, desviando las ondas hacia tierra.

18.2. Propagación de ondas

Una idea preliminar del problema, y una apreciación de que efectivamente se generan ondas viajeras al aplicar bruscamente una fuente de tensión o de corriente a un sistema, se obtiene al considerar un segmento de línea de largo Δx, como el de la Figura 18.1, en el cual se supone se aplicará tensión en el extremo izquierdo (o emisor), transmitiéndose corrientes y tensiones hacia el extremo derecho (o receptor).

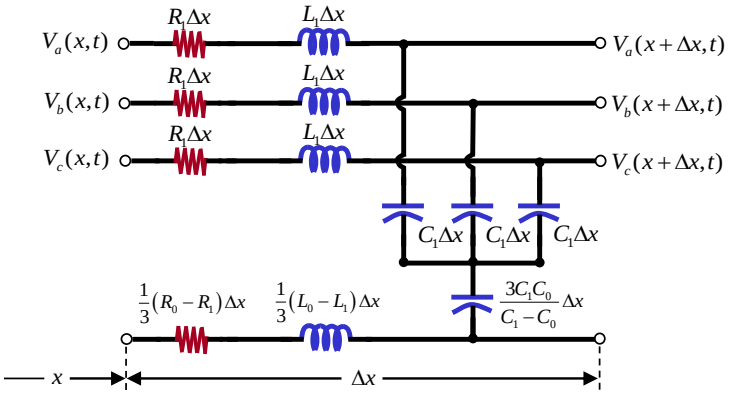


Figura 18.1: Segmento de línea de transmisión

Tanto las tensiones a tierra como las corrientes serán función del tiempo t y de la posición x (medida en este caso desde el extremo transmisor, donde se conocen las condiciones de borde). Aplicando las leyes de Kirchhoff en un instante t, y considerando que $\partial V/\partial x = -L\partial i/\partial t$; $\partial i/\partial x = -C\partial V/\partial t$, se establece el juego de seis ecuaciones:

$$-\frac{\partial V_a(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{3}\left[\left(R_0 + L_0\frac{\partial}{\partial t}\right) + 2\left(R_1 + L_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] I_a(x,t) + \frac{1}{3}\left[\left(R_0 + L_0\frac{\partial}{\partial t}\right) - \left(R_1 + L_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] [I_b(x,t) + I_c(x,t)]$$

$$-\frac{\partial V_b(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{3}\left[\left(R_0 + L_0\frac{\partial}{\partial t}\right) + 2\left(R_1 + L_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] I_b(x,t) + \frac{1}{3}\left[\left(R_0 + L_0\frac{\partial}{\partial t}\right) - \left(R_1 + L_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] [I_c(x,t) + I_a(x,t)]$$

$$-\frac{\partial V_c(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{3}\left[\left(R_0 + L_0\frac{\partial}{\partial t}\right) + 2\left(R_1 + L_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] I_c(x,t) + \frac{1}{3}\left[\left(R_0 + L_0\frac{\partial}{\partial t}\right) - \left(R_1 + L_1\frac{\partial}{\partial t}\right)\right] [I_a(x,t) + I_b(x,t)]$$

$$-\frac{\partial V_a(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{C_0} + \frac{2}{C_1}\right)\frac{\partial I_a(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{1}{C_0} - \frac{1}{C_1}\right)\left(\frac{\partial I_b(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}\right)\right]$$

$$-\frac{\partial V_b(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{C_0}+\frac{2}{C_1}\right)\frac{\partial I_b(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{1}{C_0}-\frac{1}{C_1}\right)\left(\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial I_a(x,t)}{\partial x}\right)\right]$$
$$-\frac{\partial V_c(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{C_0}+\frac{2}{C_1}\right)\frac{\partial I_c(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{1}{C_0}-\frac{1}{C_1}\right)\left(\frac{\partial I_a(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial I_b(x,t)}{\partial x}\right)\right]$$

Aplicando transformada de Laplace (en el supuesto de condiciones iniciales cero), y considerando que:

$$L\left[\frac{\partial V(x,t)}{\partial x}\right] = \frac{dV(x,t)}{dx} \tag{18.1}$$
$$L\left[\frac{\partial I(x,t)}{\partial t}\right] = \frac{dI(x,t)}{dt} = pI_a$$
$$Z_1 = R_1 + pL_1$$
$$Z_0 = R_0 + pL_0$$
$$Y_1 = pC_1$$
$$Y_0 = pC_0$$

se obtienen los juegos de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_a(x,p)}{dx} \\ \frac{dV_b(x,p)}{dx} \\ \frac{dV_c(x,p)}{dx} \end{bmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} Z_0+2Z_1 & Z_0-Z_1 & Z_0-Z_1 \\ Z_0-Z_1 & Z_0+2Z_1 & Z_0-Z_1 \\ Z_0-Z_1 & Z_0-Z_1 & Z_0+2Z_1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a(x,p) \\ I_b(x,p) \\ I_c(x,p) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} V_a(x,p) \\ V_b(x,p) \\ V_c(x,p) \end{bmatrix} = -\frac{1}{3}\begin{bmatrix} \frac{1}{Y_0}+\frac{2}{Y_1} & \frac{1}{Y_0}-\frac{1}{Y_1} & \frac{1}{Y_0}-\frac{1}{Y_1} \\ \frac{1}{Y_0}-\frac{1}{Y_1} & \frac{1}{Y_0}+\frac{2}{Y_1} & \frac{1}{Y_0}-\frac{1}{Y_1} \\ \frac{1}{Y_0}-\frac{1}{Y_1} & \frac{1}{Y_0}-\frac{1}{Y_1} & \frac{1}{Y_0}+\frac{2}{Y_1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{dI_a(x,p)}{dx} \\ \frac{dI_b(x,p)}{dx} \\ \frac{dI_c(x,p)}{dx} \end{bmatrix}$$

o, escrito en forma más compacta:

$$\frac{d}{dx}[V] = -\frac{1}{3}[Z][I] \tag{18.2}$$
$$\frac{d}{dx}[I] = -3[Y][V]$$

Derivando por segunda vez y eliminando $[I]$:

$$\frac{d^2}{dx^2}[V] = [Z][Y][V] \tag{18.3}$$

sistema de ecuaciones difícil, si no imposible de resolver, por los acoplamientos mutuos existentes. El camino, que ya se siguió en el Capítulo 13, consiste en aplicar una transformación lineal de coordenadas, que diagonalice $[Z][Y]$. La más sencilla de estas transformaciones (que supone $Z_{ab} = Z_{ac}$) sería la de Clarke.

Llamando E a las tensiones y J a las corrientes expresadas en estas nuevas coordenadas, $[V] = [C][E]$; $[I] = [C][J]$; y

$$[\sigma] = [C]^{-1}[Z][Y][C] = \begin{bmatrix} Z_0Y_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1Y_1 \end{bmatrix} \tag{18.4}$$

y la ecuación matricial queda:

$$\frac{d^2}{dx^2}[E] - [\sigma][E] = 0 \tag{18.5}$$

o sea, un sistema de ecuaciones diferenciales idénticas a **(8.2)**, que al ser resueltas en el caso cuasi-estacionario nos permitieron determinar la existencia de ondas incidentes y reflejadas de tensión, de la forma:

$$E_0 = E_{0i}e^{-\gamma_0 x} + E_{0r}e^{\gamma_0 x}$$
$$E_1 = E_{1i}e^{-\gamma_1 x} + E_{1r}e^{\gamma_1 x} \tag{18.6}$$
$$E_2 = E_{2i}e^{-\gamma_1 x} + E_{2r}e^{\gamma_1 x}$$

en que las constantes de propagación valen:

$$\gamma_0 = \alpha_0 + p\beta_0 = \sqrt{Z_0Y_0} \tag{18.7}$$
$$\gamma_1 = \alpha_1 + p\beta_1 = \sqrt{Z_1Y_1}$$

y los coeficientes complejos E_{0i}, E_{0r}, etcétera, se determinan mediante el análisis de las condiciones de borde (extremo transmisor). Se advierte que las ondas se atenúan por efecto de α y se deforman por efecto de β.

En forma similar se calcula:

$$\begin{aligned} J_0 &= J_{0i}e^{-\gamma_0 x} + J_{0r}e^{\gamma_0 x} \\ J_1 &= J_{1i}e^{-\gamma_1 x} + J_{1r}e^{\gamma_1 x} \\ J_2 &= J_{2i}e^{-\gamma_1 x} + J_{2r}e^{\gamma_1 x} \end{aligned} \tag{18.8}$$

en que:

$$J_{0i} = \sqrt{\frac{Y_0}{Z_0}}E_{0i} = Y_{nat_0}E_{0i}; \qquad J_{0r} = -Y_{nat_0}E_{0r}; \qquad J_{1i} = \sqrt{\frac{Y_1}{Z_1}}E_{1i} = Y_{nat_1}E_{1i} \tag{18.9}$$

$$J_{1r} = -Y_{nat_1}E_{1r}; \qquad J_{2i} = \sqrt{\frac{Y_1}{Z_1}}E_{2i} = Y_{nat_1}E_{2i}; \qquad J_{2r} = -Y_{nat_1}E_{2r}$$

Premultiplicando por $[C]$ se pueden calcular $[V(p)]$ e $[I(p)]$. Al volver al dominio del tiempo (con ayuda de funciones inversas de Laplace), se obtendrían las ecuaciones finales de la tensión fase-neutro y la corriente en cada una de las tres fases. Nótese que por ser E una función de $e^{-p\beta}$, las ondas finales resultantes tendrán un retraso $(t-x\sqrt{LC})$.

Resumiendo, el desarrollo matemático anterior nos ha llevado a comprobar que la aplicación de un escalón de tensión a un segmento de línea aérea se traduce en la aparición de una combinación de ondas incidentes y reflejadas, de tensión y corriente (en la que las ondas reflejadas de corriente presentan signo contrario a las de tensión), que es diferente en cada una de las fases. Estas ondas se desplazan con una velocidad $\Psi \approx 1/\sqrt{LC}$ $[m/s]$, y por lo tanto muy elevada, de manera que llegarán rápidamente a puntos de discontinuidad de la línea, donde en parte se refractarán, afectando a otros equipos, como transformadores, máquinas, etcétera, y en parte se reflejarán, incrementando la tensión en la línea. Ambas cosas ocurren en cada fase en una proporción que depende del valor de la impedancia Z_{II} que sigue a Z_I en la discontinuidad.

En efecto, a Z_{II} se inyectan V e I, de modo que $V = V_i + V_r = Z_{II}\,(I_i + I_r)$. Por otra parte, si Z_I es la impedancia natural o de onda de la línea, $I_i = V_i/Z_I$, $I_r = -V_r/Z_I$, de modo que:

$$\begin{aligned} V_r &= \frac{Z_{II} - Z_I}{Z_I + Z_{II}}V_i = K_r V_i \\ I_r &= -\frac{Z_{II} - Z_I}{Z_I + Z_{II}}I_i = -K_r I_i = -\frac{K_r V_i}{Z_I} \\ I_i &= \frac{V_i}{Z_I} \end{aligned} \tag{18.10}$$

en que K_r es el **coeficiente de reflexión.**

A su vez, las ondas refractadas, o aplicadas a Z_{II}, valdrán:

$$\begin{aligned} V &= V_i + V_r = \frac{2Z_{II}V_i}{Z_I + Z_{II}} = K_T V_i = (1 + K_r)V_i \\ I &= I_i + I_r = \frac{2Z_I I_i}{Z_I + Z_{II}} = \frac{Z_I}{Z_{II}}K_T I_i = \frac{Z_I}{Z_{II}}(1 + K_r)I_i \end{aligned} \tag{18.11}$$

en que $K_T = 1 + K_r$ es el **coeficiente de refracción.**

El análisis de estas relaciones nos indica que si $Z_{II} > Z_I$, V_r será positivo, de modo que hay un aumento de la tensión en la línea, e I_r será negativo, de modo que hay una reducción de la corriente en la línea. Si $Z_{II} < Z_I$, ocurre lo contrario. En el caso extremo de $Z_{II} = \infty$ (línea abierta), la tensión alcanza un máximo de $V = 2V_i$, y la corriente es cero. En el caso extremo contrario, de $Z_{II} = 0$ (línea cortocircuitada), la corriente alcanza un máximo de $I = 2I_i$, y la tensión vale cero. Si $Z_{II} = Z_I$, $K_r = 0$ y no hay reflexión.

En el caso más general, en que después de la discontinuidad hay más de una impedancia, Z_{II} será el paralelo de todas ellas (¡lo que reduce las posibles sobretensiones en la línea!).

18.3. Descargas atmosféricas

Las descargas atmosféricas se deben a la formación de nubes cargadas con electricidad estática (generalmente carga negativa en la parte inferior, y positiva en la superior de la nube). Como consecuencia de estas cargas, se genera un campo eléctrico cada vez más intenso entre nubes vecinas, así como entre las nubes y tierra. La descarga se inicia en aquel punto en el que el campo eléctrico excede circunstancialmente el valor de ruptura del aire (5 a

110 $[kV/cm]$).

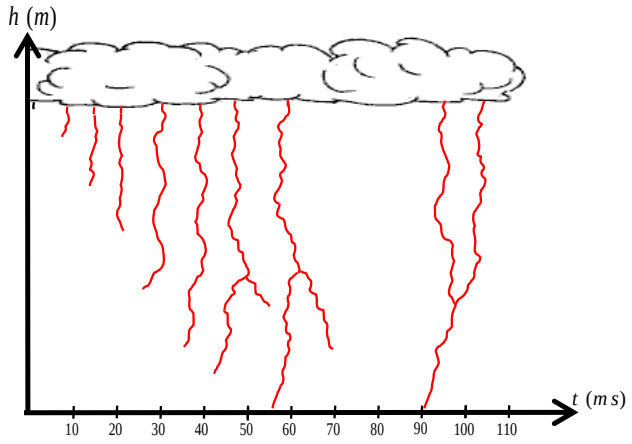


Figura 18.2: Descarga atmosféricas

La mayoría de las veces es una parte de la carga negativa la que avanza hacia tierra, mediante una serie rapidísima de saltos (**descarga guía**, o *leader stroke*), a velocidades de unos 150 $[m/ms]$ (540.000 $[km/h]$), dejando a su paso un camino ionizado, propenso a la producción de una descarga mayor. Al acercarse a la tierra, induce altas intensidades de campo en las protuberancias del terreno (árboles, antenas, torres de líneas aéreas, etcétera), las que finalmente se traducen en una corriente ascendente de cargas positivas, más rápida (aproximadamente 15 $[m/\mu s]$) y luminosa que aquella negativa descendente (**descarga de retorno**, o *return stroke*). Un gráfico aproximado del desarrollo en el tiempo de este fenómeno se muestra en la Figura 18.2.

Posteriormente se produce la descarga total de la nube, en forma de varios flujos consecutivos de carga eléctrica a través del camino ionizado. Las descargas suelen ser 3 a 4, pero ocasionalmente se han medido hasta 40, según una curva de probabilidades similar a la de la Figura 18.3. El conjunto de tales descargas constituye un **rayo**.

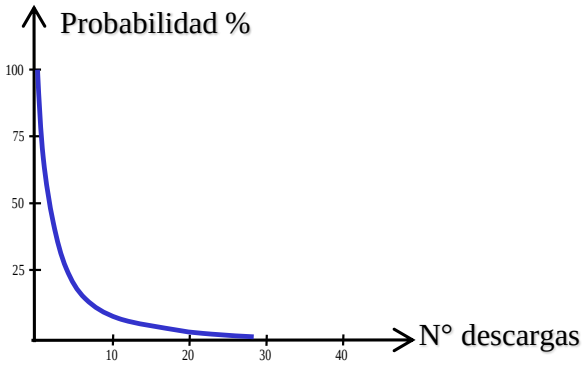


Figura 18.3: Probabilidad en función del número de descargas

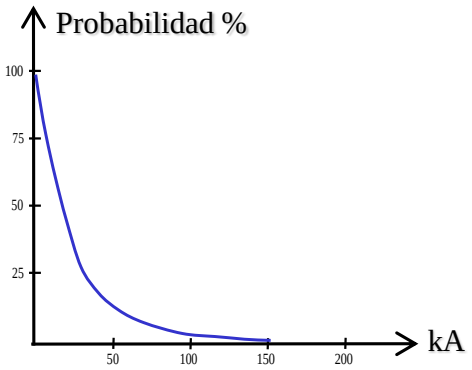


Figura 18.4: Probabilidad en función de la intensidad de corriente

La primera descarga es la más intensa, habiéndose medido en casos extremos valores tan altos como 200 $[kA]$, aunque un valor medio representativo podría ser 15 a 20 $[kA]$ (curva de Figura 18.4). Tiene una duración que es variable entre unos 20 a 30 $[\mu s]$ y unos 2 a 3 $[ms]$, y una forma de onda caracterizada aproximadamente por una relación del tipo $i = I_{máx}(e^{-at} - e^{-bt})$, denominada **onda de impulso**.

Normalmente se tipifica esta onda mediante tres parámetros (ver Figura 18.5):

a. Su **valor máximo o de cresta**, que es de unos 15 a 20 $[kA]$ en promedio.

b. El **frente de onda**, o tiempo t_1 necesario para alcanzar este valor de cresta. Es muy breve, variando entre 1 y 1,5 $[\mu s]$, aproximadamente.

c. El **tiempo de decrecimiento** o **cola de onda**, o tiempo t_2 requerido para que la onda baje a un 50 % de su valor máximo. Fluctúa entre unos 30 y unos 50 $[\mu s]$, aproximadamente.

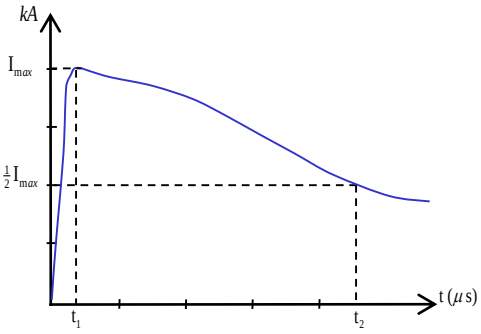


Figura 18.5: Onda de descarga

En el momento de incidir el rayo sobre el conductor de una línea aérea, se divide en dos ondas de corriente iguales, que se propagan en sentidos contrarios a lo largo del conductor.

La circulación de estas ondas de impulso por la impedancia natural de la línea se traduce en la aparición de ondas se-

mejantes de tensión, $v = \frac{1}{2} Z_0 I_{máx}(e^{-at} - e^{-bt})$, de un valor cresta muy elevado, ¡$V_{máx} \geqslant 0,5 \cdot 400 \cdot 15{,}000 = 3\ [MV]$!

Este valor cresta, que en principio es independiente de la tensión nominal de las instalaciones ($Z_0 \approx 400\ [\Omega]$ para cualquier línea de conductor simple), no alcanza normalmente a materializarse, ya que el frente de onda lleva previamente a la falla por contorneamiento de los aisladores, al pasar por las primeras estructuras (en el brevísimo tiempo que dura el proceso, la tensión propia de la línea aérea puede considerarse constante).

No es necesario que el rayo caiga directamente sobre el conductor de la línea para experimentar dificultades graves.

Si cae sobre el conductor de guardia o de protección, o directamente sobre una torre, pasará a tierra circulando por la estructura metálica de las torres más cercanas y, por lo tanto, a través de la resistencia de puesta a tierra correspondiente, elevando fuertemente la tensión de la torre respecto de la de los conductores aéreos, y provocando a menudo el contorneamiento inverso de los aisladores.

18.4. Apertura de interruptores

Las sobretensiones que se experimentan al operar interruptores para abrir corrientes reactivas fueron mencionadas en el Capítulo 14, puesto que son decisivas en el dimensionamiento de los interruptores. Se originan en la súbita aparición de la tensión de recuperación a través de los contactos del interruptor, en el instante en que se anula la corriente de arco (ocurre como si la resistencia de arco fuera retirada bruscamente del circuito, y reemplazada por una fuente de corriente de signo contrario a la corriente de arco).

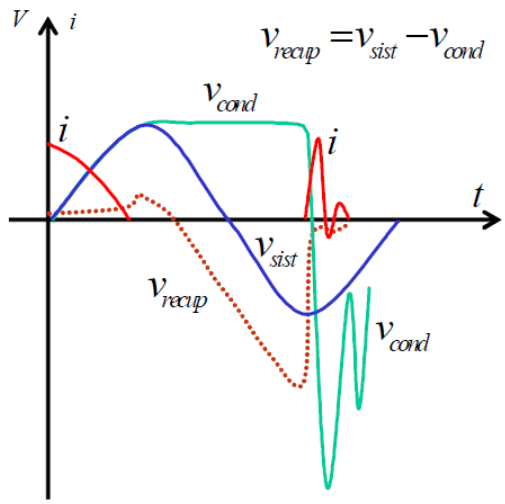


Figura 18.6: Desenergización condensadores

La tensión queda aplicada también al resto del sistema, superponiéndose a la tensión existente. Hay un proceso transitorio de acomodación, en el que la tensión del sistema puede alcanzar un valor de cresta elevado, si acaso la interrupción ocurre justo en el momento en que la onda es máxima.

Por otra parte, como los polos no abren simultáneamente, en el que lo hace primero puede aparecer una tensión cresta fase-neutro de hasta 1,5 veces la tensión cresta fase-neutro nominal, dependiendo del tipo de cortocircuito que se esté interrumpiendo y de la conexión del sistema. Esto da origen a una oscilación, que puede subir a tres veces la tensión máxima fase-neutro nominal.

Es costumbre indicar el **factor de sobretensión** como una relación entre tensión cresta fase-neutro de la sobretensión y la tensión cresta fase-neutro nominal. Para referirlo a la tensión nominal eficaz entre fases, que es el dato que normalmente se conoce, hay que multiplicar esta cifra por $\sqrt{2/3} = 0,817$.

Algo similar ocurre al desenergizar un banco de condensadores estáticos. La capacitancia retiene carga y mantiene temporalmente constante el valor de la tensión. Medio ciclo después de interrumpir la corriente, entre los polos del interruptor aparece una tensión de recuperación $2V_{máx}$. Si el medio aislante que separa los contactos del interruptor no se reconstituye con suficiente rapidez, se produce una oscilación que lleva la tensión cresta a $3V_{máx}$ ($2,5V_{ff}$), como se muestra en la Figura 18.6.

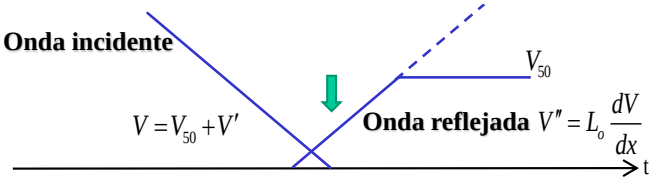


Figura 18.7: Fuente de corriente rampa

Otro caso de apertura de interruptores que conduce a sobretensiones importantes se presenta al desenergizar un transformador que está en vacío. El interruptor (sobre todo si es del tipo de aire comprimido) corta bruscamente la pequeña corriente reactiva de excitación (sobre todo si es del tipo de aire comprimido), y si este corte ocurre antes de que se haya descargado totalmente el campo magnético, quedará cierta energía remanente en el transformador, que oscilará entre la inductancia y la capacitancia de los enrollados. Como esta última es pequeña, se originará una tensión elevada.

El análisis teórico de estas situaciones puede hacerse por alguno de los procedimientos que se analizarán más adelante (Sección 18.6). En casos sencillos se puede simplificar, resolviendo un circuito monofásico con ayuda de

transformadas de Laplace, al simular la cesación de corriente con la inyección de una fuente de corriente rampa de signo contrario, que la anule (Figura 18.7).

Por ejemplo, en el caso de la apertura del interruptor de la Figura 18.8, para despejar un cortocircuito trifásico, el análisis puede hacerse con ayuda del circuito LC allí mostrado.

La corriente de falla valdrá $i(t) = V_{máx}\, sen\,(\omega t)\,/\omega L$, en que $V_{máx}$ es tensión cresta fase-neutro, de modo que la corriente rampa que la anula sería $J(t) = t \cdot |di(t)/dt|_{t=0} = Vt\,/L$, cuya transformada vale $J(p) = V\,/Lp^2$. La tensión a través de los polos del interruptor es la misma que se aplica a C (mejor dicho, al paralelo de L con C):

$$v(p) = \frac{V}{Lp^2}\frac{L/C}{pL + 1/pC} = \frac{V\omega_0^2}{p\,(p^2+\omega_0^2)} = \frac{V}{p} - \frac{pV}{p^2+\omega_0^2}$$

en que $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ es la frecuencia angular natural del sistema, y que es bastante superior a los 314 $[rad/s]$ correspondientes a 50 $[Hz]$ (ya que C es pequeña).

De una tabla de transformadas, $v(t) = V(1 - cos\,(\omega_0 t))$, expresión que nos indica que el valor máximo posible de v sería $2V_{máx}$, cuando $cos\,(\omega_0 t) = -1$.

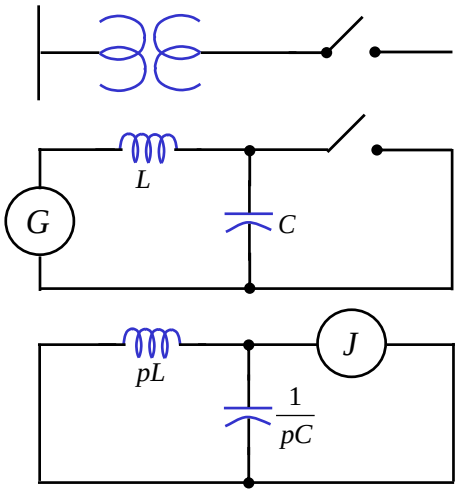


Figura 18.8: Representación de apertura

18.5. Cierre de interruptores

También al cerrar los interruptores se presentan problemas, no para el interruptor mismo, como en el caso de la apertura, pero sí para el resto del sistema. Las sobretensiones, que provienen de la combinación de las ondas incidentes y reflejadas provocadas por la súbita aplicación de un escalón de tensión al sistema, pueden ser mayores que en el caso anterior, dependiendo de la configuración del sistema, de la carga retenida por la capacitancia propia de las líneas aéreas (reconexión de líneas), del instante en que se produzca el cierre, etcétera. No es raro que en determinadas circunstancias se supere el valor de tres veces la tensión (cresta fase-neutro) nominal.

El cálculo no puede ser hecho en la forma simplificada vista para la apertura de interruptores, porque la onda de tensión que se aplica es un escalón, y no una rampa como en ese caso. Ello implica un espectro de frecuencias más amplio, y un mayor error al representar las líneas aéreas mediante parámetros concentrados.

18.6. Cálculo de las sobretensiones

Existen diversos enfoques o procedimientos para el cálculo de las sobretensiones, de dificultad y precisión variables. No siempre se justifica el uso de los métodos más precisos, tanto por la carencia de antecedentes de una precisión equivalente como por el mayor tiempo de computación involucrado.

Como ocurre normalmente con los problemas que se representan por medio de ecuaciones diferenciales, es posible buscar la solución con procedimientos analógicos, en el llamado **analizador de transitorios**, o también mediante diversos procedimientos numéricos.

Una de las dificultades que presentan estos estudios radica en la diferente representación de aquellos elementos cuyos parámetros pueden considerarse concentrados (transformadores, generadores, condensadores, reactores, etcétera) y de aquellos otros cuyos parámetros son distribuidos (líneas y cables). A menudo resulta necesario representar también los elementos no lineales, como pararrayos, corona, arcos, etcétera.

Una complicación adicional estriba en el conocimiento poco adecuado que normalmente se tiene de los parámetros del sistema, y en general de los datos del problema. Por ejemplo, los métodos más precisos exigen conocer la respuesta completa de frecuencia de cada uno de los elementos, incluyendo las líneas aéreas con retorno por tierra, datos de los que no siempre se dispone.

18.6.1. El analizador de transitorios

Constituyó el único método de cálculo posible hasta la aparición de los computadores comerciales. Siguen siendo empleados por los fabricantes de equipos eléctricos en el diseño de éstos. Es un tipo especial de analizador de redes, en el cual los elementos se representan incluyendo en cada caso las capacitancias correspondientes, y a escala tanto en las magnitudes como en la frecuencia. La disposición de los elementos es similar a la de un analizador de redes,

aunque las frecuencias elevadas que suelen intervenir obligan a acortar los cableados al máximo.

Además de los generadores normales, se necesitan generadores de impulsos, que proporcionan ondas tipo escalón, rampa, pulsos, etcétera. Los interruptores se representan con ayuda de relés rápidos, controlados de manera de operar en el instante apropiado. También se dispone de circuitos que permiten representar elementos no lineales.

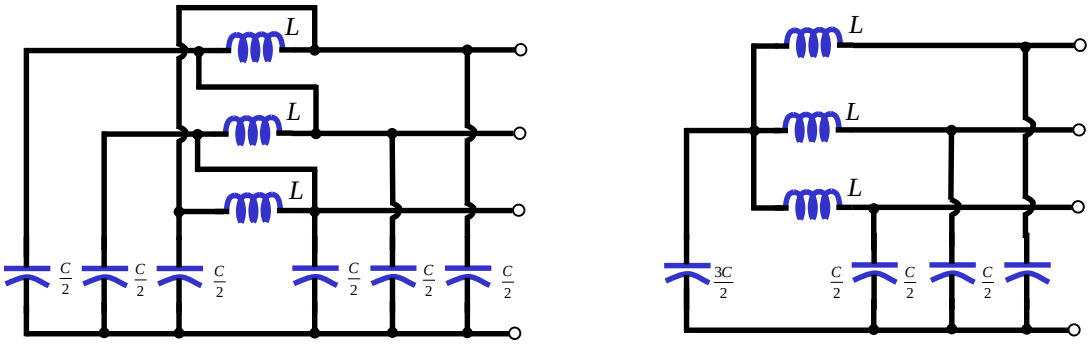


Figura 18.9: Circuito equivalente generador en conexión delta (izquierda) o estrella (derecha)

Como ya se ha dicho, el amplio espectro de frecuencias que caracteriza la respuesta de cualquier circuito hace indispensable incluir las capacitancias propias de los enrollados en cada uno de los elementos (¡parámetros que en otro tipo de estudios son despreciados!).

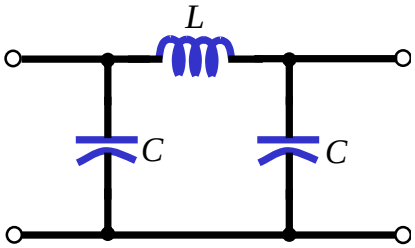


Figura 18.10: Circuito transformador

Si L representa la inductancia subtransitoria por fase, que a frecuencias altas vale aproximadamente el 80 % del valor a 50 $[Hz]$, y C la capacitancia por fase, el circuito equivalente de un generador aislado de tierra será el de la Figura 18.9 izquierda en conexión delta, o el de la Figura 18.9 derecha en conexión estrella.

Un transformador puede ser representado por tres circuitos equivalentes monofásicos como el de la Figura 18.10, en la que L representa la inductancia de fuga, que a frecuencias altas vale aproximadamente el 80 % de aquella a 50 $[Hz]$, y C es la suma de la capacitancia de los terminales (*bushings* en inglés) correspondientes y de la mitad de la capacitancia a tierra propia de cada enrollado.

Un segmento de línea de largo Δx suele ser representado por un circuito L como el de la Figura 18.11, en el que 1 indica secuencia positiva y 0 secuencia cero (los parámetros de secuencia cero se introducen para representar el retorno por tierra en función de magnitudes conocidas). Si la línea es larga, se requerirá una gran cantidad de circuitos equivalentes conectados en serie, para que la representación sea apropiada, lo que indudablemente constituye una dificultad adicional.

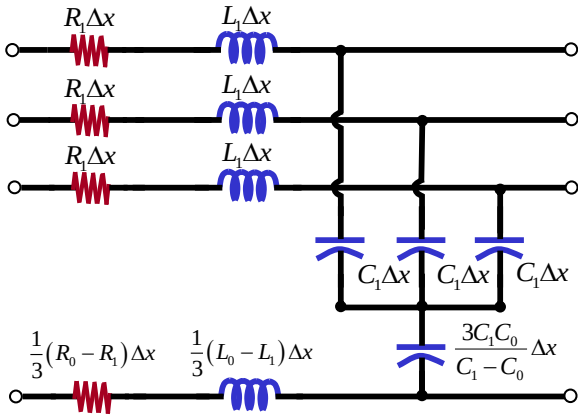


Figura 18.11: Equivalente de segmento de línea

Como ya se mencionó, la mayoría de las situaciones que se desea estudiar son aleatorias, por cuanto la combinación de circunstancias que las producen no es controlable. El procedimiento de estudio será entonces el de excitar el modelo con ayuda de fuentes apropiadas, de baja tensión, e inscribir en un oscilógrafo (o fotografiar desde un osciloscopio) la respuesta transitoria, repitiendo el estudio varias veces, para obtener valores estadísticos.

18.6.2. Solución numérica

Existen diversos enfoques para obtener una solucion digital, según la precisión que se busque, el compromiso al que se llegue en la representación de los elementos, etcétera. A continuación se describirán brevemente los métodos más usados.

Representación por parámetros concentrados
No es más que una extensión al computador del método normal de solución en el analizador de transitorios. Los elementos se representan en la misma forma que se indicó en la sección anterior.

El procedimiento consiste en escribir las ecuaciones diferenciales de cada elemento ($pi = [V_j - V_k]/L_{jk}$ para las inductancias, $pv = \sum i_j/C_j$ para las capacitancias), combinarlas de acuerdo con la situación en estudio (por ejemplo cortocircuito trifásico), para resolverlas luego mediante alguna rutina de integración numérica, por ejemplo del tipo Runge-Kutta. (El paso de integración debe ser lo bastante pequeño como para combinar con la frecuencia natural más alta del circuito.)

Este método, bastante usado en el cálculo de las tensiones de reencendido en interruptores, no resulta muy preciso ni cómodo cuando se aplica al cálculo de problemas de cierre de interruptores. En efecto, para que la precisión sea aceptable, la frecuencia natural de cada segmento de línea debe ser mayor que la del estímulo aplicado, lo que lleva en general a considerar gran cantidad de secciones (si el estímulo tiene la forma de un escalón de tensión, en teoría se requieren segmentos infinitamente pequeños).

Representación por parámetros distribuidos
Un enfoque hasta cierto punto contrario al anterior consiste en representar todos los elementos, aun aquellos de parámetros concentrados, por una sucesión de secciones elementales equivalentes conectadas en serie, y escribir para cada una de ellas las ecuaciones diferenciales del tipo visto en la Sección 18.2. Estas ecuaciones se resuelven luego paso a paso, con ayuda de algún método de integración numérica.

El procedimiento es bastante complejo, ya que hay que trabajar alternativamente en el dominio de Laplace y en el del tiempo (por ejemplo para establecer las condiciones de borde), y ello para cada uno de los intervalos Δt en los que se hace progresar el tiempo. En principio, permite determinar simultáneamente las tensiones y corrientes en varios puntos del sistema. La precisión del método se resiente, indudablemente, por el hecho de avanzar paso a paso en la solución, basando los nuevos cálculos en los resultados recién obtenidos.

Diagramas enmallados de Bewley
Una variante bastante popular de la representación por parámetros distribuidos consiste en evitar las ecuaciones diferenciales de onda, caracterizando cada línea por un **tiempo de tránsito de las ondas** τ ($\tau = d/v \approx d\sqrt{LC}$, si d es el largo del elemento) y una impedancia característica Z. Las perturbaciones de tensión se analizan como incrementos de las ondas de tensión, que viajan a lo largo de estos elementos. Las ondas reflejadas en cada nudo se determinan con ayuda de los coeficientes de reflexión K_r y de refracción K_T correspondientes (Figura 18.12).

La tensión en un punto dado, en un instante cualquiera, será la suma de las diversas ondas que se superponen en ese punto. El cálculo es por ello engorroso, y obliga a un cuidadoso "arqueo" de las ondas, en cada punto y tiempo. Resulta entonces apropiado solo cuando se trata de calcular las tensiones en algunos pocos puntos (en su versión gráfica original es muy práctico para calcular sobretensiones en una línea única, mediante la superposición de los dibujos de los sucesivos tiempos de tránsito de cada onda reflejada).

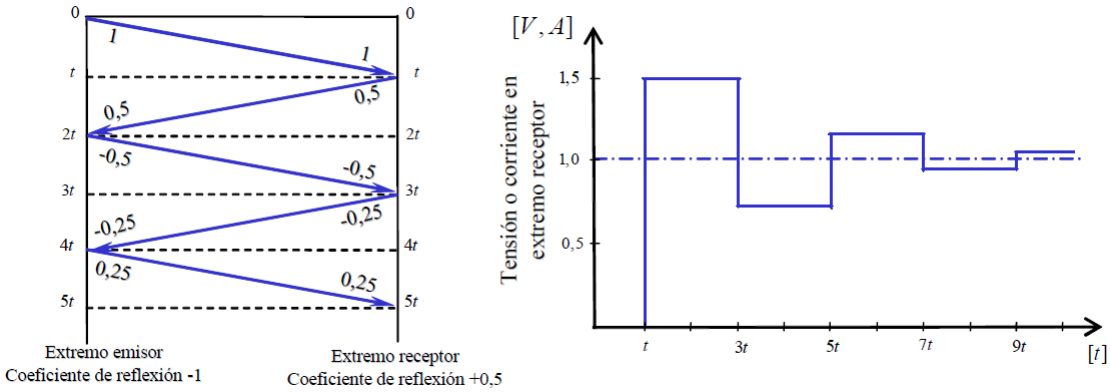


Figura 18.12: Diagrama enmallado de Bewley

Método de Dommel
Es el método más práctico para el cálculo de las sobretensiones. Se basa en un análisis nodal similar al empleado en la Sección 11.5 para el estudio de los flujos de potencias en el estado cuasi-estacionario, pero en el que la

representación de los elementos es diferente según que se trate de elementos con parámetros concentrados o distribuidos.

Para representar los elementos que tienen parámetros distribuidos se desprecia la resistencia, o bien se la supone como una resistencia pura separada, conectada en serie con la línea. En tales condiciones se puede reemplazar el elemento de parámetros distribuidos por dos dipolos conectados a tierra, uno en cada nudo extremo, formados ambos por la combinación en paralelo de la impedancia natural Z y de una fuente de corriente J, cuyo valor depende de las condiciones vigentes un instante τ antes en el otro extremo de la línea (ver Figura 18.13).

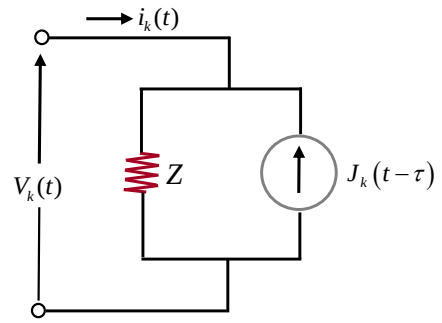


Figura 18.13: Representación de una línea en el método de Dommel

En efecto, si se designa por $v = 1/\sqrt{LC}$ la velocidad de desplazamiento de las ondas a través del elemento de impedancia natural $Z = \sqrt{L/C}$, se tendrá:

$$I(x,t) = f_i(x - vt) + f_r(x + vt) \tag{18.12}$$
$$V(x,t) = Zf_i(x - vt) - Zf_r(x + vt)$$

y separando la onda incidente:

$$V(x,t) + ZI(x,t) = 2Zf_i(x - vt)$$

relación que nos dice que la expresión $V + ZI$ se mantiene constante mientras la "característica de la ecuación diferencial", esto es, $x - vt$, permanezca constante o, lo que es igual, mientras se la evalúe para puntos y tiempos correspondientes a la misma onda f_i, que recorre distancias x en el tiempo t (**principio de Bergeron**). Si τ designa el tiempo que toma la onda en recorrer el largo d del elemento, k designa el extremo inicial de ese elemento, y m el final, y las corrientes se suponen positivas cuando entran al nudo, se tendrá $V_k(t-\tau) + Zi_k(t-\tau) = V_m(t) + Z[-i_m(t)]$, luego,

$$i_m(t) = \frac{V_m(t)}{Z} - \frac{V_k(t-\tau)}{Z} - i_k(t-\tau) = \frac{V_m(t)}{Z} - J_m(t-\tau) \tag{18.13}$$

en que:

$$J_m(t-\tau) = \frac{V_k(t-\tau)}{Z} + i_k(t-\tau) \tag{18.14}$$

análogamente:

$$i_k(t) = \frac{V_k(t)}{Z} - \frac{V_m(t-\tau)}{Z} - i_m(t-\tau) = \frac{V_k(t)}{Z} - J_k(t-\tau) \tag{18.15}$$

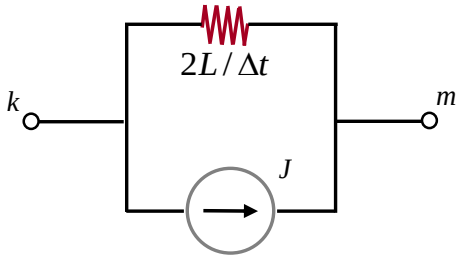


Figura 18.14: Representación inductancia

Los elementos con parámetros concentrados se reemplazan también por un dipolo equivalente, pero conectado entre los nudos correspondientes. Por ejemplo, una inductancia serie L se reemplaza por un dipolo formado por la combinación en paralelo de una resistencia de valor $2L/\Delta t$ (si Δt designa el paso de cálculo en el tiempo) con una fuente de corriente J, cuyo valor depende de las condiciones vigentes un instante $t - \Delta t$ antes (ver Figura 18.14).

En efecto, se puede escribir $V_k - V_m = L\frac{di_k}{dt}$, de modo que $i_k(t) = i_k(t-\Delta t) + \frac{1}{L}\int_{t-\Delta t}^{t}(V_k - V_m)dt$.

Aproximando la integral con ayuda de la regla trapezoidal $[s = \frac{1}{2}h(a+b)]$, que es sencilla y numéricamente estable, se obtiene:

$$i_k(t) = i_k(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2L}[V_k(t) - V_m(t) + V_k(t-\Delta t) - V_m(t-\Delta t)]$$
$$i_k(t) = \frac{\Delta t}{2L}[V_k(t) - V_m(t)] + J_{km}(t-\Delta t) \tag{18.16}$$

en que:

$$J_{km}(t-\Delta t) = i_k(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2L}[V_k(t-\Delta t) - V_m(t-\Delta t)] \tag{18.17}$$

Similarmente, en el caso de una capacitancia serie C, la ecuación $i_{km} = Cd\left(V_{km}\right)/dt$ conduce a:

$$V_k(t) - V_m(t) = V_k(t-\Delta t) - V_m(t-\Delta t) + \frac{1}{C}\int_{t-\Delta t}^{t} i_{km}(t)dt$$

Empleando la regla trapezoidal se obtiene:

$$V_k(t) - V_m(t) = V_k(t-\Delta t) - V_m(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{2C}[i_{km}(t) + i_{km}(t-\Delta t)]$$

o sea,

$$i_{km}(t) = \frac{2C}{\Delta t}[V_k(t) - V_m(t)] + J_{km}(t-\Delta t) \tag{18.18}$$

en que

$$J_{km}(t-\Delta t) = i_{km}(t-\Delta t) + \frac{2C}{\Delta t}[V_k(t-\Delta t) - V_m(t-\Delta t)] \tag{18.19}$$

y, en consecuencia, la capacitancia serie C se reemplaza por un dipolo formado por la combinación en paralelo de una resistencia $\Delta t/2C$ con una fuente de corriente J, cuyo valor depende de las condiciones vigentes un instante $t - \Delta t$ antes.

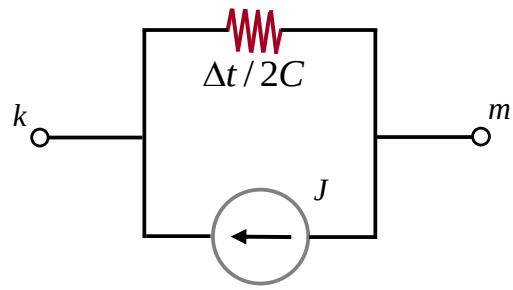


Figura 18.15: Representación capacitancia

Finalmente, una resistencia serie R se representa tal cual, por una resistencia R conectada entre los nudos k y m.

Como resultado final de todas estas sustituciones, el sistema queda representado en el instante t por una combinación de impedancias y fuentes de corriente, en la que estas últimas dependen de la situación vigente con anterioridad ($t-\Delta t$, o bien, $t-\tau$, según el caso). Matemáticamente, el problema no difiere sustancialmente de aquel de los flujos cuasi-estacionarios de potencia estudiados en la Sección 11.5:

$$[i(t)] = [Y_n][V(t)] + [J(t')] \tag{18.20}$$

$[Y_n]$, que resulta bastante raleada, se puede formar con ayuda de los procedimientos automáticos indicados al comienzo del Capítulo 11.5, y el sistema de ecuaciones se resuelve por los métodos normales ya estudiados en esa oportunidad. Determinadas todas las tensiones vigentes en el instante t, se calculan los valores de las fuentes de corriente $J(t)$, se repite el cálculo para $t + \Delta t$, y así sucesivamente.

Transformadas de Fourier

La dificultad de todos los métodos anteriores surge al representar el comportamiento característico de los diversos elementos, y en particular de las líneas con retorno por tierra, frente a perturbaciones tipo escalón, que intrínsecamente implican una amplia gama de frecuencias aplicadas.

Un camino posible (y en principio bastante preciso) para resolver este problema es calcular directamente la respuesta de frecuencia de los elementos del sistema eléctrico, $A(\omega) = e^{-\gamma(\omega)x}$, en que $\gamma(\omega) = \sqrt{Z(\omega)Y(\omega)}$, para luego transformar el resultado al dominio del tiempo, con ayuda de la transformada inversa de Fourier $f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-\gamma x}}{j\omega}e^{j\omega t}d\omega$ o, escrito en una forma más cómoda:

$$f(t) = -\frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\text{Imag}\Big(\frac{e^{-\gamma x}}{j\omega}\Big)sen(\omega t)d\omega$$

Para hacer posible la integración numérica es preciso reducir los límites de integración a $\pm\Omega$, lo que se hace corrigiendo la relación anterior a:

$$f(t) = -\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\Omega}\text{Imag}\left(\frac{e^{-\gamma x}}{j\omega}\right)sen\,(\omega t)\,\frac{sen\,(\pi\omega/\Omega)}{\pi\omega/\Omega}d\omega \tag{18.21}$$

Sin embargo, tales métodos no se han logrado establecer en forma práctica, tanto por la dificultad existente para obtener valores representativos de $\gamma(\omega)$, como por el enorme tiempo de computación requerido, y también por prestarse solo para problemas con pocos elementos (por ejemplo energización de una línea).

18.7. Reducción de las sobretensiones de maniobra

En sistemas de tensiones extra-altas se pretende que las sobretensiones de maniobra no sean superiores a 2, o excepcionalmente a $2,5$ veces la tensión cresta fase-neutro nominal del sistema, única forma de lograr un ahorro significativo en el costo del aislamiento. Cuando los estudios revelan valores mayores, se hace necesario recurrir a

métodos de control apropiados, que reduzcan la influencia de aquellos factores que elevan las sobretensiones.

Uno de los factores más importantes, y que es gobernado fundamentalmente por el azar, es el instante en el que se produce la operación del interruptor. Si ocurre en el momento en el que la fuente de tensión presenta su mayor valor, la sobretensión resultante será máxima. Por el contrario, si ocurre en el instante en el que la fuente vale cero, no habrá sobretensión alguna. También influye, aunque en menor escala, el orden en que cierran los polos del interruptor.

En tal sentido, se ha usado en algunos casos el expediente de controlar los polos en forma individual, y cerrarlos lo más cerca posible del momento en el que la onda de tensión correspondiente pasa por cero. Desgraciadamente, el control no es sencillo, y solo es posible de implementar con algunos tipos de interruptores (por ejemplo de aire comprimido).

Otro factor que influye de forma importante es el tipo de fuente con el que se energiza una línea: una fuente de gran tamaño y con una baja impedancia equivalente produce en general sobretensiones de menor gravedad. También repercute favorablemente el hecho de que la fuente contenga a su vez líneas aéreas importantes.

Es indudable que no existirá en general un control práctico sobre este factor, a no ser en cuanto a estipular órdenes preferidos de conexión de líneas.

En las sobretensiones que siguen a la reconexión de una línea influye en forma importante la carga retenida. Esta es función de las características constructivas de la línea, de las condiciones atmosféricas (en climas secos se puede retener la carga por un tiempo más largo), de la limpieza y calidad de los aisladores, de la existencia o no de alguna vía de descarga a tierra (reactores en paralelo, transformadores de potencial inductivos), etcétera. Constantes de decaimiento típicas van de 20 a 60 segundos (es decir, ¡las líneas suelen demorar hasta unos cinco minutos en descargarse completamente!), aunque en condiciones muy particulares pueden llegar a cifras incluso mayores.

Las medidas de control se dirigen en este caso básicamente a implementar una vía apropiada para la descarga de la línea, por ejemplo, disponiendo los transformadores de tensión de tipo inductivo directamente en la línea y no en las barras de las subestaciones, como sería la práctica normal; conectando reactores en los extremos de la línea, cada vez que se abre el interruptor (mejor todavía, agregando a estos reactores una resistencia de descarga, que se opera en paralelo mecánico con el interruptor, de manera de conectarla cada vez que se abre el interruptor, y de desconectarla un instante antes de volver a cerrar), etcétera.

Las pérdidas en las resistencias, y en particular las pérdidas por corona, ayudan a reducir las sobretensiones de energización de una línea, al amortiguar y distorsionar las ondas de tensión (aunque la distorsión que introduce el retorno por tierra puede incrementar sorpresivamente algunas formas de onda transitorias).

En este sentido, un procedimiento muy útil para reducir las sobretensiones de maniobras es el de incorporar a los interruptores ciertas **resistencias de preinserción** (de, por ejemplo, 400 a 700 [Ω]), por medio de las cuales (y antes que a través de los contactos principales) se produce una primera conexión y, por lo tanto, una rápida amortiguación de las ondas. Una vez cerrado el interruptor, y transcurrido un tiempo suficiente para el regreso de la onda reflejada en el otro extremo de la línea, se cortocircuita la resistencia.

18.8. Protección contra sobretensiones de ondas

18.8.1. Las líneas aéreas

Por su extensión, las líneas aéreas son difíciles de proteger, y de hecho no es posible pensar en una protección absoluta. En la práctica, el aislamiento se diseña de modo que resista solo aquellas sobretensiones de maniobra que presentan una mayor probabilidad de ocurrencia, pudiendo fallar ocasionalmente con sobretensiones de maniobra excepcionalmente grandes o con descargas atmosféricas directas.

En las regiones donde hay una probabilidad relativamente alta de que ocurran descargas atmosféricas, las líneas aéreas se protegen formando un esbozo de jaula de Faraday, mediante los **conductores de guardia** o **de tierra**, esto es, conductores metálicos colocados en forma paralela a los conductores de fase, más arriba de estos, de manera de interceptar directamente los rayos que pudieran caer, y conducirlos a tierra a través de la estructura metálica de las torres. La protección no es absoluta, en cuanto algunas descargas pueden alcanzar lateralmente la línea, en el último salto antes de llegar a tierra. Experimentalmente se ha determinado que el límite del área en que la protección que proporciona un cable de tierra ubicado a la altura h del suelo es realmente efectiva, está dado por circunferencias de radio $2h$, que pasan por el conductor de guardia y son tangentes a la tierra (ver Figura 18.16 en la página anterior). Con algunas salvedades, sobre todo para la zona protegida en común por dos conductores de

guardia vecinos, ello es equivalente a decir que la protección es buena bajo los conductores de guardia, y dentro de un ángulo de 30° con la vertical, y que la protección no es tan buena, aunque todavía aceptable, hasta los 45° aproximadamente.

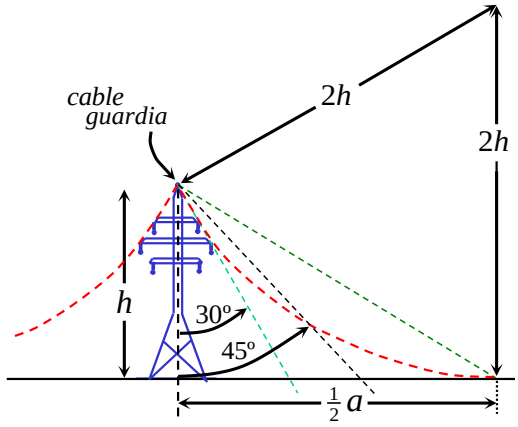


Figura 18.16: Zona de protección en líneas

Puesto que los conductores de guardia no están destinados al transporte económico de energía, se fabrican con materiales que presentan un menor costo y un menor peso, así como una adecuada resistencia mecánica: acero galvanizado, acero aluminizado (*alumoweld*) o acero y cobre (*copperweld*), de secciones mínimas (por ejemplo, 3/8"). En países con bajo nivel ceráunico, y por razones de costo (mayor tamaño y resistencia mecánica de las estructuras), se restringe el uso de los conductores de guardia solo a las líneas (o tramos de línea) donde es más probable la caída de rayos.

Esta probabilidad se mide, a falta de mejores antecedentes, mediante el **nivel ceráunico**, es decir, la cantidad de días en el año durante los cuales en un lugar dado ocurren tormentas eléctricas, o al menos se escuchan truenos. Se suele representar en forma de **curvas isoceráunicas**, que grafican los peligros potenciales de una determinada zona. Estos niveles son comparativamente bajos en el caso chileno (< 5 días de tormenta/año), y solo dignos de considerar en las zonas cordilleranas (ver Figura 18.17).

Sin duda, el solo hecho de que haya tormenta eléctrica en una zona geográfica no implica necesariamente la caída de rayos en un lugar específico. Por lo tanto, hay una probabilidad de caídas de rayos en cada lugar, asociada al nivel ceráunico, a la duración de las tormentas, etcétera, que es bastante difícil de definir. En forma arbitraria se le suele estimar como de 0,10 a 0,15 (descargas/km^2)/día tormenta. Si a designa el ancho, en metros, de la faja de terreno cubierta por una línea dada, y N_C es el nivel ceráunico de la zona, la cantidad de descargas atmosféricas a que podrían estar sujetos 100 $[km]$ de línea sería $D = 0,01 \cdot a \cdot N_C$ [(descargas/año)/100 km].

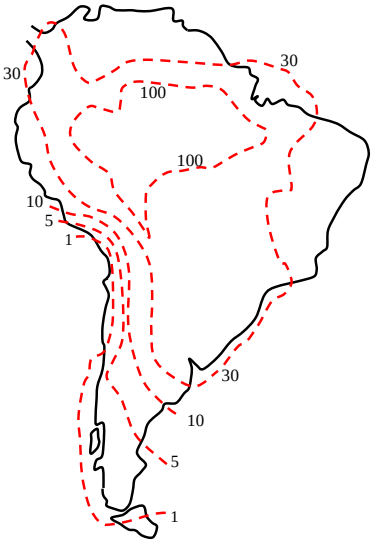


Figura 18.17: Niveles isoceráunicos de Sudamérica

Por último, cabe mencionar que, amparándose en la rápida atenuación de las ondas, y con el fin de aumentar la protección del equipo ubicado en las subestaciones, así como para limitar la superposición de ondas incidentes y reflejadas, se acostumbra colocar, de todas maneras, cable de guardia en el último kilómetro antes de llegar a las subestaciones.

18.8.2. Las subestaciones

Los cuernos

Para la protección directa de los equipos ubicados en las subestaciones existen dos dispositivos, de costo y calidad bastante diferente, que son los cuernos y los pararrayos.

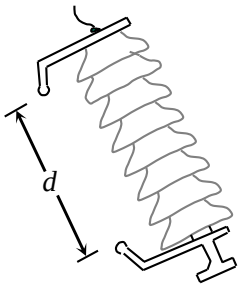


Figura 18.18: Cuerno

Los equipos de menor valor se protegen con cuernos (ver Figura 18.18), es decir, un par de electrodos conectados respectivamente a una fase y a tierra, y separados por una distancia d, tal que se produzca el arco entre ellos a una tensión especificada, llamada **tensión de encendido**. Se consigue así desviar hacia tierra las ondas de tensión superiores a dicho valor de ajuste.

Sin embargo, los cuernos, que son de un costo relativamente bajo, presentan dos graves inconvenientes:

Por una parte, son incapaces de extinguir el arco establecido entre sus contactos, de manera que convierten la sobretensión en un cortocircuito a tierra, que debe ser despejado por los interruptores, con la consiguiente pérdida del servicio eléctrico.

Por la otra, la característica del encendido de los cuernos no es fácil de determinar, ni constante una vez ajustada, ya que depende de factores imponderables, como la presión atmosférica, contaminación ambiente, humedad del aire, forma y polaridad de la onda de tensión aplicada, duración de ella, etcétera. Existe, en consecuencia, toda una franja o gama de tensiones en la que los cuernos pueden operar.

Se llama **tensión crítica de encendido** ($\mathbf{V}_{50}$) a la tensión que produce la operación de los cuernos en el 50 % de las veces que le es aplicada. En la Figura 18.19 izquierda se muestra la influencia que sobre ella tiene la forma y polaridad de la onda aplicada, por medio de la respuesta a una onda normal de 50 $[Hz]$, a un impulso positivo de $1,5{\cdot}40$ $[\mu s]$, y a un impulso negativo de igual duración.

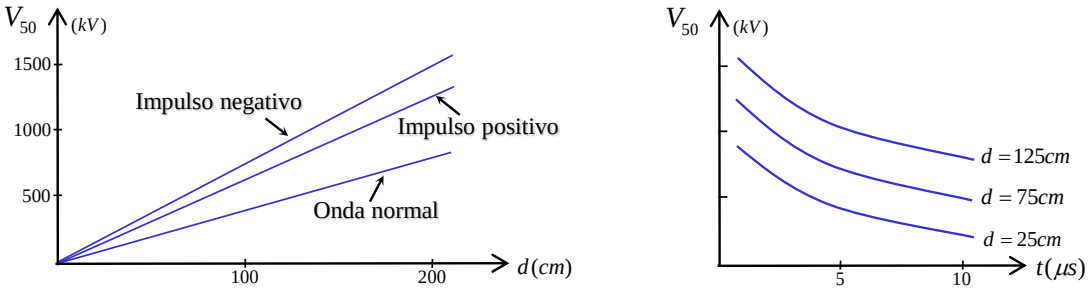


Figura 18.19: Tensión crítica de encendido, función de la separación (izquierda) y del tiempo (derecha)

En todo caso, la respuesta de los cuernos que interesa para los fines de su ajuste es la de tensión crítica en función del tiempo que tarda en producirse la descarga (Figura 18.19 derecha, trazada para una onda de impulso normalizada), curva que es comparativamente parada para tiempos pequeños.

Las mencionadas características negativas de operación de los cuernos, más las dificultades que presenta su coordinación con la respuesta propia del aislamiento de los equipos, limitan su uso a la protección de equipos de menor costo.

Los pararrayos

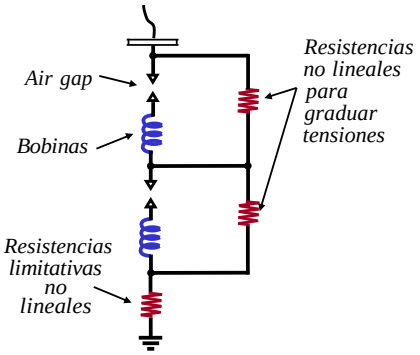


Figura 18.20: Esquema pararrayos

Los equipos de mayor valor (transformadores, máquinas rotatorias) se protegen con **pararrayos** o **descargadores**, m ás onerosos que los cuernos, pero también mucho más efectivos, puesto que operan casi independientemente de las condiciones ambiente, y son capaces de extinguir por sí solos el arco establecido, evitando así la desenergización del sistema.

La independencia respecto de las condiciones ambientales se consigue descomponiendo el espacio entre contactos en una serie de espacios menores (*air gaps* en inglés), colocados dentro de un recipiente hermé tico, aislado del medio ambiente. Para posibilitar la extinción del arco generado en cada uno de ellos durante la descarga de una onda, se colocan en serie con resistencias limitativas, así como con pequeñas bobinas dispuestas de manera de desviar el arco hacia los contornos del espacio, constituidos por un material refractario, apropiado para enfriar el arco (ver Figura 18.20).

Para limitar a valores prudentes la tensión que aparece a través del pararrayos, y que quedaría aplicada al equipo protegido, ubicado en las cercanías, las resistencias serie se fabrican con materiales especiales, como carburo de silicio, que dan una característica no lineal (del tipo $V \approx aI^{0,2}$): si la corriente de descarga es pequeña, la resistencia es alta, pero si la corriente es intensa, la resistencia es baja (ver Figura 18.21). La presencia de estas resistencias no lineales implica que la tensión no es nula una vez encendido el pararrayos, sino que se adquiere un valor RI, que depende de la corriente, y que se denomina **tensión residual**. Según sea el diseño del pararrayos, el máximo de esta tensión, aunque preferentemente inferior a la tensión de encendido, puede en algunos casos ser un poco mayor que la tensión de encendido.

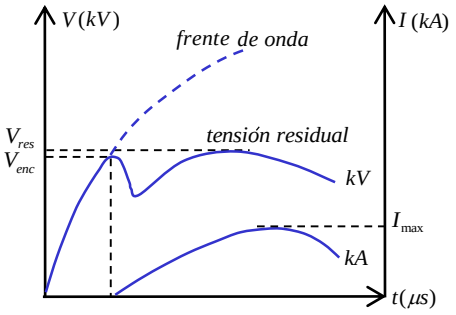


Figura 18.21: Comport. resistencias serie

Al igual que en los cuernos, se define como **tensión crítica de encendido** ($\mathbf{V}_{50}$) aquella tensión cresta de la onda de impulso para la cual el pararrayos enciende el 50 % de las veces que le es aplicada. La curva de respuesta V_{50} en función del tiempo de encendido (Figura 18.22) resulta sí mucho más plana que para los cuernos. De todas maneras, el nivel de protección que otorga un pararrayos es diferente según se trate de sobretensiones permanentes, de sobretensiones de maniobra o de descargas atmosféricas.

La capacidad de extinción del arco es función de la tensión de 50 (o 60 $[Hz]$, según el caso) aplicada con posterioridad a la onda transitoria. Se denomina **tensión nominal del pararrayos** a la mayor tensión efectiva (RMS) fase-neutro de 50 (o 60) $[Hz]$ que este tolera luego de una descarga, sin destruirse. Si se le aplicaran tensiones mayores, ya no sería capaz de extinguir el arco, y se calentaría paulatinamente por efecto de la corriente de frecuencia nomínal que lo atravesaría, hasta llegar a la destrucción de las resistencias no lineales.

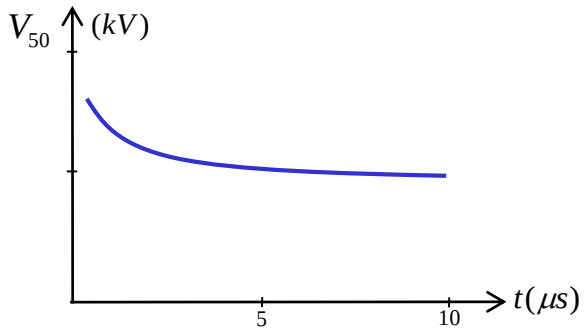


Figura 18.22: Tensión crítica de encendido

La tensión nominal suele ser expresada como porcentaje de la clase de aislamiento del equipo que protege (es decir, una tensión entre fases característica del nivel de aislamiento con que se construyen los equipos, y que generalmente es del orden de un 5 % mayor que la tensión nominal, como se verá en la Sección 18.9). En EUA, la tensión nominal del pararrayos se expresa en función de la tensión nominal del equipo protegido, lo que da diferencias del 5 % en las denominaciones, respecto de los pararrayos europeos similares. Nótese también que la relación esconde una $\sqrt{3}$.

Existen tres clases de pararrayos, según el tipo de sistemas eléctricos en que se les puede usar. El pararrayos con tensión nominal 105 % (en EUA 100 %), que admite sobretensiones hasta $1,7$, se emplea en sistemas eléctricos cuyo neutro está aislado de tierra, o que no pueden ser considerados efectivamente puestos a tierra. Si se les ubica en el extremo de líneas largas, conviene referir la tensión a aquella durante fallas, o con línea abierta, para estar seguros de no exceder la tensión nominal.

El pararrayos 85 % (en EUA 80 %), que admite sobretensiones hasta $1,4$, se usa en sistemas efectivamente puestos a tierra, siempre que en el lugar no aparezcan tensiones Ferranti elevadas, y que las centrales cercanas tengan reguladores de tensión rápidos.

El pararrayos 80 % (en EUA 75 %) puede ser usado en sistemas unidos sólidamente a tierra, que posean conductor de guardia, en que las sobretensiones durante fallas no pasan del 75 % de la tensión entre fases.

El **alcance** o **zona de protección del pararrayos** es la longitud de línea (medida tanto hacia adelante como hacia atrás, desde la ubicación del pararrayos), en que este protege efectivamente los equipos. Más allá de este alcance, la onda adquiere valores mayores, incluso por reflexiones y combinaciones de ondas, tornándose peligrosa para los equipos.

El alcance es función del frente de la onda aplicada, de su velocidad de propagación y de las impedancias de onda de las líneas y equipos vecinos. Para obtener un valor representativo, y adoptando simplificaciones conservadoras, se supondrá que el frente de onda es recto, con una pendiente geométrica dV/dx; que la velocidad de propagación es cercana a 300 $[m/\mu s]$; que la línea no presenta pérdidas (es decir, amortiguación) y que el equipo principal protegido (transformador) tiene una impedancia de onda infinita, de modo que la onda incidente se refleja totalmente al llegar a él (en la realidad no habrá una reflexión total). Por último, se asumirá que el pararrayos opera con la tensión crítica V_{50}, para luego mantener constante esa misma tensión.

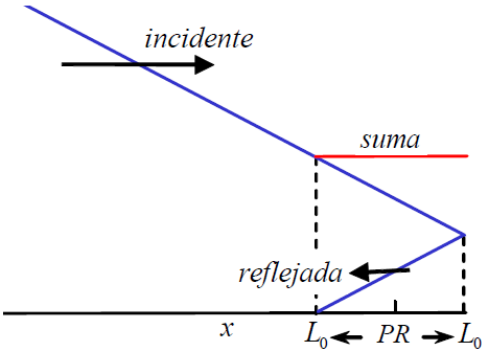


Figura 18.23: Reflexión en transformador

En la Figura 18.23 se advierte que para un instante cualquiera, la tensión será la misma en todo el tramo entre el comienzo de la onda que retrocede y el punto de reflexión.

Por lo tanto, el pararrayos no necesita estar inmediatamente al lado del transformador. Esta tensión única crece rápidamente en el tiempo, con velocidad $2dV/dx$ a partir del punto de cruce de las ondas, en la medida en que ambos frentes de onda se mueven en sentidos contrarios, abarcando además una mayor longitud de la línea de llegada.

Suponiendo ahora que el pararrayos está ubicado en la mitad del tramo con igual tensión, la tensión a una distancia L_0 de él, tanto hacia el lado de llegada de la onda como hacia el lado del equipo, valdrá $V = V_0 + 2(dV/dx)L_0$. El valor máximo de la tensión, en el momento en que el pararrayos se ceba con V_{50}, deberá ser algo inferior a la tensión que resiste el aislamiento del equipo (NBA).

Por ejemplo:

$$V_{\text{máx}} = \frac{NBA}{1,25} = V_{50} + 2\frac{dV}{dx}L_0 = V_{50} + 2\frac{dV}{dt}\frac{dt}{dx}L_0$$

Reemplazando $dV/dt = 1{,}000$ $[kV/\mu s]$ (normalmente será menor, por efecto de la atenuación de las líneas), $dx/dt = 300$ $[m/\mu s]$, y redondeando:

$$L_0 = 0,12NBA - 0,15V_{50} \tag{18.22}$$

Esta expresión permite una primera aproximación al alcance del pararrayos, válida cuando no hay otros elementos que produzcan reflexiones no consideradas (por ejemplo, las barras de la subestación, otros equipos en paralelo, etcétera), factores que modifican un poco el alcance. Este posible incremento de la tensión es más notorio hacia el lado de la línea.

Por último, nótese que si el equipo está más alejado del pararrayos, ¡la tensión en el equipo puede alcanzar el valor $2V_{50}$

18.9. Coordinación de los aislamientos

Coordinar los aislamientos de un sistema eléctrico significa graduarlos adecuadamente en los diversos equipos y líneas, de manera que sean lo más económicos posible, pero eviten al mismo tiempo interrupciones de servicio o daños permanentes a los equipos de valor, como resultado de las sobretensiones que pudieran presentarse en la operación del sistema. Se dice que el aislamiento está bien coordinado cuando existe un adecuado equilibrio económico y de seguridad de servicio entre los diferentes elementos constitutivos del aislamiento del sistema y las protecciones.

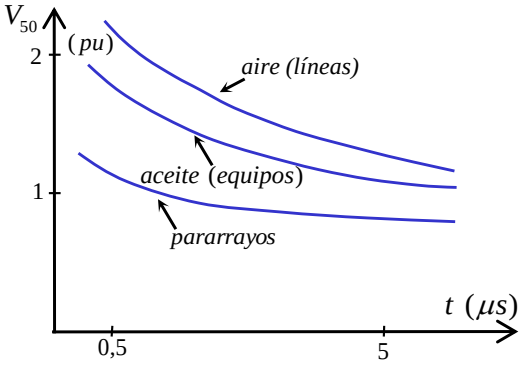


Figura 18.24: Coordinación pararrayos

La coordinación se complica porque la curva de respuesta de los distintos aislantes y de las protecciones (tensión crítica-tiempo que tarda en producirse el arco) depende en una medida importante de la forma y polaridad de la onda aplicada, y por el hecho de que la forma de esta curva es distinta para el aislamiento en aire (cuernos y líneas aéreas), aislamiento en aceite (equipos) y pararrayos, como se muestra en Figura 18.24.

La dificultad de coordinar el aislamiento de las líneas con el de las subestaciones, debida a las reflexiones de ondas que se producen en estas últimas, hace que los niveles de aislamiento correspondientes se determinen en forma separada.

18.9.1. Subestaciones

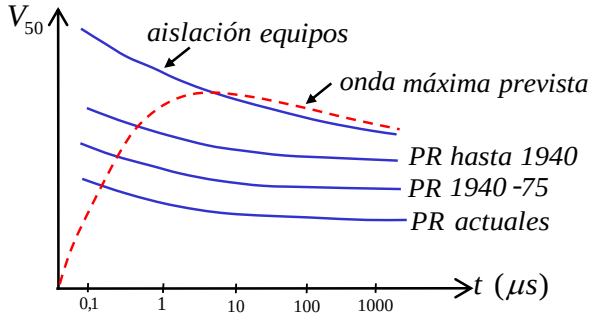


Figura 18.25: Curva de respuesta de pararrayos

En el caso de los equipos, solo se pretende que el aislamiento resista aquellas sobretensiones de maniobra menos graves, pero más frecuentes, y que las protecciones (usualmente pararrayos) deriven hacia tierra las sobretensiones mayores y poco frecuentes, tanto de origen atmosférico como de maniobras. Esto es particularmente válido cuando la protección se da con cuernos, puesto que de otro modo habría frecuentes interrupciones de servicio.

Siendo la curva de respuesta de los pararrayos más plana que aquella del aislamiento de los equipos, es preciso dejar un margen de seguridad de por lo menos 15 % en la zona de las sobretensiones de maniobra (milisegundos), lo que implica un margen más amplio (20 a 25 %) en la zona de las sobretensiones atmosféricas (microsegundos) (ver Figura 18.25). Los progresos en la construcción de los pararrayos han permitido reducir la cantidad de aislamiento de los equipos, de manera que en los sistemas modernos de extra-alta tensión es posible tener algunos pasos menos de

aislamiento que con equipos más antiguos, o de tensiones menores.

En este sentido, y buscando una normalización de los equipos, se han establecido ciertas escalas de aislamiento, relacionadas con las tensiones normales de operación de los sistemas eléctricos (similares, por lo tanto, a las cifras de sobretensiones dadas en por uno).

Se denomina **clase de aislamiento** a un valor convencional de la tensión eficaz entre fases, a la frecuencia normal, para el cual se construyen normalmente los equipos. Lógicamente, la clase de aislamiento debe ser igual o algo mayor (por ejemplo, en 5 %) que la tensión nominal del sistema.

Nivel básico de aislamiento contra impulsos (**NBA**), o **basic impulse insulation level** (**BIL**), es el valor cresta especificado de la prueba de onda de impulso que el equipo debe resistir. Es una cifra redondeada, usualmente del orden de 4,5 a 6 veces la tensión que fija la clase de aislamiento (y correspondiente, por lo tanto, a las peores sobretensiones que es posible esperar). La forma de estas ondas de prueba ha sido también normalizada. Así, por ejemplo, en EUA se emplean ondas del tipo $1,5{\cdot}40$ $[\mu s]$, mientras que en Europa se prefiere ondas algo más severas, de $1,0{\cdot}50$ $[\mu s]$.

Tabla 18.1: Clases de aislamiento

Clase de aislamiento	NBA plena aislamiento	NBA reducido en 1 paso	NBA reducido en 11/2 pasos	NBA reducido en 2 pasos
15	110			
25	150			
35	200			
46	250			
69	350			
92	450	350		
115	550	450	350	
138	650	550	450	
161	750	650	550	
180	825	750	550	
196	900	750	650	550
215	975	825	750	650
230	1050	900	825	750
260	1175	1050	900	825
287	1300	1175	1050	900
315	1425	1300	1175	975
345	1550	1425	1300	1050
375	1675	1550	1425	1175
400	1800	1675	1550	1300
430	1925	1800	1675	1300
460	2050	1925	1800	1425
490	2175	2050	1925	1550
520	2300	2175	2050	1675
545	2425	2300	2175	1800

En la Tabla 18.1 se dan las principales clases de aislamiento vigentes (valores en $[kV]$).

Se dice que el equipo tiene **aislamiento pleno** cuando resiste totalmente la tensión de impulso (NBA) especificada para la clase de aislamiento.

Si el sistema está conectado sólidamente a tierra, se suele aceptar que el aislamiento sea de inferior calidad (ya que no se esperan sobretensiones del orden de 4 *p.u.*), y resista solamente la prueba de impulso correspondiente a la clase de aislamiento inmediatamente inferior. Se habla entonces de **aislamiento reducido en un paso o grado**.

En sistemas de mayor tensión, en los que el ahorro es significativo, y siempre que se emplean pararrayos de buena calidad, se puede reducir el aislamiento en 1,5 o incluso en 2 grados.

En cuanto al aislamiento externo o no protegido de las subestaciones (aisladores, transformadores de medida, desconectadores, interruptores, etcétera), normalmente se lo diseña de modo que su NBA supere el valor correspondiente de los tramos vecinos de línea, y supere al menos en un grado el escogido para los equipos protegidos (considerando que la distancia desde los pararrayos puede ser superior al alcance de estos y permitir la reaparición de sobretensiones mayores).

18.9.2. Líneas aéreas

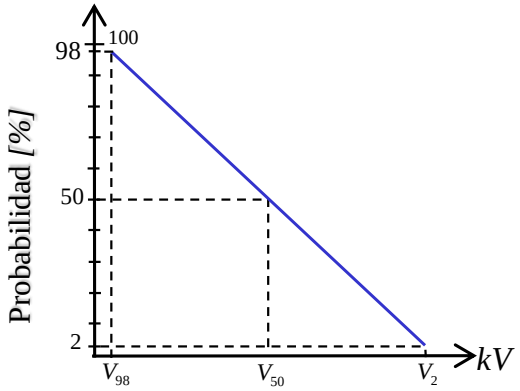


Figura 18.26: Probababilidad de sobretensiones de maniobra

El aislamiento de las líneas aéreas se elige de modo de tener un mínimo económico de perturbaciones en la operación del sistema. No se pretende evitar totalmente los daños a los aisladores, puesto que su reposición es fácil y no demasiado onerosa. Por ello, en países de bajo nivel ceráunico, como Chile, solo se coloca cable de guardia donde la posibilidad de caída de rayos es mayor, y en el último kilómetro antes de una subestación. Además se pueden disponer algunos chisperos, de manera de desconectar rápidamente la línea, por acción de los interruptores, en caso de presentarse sobretensiones peligrosas (algunas veces se dispone un tramo especial, no muy alejado de una subestación, en el que el aislamiento se deja ex profeso más bajo).

El aislamiento mínimo queda fijado por las sobretensiones de maniobra máximas que se puedan presentar o, mejor dicho, que sean aceptables en función de su probabilidad de ocurrencia. Normalmente se acepta que la probabilidad de que se presenten sobretensiones de maniobra superiores a un valor dado tiene una distribución gaussiana y que, por lo tanto, se puede representar por una recta en papel probabilístico. Esta recta queda definida entonces por dos valores (por ejemplo, V_{50} y V_2, en que V_2 es una sobretensión de maniobra solo superada en el 2 % de los sucesos reales), y que por ello se denomina **sobretensión máxima práctica** (ver Figura 18.26).

El comportamiento del aislamiento también es probabilístico, y se puede representar por una recta parecida, aunque de mayor inclinación. Como en general existe escasa probabilidad de que se presenten valores extremos, se suele simplificar, y aceptar que para el aislamiento $V_{100} = V_{50} - 3\sigma$, en que σ es la desviación estándar (aproximadamente 5 % para este caso).

En tales condiciones, la coordinación se hace por ejemplo definiendo $(V_{100})_{aisl} = (V_2)_{ondas}$, es decir:

$$(V_{50})_{aisl} = (V_2)_{ondas} + 3\sigma_{aisl} \tag{18.23}$$

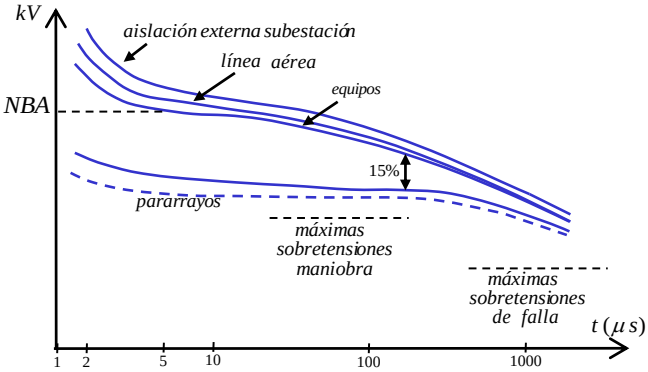


Figura 18.27: Coordinación de aislamientos

Puesto que la curva de respuesta del aislamiento es muy parada, hay que verificar si acaso existe también coordinación para tiempos largos (sobretensiones permanentes debidas a fallas):

$$(V_{50})_{aisl} = V_{máx(falla)} + 3\sigma_{aisl} \tag{18.24}$$

aunque en este caso el comportamiento del aislamiento es más definido, y $\sigma \approx 2\,\%$.

Finalmente, de acuerdo con lo mostrado en la Figura 18.27, corresponde revisar que el NBA resultante no exceda al determinado para las subestaciones extremas, con el fin de evitar el riesgo de exigir demasiado a dichas subestaciones.

18.10. Ejemplos de aplicación

18.10.1. Ejemplo 1

Una línea aérea de 500 [kV], con una impedancia natural $Z_c = 400$ [Ω], ha quedado desconectada del resto del sistema, con una carga atrapada que le da una tensión cresta fase-neutro de -410 [kV]. Si en esas circunstancias se conecta en uno de sus extremos una fuente sin impedancia interna, con el valor instantáneo +410 [kV], determinar la sobretensión máxima que se produce.

Solución

El escalón total aplicado es la diferencia entre los +410 [kV] de una cuchilla del interruptor y los −410 [kV] de la otra, es decir, 820 [kV]. Este escalón se refleja al llegar al otro extremo, abierto, de la línea, con lo que en ese punto $V = -410 + 2 \cdot 820 = 1{,}230$ [kV].

Al volver al extremo inicial, la reflexión es negativa, de modo que en ese punto $V = 0$, y en el resto de la línea la tensión baja.

Luego, la mayor tensión es 1.230 [kV].

18.10.2. Ejemplo 2

Un cable subterráneo de un [km] de largo, inductancia por fase 0,186 [mH/km] y capacitancia por fase 0,25 [μF/km], está conectado en serie con una línea aérea de 10 [km], inductancia por fase 0,93 [mH/km] y capacitancia por fase 7,5 [nF/km]. En el extremo libre de la línea aérea se conecta una carga equivalente a la carga natural de la misma línea. Si en el extremo libre del cable se conecta un generador, de reactancia despreciable, que provoca un escalón de tensión de magnitud 1 [pu], dibujar los primeros 50 [ms] de la onda de tensión que aparece en el punto de unión del cable y la línea.

Solución

$Zoc = \sqrt{L/C} = \sqrt{186/0,25} = 27,28$ [Ω]
$v_c = 1/\sqrt{LC} = 146,65$ $[km/s]$
$\tau = d/v = 1000/146,65 = 6,82$ $[m]$
$Z_{0L} = \sqrt{0,93x10^6/7,5} = 352,14$ [Ω]

Como la carga de la línea es Z_{0L}, en ella no hay ondas reflejadas, y basta con analizat lo que ocurre en el cable:

$K_r = (352,14 - 27,28)/(352,14 + 27,28) = 0,8562$
$(K_r)^2 = 0,7331$
$(K_r)^3 = 0,6277$
$(K_r)^4 = 0,5374$
$(K_r)^5 = 0,4601$
$K_s = -1$
y en consecuencia, la onda de tensión vale:

$0 \leq t < 6,82$	$V = 0$
$6,82 \leq t < 20,46$	$V = (1 + K_r) = 1,856$
$20,46 \leq t < 34,09$	$V = (1 - K_r^2) = 0,267$
$34,09 \leq t < 47,74$	$V = (1 + K_r^3) = 1,628$
$47,74 \leq t < 61,4$	$V = (1 - K_r^4) = 0,463$
$61,4 \leq t < 75,0$	$V = (1 + K_r^5) = 1,460$

cuya forma se vé en la Figura 18.28.

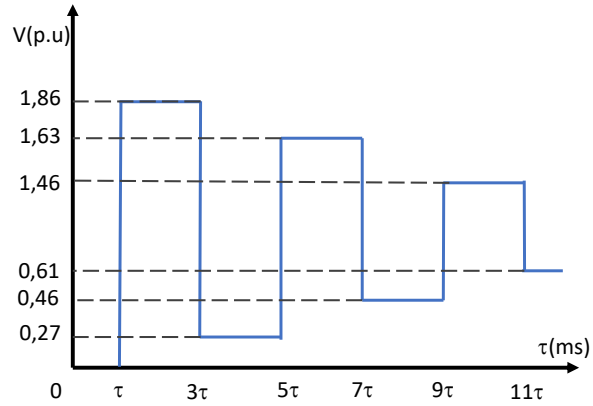


Figura 18.28: Tensión en el punto de unión de cable y línea aérea

18.10.3. Ejemplo 3

Una línea aérea de 220 [kV], 278 [km] de longitud, L = 1,29 [mH/km], C = 10 [nF/km], es energizada desde una barra infinita, de tensión nominal, en el instante en que la tensión aplicada alcanza su valor máximo.

Dibujar la onda de tensión que aparece en el extremo abierto de la línea, usando el método de Dommel.

Solución

$v = 1/\sqrt{12,9x10^{-18}} = 278,4\ [km/ms]$
$\tau = d/v = 278/278,4 = 1\ [ms]$
$Z_c = \sqrt{L/c} = \sqrt{0,129x10^6} = 359,2\ [\Omega]$
$V_{max} = 220\sqrt{2}/\sqrt{3} = 179,6\ [kV]$

En el método de Dommel, la línea se representa por dos bipolos equivalentes, en sus extremos:

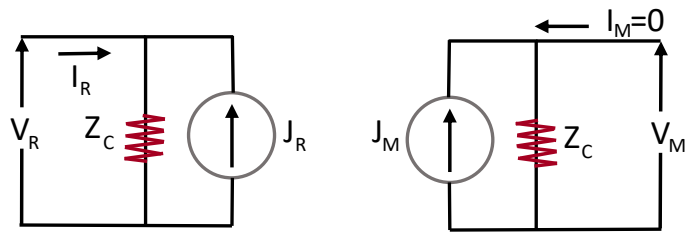


Figura 18.29: Método de Dommel

Por las condiciones del problema, $V_k = 179,6$ [kV] $(= 1[pu])$ siempre, e $I_M = 0$, también siempre. Las fuentes de corriente dependen de las condiciones en el otro extremo, en un instante $t-\tau$ anterior. I_k y V_M, que son las incógnitas, se calcularán como:

$I_K = V_K(t)/Z_c - (V_M(t-\tau)/Z_c + I_M(t-\tau)) = V_K(t)/Z_c - V_M(t-\tau)/Z_c$
$V_M = V_K(t-\tau) + Z_c I_K(t-\tau)$

Por las sencillez del sistema, las situaciones no cambian en tiempos inferiores a τ. Por lo tanto, basta con analizar los tiempos múltiplos de 1 ms, y no se requieren tiempos de integración menores.

$V_K(0) = 180kV = 1pu$	$V_M(0) = 0$
$I_k(0) = 180/360 = 0,5$	$I_M(0) = 0$
$V_k(1) = 1$	$V_M(1) = 180 + 360x0,5 = 360KV = 2pu$
$I_k(1) = 180/360 = 0,5$	$I_M(1) = 0$
$V_K(2) = 1$	$V_M(2) = 180 + 360x0,5 = 360kV$
$I_K(2) = (180-360)/360 = -0,5$	$I_M(2) = 0$
$V_K(3) = 1$	$V_M(3) = 180 - 360x0,5 = 0$
$I_K(3) = (180-360)/360 = -0,5$	$I_M(3) = 0$
$V_K(4) = 1$	$V_M(4) = 180 - 360x0,5 = 0$
$I_K(4) = 180/360 = 0,5$	$I_M(4) = 0$
$V_K(5) = 1$	$V_M(5) = 180 + 360x0,5 = 360kV$
$I_K(5) = 180/360 = 0,5$	$I_M(5) = 0$
$V_K(6) = 1$	$V_M(6) = 180 + 360x0,5 = 360kV$
$I_K(6) = (180-360)/360 = -0,5$	$I_M(6) = 0$
$V_K(7) = 1$	$V_M(7) = 180 - 360x0,5 = 0$
$I_K(7) = (180-360)/360 = -0,5$	$I_M(7) = 0$

18.10.4. Ejemplo 4

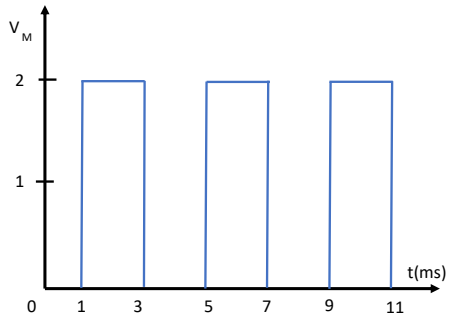


Figura 18.30: Onda de tensión resultante en extremo abierto de la línea

Un transformador con aislación clase 161 [kV], pero reducida en 1,5 pasos (NBA = 550 [kV]) será protegido de las posibles descargas atmosféricas por un pararrayos, cuya tensión crítica de encendido es 350 [kV cresta].

¿Cuál es la distancia máxima, a partir del transformador, a la que se puede situar el pararrayos? ¿Cómo se alteraría esta distancia si la aislación no estuviera reducida (NBA = 750 [kV])?

Solución

$L = 0,125\Delta NBA - 0,15\Delta V_{50} = 0,125x550 - 0,15x350 = 16,25\ [m]$
Alternativamente, $L' = 0,125x750 - 0,15x350 = 41,25\ [m]$

Capítulo 19

Los circuitos resonantes

19.1. Introducción

El hecho de que condensadores y reactores impliquen reactancias negativas y positivas, respectivamente, implica que en todo circuito existe siempre una frecuencia para la cual estas reactancias son exactamente iguales (o al menos de magnitudes muy similares), situación que puede originar un fenómeno periódico, de intercambio alternado de energía reactiva entre los respectivos campos eléctrico y magnético, que puede ser mantenido en el tiempo o no, y que se conoce como una **resonancia**.

Si ambas reactancias están en serie, la impedancia del circuito eléctrico (o al menos de esa rama) tendrá su mínima expresión, de modo que si se le aplica una tensión de la frecuencia apropiada, la corriente circulante será máxima (**resonancia serie**), pudiendo sobrepasar la capacidad térmica de algunos elementos del circuito. Dependiendo de las características del sistema, la tensión aplicada en estas condiciones a algunos de los elementos podrá ser tyambién mayor que la nominal, poniendo en peligro su integridad. Por otra parte, la circulación de corrientes armónicas por el SEP origina tensiones deformadas, no sinusoidales, en los diferentes puntos de la red.

Si las reactancias están en paralelo, la admitancia del circuito (o de esa rama) tendrá su mínima expresión, de manera que si se inyecta una corriente de la frecuencia apropiada, la tensión aplicada a cada uno de los elementos será máxima, comprometiendo en particular la integridad de los condensadores (**resonancia paralelo**). Dependiendo de las características del circuito, la corriente que circula en estas condiciones por algunos de los elementos podrá ser también mayor que la nominal.

Estas posibilidades de resonancias existen también en los sistemas de potencia, aunque, dadas las magnitudes que normalmente tienen las reactancias inductivas y capacitivas, ellas ocurren a frecuencias altas, para las que normalmente hay pocas fuentes presentes en el sistema. Sin embargo, hay algunos fenómenos o equipos que originan armónicas, las que sí pueden llegar a tener frecuencias en el rango de las resonancias. Estos "generadores de armónicas" son de dos tipos.

El más común corresponde a los elementos no lineales, en los que la corriente que circula es función de la tensión y de la frecuencia (por tanto, por una parte no es proporcional a la tensión y por otra, si se aplica una señal sinusoidal de una sola frecuencia, la corriente resultante no es de esa sola frecuencia). Ejemplos de esta categoría son los generadores, transformadores, motores, etc., que operan con circuitos magnéticos casi saturados). Para que las tensiones armónicas inyectadas al SEP hagan surgir corrientes importantes es preciso que exista una combinación con impedancia débil a esa frecuencia. En la práctica, ello sólo se da con bancos de condensadores, ya que las capacitancias propias de los equipos son muy débiles.

El otro tipo de elementos corresponde a aquellos que por su forma de funcionar inyectan armónicas o presentan permanentemente una impedancia dependiente de la frecuencia. En general, estos equipos suelen pertenecer a los usuarios (computadores, tubos fluorescentes, que presentan una pequeña inductancia), pero también existen en el sistema, como por ejemplo los hornos eléctricos, los rectificadores y sistemas de control que emplean tiristores y elementos de electrónica industrial. Si los filtros correspondientes no están bien diseñados, pueden ocurrir resonancias molestas.

Un caso importante de resonancia es la que se puede presentar en un circuito magnético saturado (por ejemplo, de un transformador, generador o motor) cuando, por algún evento en el sistema, se le aplica una tensión superior a la nominal, que hace que opere en la parte claramente saturada de la curva de histéresis. Circularán entonces altas corrientes, con un fuerte contenido de armónicas, y además se reducirá sustancialmente la inductancia. Lo más

importante es que, dependiendo de las condiciones de partida (curva de histéresis), se puede establecer un régimen oscilatorio (**ferro-resonancia**), incluso a la frecuencia nominal (**resonancia a 50 [Hz]**). Hay que destacar que para que el fenómeno se desarrolle, es menester que exista al menos un punto en el circuito, ubicado entre la inductancia y la capacitancia, cuya tensión no esté impuesta y sea libre de oscilar.

Otro fenómeno de resonancia se presenta cuando existe una combinación tal de elementos en un sistema de potencia, que lleve a la aparición de un acoplamiento entre oscilaciones electromagnéticas de frecuencia inferior a la nominal (subsincrónicas) en el sistema y oscilaciones mecánicas en las máquinas, situación que puede conducir a un peligroso refuerzo de estas últimas, poniendo en peligro la integridad de los ejes de las máquinas (**resonancia subsincrónica**). Ello ocurre, por ejemplo, cuando una central termoeléctrica (cuyas componentes, turbinas de alta, media o baja presión, generador, excitatriz, presentan inercias relativamente bajas y parecidas entre sí) está conectada al sistema mediante una línea aérea de longitud importante, compensada con condensadores serie.

En efecto, la línea con compensación serie puede producir ligeras oscilaciones en una frecuencia baja, que producen oscilaciones mecánicas entre las etapas componentes de la central. Si la medida de velocidad del control de velocidad de la máquina está ubicada en un eje en el que sea más notorio el efecto de alguna de las frecuencias (velocidad) de oscilación mecánica, ella contendrá una fuerte componente de esa velocidad, que será reforzada por el sistema de control de velocidad, llevando a fuertes oscilaciones mecánicas de la máquina que, de persistir, pueden llevar al colapso del eje de la máquina. Este fenómeno no se produce con igual intensidad en las centrales hidroeléctricas, porque la inercia del generador es muy superior (10 y hasta 40 veces) a la de la turbina y excitatriz, de manera que las reacciones con el sistema mueren en el generador.

Algo parecido puede ocurrir si en el control de tensión se instala un **estabilizador** (PSS) que en su compensación utilice medidas de velocidad. También se han presentado algunos casos de fatiga por torsión debida a los procesos de cierre y apertura de interruptores en la red.

Por último, una situación que puede acarrear problemas se presenta cuando se instala un terminal de $CCAT(HVDC)$ cerca de una central térmica, puesto que las oscilaciones de torsión de la máquina ac se transfieren como una señal modulada (con frecuencia $f_{nom} - f_{osc}$) en la tensión que se aplica a los sistemas de control de la transmisión dc. Los controles dc tratan de corregir lo que interpretan como un error en los ángulos de disparo, modificando la potencia ac. Con determinados desfases, la situación se torna inestable. Incluso, cambios en la topología del tramo ac, como la desconexión de líneas, pueden agravar las oscilaciones.

Un aspecto importante a tener en cuenta es que los medidores de tensión a emplear en el análisis, cuando ocurra algún problema, no deben ser del tipo valor promedio, porque ocultan las armónicas. Por otro lado, las normas fijan límites a la distorsión armónica de las tensiones en la red.

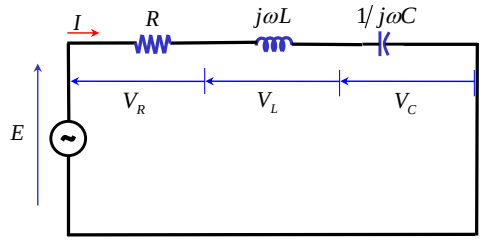


Figura 19.1: Circuito resonante serie

19.2. La resonancia serie

Para entrar en el tema se hará un breve repaso de las principales ideas referentes a la resonancia serie, ya vistas en cursos previos de redes. Sea entonces un circuito serie R, L, C, como el de Figura 19.1, cuya impedancia vale $Z = R + j\omega L - j/\omega C$. Se advierte que para frecuencias bajas predomina $1/\omega C$, por lo que el circuito será capacitivo, mientras que para frecuencias altas predomina ωL, de modo que el circuito será inductivo. Pero si la frecuencia es tal que $j\omega L = j\,/\,\omega C$, la impedancia se reduce a R, lo que implica que, al aplicar una tensión E, la corriente alcanza un valor elevado ($I = E/R$). Se habla de **resonancia serie** a la **frecuencia angular de resonancia:**

$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{19.1}$$

El diagrama fasorial de Figura 19.2 muestra que, en estas condiciones, las tensiones en el reactor y el condensador son altas, lo que es particularmente peligroso para el condensador:

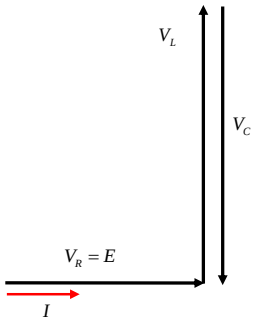


Figura 19.2: Diagrama fasorial

$$V_L = \frac{\omega_{res} LE}{R} = \frac{E}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = QE = \frac{E}{d} \tag{19.2}$$

en que $d = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ se denomina **amortiguamiento del circuito** y su recíproco Q es el **factor de calidad del circuito**.

La Figura 19.3 muestra las variaciones que experimentan la magnitud de la impedancia del circuito y la corriente que circula, al variar la frecuencia. Se advierte que la corriente alcanza valores elevados para un rango relativamente amplio de la frecuencia. Por ello, se denomina **ancho de banda B** al rango de frecuencias en el que la corriente supera el valor $I_{max}/\sqrt{2}$ o, lo que es equivalente, en el que la impedancia crece en $\sqrt{2}$ veces respecto del mínimo (R).

De la igualdad $|Z| = |R + j\omega L - j/\omega C| = R\sqrt{2}$,

se obtiene

$$\omega_s = (R\,C + \sqrt{R^2\,C^2 - 1})/2\,L\,C$$
$$\omega_i = (R\,C - \sqrt{R^2\,C^2 - 1})/2\,L\,C$$

de modo que:

$$B = \omega_s - \omega_i = R/L \tag{19.3}$$

Que la tensión aplicada a los elementos del circuito crece para frecuencias cercanas a la de resonancia se confirma si de $V_L = j\,\omega\,LE\,/\,Z$ y $V_C = E\,/\,j\,\omega\,CZ$ se derivan las expresiones

$$\frac{V_L}{E} = \frac{\omega/\omega_{res}}{\sqrt{d^2 + (\omega/\omega_{res} - \omega_{res}/\omega)^2}}$$
$$\frac{V_C}{E} = \frac{\omega_{res}/\omega}{\sqrt{d^2 + (\omega/\omega_{res} - \omega_{res}/\omega)^2}}.$$

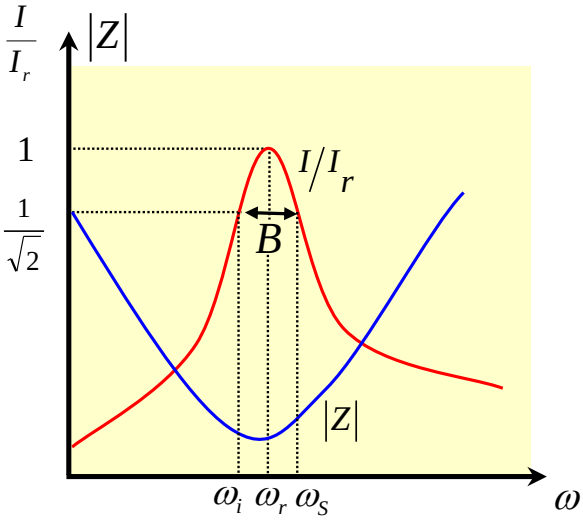


Figura 19.3: Corriente de resonancia

Las tensiones en la inductancia y el condensador pueden crecer incluso por sobre el valor de la tensión E aplicada al circuito, dependiendo del factor de calidad Q del circuito.
Se habla de **resonancia armónica** cuando ω_{res} coincide con un múltiplo n de la frecuencia ω_0 del sistema.

19.3. La resonancia paralelo

Para una combinación en paralelo de R, L, C, como en la Figura 19.4, la admitancia vale $Y = 1/R + j\omega C - j/\omega L$. Si se aplica una tensión determinada E, la corriente por la inductancia decrecerá con la frecuencia, mientras que aquella por el condensador crecerá con la frecuencia. Si la frecuencia es tal que $j\omega L = j/\omega C$, la admitancia se reduce a $1/R$ (la impedancia crece a R). Ello implica que, si se aplica una tensión determinada E, la corriente total tendrá un valor mínimo. En cambio, si se inyecta una corriente total I determinada, la tensión aplicada a los elementos alcanza un valor elevado. Se habla de **resonancia paralelo**, a la **frecuencia angular de resonancia** $\omega_{res} = 1/\sqrt{L\,C}$.

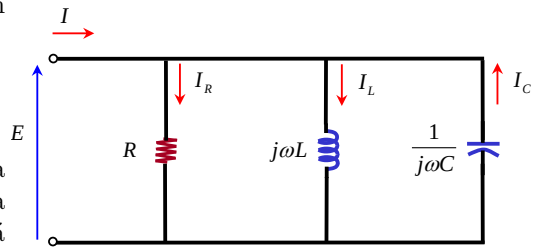


Figura 19.4: Circuito resonante paralelo

Para frecuencias bajas, la impedancia neta será inductiva, ya que predominará el efecto de ωL. Para frecuencias altas, la impedancia neta será capacitiva.

La Figura 19.5 muestra la variación que experimentan la magnitud de la admitancia del circuito (y consecuentemente la corriente total, cuando se aplica una tensión E) y la tensión aplicada a los elementos (cuando se inyecta una corriente I), al variar la frecuencia. Se advierte que el voltaje alcanza valores elevados para un rango relativamente amplio de la frecuencia.

En este caso se denomina **amortiguamiento del circuito** a $d = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$, y **factor de calidad del circuito** a su recíproco Q.

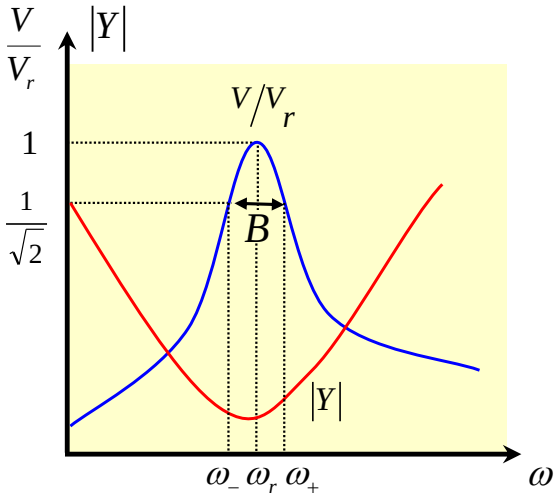


Figura 19.5: Tensión de resonancia

El **ancho de banda B** se establece al considerar las frecuencias para las cuales la admitancia sube a $Y_{res}\sqrt{2}$.

De la igualdad $|Y| = \left|\frac{1}{R} + j\omega C - \frac{j}{\omega L}\right| = \frac{\sqrt{2}}{R}$ se obtiene

$\omega_s = \frac{\frac{L}{R} + \sqrt{(L/R)^2 - 1}}{2\,L\,C}$ y

$\omega_i = \frac{\frac{L}{R} - \sqrt{(L/R)^2 - 1}}{2\,L\,C}$,

de modo que

$$B = \omega_s - \omega_i = 1/RC \tag{19.4}$$

La corriente de circulación por L y C crece para frecuencias cercanas a la de resonancia. En efecto, de $I_L = E\,/\,j\,\omega\,L = I_{res}\,/\,j\,\omega\,L\,Y$ e $I_C = j\,\omega\,C I_{res}\,/Y$ se derivan las expresiones

$\frac{I_C}{I_{res}} = \frac{\omega/\omega_{res}}{\sqrt{d^2 + (\omega/\omega_{res} - \omega_{res}/\omega)^2}}$ y

$\frac{I_L}{I_{res}} = \frac{\omega_{res}/\omega}{\sqrt{d^2 + (\omega/\omega_{res} - \omega_{res}/\omega)^2}}$,

que confirman que las corrientes en la inductancia y el condensador crecen, incluso por sobre el valor de la corriente total I aplicada al circuito, dependiendo del factor de calidad Q del circuito.

19.4. Resonancias en los sistemas eléctricos de potencia

Dados los valores usuales de L y C en los sistemas de potencia (C es normalmente pequeña, de modo que X_C es muy grande), las frecuencias de resonancia son altas, para las cuales no existían hasta hace pocos años fuentes que las aplicaran. Sin embargo, el creciente uso de elementos que deforman las ondas de corriente y/o de tensión, como rectificadores, tiristores, fuentes de poder electrónicas, etcétera, hace que paulatinamente vaya creciendo la importancia de las fuentes de frecuencias altas en el sistema, originando problemas cuando quedan en la zona del ancho de banda de una resonancia.

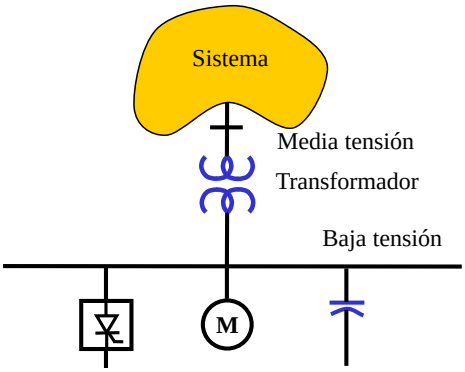


Figura 19.6: Ejemplo resonancia

Estas fuentes están ubicadas principalmente en las redes de distribución, de manera que es en ellas donde se dan las mayores posibilidades de resonancias. La conformación típica del circuito por estudiar será la de Figura 19.6, con una barra de baja tensión apoyada desde los niveles superiores del sistema mediante un transformador, cualquiera de las fuentes de frecuencias altas citadas anteriormente, cargas (generalmente conectadas mediante cables de poder, cuyas capacitancias deben ser consideradas en el análisis) y, a menudo, bancos de condensadores para el control de los reactivos. La presencia de un banco de condensadores es fundamental, dados los valores relativamente pequeños de las capacitancias de líneas y cables.

Se aprecia que el circuito, mirado desde la fuente de frecuencias altas I_H (Figura 19.7), corresponde al de una resonancia paralelo. En consecuencia, si existe una fuente que proporcione frecuencias que estén dentro de la banda del circuito, circularán corrientes elevadas entre la inductancia (fundamentalmente la del apoyo desde el sistema) y el banco de condensadores, que pueden llevar al colapso del banco. Nótese que mientras mayor la capacitancia del banco, o mayor la reactancia del apoyo desde el sistema, menor la frecuencia de resonancia.

Mirado desde el punto de vista del sistema, el circuito corresponde al de una resonancia serie, de manera que en teoría existe el peligro de la aparición de tensiones elevadas en la inductancia y el banco de condensadores. Sin embargo, las posibles fuentes de frecuencias altas en el sistema de transmisión son normalmente pequeñas. Solo la existencia de electrónica de potencia mal compensada puede producir problemas.

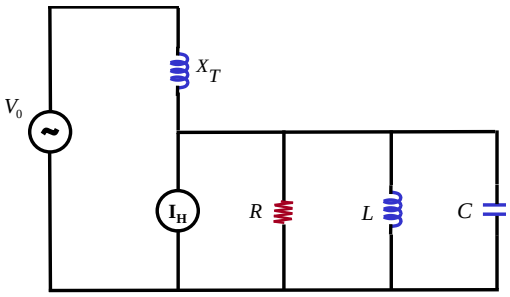


Figura 19.7: Circuito representativo del ejemplo de resonancia

19.5. Ferro-resonancia serie

El diseño más y más ajustado de los transformadores de poder y de

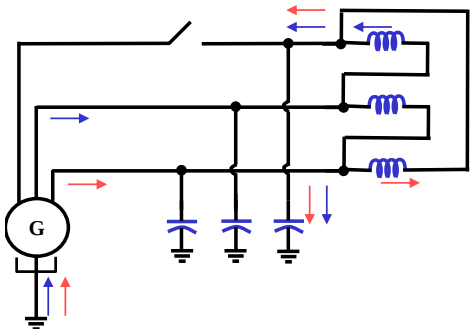


Figura 19.8: Ejemplo ferro-resonancia serie

los transformadores de medida, y el empleo de materiales ferromagnéticos especiales, hacen que cada vez sea más frecuente operar en el comienzo de la zona saturada de la curva de magnetización (¡donde la inductancia es diferente para cada punto!).

En estas condiciones, basta una ligera elevación de la tensión (por ejemplo, debido a un cortocircuito a tierra, a transitorios por operación de interruptores, conexión o desconexión de equipos, descargas atmosféricas, etcétera), para producir una fuerte disminución de la reactancia y, como consecuencia, una mayor posibilidad de que se iguale, incluso a 50 $[Hz]$, con la reactancia de una capacitancia colocada en serie, originando un fenómeno de resonancia serie. Al producirse resonancia, la corriente crecerá, y el transformador se saturará aun más, manteniendo así la resonancia.

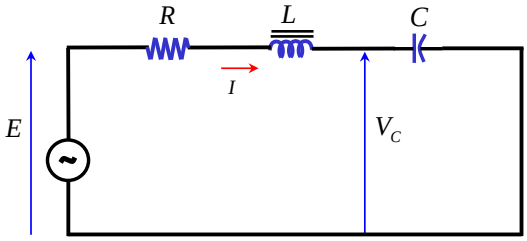


Figura 19.9: Equivalente de ferro-resonancia serie

Por ello, en la práctica se evita lo más posible instalar condensadores en serie con transformadores saturables (en los filtros de armónicas se usan reactores lineales, no saturables). Sin embargo, la combinación puede producirse por olvido o desconocimiento (por ejemplo, condensadores de control que a veces vienen instalados en serie con los contactos de un interruptor), o con las capacitancias de cables, líneas aéreas o barras de la subestación, durante las condiciones anormales de operación que siguen a la cortadura de un conductor o a la apertura de uno o dos polos de un desconectador fusible. Se advierte en la Figura 19.8 que en tal caso las corrientes de las fases conectadas circulan por esas fases del transformador y por la capacitancia a tierra de la fase desconectada. (Este es uno de los motivos por los cuales normalmente se mantienen aislados de tierra los neutros de los bancos de condensadores.)

El análisis numérico es difícil porque el material magnético trabaja según una curva de histéresis, lo que hace que no se conozca la situación real de partida, de manera que para un mismo estímulo no hay siempre la misma respuesta. En consecuencia, suele haber un rango de frecuencias de resonancia, y la resonancia a una frecuencia determinada puede ocurrir bajo un rango de parámetros del sistema.

En la Figura 19.10 se hace un análisis gráfico cuantitativo del circuito serie de la Figura 19.9, que permite entender el fenómeno. En la figura izquierda se muestran separadamente las tensiones en la resistencia (en fase con la corriente, semiplano $V_d - I$); en la inductancia y en el condensador (ambas en cuadratura con la corriente, semiplano $V_q - I$), así como la suma de estas últimas dos, todas en función de la corriente. La corriente I_3 se corresponde con el $|V|$ mínimo en la figura central.

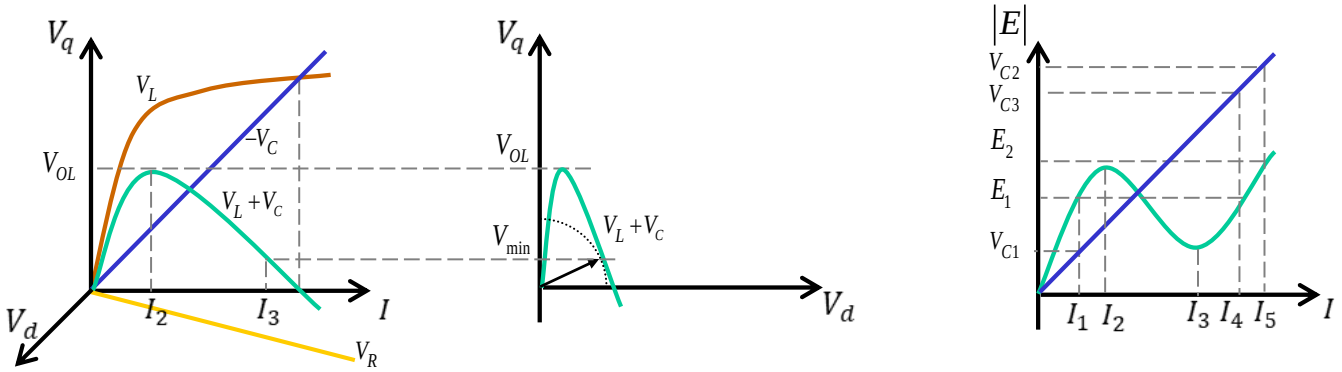


Figura 19.10: Análisis gráfico de la aparición de ferro-resonancia

En la Figura 19.10 (centro) se muestra de nuevo la suma $V_L - V_C$, pero ahora en ejes V_d–V_q, donde en el eje V_d está $V_R = RI$. Como RI es pequeño, la curva de V se acerca más al origen que en la figura de la izquierda.

Finalmente, en la Figura 19.10 (derecha) se muestra la función resultante para la magnitud $|V|$ ($V = V_R + j(V_L + V_C)$), en función de la corriente que circula por el circuito. En un primer tramo, si I crece, $|V|$ también

lo hace, y el circuito es inductivo. Después de entrar en la zona de saturación y pasar un máximo, la tensión resultante disminuye, debido a que V_C crece más rápido que V_L. La tensión $|V|$ llega a su mínimo un poco antes que $V_C = V_L$, es decir, cuando se opera en resonancia. Para corrientes más altas, $|V|$ vuelve a crecer, debido a que V_C sigue creciendo.

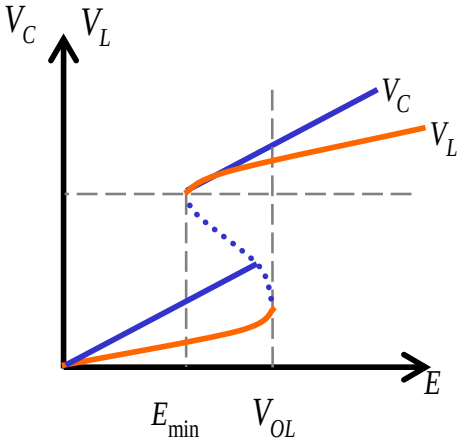


Figura 19.11: V_L y V_C en función de $|E|$

En consecuencia, si el sistema está operando inicialmente con una tensión aplicada $|E_1|$ ubicada en la zona lineal inductiva, con una corriente I_1 pequeña, la tensión aplicada al condensador será pequeña (V_{C1}). Pero si la tensión aplicada se eleva, como consecuencia de algún transitorio, y $|E_2|$ supera el máximo permitido de $|V|$, la corriente crecerá bruscamente en forma importante (de I_1 sube a I_5) y la tensión V_{C2} podrá ser hasta unas diez veces la tensión nominal del capacitor. Aunque la tensión aplicada baje otra vez al valor $|E_1|$, la corriente seguirá siendo elevada (I_4 estará entre I_3 e I_5) y V_{C3} seguirá siendo muy alto. Solo si la tensión aplicada cayera por debajo de $V_{mín}$ se restablecería una corriente baja. Se comprende que la zona en que $|E|$ disminuye con la corriente no es real; o se opera en la zona lineal inicial, o se opera en la zona de resonancia o superior.

En la Figura 19.11 se ha trazado la curva de las tensiones V_L y V_C en función de $|E|$, correspondiendo la zona punteada al tramo no real, cuando la tensión decrece. Hay un salto brusco en las tensiones aplicadas tanto a la inductancia como al capacitor.

En la Figura 19.12 se repite el análisis, para valores progresivamente mayores de la capacitancia. Se observa que la tensión E_{0L} a la cual se produce el salto de corriente crece con la mayor capacitancia, lo que lleva a la conclusión de que el riesgo de ferro-resonancia es mayor cuando la capacitancia es pequeña. Se concluye también que hay un amplio rango de la capacitancia C para el cual se puede producir ferro-resonancia.

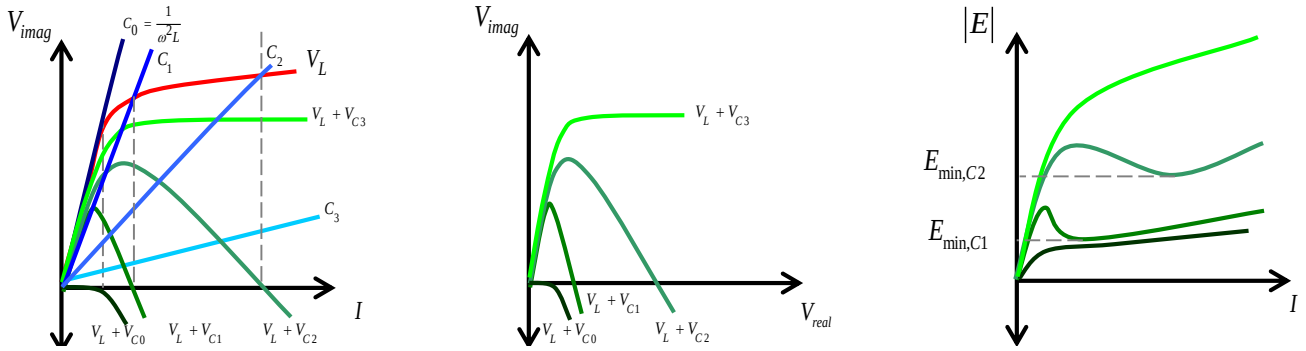


Figura 19.12: Efecto de la capacitancia en la ferro-resonancia

En la Figura 19.13 se repite el análisis, variando esta vez la resistencia serie del circuito. Se advierte que la variación de R no tiene mayor efecto sobre E_{0L}, pero que sí hace crecer $E_{mín}$, lo que puede llevar a que desaparezca el fenómeno. Se concluye entonces que una mayor resistencia en el circuito reduce el peligro de ferro-resonancia.

Las consecuencias de la aparición de ferro-resonancia son, entonces, elevadas sobretensiones, tanto entre fases como de una fase a tierra (alcanzando valores hasta del orden de $4,5\ p.u.$), elevadas sobrecorrientes permanentes, alto contenido de armónicas y, como resultado, calentamiento del transformador, incremento del ruido, daños en equipos vecinos y falsas operaciones de las protecciones.

Nótese que durante las condiciones de ferro-resonancia, en realidad, ¡no se opera necesariamente en la condición de resonancia serie propiamente tal! Es importante tener presente también que la ferro-resonancia puede producirse a una frecuencia distinta de la nominal, si existe una fuente de tensión apropiada.

Las condiciones que llevan a la aparición de ferro-resonancia son transformadores de poder o de medida fabricados con materiales fuertemente saturables, la existencia de capacitores cercanos (bancos de condensadores, transformadores de medida capacitivos, cables de poder, etcétera), una baja resistencia amortiguadora (equipo con baja carga, apoyo débil desde el sistema, etcétera) y la existencia de al menos un punto o situación de operación en que

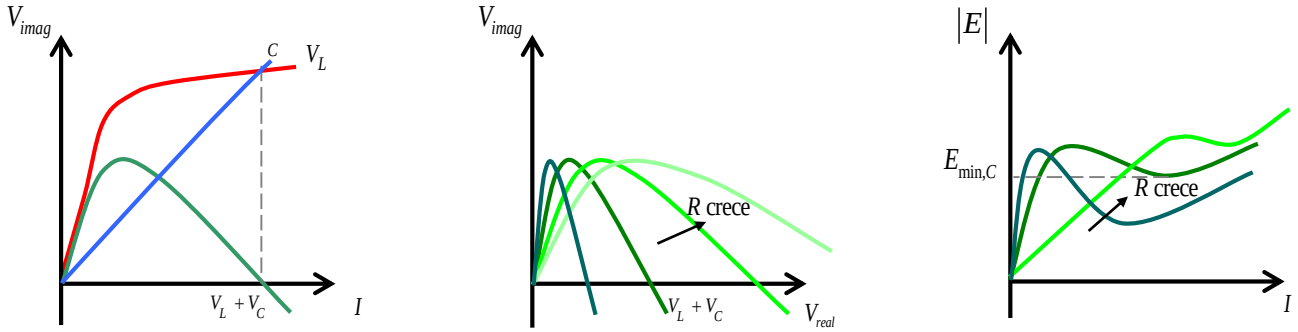


Figura 19.13: Efecto de la resistencia en la ferro-resonancia

haya un lugar cuyo potencial no está fijo (neutro levantado de tierra, ya sea de por sí o por la apertura de algún desconectador fusible).

Una vez detectada una ferro-resonancia, existen pocas herramientas para combatirla, siendo la más usada conectar resistencias que amortigüen el fenómeno, aceptando pérdidas permanentes adicionales. Otra solución es modificar las características del circuito, de manera de evitar la resonancia o de impedir que puedan quedar puntos levantados de tierra.

19.6. Ferro-resonancia en paralelo

La combinación en paralelo de condensadores e inductancias saturables (con núcleo de hierroÇ ocurre también en los sistemas de potencia (TTPP contra bancos de capacitores o TTPP contra capacitancias de líneas o barras), de manera que es posible que se presenten casos de ferro-resonancia paralelo.

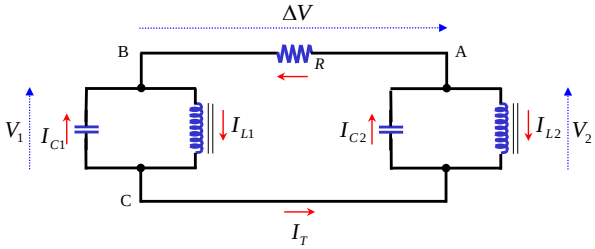


Figura 19.14: Ejemplo ferro-resonancia paralelo

La aplicación de tensiones constantes a tales circuitos no acarrea problemas, mientras la fuente de alimentación esté conectada a tierra. Pero si no lo está, las tensiones entre fases seguirán fijas, mientras que las tensiones fase- tierra quedan libres, el neutro puede desplazarse y aparecer sobretensiones fase-tierra peligrosas. Una situación típica es la de la Figura 19.14, en la que dos circuitos idénticos (inductancia saturable en paralelo con un condensador) son alimentados (entre los puntos A y B) por una fuente levantada de tierra. Como los circuitos no pueden ser exactamente iguales, se tendrá por ejemplo que V_1 es inferior a V_2.

En la Figura 19.15 se muestran las relaciones de V_C (lineal) y V_L (saturada) con la magnitud de la corriente. También se ha trazado la curva correspondiente a la corriente I_T, diferencia de I_C e I_L, que es la que fluye entre ambos circuitos. Se advierte que, para que la corriente que sale de BC sea la misma que entra a AC, V_2 debe ubicarse en la rama derecha de la curva de I_T, y V_1 en la rama izquierda.

La bobina AC está fuertemente saturada, y la corriente I_{L2} es superior a I_{C2}. La corriente I_{L1}, en cambio, es pequeña, e inferior a I_{C1}. Pero ambas diferencias son iguales a I_T. Esta condición operativa, que se establece por medio de un transitorio, se mantiene luego en forma permanente.

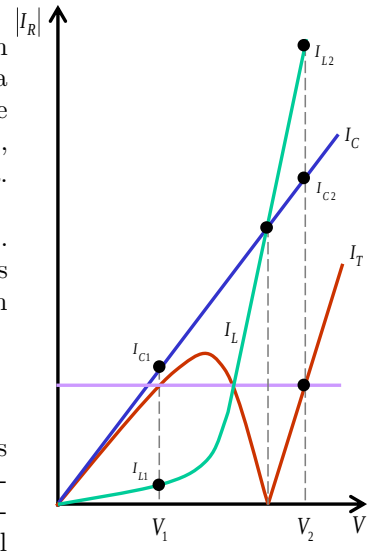


Figura 19.15: Análisis gráfico de ferro-resonancia paralelo

19.7. Resonancias subsincrónicas

Para el análisis de este fenómeno hay que tener en cuenta que en los estudios dinámicos hechos hasta este momento se ha considerado el conjunto turbina-generador (-excitatriz) como una única masa rotante y, en algunos casos, oscilante. Ello es correcto cuando se estudia el comportamiento relativo (a través del sistema eléctrico) de varias unidades generadoras (control de la potencia activa, estabilidad transitoria), en que el rango de frecuencia de las oscilaciones está entre $0,2$ y 2 $[Hz]$.

19.7.1. Representación mecánica de la máquina

Para los estudios más detallados de los elementos mecánicos, propios de un análisis de resonancia subsincrónica, se requiere considerar en forma separada los rotores de cada máquina del conjunto (las varias etapas de la turbina, el generador y la excitatriz), algunos de los cuales pueden llegar a pesar cientos de toneladas y medir hasta unos 50 metros de largo, los ejes que los unen, posibles acoplamientos, etcétera. El cálculo de los ejes es particularmente delicado, puesto que ellos conectan masas que están oscilando en forma diferente, transmitiéndoles esfuerzos de torsión que pueden ser importantes. Estos ejes alcanzan dimensiones significativas en el caso de las máquinas térmicas con varias etapas (dos de baja presión, presión intermedia, alta presión, recalentador, el generador, etcétera) dispuestas horizontalmente (Figura 19.16). En las máquinas hidroeléctricas, con solo una turbina y el generador, presentan dimensiones mucho menores.

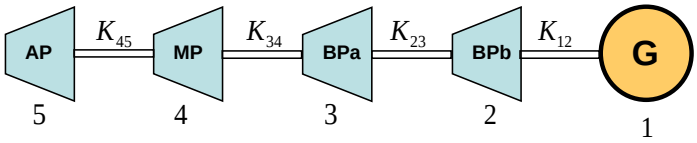


Figura 19.16: Masas vibratorias de una central térmica

Considérese primero una máquina termoeléctrica con una turbina de una sola etapa, más el generador, es decir, solo dos masas independientes, unidas por un eje (Figura 19.17). En un primer nivel del análisis se representará el trabajo de la turbina por un torque mecánico T_m $(p.u.)$ y el del generador por el torque eléctrico en el entrehierro T_e $(p.u.)$, las masas respectivas por una constante de inercia H (MWs/MVA), concepto ya definido en los Capítulos 12 y 17, para tomar en consideración el momento de inercia, que en este caso debe incluir la proporción que le corresponda del eje, un coeficiente de amortiguamiento D asociado a P_k (torque p.u./desviación de velocidad $p.u.$, concepto también definido en el Capítulo 17, para tomar en consideración el roce de las paletas con el vapor y el efecto de freno del sistema eléctrico) y una velocidad angular ω (rad/s). El coeficiente de amortiguamiento será en general pequeño, de manera que las oscilaciones tenderán a mantenerse en el tiempo. El eje estará representado por una rigidez a la torsión K (torque $p.u.$/rad el), que será proporcional al módulo de rigidez G del material, a un factor de forma geométrica F (que para el caso más sencillo de un eje cilíndrico vale $F = \pi d^4/32$, e inversamente proporcional a la longitud ℓ del eje ($K' = GF/\ell$).

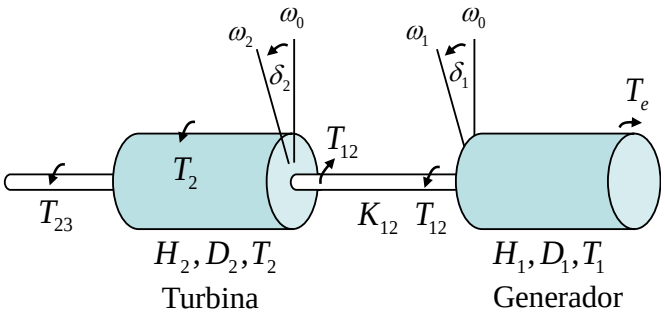


Figura 19.17: Ejemplo de dos masas

El torque transmitido por el eje es T [Nm] $= K'$ [Nm/rad mec]$\cdot\theta$ [rad mec], en que θ es la diferencia angular de torsión entre los extremos. Como θ [rad el] $= \theta$ [rad mec]$\cdot$p/2, si p es el número de polos del generador, y $T_{base} = VA_{base}/\omega_{0m} = pVA_{base}/2\omega_0$, el coeficiente de rigidez K vale $K = 4K'\omega_0/(p^2VA_{base})$.

En el rotor del generador están actuando el torque mecánico de entrada $T_{12} = K_{12}(\delta_2 - \delta_1)$, el torque eléctrico de salida T_e (determinado por el comportamiento del sistema de potencia) y un torque de amortiguamiento $T_d = D_1(\Delta\omega_1)$, lo que da origen a un torque neto acelerador $T_a = K_{12}(\delta_2 - \delta_1) - T_e - D_1(\Delta\omega_1)$.

En la turbina actúan el torque de entrada T_2 (determinado por el comportamiento dinámico de la turbina y sus controles), el torque de salida $T_{12} = K_{12}(\delta_2 - \delta_1)$ y un torque de amortiguamiento $T_{dt} = D_2(\Delta\omega_2)$, lo que da origen a un torque neto acelerador $T_a = T_2 - K_{12}(\delta_2 - \delta_1) - D_2(\Delta\omega_2)$. Si hubiese otras etapas previas, a T_2 se agregaría el torque en el eje de entrada. En consecuencia, las ecuaciones de movimiento de los rotores son:

Generador

$$2H_1\frac{d(\Delta\omega_1)}{dt} = K_{12}(\delta_2 - \delta_1) - T_e - D_1(\Delta\omega_1)$$
$$\frac{d\delta_1}{dt} = (\Delta\omega_1)\omega_0 \tag{19.5}$$

Turbina

$$2H_2\frac{d(\Delta\omega_2)}{dt} = T_2 - K_{12}(\delta_2 - \delta_1) - D_2(\Delta\omega_2) \tag{19.6}$$
$$\frac{d\delta_2}{dt} = (\Delta\omega_2)\omega_0$$

19.7.2. Determinación de las frecuencias naturales de oscilación

Para el análisis de los modos y las frecuencias naturales de oscilación por torsión de las máquinas, se usa la técnica de análisis modal estudiada en la Sección 17.4.2.

Para perturbaciones pequeñas, el torque eléctrico puede ser linealizado como $T_e = K_s \Delta\delta_1$, en que K_s es el coeficiente de torque sincronizador. Las ecuaciones linealizadas de los rotores se derivan de la ecuación 19.5, considerando que los torques mecánicos aplicados son constantes.

Para el generador:

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta\omega_1)}{dt} &= -\frac{D_1}{2\,H_1}\,(\Delta\omega_1) - \frac{K_{12}+K_s}{2\,H_1}\,(\Delta\delta_1) + \frac{K_{12}}{2\,H_1}\,(\Delta\delta_2) \\ \frac{d(\Delta\delta_1)}{dt} &= \omega_0\,(\Delta\omega_1) \end{aligned} \tag{19.7}$$

y para la etapa i de la turbina (partiendo con 1 en el generador):

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta\omega_i)}{dt} &= -\frac{D_i}{2\,H_i}\,(\Delta\omega_i) + \frac{K_{i\;i-1}}{2\,H_i}\,(\Delta\delta_{i-1}) - \frac{K_{i\;i-1}+K_{i\;i+1}}{2\,H_i}\,(\Delta\delta_i) + \frac{K_{i\;i+1}}{2\,H_i}\,(\Delta\delta_{i+1}) \\ \frac{d(\Delta\delta_i)}{dt} &= \omega_0\,(\Delta\omega_i) \end{aligned} \tag{19.8}$$

de modo que se ha establecido un sistema de ecuaciones de estado de la forma $[dx/dt] = [A][x]$, en el que las variables de estado son las desviaciones de velocidad $\Delta\omega_i$ y de ángulo del rotor $\Delta\delta_i$, con i variando entre 1 y 5. Los elementos de $[A]$ dependen de los coeficientes de torsión K, de las constantes de inercia H, de los coeficientes de amortiguamiento D y del torque sincronizador K_s. Los valores propios de $[A]$ corresponden a las frecuencias naturales del sistema mecánico, mientras que los correspondientes vectores propios entregan la actividad relativa de cada variable de estado en cada modo de oscilación.

19.7.3. Resonancia entre la máquina y el sistema de potencia

La resonancia subsincrónica ocurre principalmente en líneas radiales de transmisión con compensación serie (por ejemplo, el circuito de la Figura 19.18).

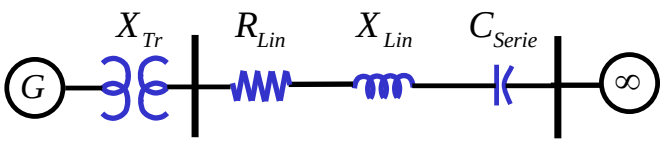


Figura 19.18: Resonancia en caso de compensación serie

En tal situación, la corriente de falla (por ejemplo, durante un cortocircuito) no contiene una componente dc, sino una componente alterna, de frecuencia igual a la frecuencia natural de la combinación inductancia-condensador: $\omega_n = 1/\sqrt{LC} = \omega_0/\sqrt{(\omega_0\,L)\,(\omega_0\,C)} = \omega_0\,\sqrt{X_C/X_L}\;\;[rad/s]$, o $f_n = f_0\,\sqrt{\frac{X_C}{X_L}}\,[Hz]$, en que f_0 es la frecuencia sincrónica.

La Tabla 19.1 muestra las frecuencias f_n y $f_0 - f_n$, para distintos grados de compensación de la línea (se trata de una aproximación, en cuanto no se considera el efecto de otras capacitancias e inductancias que pudieren estar presentes en el sistema):

Tabla 19.1: Frecuencias de oscilación

Compensación X_C/X_L en %	Frecuencia natural sistema $f_n[Hz]$	Frecuencia deslizamiento $50 - f_n[Hz]$
10	15,8	34,2
25	25,0	25,0
30	27,4	22,6
40	31,6	18,4
50	35,4	14,6
60	38,7	11,3

Corrientes de estator con frecuencia f_n inducen corrientes (y torques) en el rotor, de frecuencia $f_0 - f_n$ $[Hz]$. Estos torques pueden caer cerca de la banda de las frecuencias naturales de oscilación de la máquina y crear oscilaciones permanentes. En consecuencia, una pequeña tensión inducida por oscilaciones de cualquier origen en el rotor puede crear una fuerte corriente subsincrónica en el sistema, la que a su vez producirá torques de tipo oscilatorio en el

rotor, en fase con las oscilaciones originales. Como el amortiguamiento es pequeño, las oscilaciones serán crecientes, y llevarán a la ruptura del eje afectado.

Para anular las oscilaciones subsincrónicas se han propuesto varios métodos, tales como colocar filtros en serie con el generador, que bloqueen las frecuencias de resonancia; y/o circuitos amortiguadores en paralelo con los condensadores serie; y/o instalar relés de protección, que midan la corriente de armadura y puedan desconectar la máquina al aparecer resonancia. Para los filtros serie se ha planteado el uso de filtros dinámicos, que midan la tensión subsincrónica en la armadura y produzcan una señal igual a ella, pero de signo contrario, de manera de anularla.

Capítulo 20

Transmisión en corriente continua y alta tensión (CCAT)

20.1. Introducción

La conveniencia de emplear tensiones diferentes en las etapas de generación, transmisión y consumo llevó ya, en los albores de la electricidad, a preferir la corriente alterna en desmedro de la corriente continua. Sin embargo, el análisis hecho en los capítulos anteriores ha dejado claro que la corriente alterna presenta también algunas limitaciones serias cuando se trata de transmitir a grandes distancias (problemas de regulación y estabilidad de tensión, estabilidad dinámica, etcétera), y en especial cuando se emplean longitudes importantes de cables de poder (capacidad de transmisión limitada por la corriente capacitiva de energización del mismo cable).

Frente a estas dificultades, se han desarrollado dos líneas de acción: insistir en la corriente alterna, reduciendo artificialmente las reactancias y neutralizando localmente la potencia reactiva, usando controles tiristorizados (FACTS, ver Capítulo 10); o alternativamente, rectificar las señales alternas y transmitir en corriente continua, donde las limitaciones impuestas por la reactancia y la potencia reactiva no existen, o son al menos de una gravedad menor. Para ello se opera con un esquema como el de la Figura 20.1, en el que se rectifica la corriente alterna una vez alcanzada la alta tensión adecuada para la transmisión, se efectúa dicha transmisión en corriente continua, para finalmente "convertir" la corriente continua en otra señal alterna en el extremo receptor (sistema CCAT).

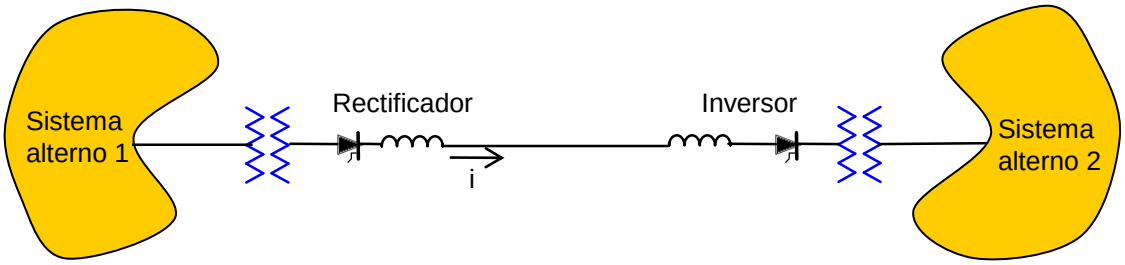


Figura 20.1: Esquema de sistema CCAT

La carencia de adecuados elementos de rectificación e inversión impidió por muchos años la materialización de esquemas comerciales de este tipo. Si bien el rectificador de arco en mercurio fue inventado ya en 1903, no se le agregaron las grillas de control, indispensables para su funcionamiento como inversor, hasta 1930 aproximadamente, y no fue hasta 1940 que se le incorporaron electrodos adicionales para graduar tensión, que vinieron a permitirle resistir las elevadas tensiones inversas que pueden aparecer durante la operación comercial.

El desarrollo inicial se efectuó principalmente en Alemania y Suecia. Al terminar la Segunda Guerra Mundial, estaba en proceso de pruebas en Alemania un esquema experimental AEG-Siemens, capaz de transmitir 60 $[MW]$, a través de 110 $[km]$ de cable subterráneo de ± 200 $[kV]$ cc (inmune a los ataques aéreos), entre una central ubicada en el río Elba y Berlín. Todo el proyecto, su personal y sus diversas componentes fueron confiscados por los rusos, quienes lo emplearon para construir la línea experimental Moscú-Kashira, con los mismos 110 $[km]$ de cable subterráneo. La operación de prueba, limitada a ± 100 $[kV]$ y 30 $[MW]$, se inició a comienzos de 1951.

La firma ASEA, en Suecia, trabajó contemporánea e independientemente en el desarrollo de esquemas comerciales, poniendo en servicio en 1954 una línea de -100 $[kV]$ cc, con 96 $[km]$ de cable submarino, entre Escandinavia y la

isla Gotland en el mar Báltico, capaz de transmitir unos 20 $[MW]$.

Hacia 1960 se hizo realidad la posibilidad de agregar electrodos de control a los diodos de silicio, para formar los **rectificadores controlados de silicio** (RCS), también llamados **tiristores** (del inglés *thyristors*). La mayor confiabilidad y sencillez de estos rectificadores llevó al abandono de las válvulas de mercurio. De todas maneras, se han seguido realizando estudios y pruebas de comportamiento de válvulas de mercurio mejoradas, como las válvulas de plasma de metal líquido, cuyo menor costo podría en teoría hacerlas atractivas más adelante.

20.1.1. Ventajas de la CCAT

Por el momento, las situaciones en las que el empleo de la corriente continua parece ventajoso, son básicamente las siguientes:

a) **Transmisiones por cable de poder**: La elevada corriente capacitiva de excitación que requieren los cables energizados con una tensión alterna, contrarrestable solo en parte con ayuda de reactores paralelo, limita fuertemente las posibilidades de transmisión en alterna, e impide, por ejemplo, los enlaces submarinos superiores a unos 30 a 40 $[km]$. Tales problemas no existen en corriente continua, de manera que es posible emplear los cables sin limitaciones en su longitud y, además, con dimensiones menores.

Situaciones de este tipo se presentan al apoyar consumos insulares desde un sistema interconectado y, en menor escala, al apoyar metrópolis desde grandes centrales cercanas.

b) **Interconexiones limitadas entre grandes sistemas**: Si la unión entre dos sistemas grandes se hace en corriente alterna, las pequeñas fluctuaciones de la frecuencia pueden acarrear grandes oscilaciones de la potencia intercambiada. Para evitarlas, se hace a menudo necesario implementar un costoso y complicado esquema de control de las centrales. Además, el incremento de las distancias eléctricas suele llevar a problemas de estabilidad transitoria. Por último, la unión en corriente alterna debe crecer al mismo ritmo de los sistemas, o, en caso contrario, desaparecer.

Al emplear corriente continua, en cambio, se establece una unión asincrónica, que elimina los problemas de estabilidad transitoria, en la que la potencia transmitida no depende de las fluctuaciones de la frecuencia en cada uno de los sistemas, y cuya capacidad no se altera con el crecimiento de los sistemas.

La división de sistemas largos (por ejemplo, el SIC en Chile, o el conjunto SIC-SING), en dos o tres islas separadas por uniones en CCAT podría ser una forma de reducir su "longitud eléctrica" y limitar los problemas de oscilaciones y estabilidad transitoria.

c) **Interconexiones entre sistemas de distinta frecuencia**: Un caso particular de la aplicación anterior lo constituyen las interconexiones entre sistemas de distintas frecuencias, donde el asincronismo de la unión pasa a ser un requisito indispensable. Ejemplos existentes en América del Sur son las interconexiones Paraguay (50 $[Hz]$) - Brasil (60 $[Hz]$) y Argentina (50 $[Hz]$) - Brasil (60 $[Hz]$).

d) **Transmisiones aéreas de gran longitud**: Si la transmisión se hace en corriente alterna, se requiere elevar la tensión para reducir los problemas de estabilidad, alcanzándose generalmente una situación en la que la línea aérea no está económicamente bien aprovechada. Además, se precisa agregar condensadores serie, y fuertes reactores para energizar las líneas y para operar con baja carga.

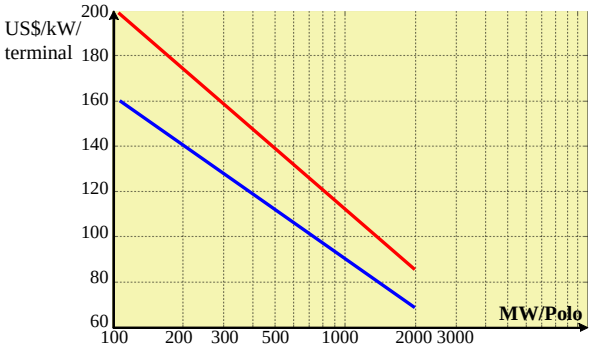


Figura 20.2: Costo de un terminal CCAT completo

Al transmitir en corriente continua, en cambio, desaparece el problema de la estabilidad, y no hace falta subir desmedidamente la tensión, de manera que la línea puede ser operada con su carga económica. Tampoco se necesitan los condensadores serie ni los reactores en paralelo. Además, la línea aérea requiere solo un conductor, frente a los tres de una línea de alterna, y se eliminan las transposiciones, que en EAT tienen un costo elevado.

Sin embargo, el alto costo que aun presentan las subestaciones convertidoras (del orden de los 50 a los 150 US$ ex fábrica/kW/terminal, según sea el tamaño, ver Figura 20.2) contrarresta en parte estas ventajas económicas, colocando la longitud límite, a partir de la cual es claramente preferible la transmisión en continua, aproximadamente en unos 800 $[km]$ (Figura 20.3 en la página siguiente).

Posibles aplicaciones futuras de CCAT en Chile serían apoyos desde las grandes centrales posibles de construir en Aysén (varios GW) hacia el SIC, por distancias de entre 1.000 y 2.000 [km], según central y punto de entrega; una eventual interconexión con Perú (que usa 60 [Hz]); e interconexiones con Argentina (u otros países), en que prime la separación de las oscilaciones.

A las ventajas técnicas, y en algunos casos económicas, que han llevado a las aplicaciones recién indicadas de la corriente continua, deben agregarse otras, cuya importancia es menor, pero que en determinadas circunstancias pueden ser decisivas en una comparación con corriente alterna:

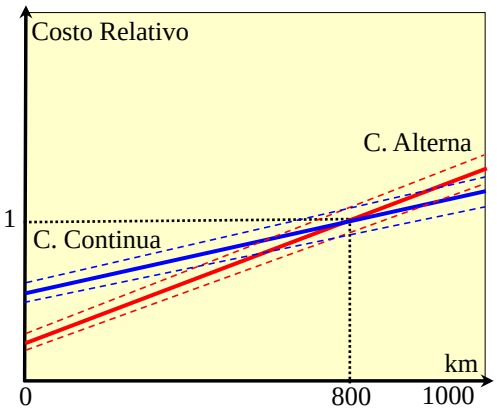


Figura 20.3: Costos relativos de sistemas CCAT y CAAT

- El aislamiento de los cables de poder está mucho menos exigido en corriente continua que en corriente alterna (debido a que el campo eléctrico es unidireccional), por lo que se le puede reducir en forma importante.

- El efecto corona y la radio interferencia son bastante menores en una línea de corriente continua, incluso operada a la tensión cresta de la línea de alterna equivalente. Ello es particularmente cierto durante mal tiempo, y más notorio en los conductores con polaridad negativa.

- Las sobretensiones de maniobra son menores en corriente continua, siendo posible limitarlas a 1,5 a 2 veces la tensión normal, en comparación con 2 a 3 veces la tensión de cresta normal en el caso de corriente alterna.

- En corriente continua se requiere una inyección de potencia reactiva que es función solo de la magnitud de la potencia por transmitir (aproximadamente la mitad de dicha potencia en cada terminal), mientras que la corriente alterna requiere una compensación reactiva que es función del largo de la transmisión. Ya para longitudes de unos 400 [km] resulta menor la compensación en corriente continua.

- Los esquemas de corriente continua operan con un límite de corriente máxima algo superior a la nominal, de manera que no contribuyen a incrementar los niveles de cortocircuito de los sistemas de alterna que apoyan. (Aunque la corriente tiende a aumentar en los primeros milisegundos, el control del esquema de continua opera mucho más rápido que los interruptores de alterna, y reduce la corriente a menos de dos veces la nominal, en el peor de los casos, cuando estos últimos actúan.)

- Las respuestas a las órdenes del control de la transmisión son casi instantáneas, puesto que no hay ajustes temporizados ni inercias mecánicas que vencer. Por tal motivo, es posible incluso mejorar la estabilidad dinámica de los sistemas de alterna alimentados, o de cualquier enlace alterno paralelo al de continua, variando instantáneamente la transmisión por continua en el sentido de neutralizar los problemas de suministro de potencia en el sistema de alterna.

- Los esquemas de corriente continua se pueden construir con una confiabilidad general (medida como tiempo anual de desconexión) equivalente a la de los esquemas de alterna. La disponibilidad de los esquemas de continua para transmitir potencias menores que la nominal es, en cambio, mucho más alta (casi 100 % a media carga). Esto se debe, entre otras cosas, a la facilidad con que se puede cambiar la tensión continua, lo que permite operar con tensiones inferiores a la nominal en caso de presentarse problemas con el aislamiento del esquema (polución).

20.1.2. Desventajas de la CCAT

No se debe olvidar, en todo caso, que la transmisión en continua presenta también algunas desventajas importantes, que son el motivo de que haya estado postergada por tantos años:

- No es posible cambiar el nivel de tensión de la señal de continua, de manera que las transformaciones de tensión deben realizarse necesariamente en la parte de alterna de los esquemas (aunque en teoría se podrían usar divisores capacitivos para cambiar la tensión). No cabe, en consecuencia, pensar en esquemas desarrollados exclusivamente en corriente continua.

- Las subestaciones convertidoras absorben bastante potencia reactiva. Para obviar los problemas que su transporte significaría para los sistemas de alterna, es preciso suministrarla localmente en las subestaciones.

- Las subestaciones convertidoras generan corrientes armónicas en cantidad importante, cuya circulación provocaría problemas serios en el sistema de alterna (calentamiento de generadores, condensadores, etcétera). Para evitar la circulación de las armónicas, se hace necesario disponer filtros adecuados para absorberlas, en las mismas subestaciones convertidoras.

- Las subestaciones convertidoras son bastante más caras que las subestaciones convencionales de corriente alterna, tanto por el alto costo de las válvulas como por el equipo adicional.

- No existen todavía interruptores comerciales en corriente continua, lo que impide la existencia de esquemas multiterminales prácticos (la apertura de los esquemas en servicio se realiza en la parte de corriente alterna, y los cortocircuitos en corriente continua son despejados con ayuda del control instantáneo de la transmisión). La dificultad radica en que la onda de corriente no pasa por cero, como lo hace en corriente alterna. En todo caso, los distintos fabricantes han estado desarrollando métodos indirectos de hacerla pasar por, o cerca de, cero (por ejemplo, con la descarga de un condensador). Tales interruptores se encuentran aun en la etapa experimental y de pruebas.

Para terminar, hay que tener presente que, atendiendo a que la transmisión en corriente continua constituye un campo muy particular de los sistemas de potencia, cuya aplicación no es frecuente, y a que los detalles de su implementación cambian en forma importante según se progresa en su diseño, en lo que sigue de este capítulo se hará solo una revisión de sus principios básicos.

20.2. Las válvulas

Se analizarán solo las válvulas de silicio, ya que las de arco en mercurio han dejado de ser utilizadas en proyectos nuevos.

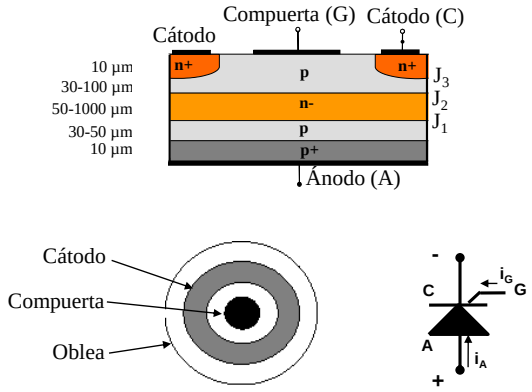


Figura 20.4: Estructura de un tiristor

La **válvula controlable de silicio** para CCAT o **tiristor** está formada por la combinación, fundamentalmente en serie, pero en algunos casos también en paralelo, de unidades rectificadoras más pequeñas, o galletas de silicio monocristalino dispuestas de acuerdo con una estructura de capas $p-n-p-n$ como la indicada en la Figura 20.4. Las capas p y n extremas constituyen el ánodo y cátodo, respectivamente, y la capa p intermedia, con un espesor de solo algunos micrones, es la grilla o puerta de control (ver también la Sección 10.2.1).

Si entre ánodo y cátodo se aplica una tensión negativa, los electrones conductores se mueven en dirección al cátodo y los portadores positivos (o huecos) hacia el ánodo. Las junturas pn exteriores carecen entonces de poder de conducción y el tiristor bloquea el paso de corriente. Si la tensión aplicada entre ánodo y cátodo es positiva, pero no hay tensión aplicada a la grilla de control, la juntura pn central es la que carece de poder de conducción, y el tiristor sigue bloqueado. Pero si en estas condiciones se aplica un pulso positivo de tensión entre grilla y cátodo, se establece una corriente entre estos electrodos, que arrastra los elementos portadores existentes entre ambos y hace que el tiristor conduzca, con una muy pequeña caída interna (1 a $3,5$ $[V]$).

El elemento resultante es capaz, entonces, de mantener una corriente comparativamente alta, una vez disparado por un pulso de tensión adecuado, pero no es capaz de interrumpir la corriente, de manera que solo puede volver al estado apagado cuando el sistema externo hace cero la corriente. Cuando tal cosa ocurre, el tiristor permanece inicialmente repleto de electrones y portadores, que deben ser removidos rápidamente mediante la aplicación de una tensión negativa. Existe, entonces, un tiempo mínimo de recuperación del tiristor, que es del orden de unos 100 a 500 microsegundos.

La capacidad de conducción por unidad de superficie es muy superior a la de las válvulas de mercurio, y en cierto grado independiente de la temperatura, por lo que las corrientes usuales son altas (2,000 a 4,000 $[A]$). De la mayor importancia para manejar estas corrientes elevadas, es lograr repartir la corriente inicial lo más rápidamente posible a todo el volumen del tiristor, lo que limita la velocidad de crecimiento de la corriente.

En la operación del tiristor se producen pérdidas relativamente importantes (1 a 3 %, 300 a 600 $[W]$ por unidad). Como los tiristores pierden sus propiedades a temperaturas de alrededor de $125\,°C$, se plantea la necesidad de evacuar rápidamente el calor. Ello se puede hacer con aire forzado; sumergiendo los tiristores en aceite o en SF6;

o con agua desionizada, que es lo más común.

La tensión inversa que soportan es elevada (hasta unos 8,000 $[V/unidad]$), y en teoría no hay problemas para fabricar válvulas de cualquier tensión, poniendo un número adecuado de unidades en serie. La mayor dificultad radica en realidad en repartir adecuadamente la tensión (en especial los transitorios) entre las diversas unidades, de manera que ella no quede aplicada preferentemente a unas pocas.

De un costo relativamente bajo, relativa robustez y facilidad de control, el tiristor es la válvula empleada hasta hoy en los sistemas de transmisión en CCAT. Cuando se consiga fabricar IGBT de alta corriente, serán posiblemente reemplazados por éstos.

Con las válvulas de silicio se puede lograr una confiabilidad alta colocando un número redundante de unidades, aprovechando que una válvula fallada queda conduciendo, y reemplazando las unidades falladas durante los períodos de mantenimiento normal. Por su relativa robustez y simplicidad del equipo accesorio es posible instalarlas en subestaciones al aire libre.

Se hace notar, finalmente, que los tiristores pueden ser también encendidos mediante la aplicación, en el área de la grilla, de un haz de luz con un ancho de banda apropiado.

20.3. La rectificación (sin control de disparo en la compuerta o grilla)

Con el ánimo de avanzar paso a paso en el estudio de la operación de los esquemas de corriente continua, se analizarán primero las subestaciones rectificadoras, comenzando con una versión idealizada de ellas.

En efecto, se recordará que una válvula rectificadora conduce en una sola dirección, del ánodo hacia el cátodo, aceptando corrientes de hasta miles de amp, y presentando una pequeña caída de tensión interna . Durante el período de no conducción, la válvula queda sometida a la plena tensión de trabajo del sistema, o **tensión de cresta inversa TCI** (PIV = Peak Inverse Voltage en inglés, 150 a 250 $[kV$ por válvula$]$), y circula una pequeñísima corriente de fuga ($[mA]$).

En el análisis normal de una subestación convertidora se idealiza el comportamiento del diodo, despreciando la corriente de fuga y la caída de tensión interna. Para este primer análisis se idealizará además el comportamiento del resto del terminal, suponiendo que la parte alterna no presenta inductancias, de modo que los cambios de la corriente puedan ser instantáneos, y que por ello no se presenten traslapos de los pulsos resultantes, y que la válvula no tiene grilla de control, de manera que la conducción se produzca apenas la tensión del ánodo sea positiva respecto de la del cátodo. También, se supone que la red de continua presenta una inductancia infinita, por lo que equivale a una fuente de corriente constante.

20.3.1. Rectificador de una vía o de tres pulsos

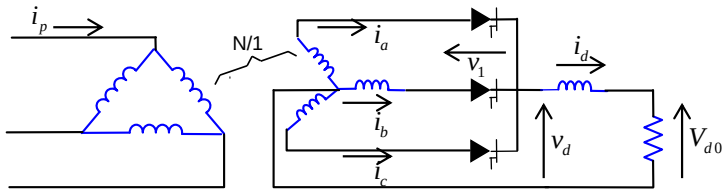


Figura 20.5: Rectificador de tres pulsos

Es el tipo más sencillo de rectificador, pero también el que presenta más factor de ondulación (ripple en inglés) de todos, por lo cual se usa poco. Tal como se ha dibujado en Figura 20.5, con el secundario en estrella, es poco práctico, ya que el transformador tiende a saturarse. En efecto, por el hecho de que la corriente por fase en los rectificadores es inherentemente intermitente, existe una corriente media positiva en el secundario del transformador, creándose una fmm que satura el núcleo y eleva la corriente primaria a valores altos. Por ello, cuando se usa este tipo de rectificador se prefiere conectar el secundario en zig-zag. Por ahora se dejará en estrella, con el fin de facilitar el paso a los rectificadores más complejos.

En la Figura 20.6 se grafica la forma en que varían las distintas tensiones y corrientes en el circuito. La tensión catódica v_d corresponde a la envolvente de las fem E_a, E_b, E_c del transformador, tal como se muestra en la Figura 20.6.b, y presenta tres pulsos por ciclo (E_a es tensión efectiva fase-neutro; E_{ab} es tensión efectiva entre fases; E_m es tensión cresta fase-neutro).

La tensión continua V_{d0} luego de la bobina de alisamiento corresponderá al valor medio de los tres pulsos de la tensión catódica:

$$V_{d0} = \frac{E_{máx}}{\pi/3} \int_0^{\pi/3} \cos(\theta)\, d\theta = \frac{3\sqrt{3}E_m}{2\pi} \tag{20.1}$$

$$V_{d0} = 0,828E_m = 1,17E_a = 0,675E_{ab} \tag{20.2}$$

En la Figura 20.6.c se muestra la tensión v_1 a través de la válvula 1. Será cero mientras dicha válvula conduce, y E_{ac} o E_{ab} cuando conducen las otras dos. La tensión de cresta inversa valdrá entonces:

$$TCI = PIV = \sqrt{3}E_m = \sqrt{2}E_{ab} = 2,094V_{d0} \tag{20.3}$$

La corriente en cada válvula, y consecuentemente en cada fase del transformador, será un pulso de magnitud I_d constante y duración 120 °, y por ello de valor medio $1/3I_d$ y valor efectivo:

$$I_{ef} = \frac{I_d}{\sqrt{3}} \tag{20.4}$$

Ello significa que la capacidad del enrollado secundario del transformador deberá ser:

$$P_T = 3E_aI_{ef} = \frac{3V_{d0}I_d}{1,17\sqrt{3}} = 1,481V_{d0}I_d \tag{20.5}$$

20.3.2. Rectificador de dos vías, o de seis pulsos, o puente de Graetz

Se obtiene en teoría por la combinación de dos puentes de una vía, en conexión opuesta en la parte de continua (Figura 20.7). Ambos operan en forma semejante, salvo que las direcciones de la corriente hacia la carga son contrarias. Siendo iguales las corrientes en ambos esquemas, es posible suprimir la unión entre el neutro y el consumo. Al no requerirse neutro accesible es posible además cambiar la conexión eléctrica del transformador, cuyo secundario podría quedar en delta, sin que se altere la forma de operar.

Este rectificador emplea doble cantidad de válvulas

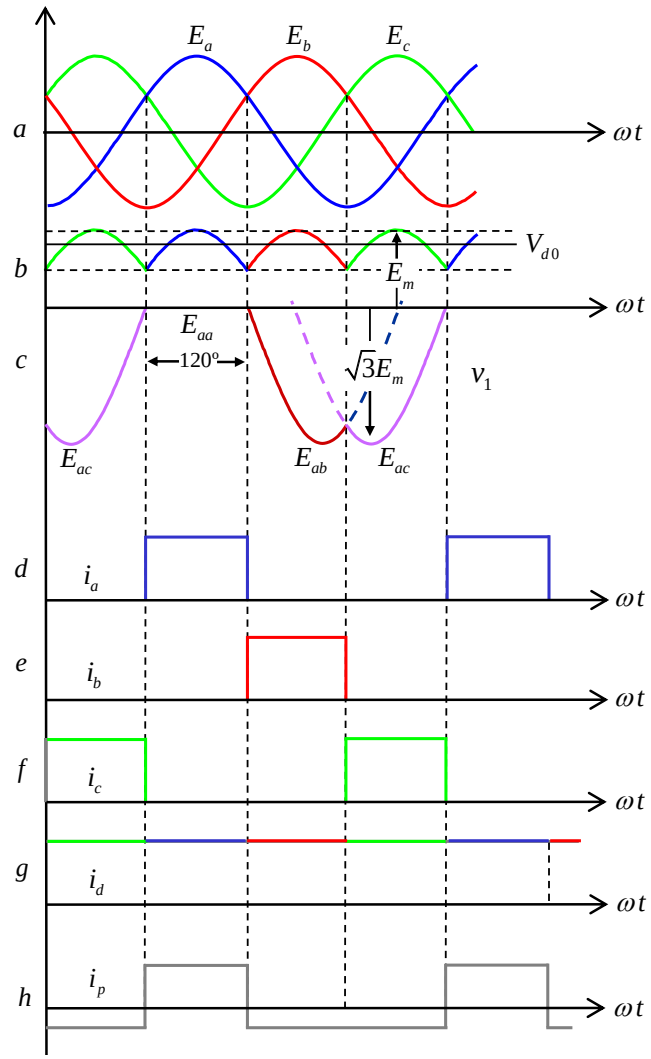
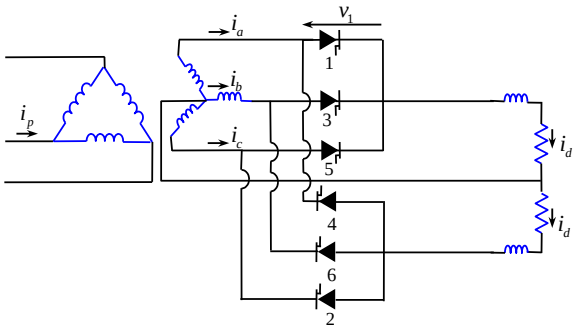


Figura 20.6: Formas de onda, rectificador de tres pulsos



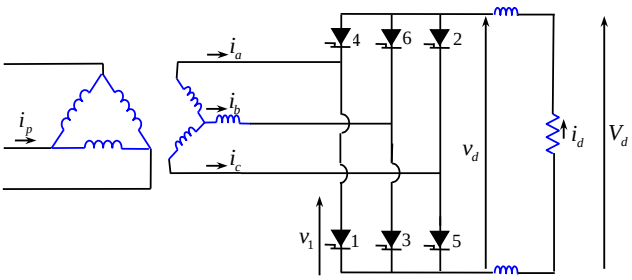


Figura 20.7: Puente de Graetz

que el puente simple, lo que lo encarece, pero en cambio presenta mucho menos factor de ondulación, exige un transformador de menor capacidad y, sobre todo, duplica la tensión de continua y la potencia transmitida, sin cambiar la tensión de cresta inversa (o, lo que es igual, permite reducir a la mitad dicha tensión, para una capa-

cidad de transmisión dada).

En la Figura 20.8 se grafica la forma en que varían las diferentes tensiones y corrientes en este circuito, con las aproximaciones ya indicadas al comienzo. La diferencia entre la tensión catódica de las válvulas 1, 3 y 5, y la tensión anódica de las válvulas 2, 4 y 6, constituye la onda de seis pulsos aplicada a la bobina de alisamiento (Figura 20.8.c).

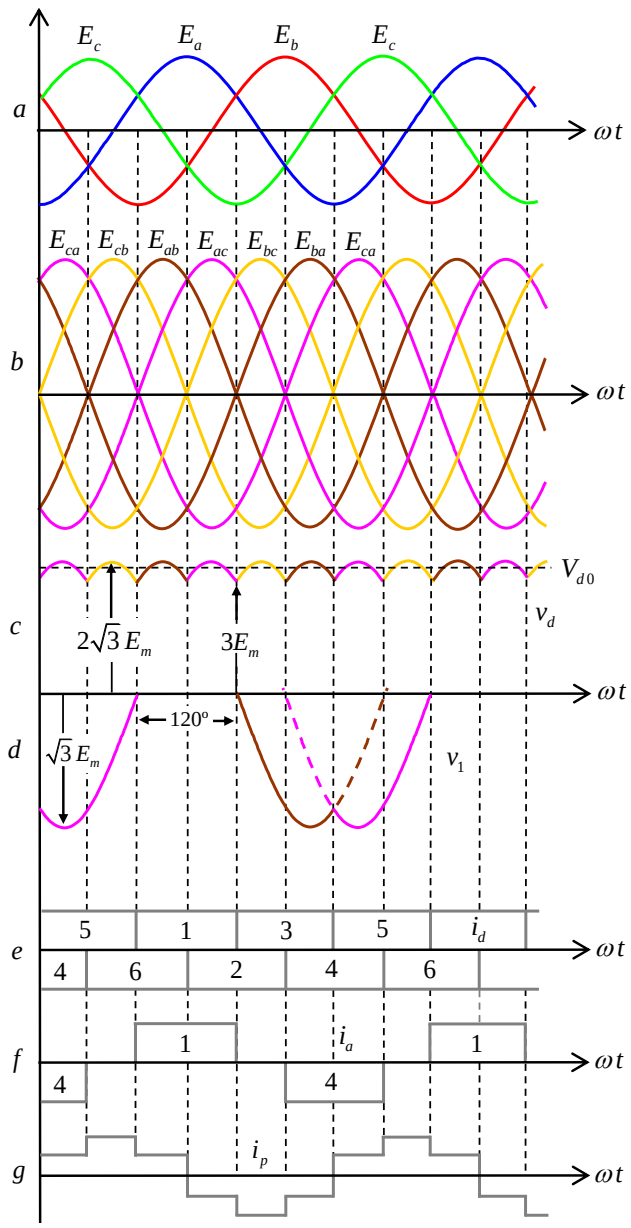


Figura 20.8: Tensiones y corrientes, puente de Graetz

La tensión continua vale:

$$V_{d0} = \frac{\sqrt{3}E_m}{\pi/6}\int_0^{\pi/6}\cos(\theta)\,d\theta = \frac{3\sqrt{3}E_m}{\pi} \tag{20.6}$$

$$V_{d0} = 1,654E_m = 2,34E_a = 1,351E_{ab} \tag{20.7}$$

La tensión de cresta inversa es:

$$TCI = PIV = \sqrt{3}E_m = \sqrt{2}E_{ab} = 1,047\ V_{d0} \tag{20.8}$$

Al igual que en el rectificador de una vía, la corriente de cada válvula será un pulso rectangular de magnitud I_d y duración 120°. Pero en este caso siempre operan dos válvulas en serie, una del grupo superior (2, 4, 6) y otra del grupo inferior (1, 3, 5). Además, la conmutación en ambos grupos está desplazada en 60° (Figura 20.8.e), pasando la conducción de la válvula 1 a la 3, luego de la 2 a la 4, 3 a 5, 4 a 6, 5 a 1, 6 a 2, etcétera. Como resultado, la corriente media en el secundario del transformador (que corresponde a la diferencia de las corrientes de dos válvulas) será cero, y no habrá tendencia a saturar el circuito magnético.

El valor efectivo de la corriente rectangular en el secundario del transformador es:

$$I_{ef} = I_1 - I_4 = \sqrt{\frac{2}{3}}I_d = 0,816I_d \tag{20.9}$$

y la capacidad del secundario del transformador deberá ser:

$$P_T = 3E_aI_{ef} = \frac{3\cdot 0,816V_{d0}I_d}{2,34} = 1,047V_{d0}I_d \tag{20.10}$$

valor inferior al del rectificador de una vía.

Cabe indicar que para estudios más completos de la corriente se debe recurrir al análisis de Fourier. Como una primera aproximación se puede reemplazar la sucesión de pulsos I_a por la componente de frecuencia fundamental en el desarrollo de Fourier:

$$I_a = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} I_d\cos(\theta)\,d\theta = \frac{\sqrt{6}}{\pi}I_d = 3I_{ef} \tag{20.11}$$

Similarmente:

$$I_p = I_a \tag{20.12}$$

(la diferencia de forma entre I_a e I_p en la Figura 20.8 se explica por el efecto del desfase en la conexión del transformador. Ello significa que la componente fundamental es igual, pero el contenido de armónicas es diferente).

20.3.3. Otras conexiones de seis pulsos

Existen diversas otras conexiones que proporcionan rectificadores de seis pulsos, pero que son más caras que el puente Graetz, por emplear transformadores poco usuales y de mayor capacidad. Se han usado en algunos esquemas con válvulas de mercurio, por permitir el empleo de válvulas multianódicas en un solo recipiente (¡en todos estos esquemas, los cátodos están en paralelo y pueden reducirse a uno solo!).

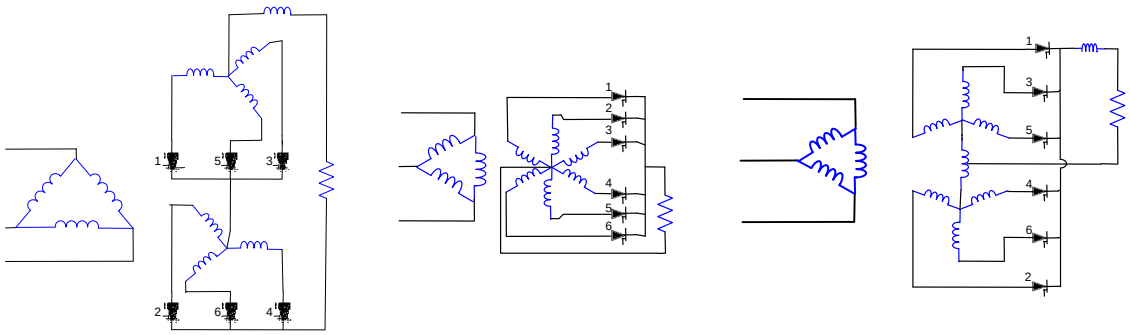


Figura 20.9: Conexión en cascada (izquierda), diametral (centro) y con transformador auxiliar (derecha)

En la Figura 20.9 se muestra la conexión en cascada de dos rectificadores de una vía, la conexión diametral de seis fases y la conexión en paralelo mediante un transformador auxiliar.

20.3.4. Doble puente o rectificador de doce pulsos

Como se verá más adelante, el orden de las armónicas principales de la corriente es función directa del número de pulsos. Desde ese punto de vista, resulta atractivo conectar dos puentes de Graetz en serie en la parte de continua, alimentados con transformadores de desfase diferente (30 ° eléctricos), de manera de obtener una señal rectificada de 12 pulsos, con menos ondulación y dejando un menor contenido de armónicas en la señal alterna (Figura 20.10). Como ventaja adicional, se baja la tensión de cresta inversa a la mitad, con relación al puente de seis pulsos (suponiendo una tensión continua fija).

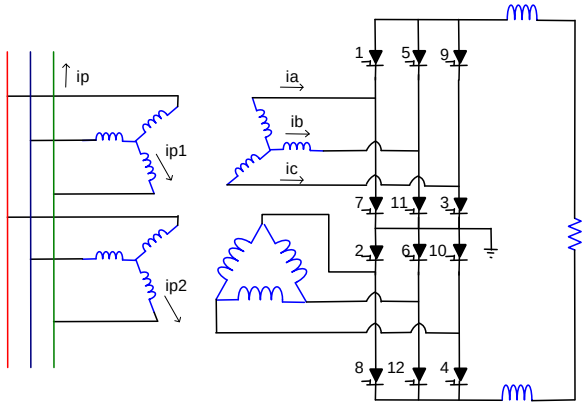


Figura 20.10: Rectificador de doce pulsos

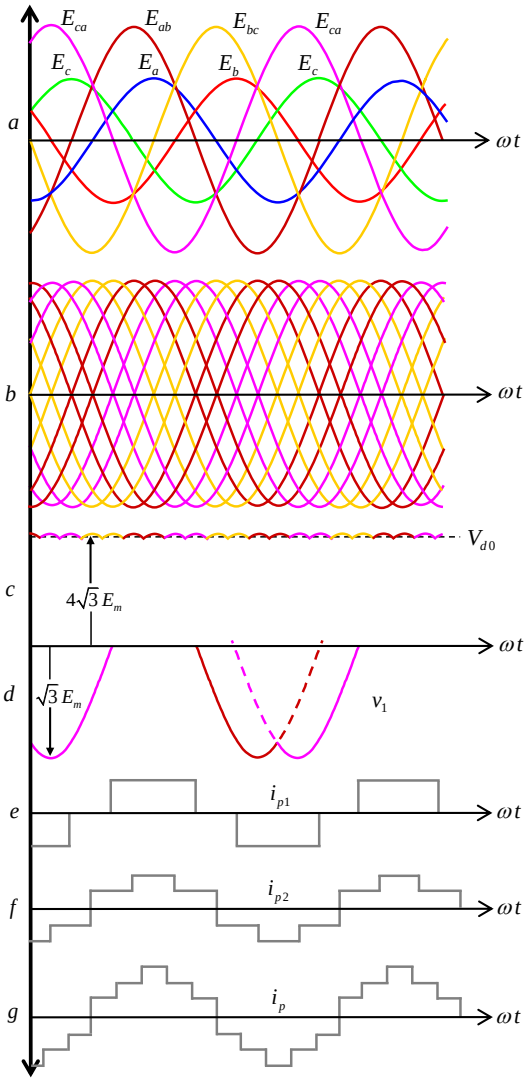


Figura 20.11: Formas de onda, rectificador de doce pulsos

En la Figura 20.11 se muestra la forma en que varían las distintas tensiones y corrientes en el circuito. Cada semipuente se comporta en la forma ya vista para el puente

de Graetz. La envolvente de la diferencia de las tensiones entre fases de ambos transformadores constituye la onda de 12 pulsos aplicada a la bobina de alisamiento (Figuras 20.11.b y c).

La tensión continua vale entonces:

$$V_{d0} = \frac{2\sqrt{3}E_m}{\pi/6}\int_0^{\pi/6}\cos(\theta)\,d\theta = \frac{6\sqrt{3}E_m}{\pi} \tag{20.13}$$

$$V_{d0} = 3,31E_m = 4,68E_a = 2,7E_{ab} \tag{20.14}$$

La tensión de cresta inversa de cada válvula vale:

$$TCI = PIV = \sqrt{3}E_m = \sqrt{2}E_{ab} = 0,524V_{d0} \tag{20.15}$$

La corriente de cada válvula seguirá siendo un pulso rectangular de magnitud I_d y duración 120°. La situación en cada uno de los transformadores será la misma del puente Graetz, de modo que:

$$I_{ef} = 0,816I_d \tag{20.16}$$

$$P_{T1} = P_{T2} = 0,524V_{d0}I_d \tag{20.17}$$

$$P_T = P_{T1} + P_{T2} = 1,047V_{d0}I_d \tag{20.18}$$

$$I_a = \frac{\sqrt{6}}{\pi}I_d \tag{20.19}$$

La corriente primaria será diferente, según sea la conexión del transformador correspondiente (Figura 20.11.e y f). Aproximando a la componente fundamental de Fourier:

$$I_{p1} = I_{p2} = \frac{\sqrt{6}}{\pi}I_d \tag{20.20}$$

La corriente de línea, resultante de la combinación de ambas, tendrá un menor contenido de armónicas (Figura 20.11.g). La componente fundamental valdrá:

$$I_p = \frac{\sqrt{6}}{\pi}I_d \tag{20.21}$$

20.4. Efectos del control de grilla

En el análisis simplificado hecho hasta el momento se han despreciado dos efectos muy importantes: la acción del control de la grilla y el traslapo entre pulsos de corriente que se produce durante la conmutación de las válvulas.

Se verá a continuación el efecto de la grilla, suponiendo siempre pulsos de corriente rectangulares, sin traslapo (es decir, despreciando el efecto de la inductancia en el circuito de alterna).

A la grilla del rectificador se aplica en forma permanente una tensión base negativa, que le impide conducir, aunque la tensión de ánodo sea positiva respecto de la de cátodo. Sin embargo, la válvula puede comenzar a conducir si acaso durante el lapso en que la tensión de ánodo es positiva respecto de la de cátodo, se superpone en la grilla un pulso positivo de tensión, de un tamaño suficiente como para anular la polarización negativa. Manejando el instante en que se aplica el pulso de control, es posible controlar el momento en que la válvula comienza a conducir. El atraso de la ignición en relación con el instante teórico en que la creciente tensión de ánodo se hace igual a la de cátodo, se mide por medio del **ángulo de atraso del encendido** α. Una vez que la válvula conduce, la grilla pierde todo control sobre el

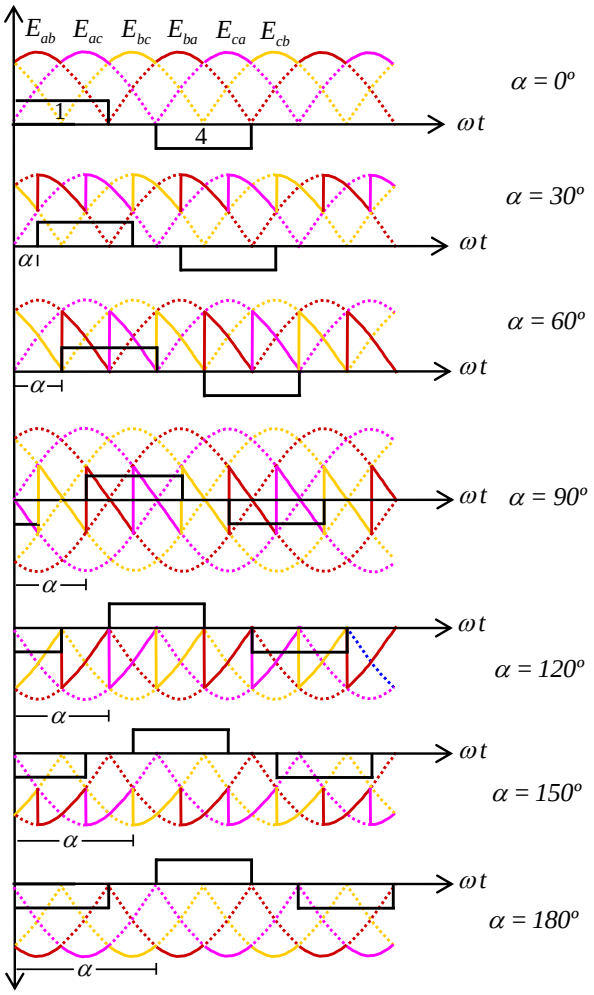


Figura 20.12: Efecto del control del disparo

proceso.

El efecto de variar α sobre la tensión continua V_d puede ser apreciado gráficamente en la Figura 20.12, dibujada para un puente de seis pulsos.

Para cada ángulo α se analiza el área correspondiente a uno de los pulsos de 60° de duración, cuya integración proporciona el valor medio, o sea, la tensión continua:

$$V_d = \frac{\sqrt{3}E_m}{\pi/3} \int_{\alpha}^{\alpha+60} \cos(\theta - 30) d\theta \tag{20.22}$$

$$V_d = V_{d0} \left[sen(\alpha + 30) - sen(\alpha - 30) \right]$$

$$V_d = V_{d0} \cos(\alpha) \tag{20.23}$$

resultado que indica que el aumento del ángulo de atraso del encendido α se traduce en una reducción de la tensión continua. Si α llega a 90 °, V_d se anula, y si $90 < \alpha < 180$ °, la tensión resulta negativa. Como la corriente I_d no puede cambiar de sentido de conducción en las válvulas, ello se traduce en una inversión del sentido de flujo de la potencia.

En la Figura 20.12 se advierte también que al crecer α (al menos hasta los 90 °) aumenta el factor de ondulación y el contenido de armónicas de la tensión V_d. Por otra parte, los pulsos de corriente en el transformador quedan desplazados en el ángulo α respecto de la situación con $\alpha = 0$, es decir, respecto de la tensión E_a aplicada. Ello implica que el rectificador adquiere un carácter inductivo, visto desde el sistema alterno, y que este último debe ser capaz de suministrar los reactivos correspondientes.

20.5. Efectos del traslapo de los pulsos de corriente

Hasta el momento se ha supuesto que los pulsos de corriente a través de las válvulas son perfectamente rectangulares y que la conmutación o traspaso de la conducción desde una válvula a la vecina es instantánea.

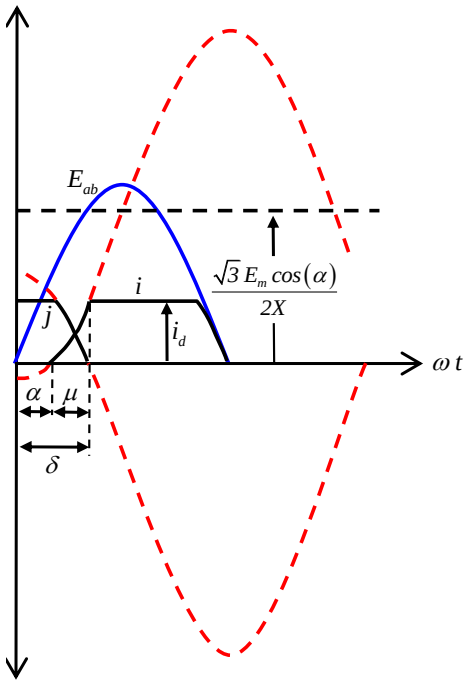


Figura 20.13: Traslapo pulsos i j

Sin embargo, la existencia obligada de reactancias en el circuito (cuando menos la inductancia de fuga del transformador; normalmente además la inductancia equivalente del sistema alterno) hace que la corriente no pueda variar en forma instantánea, requiriéndose un tiempo finito tanto para que llegue a cero en la válvula que estaba conduciendo, como para crecer desde cero al valor i_d en el caso de la válvula que se enciende. El tiempo que dura este traslapo, o de doble conducción, se mide con el **ángulo de traslapo** μ (usualmente 20° a 25° a plena carga) o con el correspondiente **tiempo de conmutación**. La suma se denomina **ángulo de atraso de la extinción:**

$$\delta = \alpha + \mu \tag{20.24}$$

Durante el traslapo existe en realidad un cortocircuito entre dos fases del transformador, por lo que comienza a establecerse una corriente sinusoidal de gran magnitud. Sin embargo, el cortocircuito desaparece en el momento en el que la corriente de la válvula que cesa de conducir pasa por cero, ya que ese diodo se opone a la inversión del sentido de la corriente. Llamando X a la reactancia involucrada, i a la corriente de la válvula que comienza a conducir, y j a la corriente de la válvula que deja de conducir, se tendrá el juego de ecuaciones:

$$E_{ab} = \sqrt{3}E_m sen(\omega t) = \frac{2X}{\omega}\frac{di}{dt}$$

$$j = i_d - i$$

Integrando,

$$\frac{\sqrt{3}\omega E_m}{2X} \int_{\alpha/\omega}^{t} sen(\omega t)\, dt = \int_0^i di$$

de modo que:

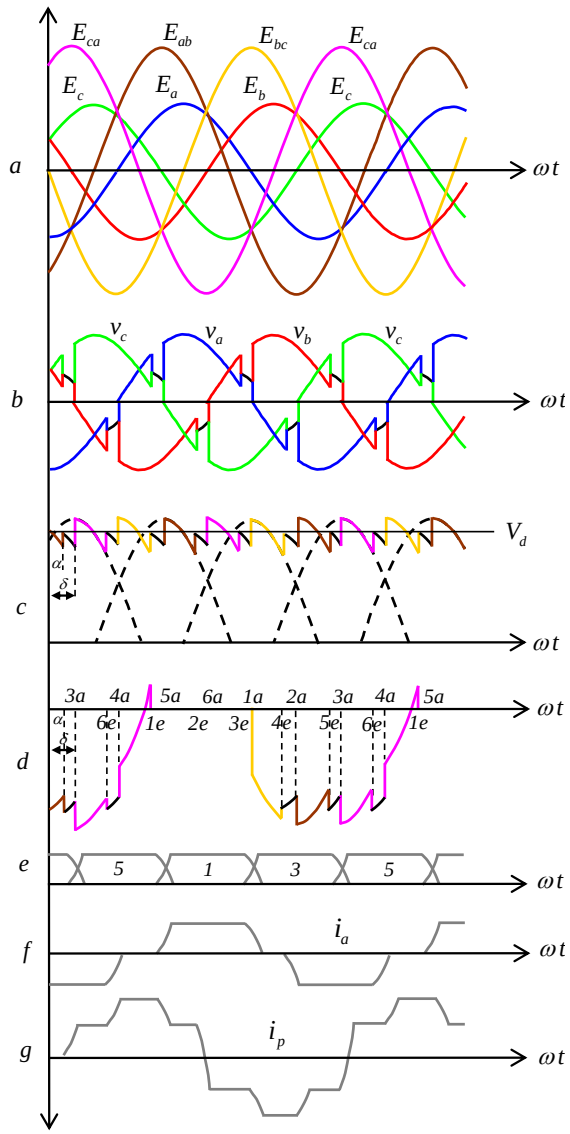


Figura 20.14: Tensiones y corrientes, caso con traslapo

En la Figura 20.15 se muestra con mayor detalle la tensión v_d para el caso de un rectificador de tres pulsos (comparar con Figura 20.5), cuyo valor medio es la tensión continua V_d.

Se aprecia que V_d se reduce en ΔV_d del valor determinado en la Sección 20.3.1, en que ΔV_d está representada por el área achurada A:

$$\Delta V_d = \frac{3}{\pi}\int_{\alpha}^{\delta}\left(E_b - \frac{E_a+E_b}{2}\right)d\theta = \frac{3}{2\pi}\int_{\alpha}^{\delta}\left(E_b - E_a\right)d\theta$$

$$\Delta V_d = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\int_{\alpha}^{\delta} E_m sen\left(\theta\right)d\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}E_m(\cos\left(\alpha\right) - \cos\left(\delta\right))$$

$$i = i_d - j = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X}\left(\cos\left(\alpha\right) - \cos\left(\omega t\right)\right)$$

Los extremos de los pulsos de corriente corresponden entonces a una variación sinusoidal, tal como se muestra en la Figura 20.13.

Cuando ωt alcanza el valor δ, j se hace cero, de modo que:

$$i_d = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X}\left(\cos\left(\alpha\right) - \cos\left(\delta\right)\right) \tag{20.25}$$

Mientras dure el cortocircuito, la tensión en bornes del transformador (y aplicada a la válvula) es igual en las dos fases, y equivale al promedio de las fem correspondientes:

$$V_a = V_b = \frac{1}{2}\left(E_a + E_b\right) = -\frac{1}{2}E_c = \frac{1}{2}E_m\cos\left(\omega t\right)$$

El efecto de la reactancia X se traduce entonces en una modificación de la forma de las distintas ondas de tensión y corriente, tal como se puede apreciar en la Figura 20.14, hecha para un puente de Graetz, con $\alpha = \mu = 15\,°$. (Es útil comparar estas ondas con las determinadas en la Figura 20.11 para el caso teórico de $\alpha = \mu = 0\,°$).

La Figura 20.14.b muestra las tensiones fase-neutro en los bornes de salida del transformador, que se caracterizan por las inflexiones correspondientes a los puntos en los que se producen los sucesivos cortocircuitos. Tales saltos se reflejan también en la tensión de salida del rectificador V_d (envolvente de las diferencias entre la tensión catódica de las válvulas 1, 3, 5 y la tensión anódica de las válvulas 2, 4, 6). La onda que más se altera es la de la tensión aplicada a cada válvula (Figura 20.14.d), que se modifica cada vez que se enciende (e) o se apaga (a) una válvula (salvo durante el lapso de conducción de la válvula correspondiente, en que vale cero).

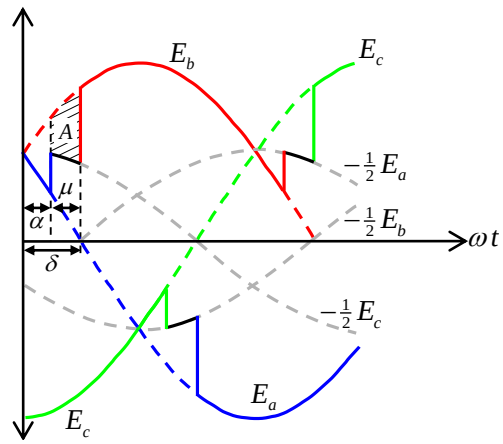


Figura 20.15: Detalle del traslapo

$$\Delta V_d = \frac{1}{2}V_{d0}(\cos(\alpha) - \cos(\delta)) = \frac{XI_dV_{d0}}{\sqrt{3}E_m} = RI_d \tag{20.26}$$

donde R es la llamada **resistencia equivalente de conmutación**, una resistencia ficticia que representa a la caída de tensión ΔV_d (¡pero que no produce pérdidas óhmicas!).

$$R = \frac{XV_{d0}}{\sqrt{3}E_m} = \frac{3X}{\pi} \tag{20.27}$$

En consecuencia:

$$V_d = V_{d0}\cos(\alpha) - \Delta V_d = \frac{1}{2}V_{d0}(\cos(\alpha) + \cos(\delta))$$

$$V_d = V_{d0}\cos(\alpha) - RI_d \tag{20.28}$$

La última relación permite dibujar un circuito equivalente para el rectificador (Figura 20.16).

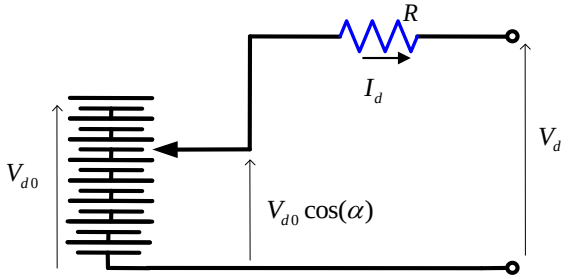


Figura 20.16: Circuito equivalente rectificador

Finalmente, es posible calcular el factor de potencia que representa el rectificador, igualando las potencias continua y alterna:

$V_dI_d = 3E_aI_acos(\varphi)$

Reemplazando V_d según la relación de más arriba, e $I_a \approx \sqrt{6}I_d/\pi$, se tiene:

$$\frac{3\sqrt{6}}{2\pi}E_aI_d(\cos(\alpha) + \cos(\delta)) \approx \frac{3\sqrt{6}}{\pi}E_aI_d\cos(\varphi)$$

$$cos(\varphi) \approx \frac{1}{2}(\cos(\alpha) + \cos(\delta))$$

El rectificador presenta un carácter inductivo, que es tanto más marcado cuanto mayor sea el ángulo de atraso del encendido α, y que normalmente se manifiesta en una $tg(\varphi) \approx 0,5$, a plena carga.

Reemplazando el valor aproximado de $cos(\varphi)$ en V_d se puede escribir:

$$V_d \approx V_{d0}cos(\varphi) \tag{20.29}$$

Empleando el análisis armónico exacto para reemplazar I_a y expresando μ en radianes, se llega a:

$$tg(\varphi) = \frac{2\mu + sen(2\alpha) - sen(2\delta)}{\cos(2\alpha) - \cos(2\delta)} \tag{20.30}$$

20.6. Inversión

Ya se vio anteriormente que a medida que crece α se achica V_d, tensión que se hace igual a cero para $\cos(\alpha) + \cos(\delta) = \cos(\alpha) + \cos(\alpha + \mu) = 0$, o sea, cuando $\alpha = \frac{1}{2}(\pi - \mu)$, valor que es entonces algo menor que $90°$. Si el ángulo de atraso del encendido se hace aun más grande, V_d se torna negativo.

A tensión, o mejor dicho, contratensión negativa, corresponde un flujo de potencia en sentido contrario, desde el circuito de continua hacia el sistema alterno transmisor, y en consecuencia, la válvula que opera con $\alpha > 90° - \mu/2$ lo hace como inversor.

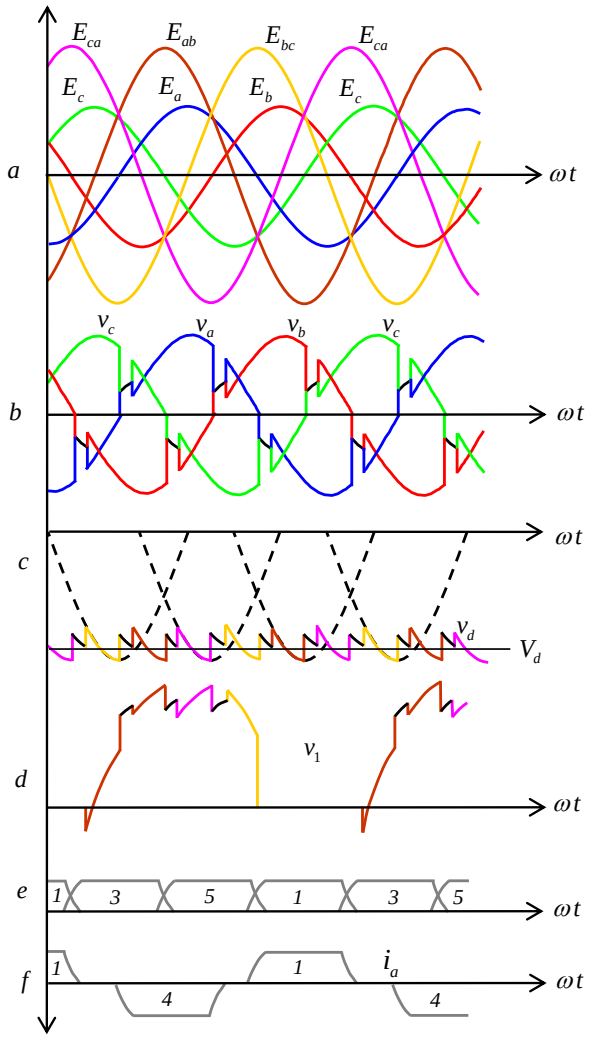


Figura 20.17: Tensiones y corrientes en el inversor

Se hace presente que para que el inversor opere, **el sistema alterno debe proporcionar la tensión alterna para la conmutación**. Si acaso no existen generadores, o no está funcionando ninguno, por lo menos deberá

tenerse algún compensador sincrónico que proporcione esa tensión. Este compensador no debe ser demasiado pequeño, para evitar la aparición de problemas de control e inestabilidad, debidos a los inevitables desbalances de potencia reactiva y las consiguientes fluctuaciones de la tensión.

En la Figura 20.17 de la página anterior se muestra la variación que experimentan las distintas corrientes y tensiones en el circuito, cuando $\alpha = 150\,^\circ$ (comparar con Figura 20.14). Se aprecia que la tensión media a través de cada válvula es positiva (Figura 20.17.b), lo que realza la necesidad de un control de grilla efectivo, para una operación correcta.

Nótese también la distinta curvatura de crecimiento de las corrientes, en relación con el caso del rectificador (analizar Figura 20.13 cuando $\alpha > 90\,^\circ$).

Para el estudio del rectificador convino definir los ángulos α y δ, relacionados con el instante en que la tensión de conmutación es cero y comienza a crecer. Para la inversión, sin embargo, resultarían mayores que $90\,^\circ$, por lo que se prefiere emplear los suplementos de estos ángulos, y definirlos como un avance con respecto el instante en que la tensión en conmutación es cero y está decreciendo.

La ignición del inversor se define entonces mediante el **ángulo de avance del encendido:**

$$\beta = \pi - \alpha \tag{20.31}$$

y la extinción mediante el **ángulo de avance de la extinción:**

$$\gamma = \pi - \delta \tag{20.32}$$

El **traslapo** sigue siendo:

$$\mu = \delta - \alpha = \beta - \gamma \tag{20.33}$$

Cabe hacer presente que el ángulo γ no puede ser cero, puesto que se requiere algún tiempo (unos 100 a 500 μs) para que la grilla recupere el control y se desionice la vía conductora, de modo que en la práctica $1^\circ < \gamma < 10\,^\circ$. Si no se tomara esta precaución, la corriente en la válvula que se apaga podría establecerse nuevamente al hacerse positiva la tensión ánodo-cátodo, produciéndose una falla en la conmutación (Figura 20.18), que se traduce en el no encendido de las otras dos válvulas del semipuente en los siguientes $240\,^\circ$, y en la producción de un peligroso cortocircuito entre fases durante parte de ese lapso, para el rectificador.

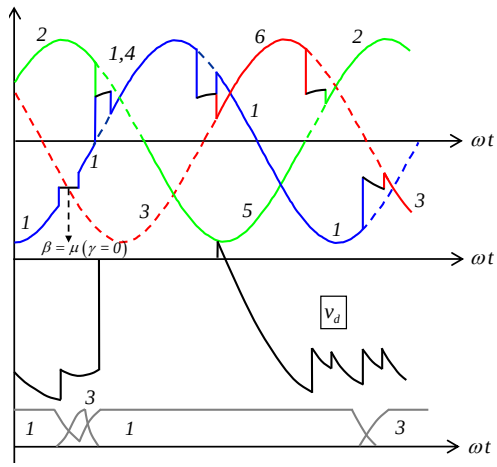


Figura 20.18: Caso de falla en conmutación

Las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del inversor son las mismas del rectificador, cambiando el signo de V_d y reemplazando α y δ por β y γ:

$$I_d = \frac{\sqrt{3}E_m}{2X}\left(\cos(\gamma) - \cos(\beta)\right) \tag{20.34}$$

$$\Delta V_d = \frac{1}{2}V_{d0}(\cos(\beta) - \cos(\gamma)) = -RI_d \tag{20.35}$$

$$V_d = \frac{1}{2}V_{d0}\left(\cos(\beta) + \cos(\gamma)\right) = V_{d0}\cos(\beta) + RI_d$$

$$V_d = V_{d0}\cos(\gamma) - RI_d \approx V_{d0}\cos(\varphi) \tag{20.36}$$

El circuito equivalente del inversor, correspondiente a la operación con ángulo β constante, sería el de la Figura 20.19 izquierda. Como los inversores se hacen operar normalmente con ángulo de avance de la extinción constante, resulta más cómodo el circuito equivalente de Figura 20.19 derecha, que presenta resistencia negativa.

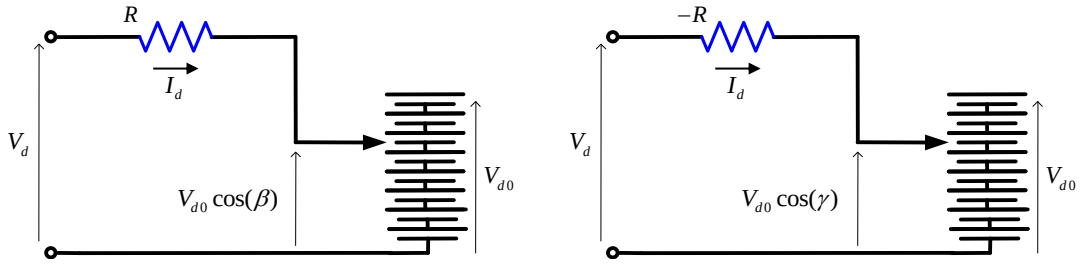


Figura 20.19: Circuito equivalente inversor, en función de β (izquierda) o de γ (derecha)

Finalmente, el factor de potencia vale $cos\,(\varphi) \approx \frac{1}{2}(\cos(\beta) + \cos(\gamma))$, de modo que el inversor también absorbe potencia reactiva desde el sistema alterno.

20.7. Esquemas de transmisión en corriente continua

Disponiendo de un rectificador, una línea aérea de características apropiadas, y un inversor, es posible formar un esquema de transmisión en corriente continua. Estos equipos pueden combinarse de varias maneras, según que se pretenda obtener esquemas más económicos o más seguros.

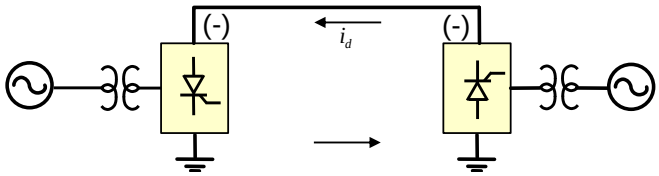


Figura 20.20: Esquema monopolar

El más sencillo es el **esquema monopolar,** que emplea un solo conductor, generalmente de polaridad negativa, debido a la menor radio-interferencia así generada, y retorno por tierra o por mar (Figura 20.20). Es el más barato de todos, pero solo se puede usar cuando sean aceptables los problemas que crea la corriente de retorno (ver Sección 20.17). En cuanto a confiabilidad, equivale a un simple circuito de corriente alterna, puesto que cualquier falla en el único conductor deja la instalación completa fuera de servicio.

El **esquema homopolar** (Figura 20.21) emplea dos (o más) conductores, todos con polaridad negativa. Equivale entonces a la superposición de esquemas monopolares, y presenta la misma dificultad de estos en cuanto a operar permanentemente con el retorno por tierra. En caso de falla de un conductor, los equipos terminales pueden ser conectados sin problemas al (o a los) conductor(es) sano(s), pudiéndose mantener al menos parte de la transmisión original (proporción fijada por la sobrecarga admisible en los conductores sanos). Este esquema se usa por ejemplo en subestaciones convertidoras antidorsales (espalda con espalda o *back to back* en inglés), en las que no hay trayectoria apreciable del retorno.

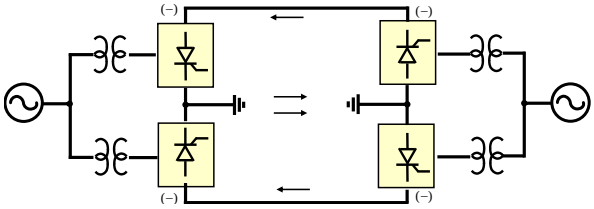


Figura 20.21: Esquema homopolar

El **esquema bipolar** (Figura 20.22) emplea dos conductores, pero uno a tensión negativa y el otro a tensión positiva. Cada terminal tiene también dos convertidores, de igual tensión nominal, conectados en serie en la parte de corriente continua. La unión entre convertidores está conectada a tierra, de manera que en caso de necesidad cada polo puede trabajar por separado. Con un cierto sobreprecio en aislamiento, y disponiendo en forma adecuada algunos desconectadores adicionales, es posible también invertir la polaridad del puente cuya línea ha fallado, y conectar los dos puentes a la línea sana. Para los fines prácticos, esta conexión equivale en alguna medida a un doble circuito de corriente alterna.

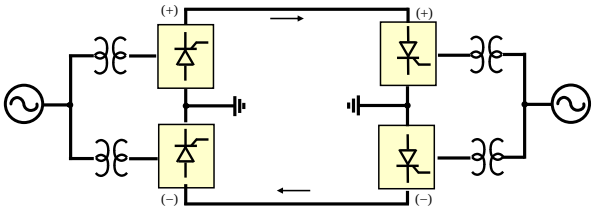


Figura 20.22: Esquema bipolar

El **esquema bipolar doble** (Figura 20.23) es una variante que se emplea en algunos casos, debido a que se presta para un desarrollo en varias etapas (primero monopolar, luego bipolar y finalmente bipolar doble).

Se advierte que los esquemas más complejos involucran la conexión en paralelo de los transformadores en la parte de alterna, y en serie de las válvulas en continua. Ello significa que, a corriente continua y tensión alterna fijas, la tensión continua y la corriente alterna resultarán modificadas no solo por la relación de transformación N del transformador, sino también por el número p de puentes.

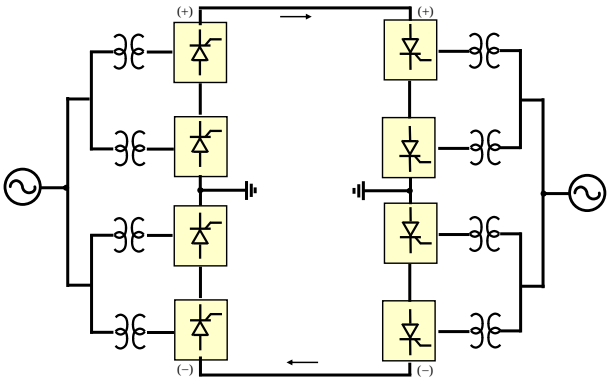


Figura 20.23: Esquema bipolar doble

Un circuito equivalente representativo de una transmisión en continua será entonces el de Figura 20.24.

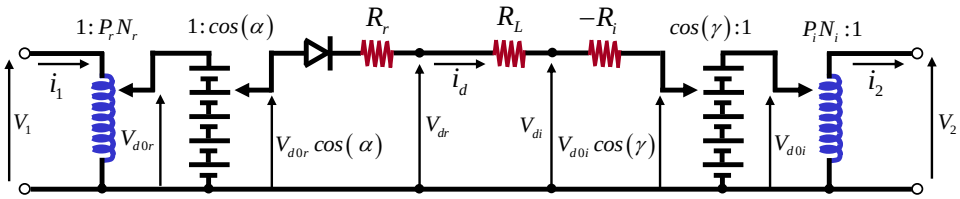


Figura 20.24: Circuito equivalente sistema de transmisión

Cabe indicar que la diferencia de tensiones $V_{d0r} cos\,(\alpha) - V_{d0i} cos\,(\gamma)$ (o $V_{d0i} cos\,(\beta)$) debe ser siempre positiva, puesto que la corriente puede fluir en un solo sentido. Si se desea invertir el sentido de flujo de la potencia (transmitir desde 2 hacia 1) habrá que cambiar el signo a las dos tensiones, pero manteniendo el signo positivo de su diferencia algebraica. Por otra parte, la conexión en serie de los elementos de corriente continua dificulta el control de las grillas, ya que los pulsos de tensión positiva deben ser aplicados entre grilla y cátodo, elementos que están a distinto potencial en cada válvula. El problema se complica además al usar tiristores, puesto que cada válvula estará formada por la combinación de un número importante (y normalmente redundante) de elementos en serie.

Una posibilidad es la aplicación de los pulsos por medio de "transformadores de pulsos", elementos que fueron desarrollados originalmente para su aplicación en radares. Más frecuente es el empleo de haces modulados de luz infrarroja, que se dirigen con ayuda de guías ópticas a células fotoeléctricas colocadas junto a cada tiristor y al potencial del cátodo correspondiente.

20.8. El control de un esquema de corriente continua

El circuito equivalente del esquema de corriente continua dibujado en Figura 20.24 nos indica que la corriente en la línea vale:

$$I_d = \frac{V_{d0r} \cos(\alpha)\,.\,V_{d0i} \cos(\beta)}{R_r \;+\; R_{lín} \;+\; R_i} = \frac{V_{d0r} \cos(\alpha)\,.\,V_{d0i} \cos(\gamma)}{R_r \;+\; R_{lín}.\,R_i} \tag{20.37}$$

Puesto que las resistencias y el número de puentes son cantidades fijas, la corriente puede ser variada solamente por medio de los cambiadores de derivaciones de los transformadores extremos, o por el control de los ángulos de encendido α y β. El control de grilla (opera en 1 a 10 $[ms]$) es muchísimo más rápido que los cambiadores de derivaciones (5 a 6 $[s]$ por paso), por lo que estos últimos se usan solo para mantener los valores medios de las variables dentro de rangos adecuados y evitar, por ejemplo, que los ángulos α o β crezcan mucho y obliguen a un excesivo consumo de reactivos.

Aprovechando la velocidad de los controles de α y β, así como las técnicas modernas de control automático, es posible incluso cumplir con tareas que deberían ser propias de un interruptor.

En efecto, si se analiza la operación del esquema en un punto tal como los bornes del rectificador, se tendrán las dos características de la Figura 20.25 (recta con la inclinación R_r para el rectificador y recta de inclinación casi horizontal $R_{lín} - R_i$ para el inversor), que se cortan en el punto de operación normal.

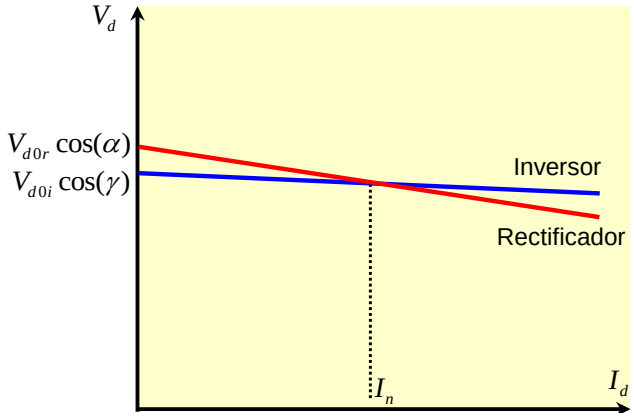


Figura 20.25: Punto de operación normal

Cualquier disminución de la tensión en el inversor produciría un inmediato aumento de la corriente circulante. En el caso extremo de un cortocircuito en bornes del inversor ello alcanzaría límites peligrosos (8 a 10 veces I_n). Por el contrario, cualquier disminución de la tensión en el rectificador produciría una fuerte reducción de la corriente circulante y, con ello, de la potencia transmitida. Para oscilaciones no demasiado grandes de la tensión se podría llegar incluso a anular la potencia transmitida.

Se acostumbra entonces implementar en el rectificador un control auxiliar de corriente constante, que limita la corriente a un valor máximo, por ejemplo 1 a $1,2 \cdot I_n$, y en el inversor otro control auxiliar de corriente constante, que limita la corriente a un valor $0,8$ a $1,0 I_n$. Idealmente, estos límites quedarían representados por rectas verticales en el diagrama $V_d - I_d$. Sin embargo, en la práctica ello no es así, y presentarán una ligera inclinación respecto de la vertical. Para tener la seguridad de que no se cortan en algún punto más bajo, por ejemplo, por efecto de errores en las medidas, se acostumbra dejar un margen

de corriente ΔI entre ambas características, que sea del orden de $0,1$ a $0,2I_n$ (Figura 20.26).

En condiciones normales, las características de operación son fijadas por el control de corriente constante del rectificador, en un punto tal como A, de ángulo de atraso del encendido α mayor que el mínimo α_0. Si se detecta una variación (por ejemplo, una disminución) de la corriente, el control procede a modificar (aumentar) la gradiente de tensión, aumentando el $cos\alpha$, es decir, reduciendo el ángulo de atraso del encendido α. Un control secundario (más lento) se preocupa de variar el cambiador de derivaciones en el sentido de mantener el valor de α en el rango de 10 a 20°, y dejar así un margen para absorber las variaciones imprevistas de tensión por un lado, y limitar el consumo de reactivos por el otro. **El rectificador mantiene entonces constante la corriente**.

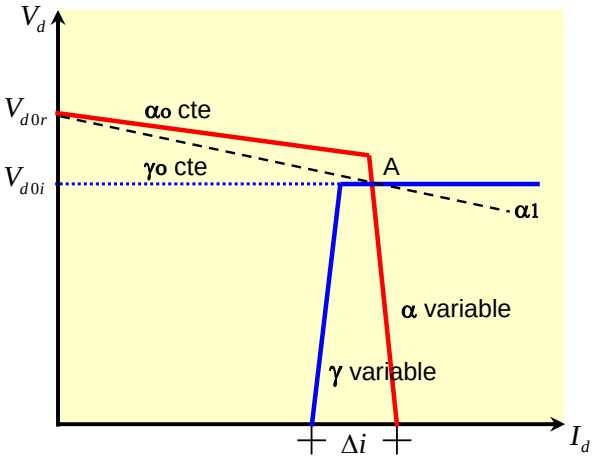


Figura 20.26: Control en situación normal

En cuanto al inversor, además del control rápido de corriente constante poseerá otro control auxiliar más lento, que modifica el ángulo de avance del encendido β en el sentido de mantener un ángulo mínimo de avance de la extinción γ_0. Este control es relativamente complejo, y requiere un circuito analógico auxiliar, que resuelve oportunamente las ecuaciones diferenciales involucradas. El punto de operación normal A corresponde a una corriente mayor que el límite de corriente constante del inversor, de manera que el control tratará de reducir el gradiente de tensión, aumentando el $cos\,(\beta)$, es decir, reduciendo el ángulo de avance del encendido β. Al hacerlo, se topará con el límite del ángulo de avance de la extinción mínimo γ_0 ($\beta_0 = \gamma_0 + \mu$, en que μ es función de la corriente instantánea), no pudiendo entonces cumplir su función de reducir la corriente. El único control posible correrá por cuenta del control secundario de tensión, que podrá modificar el cambiador de derivaciones para alterar V_{d0i}. **El inversor controla entonces la tensión**.

Durante situaciones anormales, en las que la tensión aplicada al rectificador es muy baja y el ángulo de atraso del encendido α ya ha llegado al mínimo α_0, el rectificador pasará a operar según una recta paralela a la de α_0 constante, y el punto de operación se traslada por ejemplo a B, en la Figura 20.27. En tales condiciones deja de toparse el control del inversor ($\gamma > \gamma_0$), y es este el que mantiene corriente constante, mientras que el rectificador más bien controla la tensión.

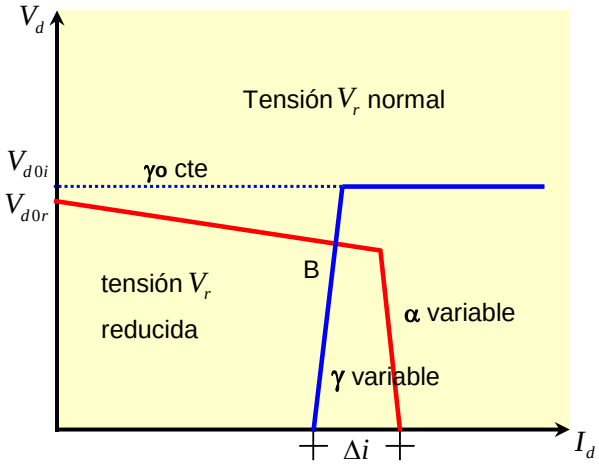


Figura 20.27: Control en operación anormal

Como resultado neto, hay de todos modos una reducción de la potencia transmitida (bajaron V_d e I_d), pero que se mantiene dentro de márgenes aceptables. Por lo demás, el esquema de control se puede complicar, desplazando las rectas cuasi verticales del inversor y del rectificador paralelamente a sí mismas hacia la derecha, actuando en la corriente de referencia I_n del control, en caso de detectarse una baja permanente de la potencia transmitida. Para ello hay que disponer de eficientes comunicaciones entre ambos terminales, que permitan detectar la situación, desplazar primero la curva del rectificador y luego la del inversor. En todo caso, el aumento de corriente debe ser limitado (aprovechando una pequeña capacidad de sobrecarga de las válvulas).

A menudo se aprovecha la rapidez de control de un esquema de corriente continua para incorporarle algunas tareas adicionales, como mantener potencia constante, regular frecuencia en uno de los sistemas de alterna (normalmente en el del lado del inversor), mejorar la estabilidad de los sistemas de alterna, ajustando las transmisiones a las necesidades instantáneas durante cualquier oscilación de las máquinas, etcétera. En todos estos casos se efectúan medidas complementarias en el sistema alterno (por ejemplo de potencia, variación de la frecuencia, variación de los ángulos de las tensiones, etcétera), las que se transforman por medios analógicos en una orden de corriente (por ejemplo, $I = P/V_d$, $I = k\Delta f$, $I = k\Delta\theta$, etcétera), suplementaria al control de corriente constante, y que se em-

plea para modificar el ángulo de encendido. Como se requiere desplazar paralelamente las dos curvas de corriente constante (rectificador e inversor), estos controles adicionales exigen disponer de comunicaciones adecuadas entre ambos terminales.

Conviene mencionar también que los controles emplean medidas de V_d e I_d, cantidades que son continuas, motivo por el cual no se pueden emplear los transformadores de medida usuales en corriente alterna.

La tensión se suele medir con ayuda de un divisor de tensión de alta resistencia, para limitar la corriente. La potencia de salida de la señal del instrumento es tan baja que se requiere amplificarla antes de llevarla al control.

La corriente se mide con ayuda de un transformador de corriente especial, consistente en dos transductores (reactores saturables, cada uno con dos enrollados, Figura 20.28). Uno de ellos es alimentado por una fuente alterna auxiliar, mediante un pequeño transformador, y la señal de salida del otro es rectificada con un puente de diodos. Se puede demostrar que ella resulta proporcional a la corriente continua primaria.

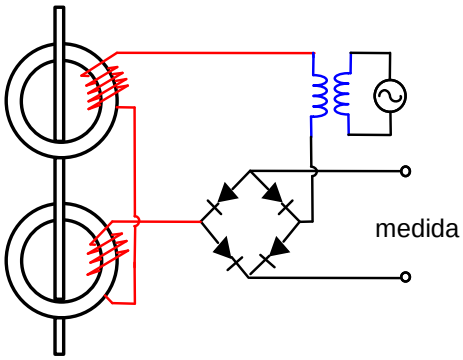


Figura 20.28: Medición de corriente

20.9. Transformadores de las estaciones convertidoras

Los transformadores de las estaciones convertidoras operan de forma más exigida que los transformadores normales, en cuanto deben manejar inportantes cantidades de armónicas y están afectos a eventuales saturaciones debido a flujos desequilibrados. Esto hace que normalmente se les especifique una capacidad (MVA) del orden del 10 % por sobre los MVA alternos (lo que viene a ser del orden del 20 % sobre la potencia activa por transmitir). Como además, la potencia por transmitir en emergencias (de duración hasta de media hora) puede ser de hasta un 25 % de la potencia normal, se suele especificar una capacidad de hasta 1,3 veces la potencia activa nominal por transmitir.

Se hace notar que los transformadores de las estaciones convertidoras en actual servicio (2006) han sido afectados de muchas fallas, posiblemente por un diseño demasiado estrecho. Dado el impacto económico de tales eventuales fallas, que pueden dejar el transformador fuera de servicio por muchos meses, es indispensable contar con unidades de reserva. Finalmente, los problemas de transporte llevan generalmente al empleo de unidades monofásicas.

20.10. Empleo de semipolos

Cuando la pérdida temporal de la potencia aportada por un polo (la mitad de la potencia total) es muy importante para el sistema AC receptor, conviene dividir cada polo en dos semipolos en serie, reduciendo así la menor potencia entregada durante la falla en un 25 % de la potencia total original (el semipolo sano opera con menor tensión, pero plena corriente). Cada semipolo debe ser apoyado por dos transformadores desde el lado de alterna, lo que duplica el número de ellos (aunque con la mitad de la capacidad cada uno), lo que encarece la solución. Los tiristores quedan dimensionados para la plena tensión y corriente de la transmisión.

El hecho de mantener la corriente del semipolo sano significa que no existe normalmente corriente de retorno por tierra.

Elementos críticos en este esquema son los interruptores que puentean, en caso necesario, cada uno de los semipolos.

20.11. Sobrecarga temporal

Atendiendo a las repercusiones que normalmente tiene una brusca pérdida de la potencia entregada entregada al sistema AC receptor por una transmisión CCAT, es normal dotar a los dipolos de alguna capacidad de sobrecarga (la que puede ser de hasta un 25 %), aplicable por un tiempo limitado (unos 15 a 30 minutos). Esto reduce el recorte de consumos que eventualmente deba hacerse en el sistema AC receptor, y da tiempo para aumentar en forma más controlada la generación en el sistema AC receptor y también para detener en forma controlada las máquinas excedentarias en el sistema AC transmisor y para aumentar también en forma más controlada la generación en el sistema AC receptor.

Según cuán ajustada sea la corriente máxima de los tiristores escogidos para los terminales, es muy posible que las válvulas tengan una capacidad superior a la requerida en condiciones normales. Por otra parte, el sistema de

refrigeración es diseñado para condiciones extremas de temperatura, que normalmente no se dan al momento de requerir una sobrecarga, lo que facilita aumentar temporalmente la carga. En cuanto a los transformadores, ellos presentan una inercia térmica grande, de manera que también están en condiciones de soportar sobrecargas de corta duración. Por lo tanto, es muy frecuente que una exigencia de sobrecargas de 15 a 30 minutos no se traduzca en costos importantes de las estaciones convertidoras (normalmente solo se debe mejorar en algo el sistema de refrigeración y diseñar transformadores y reactores de alisamiento con algo de mayor capacidad).

20.12. Amortiguadores

El circuito formado por las válvulas, reactores alisadores y línea de transmisión constituye un sistema solo ligeramente amortiguado, que puede ser puesto en oscilación por diversas perturbaciones, tales como cortocircuitos a tierra, fallas en los convertidores, errores en la energización de las líneas, etcétera. La frecuencia natural de estas oscilaciones queda generalmente en el rango de 10 a 60 $[Hz]$. Como resultado de ellas, pueden producirse sobretensiones, sobre todo si el sistema está trabajando con baja carga.

La forma de combatir estos problemas es aumentar la amortiguación del circuito, colocando resistencias amortiguadoras en paralelo con las subestaciones convertidoras (en realidad, en paralelo con la capacitancia de la línea). La magnitud de las resistencias debe ser equivalente a la impedancia natural de la línea. Para evitar las fuertes pérdidas que provocaría la tensión continua aplicada en forma permanente, se coloca en serie con la resistencia, ya sea un condensador de bloqueo, elemento que es caro, tanto por su alta capacidad electrostática cuanto por su elevado aislamiento, ya sea un condensador más pequeño en serie con una inductancia.

20.13. Protecciones contra sobrecorrientes y sobretensiones

En los sistemas de continua no se emplean relés de protección contra sobrecorrientes, en la forma en que se acostumbra hacerlo en alterna, puesto que no se cuenta con interruptores apropiados para despejar la falla.

Normalmente, lo que se hace es modificar las señales de control (que por lo demás limitan ya en forma automática la magnitud de la corriente), en el sentido de hacer cero la corriente durante un lapso suficiente para la extinción del posible arco de falla. La forma más rápida de hacerlo es cambiar la operación del rectificador a inversor, aumentando bruscamente el ángulo de atraso del encendido α, con el fin de que ambos inversores procedan a descargar el campo electromagnético de la línea. La orden de cambio proviene de un equipo auxiliar detector de fallas, que mide la magnitud de la tensión continua y su velocidad de variación.

La protección contra sobretensiones se efectúa según un principio similar al seguido en corriente alterna, aunque los pararrayos deben tener un diseño especial, puesto que la corriente permanente no pasa por cero, y no puede ser extinguida en la misma forma que en alterna. Usualmente se intercalan algunos espacios denominados explosores activos, dispuestos de tal forma que generan una contratensión que crece con el tiempo, y que ayuda a eliminar la corriente de descarga.

La protección de la línea contra descargas atmosféricas es similar a la de corriente alterna, con conductores de guardia ubicados sobre las estructuras. Se da en general una mayor protección al conductor de polaridad positiva, que sería normalmente el preferido por las posibles descargas.

20.14. Válvulas de derivación

La forma normal y más rápida de sacar de servicio un puente consiste en energizar una válvula de derivación (by pass en inglés), conectada en paralelo con el terminal de continua del puente (Figura 20.29). Como el puente posee normalmente seis válvulas, se le suele llamar también **sétima válvula**.

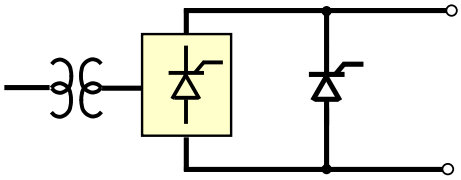


Figura 20.29: Válvula de derivación

Esta válvula está permanentemente bloqueada, y no interviene en la operación normal del esquema. Pero cuando se quiere sacar de servicio el puente, se bloquean las seis válvulas normales y se desbloquea la sétima. En tal caso, la conmutación se produce desde las dos válvulas que estaban conduciendo a la válvula de derivación, y el puente queda fuera de servicio. Ello es inmediato en el caso del inversor (Figura 20.30 izquierda, página siguiente), que opera con una tensión apropiada para la conducción de la válvula 7, y presenta un breve retraso en el caso del rectificador (Figura 20.30 derecha), a la espera de que la tensión se torne apropiada para la conducción de la válvula 7.

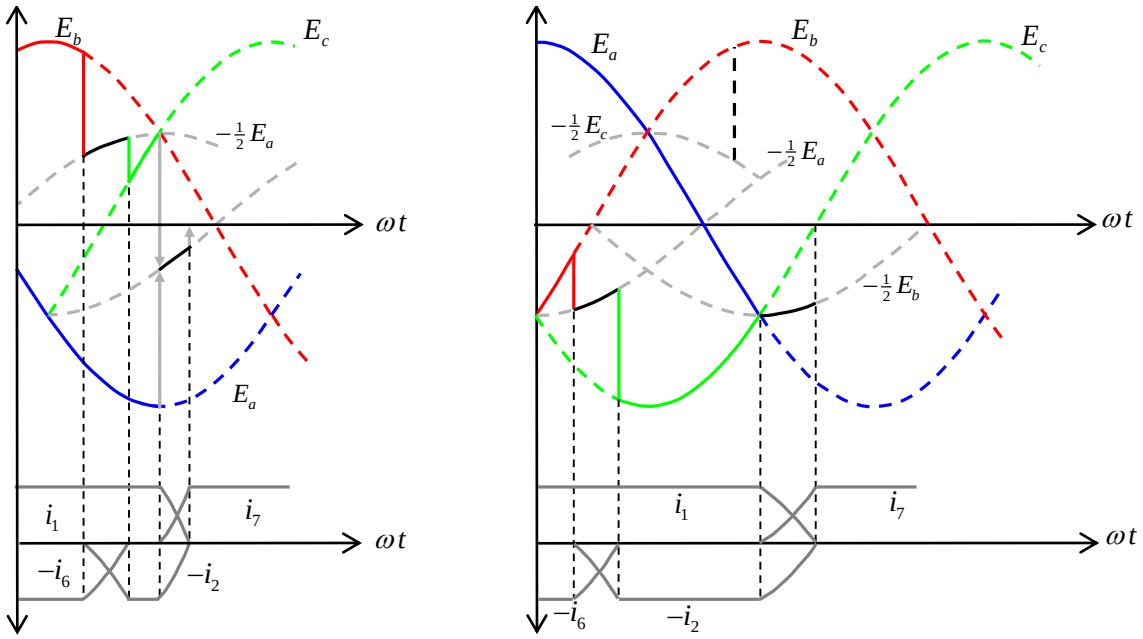


Figura 20.30: Operación de válvula 7 en un inversor (izquierda) o rectificador (derecha)

El desbloqueo, para dejar el puente nuevamente en operación, solo es posible en el rectificador, ya que el inversor presenta permanentemente una tensión apropiada a la conducción de la válvula 7, que entonces no se puede apagar. Lo que se hace en tales condiciones es agrandar momentáneamente el ángulo de encendido β, para que el inversor opere un instante como rectificador. Una vez apagada la válvula 7, se achica β y se sigue operando normalmente.

En algunos casos se reemplaza la acción de esta válvula especial por la acción conjunta de dos de las válvulas normales (1 a la 6) que no estén conduciendo en ese momento, lo que requiere un control selectivo, o también por la operación de un desconectador especial, que se pueda cerrar bajo carga.

20.15. Blindaje

El proceso de conmutación va acompañado naturalmente de una fuerte radio-interferencia. Todos los elementos eléctricos conectados entre el secundario del transformador y el reactor de salida (capacitancia del enrollado secundario, terminales, válvulas, transductores, reactores, etcétera) están sometidos a la aplicación de tensiones y/o a la circulación de corrientes que varían en forma muy brusca, que generan ondas electromagnéticas de frecuencias muy variables, que llegan por lo menos hasta la banda de las radiofrecuencias, y que pueden ser muy molestas para la población vecina a la estación convertidora.

Como no es posible suprimir la fuente productora de tales interferencias, lo que se hace es colocar todos estos elementos dentro de edificios metálicos (jaula de Faraday), incluyendo también el terminal del secundario del transformador. En el caso de las válvulas refrigeradas por aceite se logra una alteración extra al ubicarlas dentro de un estanque metálico.

20.16. Armónicas y filtros

Las estaciones convertidoras deforman bastante la onda de corriente alterna, la que presentará un contenido importante de armónicas. Lo mismo ocurre con la tensión continua (se supone, en cambio, que la tensión alterna aplicada y la corriente continua no poseen armónicas). Si no se toman las medidas del caso para reducir su magnitud, estas ondas circularán por el sistema (especialmente en la parte alterna), donde ocasionarían serias interferencias en los servicios telefónicos de trazado paralelo, posiblemente resonancias en algunos elementos del sistema, mayores pérdidas, calentamientos peligrosos de generadores y condensadores estáticos, etcétera. (Como resultado de la circulación de estas corrientes se deforma la onda de tensión, que también pasa a tener armónicas.)

Para un esquema que opera en forma perfecta, la tensión continua de salida V_d tendrá una ondulación de frecuencia pf y, por lo tanto, armónicas de orden pn, en que p representa el número de pulsos y n es un entero cualquiera. (La ventaja de un esquema con mayor cantidad de pulsos radica en que se eliminan las armónicas de orden inferior.)

Por la forma de la onda de corriente alterna i_p, que es simétrica en torno de cero, no existen armónicas de orden par ni de orden $3n$. En consecuencia, las armónicas de la corriente alterna son de orden $pn \pm 1$. Las de orden $pn + 1$ equivalen a ondas de secuencia positiva, y aquellas de orden $pn - 1$ a ondas de secuencia negativa. Las amplitudes decrecen al crecer el orden de las armónicas, en general en la forma I_1/n, donde I_1 es el valor efectivo de la fundamental; por ejemplo, desde un máximo de 20 % para la 5^a, 15 % para la 7^a, 9 % para la 11^a, hasta un 4 % para la 25^a, etcétera. Por las imperfecciones del funcionamiento de un esquema práctico (encendidos levemente diferentes de las válvulas, operación desigual en las tres fases, etcétera), pueden aparecer también algunas de las armónicas que se han supuesto inexistentes (3^a, 9^a, etcétera), y que se denominan **armónicas no características**.

No se hará en este resumen un análisis de Fourier completo de las armónicas de la corriente. Basta con saber que dependen en cierta medida del traslapo μ (en general, las armónicas decrecen al crecer μ), y en forma muy secundaria del ángulo de encendido α.

Para reducir los efectos nocivos de estas armónicas se hace necesario agregar algunos filtros a las subestaciones convertidoras, que cortocircuiten la corriente respectiva e impidan su circulación por el sistema alterno. Estos filtros se colocan ya sea en el primario o en el terciario de los transformadores de apoyo. (Evidentemente, no se pueden ubicar en el secundario, ya que entonces alterarían el comportamiento del esquema de continua.) Se conectan generalmente en estrella puesta a tierra. Aquellos destinados a las armónicas más importantes (5^a, 7^a, 11^a, 13^a, etcétera) son sintonizados exactamente a esas frecuencias, mientras que para las armónicas superiores a la 17 se usan filtros pasa-alto.

Puesto que a la frecuencia fundamental estos filtros tienen un carácter capacitivo, contribuyen también a disminuir el factor de potencia de la subestación, lo que en parte equivale a reducir su costo.

20.17. Retorno por tierra

La mayoría de los esquemas de corriente continua emplean el retorno circunstancial por tierra (o por mar). Tal retorno presenta una resistencia muy baja, y consecuentemente bajas pérdidas, lo que en principio lo hace muy atractivo. La baja resistencia se debe al gran volumen que ocupa el retorno, ya que la corriente no se concentra bajo la línea, sino que se reparte en una gran sección.

Como contrapartida, el retorno por tierra presenta también problemas importantes, que limitan su empleo. Destacan en tal sentido la corrosión de cualquier elemento metálico enterrado (básicamente en el primer centenar de km en torno de cada terminal), ocasionada por la corriente de retorno. Existe también un efecto nocivo sobre la operación de otros servicios causado por el campo magnético propio del retorno (alteración de señales ferroviarias, errores en las brújulas marinas, etcétera).

Por razones económicas y siempre que los problemas indicados no sean graves, se suele emplear el retorno por tierra durante la primera etapa de desarrollo de una interconexión, operando con un esquema monopolar de menor capacidad. Posteriormente se duplican las subestaciones convertidoras y con ello la transmisión de potencia. Finalmente se duplican otra vez las subestaciones, y se tiende el segundo conductor en la línea, pasando a operar con el esquema bipolar definitivo, sin retorno permanente por tierra. En casos de emergencia, se vuelve a recurrir al retorno por tierra, al operar con un solo polo.

La necesidad de reducir la resistencia de la puesta a tierra, y paralelamente el problema de la corrosión, hace que el diseño y la ubicación de las mallas de tierra sea un problema particularmente delicado. Usualmente se les ubica algo alejadas de la subestación convertidora (de 5 a 50 $[km]$, por ejemplo), en un lugar que esté a su vez alejado de objetos metálicos enterrados y cercano a una falla geológica, que facilite el paso de las corrientes hacia capas más profundas de la tierra. La conexión con la subestación convertidora se hace mediante una línea aérea de bajo aislamiento (generalmente con dos circuitos, por seguridad). El material de los electrodos de puesta a tierra debe ser escogido con cuidado, para evitar su pronta desaparición por efecto de la corrosión (por ejemplo tubos de acero colocados en zanjas rellenas con coke granulado).

En caso de ser posible, se prefieren los electrodos marinos, que requieren menores dimensiones físicas y producen un campo eléctrico menor. Sin embargo, hay que considerar que el medio es más corrosivo, así como el efecto destructivo de las mareas, hielo, etcétera. Por otra parte, es preciso instalar una reja protectora en torno de los electrodos de ánodo, ya que los peces son atraídos hacia el ánodo por efecto del campo eléctrico. Al acercarse al electrodo, donde el campo es más intenso, pueden ser fácilmente paralizados, y aun muertos.

20.18. Potencia mínima transferible

La potencia momentánea transmitida por un esquema CCAT no debiera ser inferior a un 10 % de la potencia nominal, debido al peligro de una interrupción de la corriente por efecto de los "huecos de corriente" que se pueden originar, los que provocan oscilaciones de la tensión aplicada, que dañan los tiristores.

En todo caso, es posible transmitir potencias bajas, reduciendo la tensión a valores como un 70 % de la nominal o menos, para lo cual los cambiadores de derivación de los transformadores deben tener un rango extremadamente amplio.

20.19. Razón nivel de cortocircuitos a potencia transferida

Para que las tensiones continuas sean suficientemente estables y el control de la transmisión CCAT por el ángulo de extinción constante opere correctamente, es preciso que la reactancia del sistema alterno sea baja, lo que se suele expresar como que el nivel efectivo (MVA) de los cortocircuitos en barras de alterna de la estación convertidora sea más de unas tres veces mayor que la potencia activa transmitida. El nivel de cortocircuitos se calcula en este caso sumando el nivel de cortocircuitos convencional con la potencia reactiva capacitiva conectada a dichas barras.

Si la razón entre nivel de cortocircuitos y potencia activa transmitida es menor que 3, se habla de un sistema alterno "débil"; si la razón es menor que 2, el sistema alterno es "muy débil". En estos casos es preciso instalar equipos adicionales, estáticos (CER o SVC), para el mejor control de la tensión.

20.20. Índices de falla

Las estadísticas internacionales (Cigré) indican que, según la historia, para el conjunto de las convertidoras de un dipolo CCAT son de esperar en promedio unas 12 fallas/año, que desconecten temporalmente alguno de los polos de las estaciones convertidoras, representando unas 160 horas anuales de interrupción de la transmisión por uno de los polos; así como también unas $0,25$ fallas/año que afectan simultáneamente a ambos polos, representando unos 20 minutos/año de interrupción total de la transmisión. Según Cigré, a estas fallas se suman en promedio unas 430 horas anuales de desconexión de uno de los polos, por exigencias de mantenimientos.

Tratándose de sistemas antidorsales (*back to back*), las cifras cambian a 9 fallas/año que afectan a un polo, con un tiempo de interrupción de 43 horas/año, más unas 286 horas anuales de interrupción por mantenimientos.

Para las líneas aéreas no existe una estadística oficial parecida, pero se suele considerar un promedio anual de $0,002$ a $0,005$ fallas permanentes/km que afecten a un conductor y $0,0002$ fallas permanentes/km que afecten simultáneamente a ambos conductores de un dipolo. Por falla permanente se entiende aquella que exige una desconexión de al menos un par de minutos para verificar su causa, y que puede durar muchas horas si se requiere una reparación compleja en terreno (en promedio, se acostumbra suponer 10 horas).

En consecuencia, la indisponibilidad esperada en energía de una transmisión CCAT es relativamente baja. Por ejemplo, para una transmisión de 2,000 km de largo resultan entre 630 y 690 horas anuales con interrupción de un polo y transmisión de la mitad de la potencia (lo que es del orden del 7 al 8 % del tiempo total) y unas 4 horas anuales con pérdida total de la transmisión ($0,045$ % del tiempo). Sumando la mitad de las horas con pérdida de un polo, se llega a una indisponibilidad esperada en energía, de 320 a 350 horas ($3,5$ a 4 %).

Sin embargo, el número total esperado de fallas, que tiene importancia si la potencia transmitida es grande en relación con la potencia en giro en el sistema AC receptor, es relativamente alto (16 a 20 fallas/año).

20.21. Ejemplos de aplicación

20.21.1. Ejemplo 1

Sea la transmisión monopolar simplificada de la Figura 20.31 (página siguiente):

Determinar la magnitud y el sentido de la corriente continua y de las transmisiones de potencia activa, para las dos condiciones de operación indicadas.

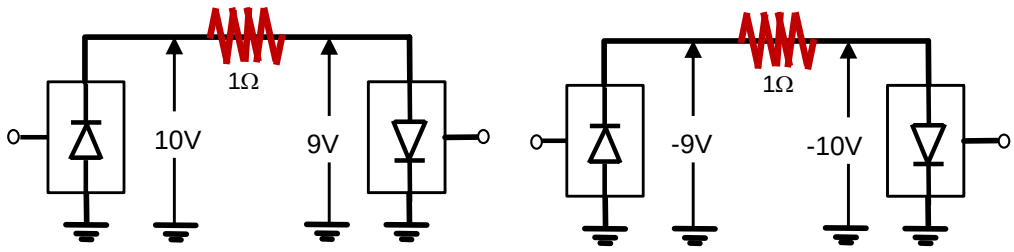


Figura 20.31: transmisión monopolar

Solución

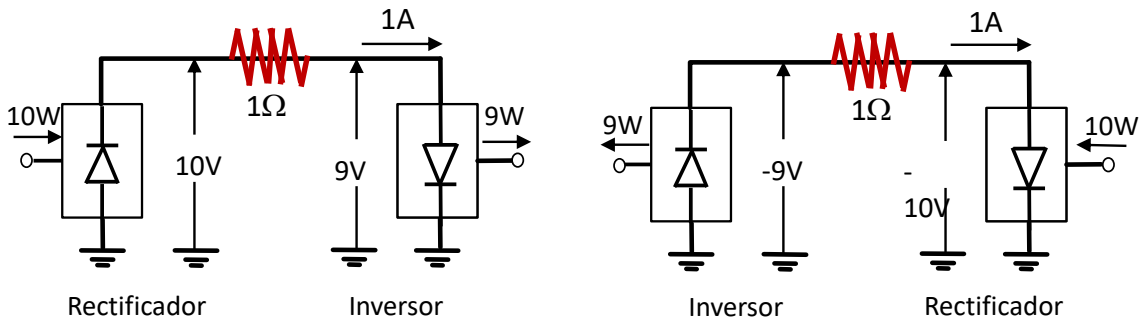


Figura 20.32: Magnitud y sentido de la corriente continua y transmisiones de potencia activa.

20.21.2. Ejemplo 2

La central Puelo, que alguna vez destuvo en consideración, estaba ubicada en la zona del estuario de Reloncaví, a unos 1.100 [km] de Santiago, y podría haber tenido una potencia instalada del orden de los 1.200 [MW]. Una de las soluciones para el sistema de transmisión podría ser el uso de CCAT. Determinar las características básicas de una transmisión bipolar doble (12 pulsos por polo], si la corriente a usar fuese de 1.500 [A].

Solución

La transmisión por polo sería de 600 [MW], y como $I_d = 1.500$ [A],
$V_{d0} =$ +- 400 [kV]
La tensión de cresta inversa en cada válvula sería
$P_{iV} = 0{,}524 \cdot 400 = 210$ [kV]
La salida de los transformadores debería tener una tensión nominal $E_{ab} = V_{d0}/2{,}7 = 150$ [kV].
La capacidad nominal de cada transformador sería P = 0,524·1,5·400 = 315 [MVA],
dos de ellos en conexión estrella-delta, y los otros dos de conexión estrella-estrella.

Capítulo 21

Algunos tópicos sobre mercados eléctricos competitivos

21.1. Introducción

A partir de este capítulo se cambia el enfoque del texto, desde uno más técnico a otro más bien economicista.

Históricamente, en la mayoría de los países sudamericanos, los SEP fueron manejados por el Estado, tanto por la importancia estratégica del sector, como porque los primeros inversores privados se habían retirado ante la imposibilidad de seguir el ritmo de inversiones requerido (en Chile, este cambio comenzó a ocurrir hacia 1930).

La aparición de una visión ideológica que interpretaba el "rol subsidiario"del Estado como la minimización del mismo, llevó (en Chile hacia 1980) a la proliferación de escritos promoviendo la tarificación seudo marginalista (apoyada en factores de acomodo, como los peajes), condenando la integración vertical del mismo, etc. Las dificultades financieras que enfrentaron los Estados por esos mismos años (crisis del petróleo), y el apoyo de los bancos internacionales a estas ideas marginalistas, llevaron finalmente al cambio estructural observado a escala mundial en la propiedad y manejo de la industria eléctrica, que tomó especial fuerza a partir de la segunda mitad de la década de 1990.

Si bien las reformas en cada uno de los países han seguido caminos muy distintos, en términos generales se distinguen los siguientes principios fundamentales:

1. Separación de la propiedad, operacional o contable, de los sectores generación, transporte y distribución;
2. Creación de condiciones de acceso libre a las redes eléctricas, sustentadas en un trato no discriminatorio;
3. Reconocimiento de la necesidad de regular las actividades de transmisión y distribución de energía (monopólicas por la existencia de fuertes economías de escala), acompañado de un énfasis en la creación de competencia en el sector de generación y comercialización de la energía.

Este cambio de enfoque en la industria ha afectado de manera importante las distintas áreas del sector: generación, transmisión, distribución, comercialización, operación (coordinada) de la red, regulación y fiscalización de las empresas. Asimismo, este proceso ha tenido un impacto directo en el tipo de herramientas de análisis utilizadas en los SEP, haciendo necesaria la modificación y/o reformulación de algunos modelos desarrollados en décadas anteriores, relativos a aspectos operativos, tácticos y de desarrollo estratégico de los sistemas eléctricos de potencia. Los nuevos desafíos se concentran en lograr incorporar de forma explícita modelos de mercado, esquemas de acceso abierto, modelos de tarificación y de manejo de congestiones de las redes.

Paralelamente a los cambios ocurridos en la industria eléctrica, las tecnologías de manejo de la información han tenido un desarrollo importante en lo que se refiere a dispositivos (computadores), a la creación de Internet, elementos multimedia y nuevas herramientas de modelación, como la programación orientada al objeto. Este desarrollo ha permitido el uso de modelos heurísticos capaces de abordar eficientemente problemas de optimización/decisión complejos.

En las siguientes secciones se da cuenta de este cambio, entregando una estructura de análisis para este nuevo esquema, que ligue los elementos tratados en capítulos anteriores. Se evita hacer referencia a elementos contingentes de este desarrollo, limitando el análisis a conceptos decantados en materia de formación de mercados eléctricos. Con el fin de reducir ambigüedades y malos entendidos, en la última sección de este capítulo se entrega un conjunto de definiciones y términos usualmente empleados en el lenguaje de los mercados eléctricos.

21.2. Actores de un mercado eléctrico

Para realizar un análisis de los mercados eléctricos y su inserción en la industria eléctrica, es conveniente partir definiendo los actores o agentes que potencialmente intervienen en los distintos sectores de dicho mercado. La Figura 21.1 entrega un panorama general de estos posibles actores (no todos intervienen en todos los mercados).

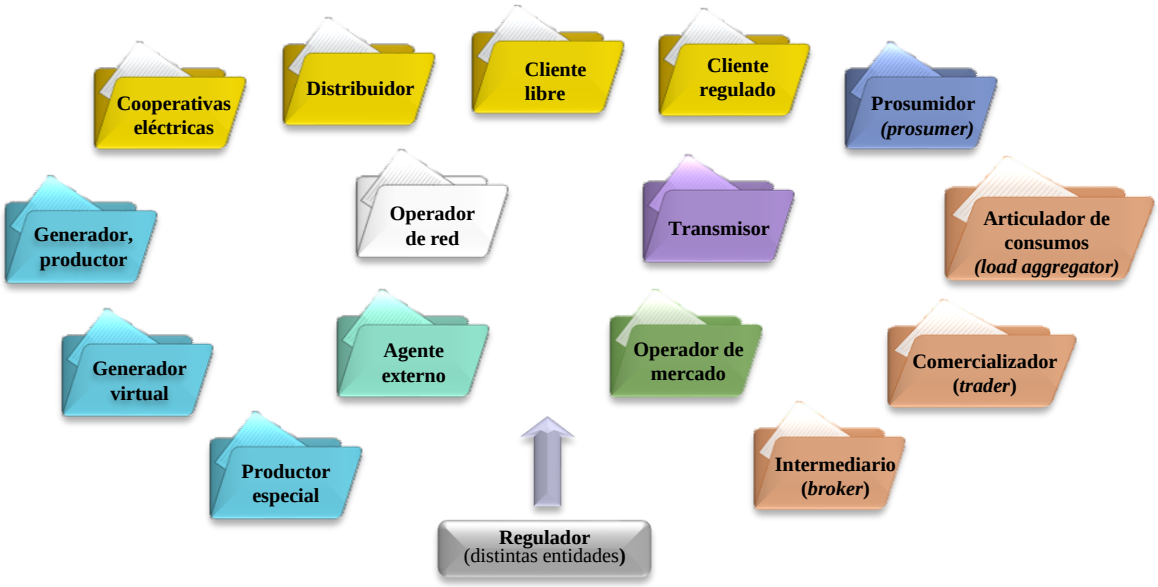


Figura 21.1: Actores potenciales en un mercado eléctrico competitivo

- **Generadores o productores convencionales**

  Son las empresas propietarias de las centrales consideradas convencionales. En términos generales, una central será convencional cuando emplea tecnologías técnica y comercialmente maduras (centrales térmicas a carbón, nucleares, hidroeléctricas de tamaño medio y grande). Opera y mantiene las plantas generadoras.

- **Generadores o productores especiales (no convencionales)**

  Son productores que emplean generación considerada no convencional, como cogeneración, energía eólica, geotermia, solar, hidroeléctricas de pequeño tamaño, etcétera, y autoproductores, para los cuales existen normativas específicas.

- **Prosumidores** (del inglés, ***prosumer***, voz formada con la combinación de pro (de producer o professional), y de sumer (de consumer)).

  Este es el caso especial de los consumidores que han instalado pequeñas unidades de generación distribuida (GD) o almacenamiento en sus instalaciones. La producción local de GD puede cubrir, total o parcialmente, el consumo del propietario, y el excedente puede exportarse a la red eléctrica principal. Alternativamente, la producción local total también se puede vender directamente a la red eléctrica principal, con tarifas de inyección favorables.

  La disponibilidad de almacenamiento juega un rol importante, ya que los prosumidores que almacenan energía pueden garantizar la confiabilidad de la red al suministrar déficits de demanda a la micro-red cuando la red principal agota sus recursos convencionales (por ejemplo, carbón), aliviando así los problemas de costo y contaminación que acompañan la compra de energía no renovable.

- **Articuladores de pequeños generadores, o generadores virtuales**

  Como su nombre lo indica, articulan, combinan y representan a pequeños generadores, que individualmente no tienen suficiente poder de negociación.

- **Transportistas o transmisores**

  Son las empresas que transportan energía eléctrica desde los centros excedentarios en generación a los deficitarios, operando en niveles de tensión relativamente altos, específicos de los sistemas de transmisión.

- **Distribuidores**

  Son las empresas con concesión de servicio eléctrico en una zona geográfica determinada. Fundamentalmente operan y mantienen las instalaciones de distribución. Cabe destacar que esta definición pone el énfasis en el carácter técnico del agente, lo que contrasta con la realidad, donde las empresas de distribución ejercen paralelamente actividades propias de los comercializadores.

- **Cooperativas eléctricas**

  Las cooperativas de servicio son aquellas organizaciones que tienen por objeto distribuir algunos bienes comerciales y/o proporcionar servicios de toda índole, preferentemente a sus socios, y ello con el propósito de mejorar las condiciones ambientales y económicas de los socios, y de satisfacer sus necesidades familiares, sociales, ocupacionales o culturales.

  Las cooperativas de abastecimiento y distribución de energía eléctrica son aquellas cooperativas de servicio que se constituyen con el objeto de distribuir energía eléctrica en una zona de operación, pudiendo incluso tener alguna generación propia. Estas cooperativas podrán distribuir energía eléctrica (a sus socios), incluso en zonas concesionadas a otras empresas, siempre y cuando los socios ubicados en dicha zona de concesión hayan ingresado a la cooperativa con anterioridad al otorgamiento de la concesión a la distribuidora. Las referidas cooperativas podrán usar bienes nacionales de uso público para el tendido de líneas aéreas y subterráneas destinadas a la distribución de electricidad, previa obtención de los permisos correspondientes.

- **Articuladores de consumos** (en inglés, ***load aggregators***)

  La participación de pequeños consumidores en un mercado de electricidad liberalizado puede ser difícil y desventajosa, debido a varios factores. Por ejemplo, obtener una buena tarifa requiere que el consumidor tenga habilidades gerenciales, además de un conocimiento profundo de los mecanismos del mercado energético. De hecho, es normal que un consumidor individual que participe en un mercado de electricidad esté en desventaja, ya que las oportunidades de suministro para consumidores individuales difieren de las ofrecidas a una organización de consumidores que, con mayores volúmenes de consumo, tiene mayor poder adquisitivo. Por otra parte, el costo de transacción asociado con la comercialización directa en un mercado mayorista de electricidad suele ser prohibitivo para los pequeños consumidores. Además, tales consumidores pueden no consumir energía suficiente para cumplir con el requisito de "compra mínima de energía"del mercado mayorista.

  Por lo tanto, la idea de articular consumidores residenciales, comerciales y de pequeñas industrias fue sugerida y promovida por la academia y el gobierno y, más que conceptual, es una práctica operacional en varios países. Con este fin, diferentes sinónimos, tales como agregadores de carga, coaliciones de consumos y consumidores cooperativos han sido utilizados en la literatura para identificar a tales organizaciones colectivas.

- **Comercializadores** (en inglés, ***traders***)

  Son los agentes económicos con capacidad para comprar y vender energía y que, en general, adquieren compromisos de abastecimiento.

- **Intermediarios** (en inglés, ***brokers***)

  Son los agentes económicos que solo facilitan la generación de contratos de suministro entre otros agentes (por ejemplo, generadores y comercializadores).

- **Cliente o consumidor regulado**

  Es el consumidor final, que paga una tarifa definida por la autoridad.

- **Cliente libre**

  Designa a los clientes que consumen por sobre un determinado volumen mínimo y que tienen la opción de acceder a precios libremente pactados. Puede haber más de un tipo de cliente libre. En particular, se suele diferenciar entre consumidores que acceden directamente al mercado mayorista y los que, si bien definen su precio libremente, están limitados a interactuar con empresas comercializadoras (dentro de un mercado minorista).

- **Agentes externos**

  Son los actores externos al país o al sistema, que desean participar en el mercado, como compradores o como vendedores de energía.

- **Operador de red**

  Es la entidad encargada de la operación técnica y de la seguridad de las áreas de control a su cargo. En los sistemas norteamericanos, este agente recibe el nombre de ISO (del inglés *Independent System Operator*) o RTO (*Regional Transmission Operator*).

- **Operador de mercado**

  Es la entidad que administra y coordina el mercado de compra y venta de energía. Esta tarea puede involucrar distintas estructuras de mercado.

- **Regulador**

  Todos los actores deben respetar el marco regulatorio general establecido para la actividad eléctrica. El regulador, o Ente Regulador, que puede estar compuesto por una o más instituciones del Estado, es el que fija las reglas, dicta normas y resuelve divergencias. En el caso de Chile, son varios los órganos del Estado que tienen competencia sobre el mercado eléctrico, destacando la Comisión Nacional de Energía, la Superintendencia de Electricidad y Combustibles, la Comisión Nacional del Medio Ambiente, el Tribunal de Defensa de la Libre Competencia y el Ministerio de Economía.

21.3. Actividades básicas en el sector eléctrico

Desde una perspectiva económica, existe consenso internacional en cuanto a que en el sector eléctrico se distinguen las siguientes actividades básicas y segmentos asociados:

1. **Generación:** La teoría reconoce que este es un sector con inversiones intensivas en capital y con períodos de recuperación de este capital de largo plazo (10 a 20 años). Si bien se acepta la existencia de economías de escala propias de cada tecnología de generación, éstas no siempre pueden ser explotadas en un mercado real, por razones como: límites propios del recurso natural aprovechado por la central (por ejemplo, una central hidráulica de pasada), capacidad máxima de una unidad generadora cuya pérdida intempestiva puede ser soportada por el sistema, tamaño máximo de las unidades disponibles en el mercado, en el caso de las tecnologías en fase de desarrollo. Consecuentemente, no existen razones realmente de fondo que impidan establecer un esquema de **competencia en este sector**. La existencia de restricciones en el almacenamiento de la electricidad tiene como consecuencia, en el ámbito económico, un fuerte acoplamiento entre las decisiones económicas y técnicas.

2. **Transmisión:** La teoría reconoce que este es también un sector del mercado con inversiones intensivas en capital y con períodos largos de recuperación de este capital. En general, se observa una tendencia a la expansión de este sector, porque existen ventajas técnicas y económicas claras al interconectar sistemas. Esta expansión tiende a ser realizada en niveles cada vez más elevados de tensión, tanto porque las tecnologías asociadas a la transmisión presentan **marcadas economías de escala**, como porque hay crecientes dificultades para conseguir derechos de paso. Por otra parte, hay fuertes requerimientos de redundancia en el sistema, tendientes a asegurar niveles de seguridad adecuados (por ejemplo, criterio $N-1$).

   Por lo anterior, los sistemas de transmisión son caracterizados como monopolios naturales. En consecuencia, esta actividad debe ser regulada y su rol central es el de permitir y fomentar en forma transparente y no discriminatoria la existencia de mercados competitivos en el nivel de generación y comercialización de la energía (la existencia de la transmisión es la que origina el "mercado eléctrico").

3. **Distribución:** En este sector no hay economías de escala tan marcadas. Sin embargo, tiende a existir un monopolio natural de carácter geográfico, debido a la presencia de **economías de ámbito** o **de densidad**, por lo que también debe ser regulado.

4. **Comercialización:** En esta actividad no se aprecian barreras económicas que impidan su configuración como un mercado competitivo.

Esta caracterización enfatiza la necesidad, en la industria eléctrica, de regular las "actividades de red" (transmisión y distribución) e impulsar la creación de mercados competitivos en los sectores de generación y comercialización de la energía.

21.4. Modelos de Mercado existentes

Desde un punto de vista teórico, y tomando en cuenta las definiciones de actividades y actores del mercado de las secciones anteriores, históricamente se han planteado diversas formas de organización para un mercado eléctrico, haciendo distinción entre estructuras centralizadas y estructuras que enfatizan una descentralización en su gestión y operación.

Sin embargo, no existe una clasificación única, aceptada internacionalmente, de los distintos tipos de mercado. En general, lo que se describe en las publicaciones especializadas son estructuras de mercado existentes, con sus características propias. En casos particulares se entregan tendencias de diseños de mercado adoptadas en distintos países. En la Figura 21.2 se muestran las dos vertientes principales en la organización de los mercados eléctricos, y se detallan estructuras comunes de cada uno de ellos.

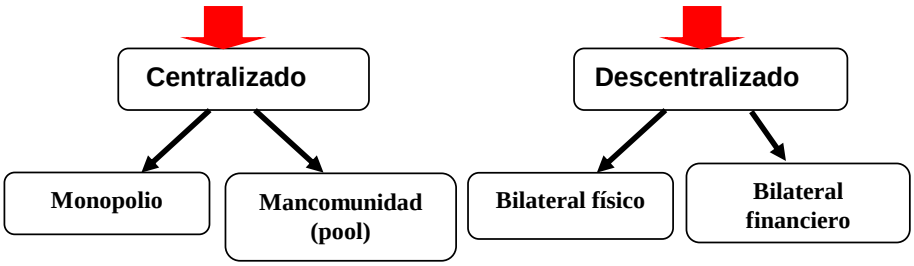


Figura 21.2: Estructuras básicas existentes a escala mundial

En la práctica, para el caso de mercados con estructuras competitivas, se han implementado como formas básicas de organización los siguientes tres modelos:

- Mancomunidad (*pool)* y/o bolsa de energía,
- Contratos bilaterales físicos,
- Contratos bilaterales financieros.

Estos modelos básicos de organización presuponen una desintegración vertical de las empresas del sector, en que el grado o nivel de esta desintegración puede abarcar desde una mera separación contable hasta la creación de empresas independientes:

- **Separación contable:** Se mantienen contabilidades separadas para las actividades de generación, comercialización y transmisión. La empresa integrada verticalmente genera cargos por transmisión a sus otras actividades, en forma transparente y no discriminatoria. Se establecen precios separados para los distintos servicios.
- **Separación funcional:** A la separación contable se suma que las actividades de generación y comercialización disponen del mismo nivel de información sobre la red que el resto de las empresas. Se requiere de personal independiente para cada actividad.
- **Separación operacional:** Las decisiones de operación e inversión en la red de transmisión son de responsabilidad de una entidad independiente de los propietarios de la generación y/o la comercialización. Sin embargo, los propietarios de las instalaciones de transmisión pueden ser empresas de generación y/o comercialización.
- **Separación de propiedad:** La generación, comercialización y transmisión son separadas en empresas legalmente diferentes, con gestión y operación separadas. Se restringe en forma importante los niveles compartidos de propiedad.

Como consecuencia del cambio estructural, producto de la desintegración vertical dentro de las empresas eléctricas, se ha generado una descentralización de los procesos de decisión y una redistribución de las responsabilidades de los distintos agentes del mercado.

A continuación, se presenta una descripción de las formas básicas de los modelos de mercado identificados en la Figura 21.2.

21.4.1. Sistema mancomunidad o *pool*

El concepto central de un sistema mancomunado, usualmente denominado *pool* (modelo predominante en Latinoamerica, comenzando con el modelo chileno instituido en el año 1982), establece una estructura de mercado tal que productores y consumidores no entran en una relación comercial directa (ver Figura 21.3 en la página siguiente).

La mancomunidad, por medio de un mecanismo preestablecido y reconocido por todos sus miembros, establece el precio de mercado de corto plazo de la electricidad ("clearing o spot price" que es el "precio de despeje"(punto de cruce entre las curvas de oferta y demanda) de ese mercado. Este precio resulta de la realización de un despacho económico centralizado, por parte del operador de mercado (entidad sin fines de lucro), basado en la entrega de costos o de ofertas de compra y venta por parte de los agentes involucrados. Como consecuencia, se obtiene el despacho del sistema, el que se opera como si tuviese un solo dueño.

El *pool* provee (gestiona), además, un esquema de tarificación para la transmisión y para el conjunto de servicios complementarios necesarios para la operación segura y confiable del sistema. Por último, debe actuar como intermediario frente a la aparición de discrepancias entre los participantes del mercado. Ejemplos de esta estructura de mercado eléctrico se encuentran en Chile, Perú, Inglaterra/Gales y Argentina.

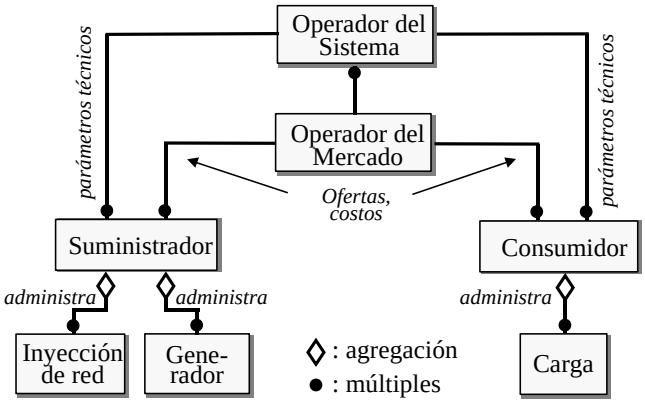


Figura 21.3: Estructura tipo mancomunidad

21.4.2. Bolsa de energía

La experiencia internacional muestra que una **Bolsa de Energía** (**BE**) puede adquirir estructuras muy variadas. Típicamente, es un lugar virtual (sitio del dominio electrónico) donde se reúnen comercializadores, clientes libres y productores, para transar la energía. Generalizando, una bolsa de energía puede ser definida como una parte integrante de un *pool,* o como un caso particular de mancomunidad con las siguientes características adicionales:

- Los productos transados en una bolsa son estandarizados, para facilitar el proceso de entrega de ofertas de compra y venta, y el posterior cálculo del precio de mercado;
- Generalmente, una bolsa de energía no decide el despacho final de las unidades de generación; sus resultados con respecto a la producción de energía tienen solo el carácter de un "plan de despacho preliminar" que debe ser validado posteriormente por el operador del sistema;
- La bolsa de energía no considera en forma detallada aspectos técnicos de la operación del sistema, como servicios complementarios, congestión, etcétera;
- La participación en una bolsa de energía no es obligatoria, como sí ocurre en el caso de una mancomunidad o *pool* obligatorio (*mandatory pool*);
- El traspaso de información entre agentes es mucho más reservado.

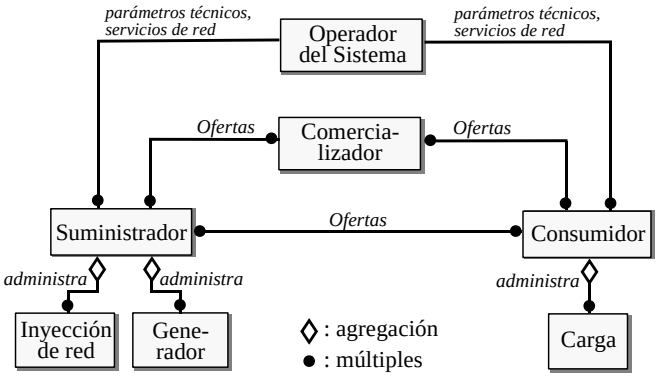


Figura 21.4: Contratos bilaterales físicos

21.4.3. Contratos bilaterales físicos

En un mercado basado en "contratos bilaterales físicos", suministradores y consumidores establecen libremente sus relaciones comerciales, ya sea en forma directa o por intermedio de un comercializador. Estas relaciones se basan en un intercambio directo de ofertas entre los participantes del mercado. Lo que hace que el contrato bilateral sea físico es su relación directa con el despacho de la operación resultante.

En efecto, mediante el contrato de abastecimiento de energía, el suministrador puede asegurar (más bien se reserva el derecho) la inyección de su potencia en el sistema, siguiendo un plan específico de operación de sus unidades

de generación. Por otra parte, las cargas administradas por el consumidor que toma parte en el contrato deben orientar (manejar) sus consumos de acuerdo con la potencia especificada en el plan de operación antes mencionado. En este mercado, el operador del sistema, sobre la base de criterios de seguridad y confiabilidad predefinidos, determina la factibilidad y los servicios de red requeridos para la realización técnica del contrato bilateral físico solicitado.

Finalmente, utilizando una metodología establecida, se calcula el peaje resultante para la transacción bilateral. La evolución en el tiempo del despacho de la operación de este tipo de sistemas, es función directa del tiempo de duración de los contratos bilaterales físicos. La Figura 21.4 muestra esta configuración de mercado.

21.4.4. Contratos bilaterales financieros

Los contratos de tipo bilateral financiero son también producto de un libre intercambio comercial entre suministradores y consumidores, ya sea en forma directa o por intermedio de un comercializador.

Sin embargo, por definición, los contratos bilaterales financieros no afectan al despacho de la operación y sólo son acordados entre los participantes del mercado con el fin de manejar, acorde a una estrategia de mercado, el riesgo de posibles variaciones futuras del precio de la energía eléctrica. Debido a esto, los "contratos bilaterales financieros" son usados sólo como un complemento de las estructuras de mercado presentadas anteriormente, y no pueden constituir en forma única la organización de un mercado de electricidad. La Figura 21.5 presenta esta estructura.

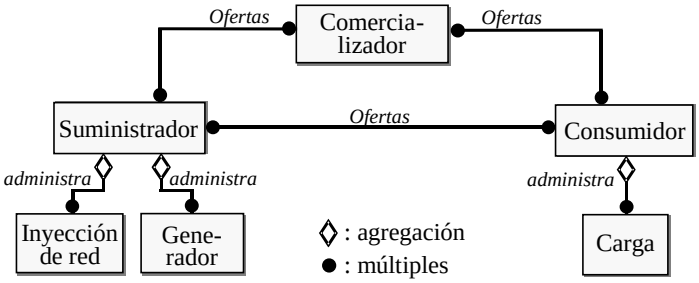


Figura 21.5: Contratos bilaterales finacieros

La combinación de casos específicos de las estructuras básicas antes mencionadas ha generado, a escala mundial, un número importante de variantes de mercados competitivos. Estas combinaciones buscan ajustarse a las características específicas de cada sistema (topología, matriz energética, historia, cultura, etcétera).

Es importante notar que los modelos de mercado recién descritos no son excluyentes entre sí. En la práctica se dan mezclas en las que se aprovechan las ventajas de algunos de ellos, especialmente en cuanto a los diferentes intervalos de tiempo en que actúan. Por ejemplo, los contratos bilaterales son en esencia mercados de mediano y largo plazo, mientras que los mercados de tipo *pool* o bolsa de energía se focalizan en el corto plazo (horizonte diario o intradiario).

21.5. Terminología y definiciones

Uno de los problemas importantes en el desarrollo de los denominados mercados eléctricos competitivos ha sido lograr establecer un lenguaje común para conceptos nuevos que aparecen en la legislación de los distintos países. A continuación se entrega una lista de términos, acompañados de sus definiciones, que permite entender con más claridad temas tratados en las secciones pasadas.

- **Corto plazo**: Período de tiempo durante el cual no es posible modificar todos los factores de la producción. En microeconomía, durante el "corto plazo" el nivel de capital de la empresa es considerado fijo y la entrada de nuevos competidores a la industria no es libre.

- **Costo marginal**: Costo para el sistema de proveer una unidad adicional (marginal) de electricidad, excluyendo los "costos hundidos", es decir, las inversiones ya realizadas.

- **Criterios de tarificación**: Conjunto de elementos de análisis que permite evaluar un sistema de tarificación de la transmisión. Entre ellos destacan: cobertura de costos, trato no discriminatorio, transparencia, factibilidad y facilidad de implementar, estabilidad de precios, factibilidad política de implementación.

- **Ingreso marginal**: Ingreso obtenido por una línea de transmisión en función de los costos marginales. Se define como la diferencia de los productos de los flujos por los costos marginales en ambos extremos de ella.

- **Largo plazo**: Período de tiempo suficientemente largo como para que se puedan realizar ajustes globales para adaptarse a los cambios. En microeconomía, este término describe el período de tiempo en el cual las empresas pueden entrar o salir de la industria y los valores (stock) de capital pueden ser reemplazados.

- **Mantenimiento programado**: Puesta fuera de servicio programada de una instalación eléctrica, con objeto de reacondicionarla, de modo que a futuro pueda seguir desempeñando correctamente su función en el sistema.

- **Pass through**: Forma en que se realiza el traspaso al cliente final del precio de compra del comercializador o del área de comercialización de la distribución.
- **Sistema económicamente adaptado**: Un sistema eléctrico se encuentra económicamente adaptado cuando permite producir a mínimo costo una cantidad dada de electricidad, en un horizonte de tiempo definido.
- **Sistema eléctrico de potencia**: Conjunto de instalaciones de generación, transmisión, distribución, etcétera; que opera como una empresa eléctrica o como una parte de esta.

Capítulo 22

Modelos de despacho de la generación en los mercados eléctricos

22.1. Introducción

En este capítulo se analiza un tema de gran importancia económica para los actores que participan del SEP, cual es el despacho y la coordinación de la operación de los generadores del SEP.

El momento en que se conecta cada máquina y el monto de la potencia que ella deberá entregar en cada instante, son decididos en función del costo de operación y de las características técnicas de todo el SEP (máquinas y sistema de transmisión), de manera que en conjunto abastezcan en cada circunstancia la demanda presente, al menor costo posible, sin sobrepasar las limitaciones técnicas impuestas por cada una de las instalaciones utilizadas, así como los niveles de calidad de servicio impuestos por la normativa del país.

En lo que se refiere al costo de operación de cada máquina, éste queda determinado por el precio vigente del combustible empleado (suelen tener variaciones temporales) y por el rendimiento en la transformación de él a electricidad. Hay que considerar, además, que la mayoría de las máquinas tienen restricciones de operación, que pueden ser importantes, derivadas de su tecnología, forma de manejar el combustible, etc. Este tema será analizado en la Sección 22.2, Las relaciones económicas básicas del despacho.

Directamente ligada con el despacho está la facturación, el cobro a los usuarios del SEP por la electricidad suministrada. De acuerdo con la teoría económica, lo que se debería facturar sería la energía suministrada en un período dado, al costo marginal, es decir, el de la unidad más cara que ha sido necesario hacer funcionar. Sin embargo, la práctica indica que el pago por la energía entregada por los generadores no cubre todos los costos de inversión. Ello obliga a establecer un cobro por la "potencia disponible" (segura de poder ser entregada en un período definido como crítico). Ello se sale del análisis marginalista, por lo que se produce toda una discusión y negociación para establecer qué es potencia disponible y cuál es su valor, discusión que en Chile ha llevado a que a algunos operadores les convenga instalar "centrales diesel" con máquinas de segunda mano, cuya inversión se paga con el solo costo de la potencia, pero que no están destinadas a producir un solo kWh...

Por otra parte, en la operación del SEP se requiere implementar diversas funciones, distintas a entregar energía, que es necesario facturar, saliéndose de nuevo del modelo marginalista. Tal es el caso, por ejemplo, del hecho de que alguna(s) máquina(s) tengan que operar con escasa carga, para poder tomar las variaciones que experimenta el consumo (o las generaciones eólica y solar). A ese operador hay que pagarle el servicio que está prestando. ¿Cuál es el costo correspondiente? La verdad es que se llega a un acuerdo "negociado". Igual dificultad se presenta con la necesidad de hacer operar determinadas unidades térmicas a su mínimo técnico, que obviamente no es el de mayor economía. ¿Quién paga ese sobrecosto?

Otro problema importante en la facturación está ligado a quién paga el uso de las instalaciones. ¿Sólo los consumidores, sólo los generadores, o ambos en alguna proporción? Nuevo tema de discusión.

Como dice el refrán, "no todo lo que brilla es oro". Hay que aceptar los diversos costos en el sector eléctrico como frutos de negociaciones, y no de una verdad económica, y que, por lo tanto, pueden ser modificados en cualquier momento y sentido. En la Sección 22.3 se hace un análisis crítico de la teoría marginalista.

Volviendo a1 despacho de la generación, el modelo de despacho utilizado en un determinado SEP puede ser uninodal, en el que se deja fuera del análisis el sistema de transmisión, o multinodal, caso en el que se representa

explícitamente la red de transmisión, incorporando sus restricciones y fenómenos físicos. Obviamente que al resolver este último modelo se obtiene una solución más ajustada al problema real e información relevante desde el punto de vista económico, tal como los precios de la energía en cada nodo del sistema (lo que proporciona señales de localización para nuevas instalaciones); una adecuada cuantificación de las pérdidas de transmisión; e importantes antecedentes sobre las consecuencias de las congestiones en la red.

Los avances en el despacho y coordinación de los mercados eléctricos pueden ser visualizados desde dos perspectivas distintas, pero que han tenido desarrollos paralelos.

La primera corresponde a la evolución que han experimentado los modelos matemáticos y las herramientas computacionales que permiten realizar las tareas del despacho de un sistema eléctrico. Los avances en las tecnologías de la información y en los lenguajes computacionales han hecho posible abordar de manera cada vez más compleja las decisiones de operación de un sistema, pasando de evaluaciones uninodales basadas en listas de mérito, a modelos de flujos de potencia óptimos multinodales que incorporan restricciones de transmisión y criterios de seguridad. Lo anterior se extiende también a los sistemas hidrotérmicos, donde ha sido posible, por ejemplo, desarrollar modelos multiembalse en distintas escalas de tiempo.

La segunda perspectiva se refiere al cambio en los modelos de organización del sector eléctrico, los que pasaron de estructuras eminentemente centralizadas y monopólicas, a esquemas de libre acceso, donde coexisten mercados bilaterales y de tipo mancomunado o *pool* (ver Capítulo 21). Lo anterior condiciona de manera distinta los modelos matemáticos y herramientas necesarios para la operación y despacho de un sistema eléctrico.

En este capítulo se ha optado por presentar de manera creciente la complejidad en los modelos de la operación de un SEP, asociando, en cada sección, la aplicabilidad que el modelo presentado tiene en los distintos esquemas de mercado existentes a escala internacional. Para ello se ha seleccionado un sistema ejemplo, que será abordado sucesivamente a través de las distintas secciones de este capítulo, de manera de poder diferenciar los distintos niveles de modelación.

Es importante señalar que el problema de despacho económico presentado en este capítulo no analiza la pertinencia o no de que una central opere en el sistema. Esta es una decisión previa, realizada con herramientas de análisis de predespacho (en inglés, *unit-commitment studies*). La existencia de potencias mínimas de generación para algunas máquinas conlleva la necesidad de usar variables enteras para representar el estado operativo o detenido de una determinada unidad. Asimismo, en un esquema de operación acoplado temporalmente se deben incluir en el modelo los costos de partida y de parada de las plantas de generación térmica.

Cabe mencionar que en lo que sigue se hace uso de distintos modelos matemáticos utilizados y reportados en la literatura especializada. Por ello, no se ha considerado necesario justificar la validez matemática de algunos de los resultados presentados.

22.2. Las relaciones económicas básicas del despacho

En esta Sección se presenta un enfoque clásico, desde el punto de vista de un operador centralizado (del tipo Centro de Despacho Económico de Carga), que posee información completa sobre el sistema. En las secciones siguientes se extiende este análisis a los enfoques y metodologías predominantes en los distintos diseños de mercados competitivos vigentes actualmente en el mundo.

Como se recordará, cada máquina térmica presenta un rendimiento y un consumo de combustible diferente, incluso dependientes de la potencia entregada, lo que hace difícil el estudio teórico. La situación se complica por alteraciones circunstanciales y/o temporales de las relaciones de precios entre los distintos combustibles, por las modificaciones en la operación de todas las máquinas que implica la entrada de máquinas nuevas, con un mejor rendimiento, etcétera.

En un análisis más completo hay que respetar también las limitaciones tecnológicas propias de cada máquina, por ejemplo, en cuanto a velocidad para tomar carga, potencias mínima y máxima que puede entregar, generación a cumplir en un período determinado (por ejemplo, una semana), dificultades de personal existentes en un momento dado, etcétera.

22.2.1. Estudios económicos en el largo plazo

El primer paso en la operación económica de un sistema es el de fijar qué máquinas deberían estar en servicio en una época (mes, día) dada del año, cuáles debieran operar enclavadas, cuándo retirar cada máquina para su mantenimiento anual, etcétera. Estos estudios se realizan en varias escalas de tiempo diferentes (y, por lo tanto,

con antecedentes de una precisión muy variable).
Por ejemplo, mediante estudios anuales se busca optimizar el uso de los embalses grandes, fijar los períodos más adecuados para el mantenimiento de las diversas unidades, estimar las necesidades de combustible, etcétera. La precisión de los antecedentes para tales estudios (hidraulicidad, previsiones de consumos, precios y disponibilidades de combustibles, etcétera) no es muy grande, de manera que tampoco se trata de usar métodos de cálculo muy precisos y complicados.

Con los estudios mensuales se pretende optimizar el uso de los embalses medianos, planificar las compras y movimientos de combustibles, etcétera.

Con los estudios semanales, cuya precisión ya es mucho mayor, se busca optimizar el uso de los embalses pequeños, tomando en consideración las reducciones de consumos propias del fin de semana.

Con los estudios de repartición de cargas diarias se pretende fijar el plan de generación para el día siguiente, sabiendo qué unidades están fuera de servicio, conociendo con gran precisión los recursos hídricos de que se dispondrá, y teniendo una previsión bastante certera de los consumos.

Como regla general, los procedimientos de cálculo que se siguen son relativamente complejos (programación lineal, programación dinámica, simulaciones, etcétera), ya que, como ya se ha dicho, se trata de estudios con variables aleatorias (previsiones de consumos, hidraulicidad, costos de combustibles), sujetas a un gran número de restricciones.

La precisión económica requerida, en cambio, no es tan grande, por lo que generalmente se trabaja solo con los costos medios de generación, expresados ya sea en $[UM]/h$, o más comúnmente, en $[UM/MWh]$ (UM es Unidad Monetaria). Además de los costos variables de producción, interesan otros antecedentes, tales como los costos de partida y detención de las unidades térmicas, los tiempos de llenado de los embalses y, tal vez el más importante de todos, una adecuada previsión de los consumos. Dada la relativa imprecisión de los antecedentes, se acostumbra usar métodos de aproximaciones sucesivas, realizando varios estudios con una distinta distribución de la generación.

La representación más precisa de los consumos la dan las **curvas cronológicas de carga y energía**.

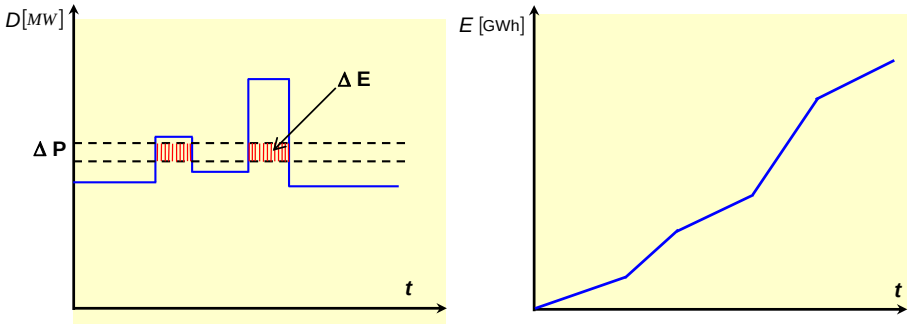


Figura 22.1: Curvas cronológicas de carga y energía

En las primeras (Figura 22.1 izq.), ya definidas en el Capítulo 1, se presenta la variación de la demanda a lo largo del período considerado (día, semana, etcétera). Para un mismo consumo, las curvas diarias serán diferentes de un día a otro, a lo largo del tiempo. Con el fin de simplificar, se suele distinguir solo entre día laboral (generalmente miércoles o jueves) y día feriado, o entre invierno y verano.

Siendo precisa, esta curva no es cómoda en cuanto la energía, que es la información que más interesa para los estudios económicos, debe obtenerse mediante una integración por franjas horizontales.

La energía así calculada puede representarse en las **curvas cronológicas de energía** (Figura 22.1 derecha), que dan la energía total consumida hasta cierto instante, en función del tiempo transcurrido. Estas curvas tienen especial aplicación en el estudio de la operación de las centrales mixtas, o de embalse pequeño.

En los estudios a más largo plazo se prefiere recurrir a otras curvas, menos detalladas pero más cómodas, tales como las curvas de duración de la demanda y las curvas de generación.

En las **curvas de duración de la demanda** o **curvas monótonas** (Figura 22.2), se ordenan las demandas de mayor a menor, en función del tiempo total durante el cual ellas se presentan en el lapso estudiado. Un punto cualquiera de la curva dará entonces el tiempo durante el cual la demanda es igual (o superior) a un valor determinado.

Expresando el tiempo en por uno, en abscisas se tendrá la probabilidad de tener una demanda igual o superior a un valor D. Con este ordenamiento de las demandas es más fácil obtener la energía por integración por franjas horizontales. Por otra parte, para períodos largos, la curva puede ser prevista directamente, sin necesidad de

transferir punto a punto las curvas cronológicas.

En estudios de carácter más general se usan incluso algunas aproximaciones a funciones matemáticas, tales como la recta:

$d\,(p.u.) = 1 - 2\,t\ \ (1 - fc)$

o la parábola:

$d\,(p.u.) = 1 - \left(1 - fc^2\right)\ t^{fc}$

Para los fines de ubicar la generación de las curvas de las centrales se acostumbra diferenciar tres zonas:

La **zona de carga base** ($D \leqslant D_{mín}$), en la que las máquinas que suministran la energía correspondiente pueden funcionar durante todo el período. Valores típicos de la demanda mínima van de 35 a 45 % de la máxima.

La **zona de cargas de punta** ($D \geqslant 0{,}75$ a $0{,}85\ D_{máx}$), en la que las máquinas solo operan durante un tiempo bastante breve, y entregan por ello escasa energía.

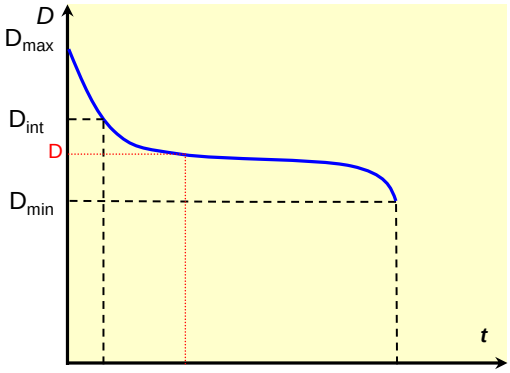


Figura 22.2: Curvas de duración

La **zona de cargas intermedias** ($D_{mín} < D < 0{,}75\ D_{máx}$), en la que la energía requerida en el período es progresivamente mayor.

En la **curva de generación, curva de duración integrada**, o **curva parabólica** (Figura 22.3), se representa directamente la energía requerida en un período dado, en función de las demandas. Como ya se dijo, la energía se obtiene por integración en franjas horizontales, a partir de las curvas cronológicas o de las curvas monótonas, aunque para períodos largos puede ser estimada en forma directa.

La zona de base queda representada por una recta, cuya prolongación hasta el valor de la energía total entrega la demanda media. La zona de cargas intermedias es una sucesión de rectas con pendientes crecientes, que alcanzan su máximo en la zona de cargas de punta. Nótese que $tg\,(\alpha)$, la pendiente con respecto al eje D, mide las horas en que se presenta la situación correspondiente.

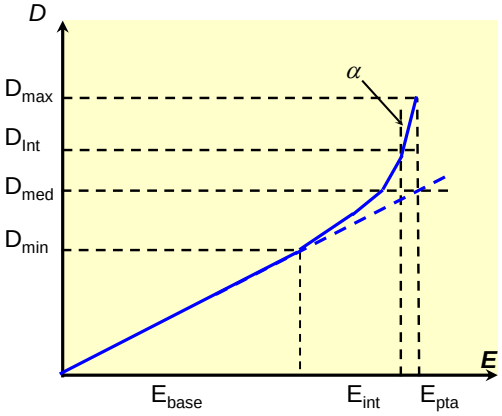


Figura 22.3: Curvas de generación

Para sistemas típicos, la energía en base representa alrededor del 65 a 75 % de la energía total; la energía intermedia oscila entre el 20 y el 30 % del total; y la energía de punta no supera el 10 % del total. Esto significa que entre el 35 y el 50 % de la potencia instalada en generadores deberá suministrar hasta el 75 % de la energía total (**generación de base**); que entre un 30 y 40 % de la potencia instalada suministrará hasta un 30 % de energía adicional (**generación intermedia**), y que el restante 15 a 25 % de la potencia instalada suministra menos del 10 % de la energía total (**generación de punta**).

Cuando se carece de información suficiente, es posible construir una curva de generación aproximada asimilando la parte final de ella a una parábola.

La ubicación de las máquinas en cualquiera de estas curvas se hace normalmente con ayuda de los costos medios de generación, y respetando las limitaciones propias de cada central. En base se ubican las llamadas centrales de energía fatal o no almacenable, tales como las centrales hidroeléctricas de pasada y las centrales térmicas que producen o aprovechan vapor industrial; y luego las centrales rígidas y menos flexibles, como las nucleares y las térmicas de mejor rendimiento (en ese orden, pero en la medida en que tengan cabida en el sistema).

Las cargas intermedias se sirven aprovechando en la mejor forma posible en cuanto a potencia y energía las centrales hidroeléctricas mixtas y de embalse (ver Sección 1.6.3), y hasta donde sea necesario, con las centrales térmicas de menor rendimiento. Si con lo anterior no se llena la curva, las puntas se sirven con turbinas a gas o con centrales hidroeléctricas de bombeo.

Ubicar en la mejor forma posible las diversas centrales disponibles requiere normalmente algunos tanteos, buscando dejar en lo posible fuera de uso las máquinas más caras, y tratando de dejar con una carga fija las unidades

térmicas, que a menudo tienen dificultades para seguir consumos variables. El problema se complica cuando hay varias centrales hidroeléctricas de embalse en serie en un mismo río, que aprovechan los mismos caudales, y sobre todo, cuando se trata de fijar el aprovechamiento óptimo de los embalses.

22.2.2. Generación económica en el corto plazo

Los estudios económicos destinados a establecer la mejor forma de generar con las unidades que se encuentran en servicio en un momento dado, exigen una mayor precisión en la representación del sistema eléctrico y en la valorización de los costos de generación (ya no basta con tomar costos medios por MWh).

El problema básico de la operación económica es el de conocer el costo de generación para cada máquina, en cada situación de operación. Este costo depende, entre otros factores, del consumo de combustible, del tipo de combustible empleado, del rendimiento térmico de la máquina, etcétera.

El **consumo de combustible** de cada máquina térmica, que se designa usualmente por H, muchas veces no se mide en unidades de peso o de volumen, sino en unidades del calor que proporciona, por ejemplo, en $[kCal/h]$ (1 $[kCal]$ es la cantidad de calor necesaria para elevar en $1°\,C$ la temperatura de 1 $[kg]$ de agua, a la presión atmosférica normal de 1 $[Torr]$). En los países anglosajones (o sus colonias culturales) se emplea también el $[BTU\,/\,h]$, siendo 1 $[BTU]$ la cantidad de calor necesaria para elevar en $1°\,F$ la temperatura de 1 $[lb]$ de agua (1 $[BTU\,/\,h] \cong 0{,}252\ [kCal/h]$). Es fuertemente variable con la potencia generada, como se muestra en la Figura 22.4.

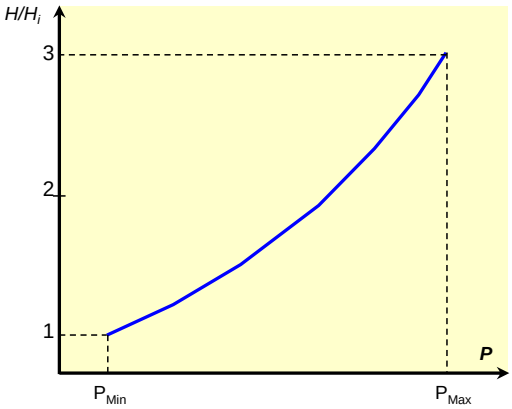


Figura 22.4: Curva consumo de combustible

Aumentar la generación en ΔP implica entonces aumentar el consumo de combustible en una cifra que es más grande en la medida en que la máquina está más cargada.

El costo del combustible debería incorporar no solo el combustible propiamente tal, sino también los otros gastos que son variables con el volumen de producción, y que pueden ser controlados por medio de una estrategia apropiada, tales como el mantenimiento, manejo de cenizas y residuos, lubricantes, etcétera. Cuando la máquina presenta la posibilidad de usar combustibles diferentes según sea la generación con que se opere, el costo por emplear en cada caso será el que corresponda a esa situación específica. En cambio, se dejan fuera de la evaluación aquellos costos fijos, como instalaciones, salarios, etcétera, que no se alteran con la forma de operar.

Es importante considerar también las restricciones que el sistema eléctrico impone a la distribución de la generación (pérdidas, caídas de tensión, inseguridad, etcétera), cuando menos en forma de ecuaciones de potencia activa (por su menor influencia en este problema, es posible despreciar a menudo los flujos de potencia reactiva). Como las pérdidas de transmisión son comparativamente pequeñas, es frevuente que también se las desprecie.

En consecuencia, para un área de control dada, en la que operan n generadores, entregando las potencias $P_{G\,i}$, en las que la demanda total es P_L, y en las que las pérdidas de transmisión alcanzan el valor ΔP, se deberá respetar la relación $h = P_L + \Delta P - \sum P_{G\,i} = 0$, simultáneamente con hacer mínimo el costo total de generación $C = \sum C_i(P_{G\,i})$, que también es una función de las potencias generadas, es decir:

$$\begin{aligned} &dC = \sum_i dC_i\ \ (P_{G\ i}) = 0 \\ &h = P_L + \Delta P - \sum_i P_{G\ i} = 0 \end{aligned} \tag{22.1}$$

Este problema matemático fue resuelto por Lagrange, mediante la introducción de una función auxiliar que combina las funciones C y h mediante un operador λ (ver Sección 22.4.1):

$$K = C + \lambda\, h = \sum C_i - \lambda \left(\sum P_{G\,i} - P_L - \Delta P \right) \tag{22.2}$$

La nueva función K se denomina en este caso **costo restringido**, y λ es el **operador** o **multiplicador de Lagrange**.

El mínimo del costo restringido K se obtiene cuando se cumple simultáneamente:

$$\frac{\partial K}{\partial P_{G\,1}} = \frac{\partial K}{\partial P_{G\,2}} = ... = \frac{\partial K}{\partial P_{G\,i}} = ... = \frac{\partial K}{\partial P_{G\,n}} = 0$$

Para el caso más sencillo, y también más frecuente, en el que por su pequeñez relativa es posible despreciar las pérdidas de transmisión, ello equivale a:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_{G\,1}} = \frac{\partial C_2}{\partial P_{G\,2}} = ... = \frac{\partial C_i}{\partial P_{G\,i}} = ... = \frac{\partial C_n}{\partial P_{G\,n}} = \lambda \tag{22.3}$$

en que las derivadas se conocen como **costos incrementales de generación**:

$CI_1 = CI_2 = ... = CI_i = ... = CI_n = \lambda$

¡Para que la operación del sistema sea económica, los distintos generadores ¡deben trabajar con costos incrementales iguales!

En caso de coparse la capacidad de un generador, este sale de la condición anterior, que se debe seguir cumpliendo solo para las máquinas restantes.

Los costos incrementales de las máquinas térmicas se dan normalmente en forma de curvas de CI en función de la potencia generada, conocidas como **curvas de Willans** (Figura 22.5).

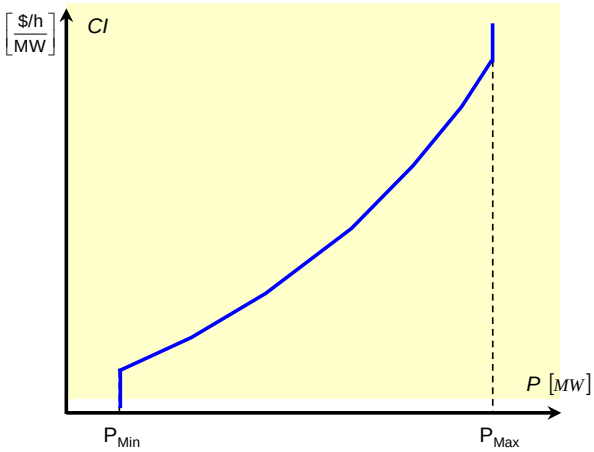


Figura 22.5: Curvas de Willans

Se obtienen multiplicando la **razón calórica incremental** dH/dP (pendiente de la curva de consumo de combustible $H - P$), determinada en forma experimental, por el costo del combustible empleado. Para simplificar el análisis se le supone una curvatura única, lo que no siempre es real, sobre todo si existe realimentación intermedia, más de una válvula, etcétera. En todo caso, el error que se comete es pequeño.

Dado que la curvatura es poco pronunciada, para el análisis numérico se le suele asimilar ya sea a una recta:

$$CI = \alpha + \beta P \tag{22.4}$$

o más correctamente, a un polinomio de segundo orden:

$$CI = \alpha + \beta P + \gamma P^2 \tag{22.5}$$

La igualación de los costos incrementales de las diversas máquinas no es un cálculo directo, y exigirá por lo tanto un proceso de tanteos. Lo usual es estimar un valor λ_0 del lagrangiano, para el cual se calculan los P_{Gi} por medio de las relaciones $CI_j = \lambda_0 = \alpha_j + \beta_j P_{Gj} + \gamma_j P_{Gj}^2$, y luego verificar si se cumple $P_L \approx \sum_j P_{G\,j}$. Si ello no ocurre, se mejora el tanteo de λ, a un $\lambda_1 < \lambda_0$, si $\sum P_G$ resultó mayor que P_L; a un $\lambda_1 > \lambda_0$, si el resultado fue el contrario. El procedimiento se sigue hasta cumplir $P_L = \sum P_G$.

En una etapa más avanzada de los estudios económicos es preciso incorporar a la función h las pérdidas de transmisión, lo que complica bastante las cosas, al exigir el cálculo de las corrientes en las distintas líneas, problema complejo tanto por la magnitud de las ecuaciones como porque estas no son lineales. La inclusión de las pérdidas es importante en el caso de líneas largas y muy cargadas, cuando pueden superar el 10 %, y en casos excepcionales llegar al 30 %.

Usualmente solo se plantean relaciones en función de las pérdidas óhmicas máximas de potencia, ya que las pérdidas de energía se relacionarán con ellas por medio del **factor de pérdidas** o **factor de carga de las pérdidas (fcp)**, que es el cociente entre las pérdidas reales de energía durante el período T considerado, y aquellas pérdidas teóricas máximas que se tendrían en caso de mantener pareja la demanda máxima:

$$\Delta E = \int_0^T \Delta P\,(t)\;dt = \Delta P_{máx}\, fcp\, T \tag{22.6}$$

El factor de pérdidas está lógicamente relacionado con el tipo de transmisión, de manera que en último término es función del factor de carga de la transmisión. Esta función estará comprendida entre $fcp = fc$, que vale para transmisiones esporádicas, por bloques parejos separados (ver Figura 22.6 en la página que sigue), y $fcp = fc^2$, que vale para transmisiones planas, con un solo máximo ligero (ver Figura 22.7, también en la página próxima).

En efecto, si se transmite uno o más bloques de igual altura D, pero cuya duración total σ es inferior al período T en estudio, $E = D\sigma = DfcT$ y $fc = \sigma/T$. Por otra parte, $\Delta P = kD^2$, $\Delta E = kD^2\sigma = \sigma\Delta P$, de modo que:

$$fcp = \frac{\Delta E}{T\,\Delta P} = \frac{\sigma}{T} = fc$$

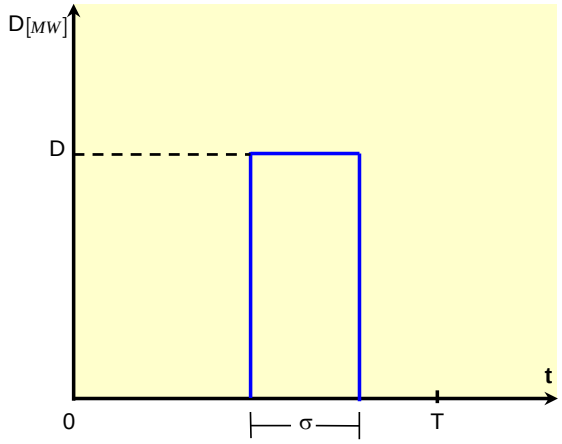


Figura 22.6: Transmisión por bloques

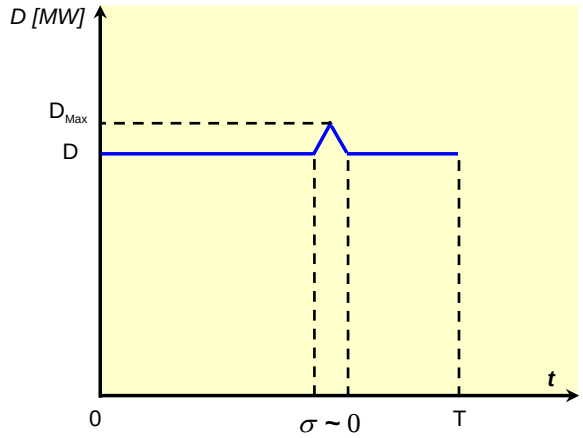


Figura 22.7: Transmisión pareja

Por el contrario, si la transmisión es plana (Figura 22.7), $E = DT + (D_m - D)\sigma \approx DT$, en la medida que $\sigma \to 0$, por lo que $fc = E/TD_m = D/D_m$. A su vez, $\Delta P = kD_m^2$, de modo que $\Delta E \approx kD^2T = D^2T\Delta P/D_m^2$, y

$fcp = \frac{\Delta E}{T\,\Delta P} = \frac{D^2}{D_m^2} = fc^2$.

Las situaciones reales de la práctica serán intermedias entre estas dos, de manera que la función de fcp con fc también lo será. Se han desarrollado varias fórmulas experimentales para esta relación, considerando las tensiones y formas de transmisión más frecuentes.

Sin embargo, tomando en consideración que el desarrollo de tales fórmulas involucra varias simplificaciones importantes (fundamentalmente, despreciar el efecto y la variación de los reactivos), que las transmisiones reales oscilan normalmente entre uno y otro tipo según las circunstancias, etcétera, normalmente se prefiere usar algunas relaciones arbitrarias, no confirmadas por experimentos, pero más sencillas y directas, como:

$$fcp = fc^{\sqrt{3}} \tag{22.7}$$

$fcp = fc^{3/2}$

$fcp = 0,5\ fc(1 + fc)$

Incluyendo las pérdidas de transmisión, la condición de mínimo costo restringido será $\partial K/\partial P_{G\,i} = \partial C_i/\partial P_{G\,i} - \lambda + \lambda\,\partial\Delta P_i/\partial P_{G\,i} = 0$, en la que el término $\partial\Delta P_i/\partial P_{G\,i} = PTI_i$, conocido como **pérdida de transmisión incremental**, representa el aumento en el conjunto de las pérdidas de transmisión que va asociado a un incremento de la potencia P_{Gi} del generador i.

El incremento real de potencia entregada por la máquina i será entonces $1 - PTI_i$, y la condición de despacho económico queda:

$$CI_i = \lambda(1 - PTI_i) \tag{22.8}$$

Introduciendo el recíproco $L_i = 1/(1 - PTI_i)$, que se denomina **factor de penalidad**, la condición se puede escribir como:

$L_1CI_1 = L_2CI_2 = ... = L_iCI_i = ... = L_nCI_n = \lambda$

22.3. La teoría marginalista

22.4. Análisis en sistemas competitivos; Sistema ejemplo

En el resto del capítulo se analizará el despacho en un SEP en el que rigen los esquemas de mercados planteadosos en el capítulo anterior.

Como ya se ha visto, un SEP constituye una red eléctrica que puede ser modelada por un grafo conexo constituido de nodos y ramas, donde los equipos de transmisión corresponden típicamente a las ramas, y los nodos, denominados barras en el lenguaje práctico, representan los puntos de inyección o retiro de la energía.

Puesto que en un SEP la electricidad se produce y consume instantáneamente, el problema se modela en función de la valorización y balances en cada condición de operación de "*potencias*"(y no de energías). En este enfoque estático, el modelo del sistema contempla tres tipos de elementos: unidades de generación, cargas y equipos de transmisión.

El modelo ejemplo adoptado para este capítulo está representado por el sistema eléctrico de tamaño mediano, de tres nodos en 220 $[kV]$, mostrado en la Figura 22.8, el que tiene las características que se resumen en las Tablas 22.1, 22.2 y 22.3.

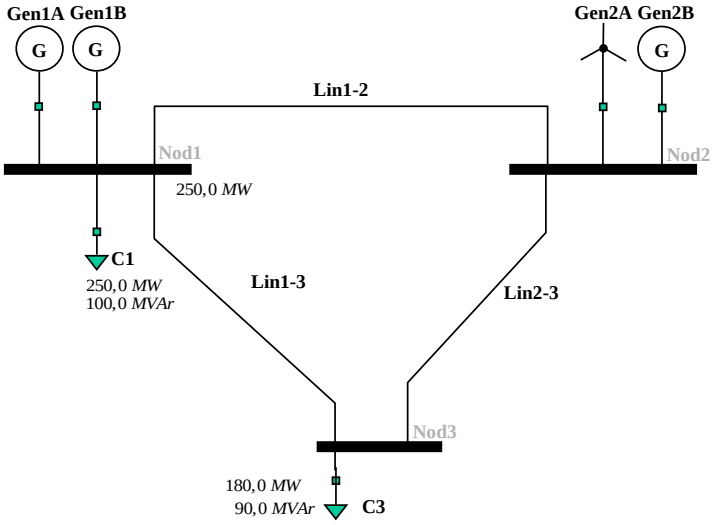


Figura 22.8: Sistema base para estudios de despacho

Tabla 22.1: Datos de líneas de transmisión

Nombre	Origen	Destino	R	X	B/2	Long	Capacidad
			[pu]	[pu]	[pu]	[km]	[MW]
Lin1-2	Nod1	Nod2	0,0207	0,0826	0,0702	100	130
Lin1-3	Nod1	Nod3	0,0116	0,0579	0,0491	70	130
Lin2-3	Nod2	Nod3	0,0100	0,0521	0,0421	60	130

Tabla 22.2: Datos de generadores

Nombre	Tipo	Nodo	Pmín	Pmáx	Qmín	Qmáx	Rango V
			[MW]	[MW]	[MVAr]	[MVAr]	[pu]
Gen1A	Hidráulico embalse	Nod1	40	80	-40	40	0,9-1,05
Gen1B	Térmico	Nod1	70	250	-100	100	0,9-1,05
Gen2A	Parque eólico	Nod2	0	12	0	0	0,9-1,05
Gen2B	Térmico	Nod2	80	200	-100	125	0,9-1,05

Tabla 22.3: Datos de consumos

Nombre	Tipo	Nodo	P	Q
			[MW]	[MVAr]
C1	Consumo	Nod1	250	100
C3	Consumo	Nod3	180	90

Respecto de las unidades de generación, se conoce la siguiente información sobre su estructura de costos:

Gen1A es una central hidroeléctrica de embalse. El valor del agua embalsada corresponde al costo de oportunidad del SEP, tanto de dejar el agua en el embalse como de turbinarla. Este valor se obtiene de programas de coordinación hidrotérmica, que permiten estimar el costo futuro del agua en un sistema eléctrico. Para un periodo de operación de una hora, el costo asociado al volumen V, en m^3 de agua turbinado queda expresado por la ecuación cuadrática[1]:

$$C_{G1}(V) = 0,001625V + (3,125{\cdot}10^{-9})V^2 \quad [\$/h] \tag{22.9}$$

Dado que la central genera $0,9$ $[MW/(m^3/s)]$, es posible convertir el costo de operación en función de la potencia generada. Puesto que el despacho está determinado para una hora, el caudal turbinado será de $(V/3{,}600)$ $m^3/s]$. Por lo tanto, se generará una potencia $P\ [MW] = 0,9\ [\frac{MW}{m^3/s}]{\cdot}(\frac{V}{3{,}600})\ [m^3/s]$. Reemplazando $V = \frac{3{,}600{\cdot}P}{0{,}9} = 4{,}000P$ en la ecuación (22.4) se obtiene:

$$C_{G1}(P_{G1}) = 6,5P_{G1} + 0,05P_{G1}^2 \ [\$/h] \tag{22.10}$$

Gen1B es una central térmica, cuya función de costo declarada al operador del sistema es:

$$C_{G2}(P_{G2}) = 7,0P_{G2} + 0,08P_{G2}^2 \ [\$/h] \tag{22.11}$$

Gen2A es un parque de aerogeneradores compuesto por 15 unidades, cuyas curvas características, así como las velocidades de viento, se muestran en la Figura 22.9.

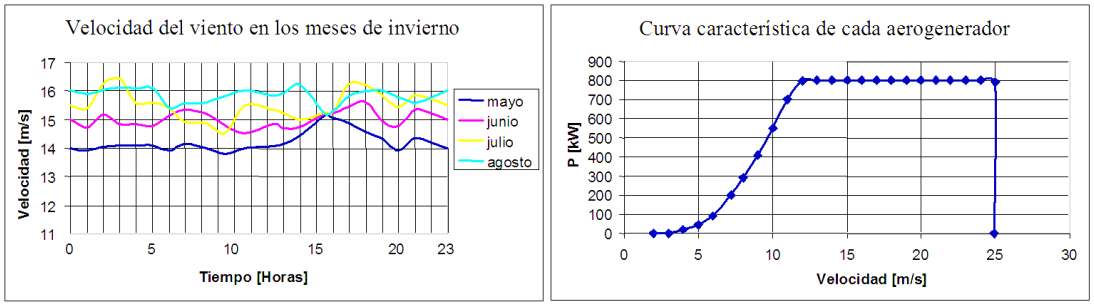


Figura 22.9: Datos de las unidades de generación eólica

Dado que al viento no se le asigna un costo de oportunidad, en forma análoga a lo que sucede con las centrales hidráulicas de pasada, el costo de operación de este tipo de unidades es cero.

Por otra parte, y puesto que en este caso las velocidades del viento exceden en todo momento los 13 $[m/s]$, cada uno de los generadores está entregando permanentemente su máxima potencia (800 $[kW]$), lo que se traduce en una generación de 12 $[MW]$ para el parque eólico, a costo cero.

Gen2B es una central termoeléctrica a carbón, cuyo consumo específico es:

$$\frac{\partial H_4(P_{G4})}{\partial P_{G4}} = (12,916P_{G4} + 1{,}540,56){\cdot}10^{-3}\ [\frac{kCal}{MWh}] = (51,25P_{G4} + 6{,}113,333){\cdot}10^{-3}\ [\frac{MBtu}{MWh}]$$

y en la que el costo del carbón es $1,6$ $[\$/MBtu]$.

La función de costo incremental de la unidad puede ser expresada como[2]:

$$\frac{\partial C_{G4}(P_{G4})}{\partial P_{G4}} = (51,25P_{G4} + 6{,}113,333) \cdot 10^{-3} \cdot 1,6\ [\frac{\$}{MWh}] = 0,082P_{G4} + 9,781[\$/MWh]$$

Integrando la función de costo incremental, se obtiene la función de costo de la unidad: $C_{G4}(P_{G4}) = 9,781P_{G4} + 0,041P_{G4}^2[\$/h]$

donde no se ha considerado el costo fijo asociado a la unidad.

[1] Para la definición de \$ o UM, ver pié de página N° 1 en el capítulo 1

[2] Cabe mencionar que en la industria es común la utilización del *consumo específico medio,* calculado para distintas condiciones de operación como $H_4(P_{G4})/P_{G4} = Consumo\ total\ (P_{G4})/P_{G4}$.

22.5. Modelo uninodal y su aplicación en bolsas de energía

En esta sección se presentan los modelos de despacho denominados uninodales, que se caracterizan por calcular un costo marginal único para todo el sistema (no diferenciando costos marginales por nodo). En estos modelos no se hace una representación explícita de los sistemas de transmisión, es decir, no se representan los flujos de potencia en cada uno de los tramos considerados, simplificación que presentó ventajas importantes en el manejo numérico, antes de la masificación de los computadores. El costo marginal del sistema, usualmente denominado λ y expresado en $[\$/MWh]$, representa el costo para el sistema de servir una unidad adicional de demanda. En el caso de utilizar los dólares como unidad monetaria, es común emplear la unidad $[mills/kWh]$, donde un $mills$ equivale a una milésima de dólar. De esta forma se mantiene la equivalencia 1 $[kUS\$/GWh]$ = 1 $[US\$/MWh]$ = 1 $[mills/kWh]$.

En sus versiones más sofisticadas, los sistemas de transmisión son incorporados en el modelo de forma indirecta, mediante una estimación de las pérdidas óhmicas totales mediante una expresión que es función de la generación de las unidades.

22.5.1. Despacho uninodal sin límites de generación

La primera aproximación desarrollada para resolver el problema de despacho de un SEP no considera las restricciones del sistema de transmisión (modelo uninodal), ni tampoco los límites de operación de las máquinas. La Figura 22.10 muestra esta situación.

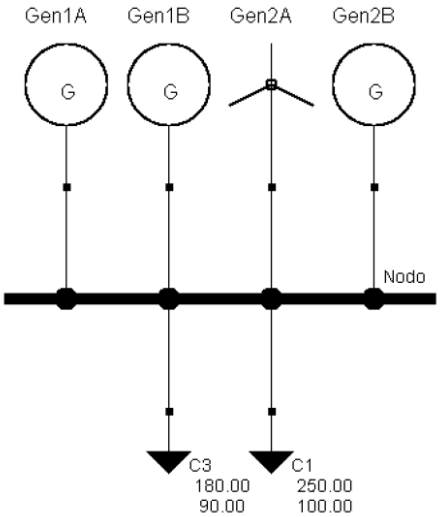


Figura 22.10: Representación uninodal

En este caso, las variables de optimización del sistema son las potencias generadas por cada unidad $\mathbf{P}_G^T = [P_{G1}, ..., P_{GNG}]$, vector de dimensión NG (número de unidades generadoras).

Expresando los costos totales de generación de cada generador por una función de tipo cuadrático:

$$C_{Gi}(P_{Gi}) = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2 \tag{22.12}$$

El problema de optimización por resolver puede ser escrito como:

$$F.O. = Min\left\{\sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi})\right\} \tag{22.13}$$

$$s.a.$$

$$\sum_{i=1}^{NG} P_{G_i} = P_C$$

Donde la restricción de igualdad establece el balance necesario entre la potencia generada y la demanda total del sistema P_C.

En este modelo, el procedimiento para establecer la manera económica de asignar la generación para minimizar el costo total de generación, entrega como resultado que todos los generadores operan a igual costo marginal, que a su vez coincide con el costo marginal del sistema. Este resultado es consecuencia de establecer las condiciones de óptimo a la función lagrangeana del problema de optimación expresado en (22.5.1).

El problema de optimación resultante es:

$$\begin{aligned}
&\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi}) + \lambda(P_C - \sum_{i=1}^{NG} P_{G_i}) \\
&\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda = 0 \quad i = 1, ..., NG \\
&\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{NG} P_{G_i} - P_C = 0
\end{aligned} \tag{22.14}$$

Estas condiciones de óptimo corresponden a los puntos que satisfacen la condición de que las derivadas parciales del lagrangeano respecto de las variables del modelo sean nulas. Cabe mencionar que la restricción de balance de potencia se podría haber escrito agrupando los términos al lado izquierdo, es decir, $\lambda(\sum_{i=1}^{NG} P_{G_i} - P_C)$, con lo

que el multiplicador λ resultante tendría el signo contrario. La conveniencia de agruparlo al lado derecho es la de mantener el signo positivo de la demanda P_C, de manera que el multiplicador refleje el costo marginal del sistema, es decir, el costo del sistema de abastecer 1 $[MW]$ adicional de consumo. Asimismo, es de interés mencionar que los costos de generación de las distintas unidades han sido considerados de forma independiente, de lo que resulta que la derivada parcial de la función de costos totales de generación, respecto de una generación específica, coincide con la derivada parcial de los costos de dicha unidad respecto de su propio nivel de generación.

Del conjunto de ecuaciones (22.5.1) se deducen las siguientes relaciones:

$$\lambda = \beta_i + 2\gamma_i P_{Gi} \quad \forall\ i = 1, ..., NG$$

$$P_{Gi} = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \tag{22.15}$$

$$\sum_{i=1}^{NG} P_{G_i} = \sum_{i=1}^{NG} \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = P_C$$

$$\lambda = \frac{P_C + \sum\limits_{i=1}^{NG} \frac{\beta_i}{2\gamma_i}}{\sum\limits_{i=1}^{NG} \frac{1}{2\gamma_i}} \tag{22.16}$$

Así, el costo marginal (incremental operacional) de cada generador en el punto de operación económica es igual para todos, es decir, $\partial C_{Gi}(P_{Gi})/\partial P_{Gi} = \lambda$ (ecuación 22.5.1) para todos los generadores (i = 1, .., NG). Como consecuencia de este resultado, cuando se conoce el costo marginal λ del sistema, la ecuación (22.5.1) permite calcular el despacho de cada generador. Asimismo, estas relaciones posibilitan un cálculo explícito del costo marginal del sistema en función de la información de costos y demandas del SEP (ecuación (22.5.1)).

En el caso concreto del sistema ejemplo, el parque eólico puede ser eliminado del problema de optimización, dado que su inyección pareja de 12 $[MW]$ (menor a la demanda del sistema, 430 $[MW]$) no tiene costo asociado, por lo que debería ser despachada en base. De esta forma, el problema de despacho para las unidades restantes debe considerar una demanda residual $P_C = 430 - 12 = 418$ $[MW]$.

La función de costo por minimizar es:

$$Min\ f(\mathbf{x}) = C_{G1} + C_{G2} + C_{G4}$$

en la que:

$$C_{G1}(P_{G1}) = 6,5P_{G1} + 0,05P_{G1}^2 \ [\$/h] \tag{22.17}$$

$$C_{G2}(P_{G2}) = 7,0P_{G2} + 0,08P_{G2}^2 \ [\$/h] \tag{22.18}$$

$$C_{G4}(P_{G4}) = 9,781P_{G4} + 0,041P_{G4}^2 \ [\$/h]$$

Utilizando la ecuación (22.5.1) y luego la ecuación (22.5.1) para cada generador, el resultado del despacho es:

$$\lambda = \frac{418 + \left[\frac{6,5}{2\cdot 0,05} + \frac{7,0}{2\cdot 0,08} + \frac{9,781}{2\cdot 0,041}\right]}{\left[\frac{1}{2\cdot 0,05} + \frac{1}{2\cdot 0,08} + \frac{1}{2\cdot 0,041}\right]} = 22,711 \ [\$/MWh]$$

$$P_{G1} = \frac{22,711 - 6,5}{2\cdot 0,05} = 162,11 \ \ [MW]$$

$$P_{G2} = \frac{22,711 - 7,0}{2\cdot 0,08} = 98,2 \ [MW]$$

$$P_{G4} = \frac{22,711 - 9,781}{2\cdot 0,041} = 157,69 \ [MW]$$

El costo total de producción es 6,388, 43 $[\$/h]$.

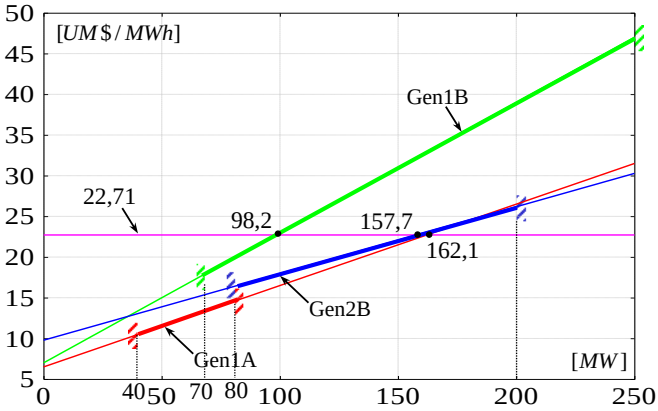


Figura 22.11: Despacho uninodal sin límites de generación

La condición de óptimo puede ser comprobada calculando el costo incremental operacional de cada generador $\partial C_{Gi}(P_{Gi})/\partial P_{Gi}$ en el punto de operación señalado como óptimo, y corroborando que es coincidente con el costo marginal del sistema, de 22, 711 $[\$/MWh]$. Esta situación se presenta gráficamente en la Figura 22.11.

Los resultados asociados a este despacho pueden ser reproducidos utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit y cargando el ejemplo "Despacho uninodal sin límites de generación" con precisiones de 0,001,

tanto para la satisfacción de las restricciones como para la convergencia de los costos.

22.5.2. Despacho uninodal con límites de generación

Del resultado alcanzado en la sección anterior, se puede observar que las unidades Gen1B y Gen2B se encuentran despachadas dentro de sus límites operativos, en tanto que la unidad Gen1A no respeta su límite superior de generación de 80 $[MW]$, lo que se traduce en que el despacho económico calculado no es realista. Para superar este problema es necesario incluir en el modelo de optimización restricciones de cota, del tipo:

$\underline{P}_{Gi} \leq P_{Gi} \leq \overline{P}_{Gi}$

que, para el caso en estudio, corresponden a:

$$40 \leq P_{G1} \leq 80 \tag{22.19}$$

$$70 \leq P_{G2} \leq 250 \tag{22.20}$$

$$80 \leq P_{G4} \leq 200$$

En esta situación, las exigencias de Kühn-Tucker (K-T) complementan las condiciones de optimalidad de Lagrange, de forma que en el óptimo alcanzado se cumpla que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} = \lambda \; \underline{P}_{Gi} < P_{Gi} < \overline{P}_{Gi} \; i = 1, ..., NG$$

$$\frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} \leq \lambda \; P_{Gi} = \overline{P}_{Gi} \tag{22.21}$$

$$\frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} \geqslant \lambda \; P_{Gi} = \underline{P}_{Gi}$$

Lo anterior sugiere realizar nuevamente el despacho del sistema, fijando la generación de la unidad Gen1A en su nivel máximo de 80 $[MW]$. El problema de optimización por resolver en este caso puede ser escrito como:

$$Min \; f(\mathbf{x}) = C_{G2} + C_{G4}$$

$$s.a.$$

$$P_{G_2} + P_{G4} = 418 - 80 = 338 \tag{22.22}$$

$$70 \leq P_{G2} \leq 250$$

$$80 \leq P_{G4} \leq 200$$

Las condiciones de óptimo del nuevo problema sin restricciones son:

$$\lambda = \frac{338 + \left[\frac{7,0}{2 \cdot 0,08} + \frac{9,781}{2 \cdot 0,041}\right]}{\left[\frac{1}{2 \cdot 0,08} + \frac{1}{2 \cdot 0,041}\right]} = 27,163 \quad [\$/MWh]$$

$$P_{G2} = \frac{27,163 - 7,0}{2 \cdot 0,08} = 126,02 \; [MW]$$

$$P_{G4} = \frac{27,163 - 9,781}{2 \cdot 0,041} = 211,98 \quad [MW]$$

Para este despacho resultante, se comprueba que la unidad Gen1A satisface la condición de K-T en (22.5.2), es decir:

$$\frac{\partial C_{G1}(P_{G1})}{\partial P_{G1}} = 6,5 + 2 \cdot 0,05 \cdot 80 = 14,5 \leq (\lambda = 27,163)$$

Este nuevo resultado se presenta gráficamente en la Figura 22.12.

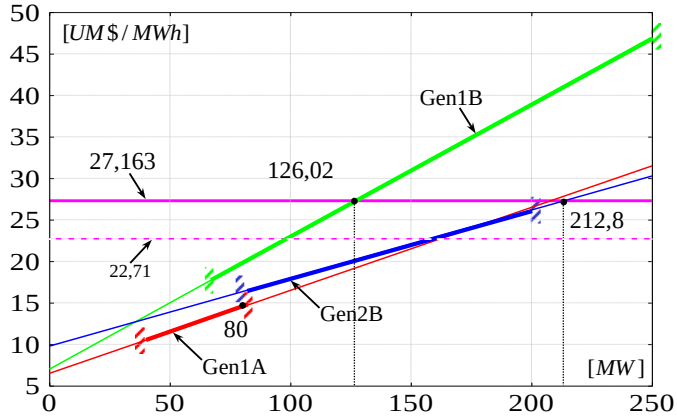


Figura 22.12: Desp. uninodal, limitando Gen1A en 80 MW

Sin embargo, este nuevo despacho tampoco resulta viable desde un punto de vista práctico, ya que la central Gen2B supera su límite máximo de generación de 200 $[MW]$. Este resultado sugiere ahora fijar la generación de la central Gen2B en su máximo. El nuevo problema de optimización resultante puede escribirse como:

$$Min \; f(\mathbf{x}) = C_{G2}$$

$$s.a.$$

$$P_{G_2} = 418 - 80 - 200 = 138 \tag{22.23}$$

$$70 \leq P_{G2} \leq 250$$

El resultado de esta optimización es directo, de lo que se concluye el siguiente despacho de las unidades del sistema:

$$\lambda = \frac{138 + \left[\frac{7,0}{2 \cdot 0,08}\right]}{\left[\frac{1}{2 \cdot 0,08}\right]} = 29,08 \quad [\$/MWh]$$

$$P_{G1} = 80 \quad [MW]$$

$$P_{G2} = 138 \quad [MW]$$

$$P_{G3} = 12 \quad [MW]$$

$$P_{G4} = 200 \quad [MW]$$

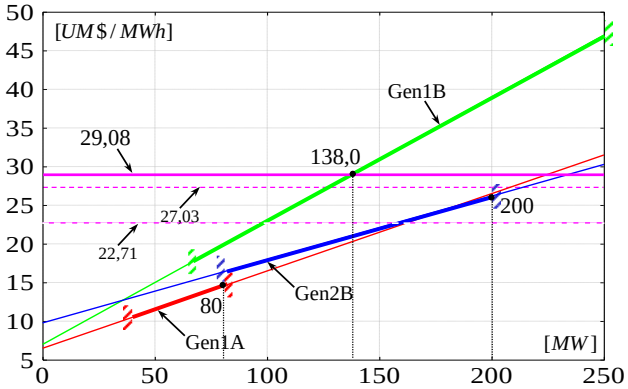


Figura 22.13: Despacho uninodal con límites de operación

La Figura 22.13 muestra el resultado del despacho definitivo, identificándose en ella el punto de operación de cada unidad.

Para verificar la optimalidad de este punto de operación es necesario revisar si se cumplen las condiciones de K-T para todas las unidades, con el costo marginal del sistema $\lambda = 29,08$ [$/MWh], es decir:

$$\frac{\partial C_{G1}(P_{G1})}{\partial P_{G1}} = 6,5 + 2 \cdot 0,05 \cdot 80 = 14,5 \ \leq \lambda$$

$$\frac{\partial C_{G2}(P_{G2})}{\partial P_{G2}} = 7,0 + 2 \cdot 0,08 \cdot 138 = 29,08 \ = \lambda$$

$$\frac{\partial C_{G3}(P_{G3})}{\partial P_{G3}} = 0 \ \leq \lambda$$

$$\frac{\partial C_{G4}(P_{G4})}{\partial P_{G4}} = 9,781 + 2 \cdot 0,041 \cdot 200 = 26,18 \leq \lambda$$

Como se puede apreciar, el hecho de considerar los límites de operación de las unidades hace necesario un proceso iterativo de verificación de límites, fijación de generaciones y verificación de las condiciones de K-T. En ocasiones, en particular para un número grande de unidades, este proceso puede ser complejo, ya que la fijación de la generación de un conjunto de unidades en su límite inferior o superior puede provocar que en la iteración siguiente algunas de ellas no satisfagan las condiciones de K-T y tengan que ser consideradas nuevamente como variables de optimización. Solo la satisfacción de las condiciones de K-T asegura que se ha alcanzado el despacho óptimo del sistema.

Una dificultad adicional en la aplicación del método expuesto se presenta cuando la función de costo de los generadores es lineal ($\gamma_i = 0$), ya que en tal caso la aplicación directa de la fórmula de cálculo de λ implica divisiones por cero ($1/2\gamma_i$). Este aparente problema en el método puede ser explicado en términos gráficos. Un costo lineal de generación se traduce en un costo incremental operacional constante, es decir, en una recta paralela al eje de las abscisas en la Figura 22.13, la que no se cruza con la recta del costo marginal del sistema. En otras palabras, para la aplicación del método se debe realizar un juicio a priori sobre si el valor supuesto del costo marginal del sistema corresponde o no al costo incremental operacional de la central de costo de operación lineal. Este juicio suele apoyarse en un análisis gráfico, que permite estimar dónde se sitúa el costo marginal del sistema. Si se estima un costo marginal del sistema mayor al de la unidad lineal, corresponde excluir esta central, fijando su generación en su potencia máxima. Si el costo estimado del sistema queda por debajo del de la central lineal, corresponde solucionar el problema de optimización fijando su generación en su potencia mínima.

Los resultados asociados a este despacho pueden ser reproducidos utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit y cargando el ejemplo "Despacho uninodal con límites de generación" con precisiones de 0,001, tanto para la satisfacción de las restricciones como para la convergencia de los costos.

22.5.3. Despacho uninodal considerando pérdidas óhmicas

Hasta ahora no se ha considerado la influencia del sistema de transmisión en el despacho de las unidades. Una primera consecuencia en la representación de los sistemas de transmisión, de importancia en sistemas interconectados de gran extensión, es incorporar el efecto de las pérdidas óhmicas. Además, al hacerlo es posible diferenciar el efecto que cada generador tiene en las pérdidas óhmicas del sistema, según sea su ubicación relativa respecto de los centros de carga. Lo anterior puede tener consecuencias económicas importantes, ya que en el caso de dos

centrales con funciones de costo similares, puede resultar que la central con mayor impacto en las pérdidas óhmicas del sistema sea despachada a mínimo técnico y no a plena carga.

Una primera solución metodológica a este problema es incorporar una expresión para las pérdidas óhmicas P_L, como función de las potencias generadas por las unidades P_{G_i}. La fórmula más general de P_L, que corresponde a un polinomio de orden dos, se conoce como fórmula de *Kron:*

$$P_L = B_{oo} + \sum_{i=1}^{NG} B_{oi}\ P_{G_i}\ + \sum_{i=1}^{NG}\sum_{j=1}^{NG} P_{Gi}\ B_{ij}\ P_{Gj} \tag{22.24}$$

Existen distintos métodos que permiten calcular los coeficientes B_{oo}, B_{oi} y B_{ij}, entre los que destaca el uso de la matriz de sensibilidad a partir del jacobiano del sistema (ver Capítulo 11). Sin embargo, una desventaja de todos estos métodos es que el valor de los coeficientes calculados depende del punto de operación del sistema, ¡estado que justamente corresponde al resultado del problema de despacho! Esta aparente contradicción en el uso de este tipo de sensibilidades se supera en los sistemas en los que se conoce a priori el tipo de despacho al que el sistema convergerá, por lo que la aproximación introducida en su uso es adecuada. Asimismo, este problema puede ser manejado con un proceso iterativo que involucre un recálculo de los coeficientes.

El problema de optimización planteado de esta forma presenta la siguiente estructura general:

$$\begin{aligned}
&F.O. = Min\left\{\sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi})\right\}\\
&s.a.\\
&\sum_{i=1}^{NG} P_{G_i} - P_L(P_{G1},...,P_{GNG}) = P_C\\
&\underline{P}_{Gi} \le P_{Gi} \le \overline{P}_{Gi}
\end{aligned} \tag{22.25}$$

Las condiciones de óptimo del problema de despacho presentado en (22.5.3) se establecen a partir de la función lagrangeana del problema y sus condiciones de optimalidad.[3]

$$\begin{aligned}
&\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi}) + \lambda(P_C + P_L - \sum_{i=1}^{NG} P_{G_i})\\
&\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_{Gi}}{\partial P_{Gi}} + \lambda\left(\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} - 1\right) = 0 \qquad i = 1,...,NG\\
&\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{NG} P_{G_i} - P_C - P_L = 0
\end{aligned} \tag{22.26}$$

Un primer resultado importante, producto de establecer las condiciones de óptimo, es la relación que existe entre el costo marginal del sistema y los costos de cada unidad, dada por:

$$\begin{aligned}
&\lambda = \frac{\partial C_{Gi}}{\partial P_{Gi}}\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}}\right) \qquad i = 1,...,NG\\
&F_{pi} = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}}\\
&\lambda = \frac{\partial C_{Gi}}{\partial P_{Gi}} F_{pi}
\end{aligned} \tag{22.27}$$

El factor F_{pi}, conocido como **factor de penalización,** refleja la influencia de cada generador en las pérdidas óhmicas y el efecto que esto tiene en el despacho del sistema. Concretamente, suponiendo que el aumento de generación de una unidad provoca un aumento en las pérdidas del sistema, es decir, $\partial P_L/\partial P_{Gi} > 0$, el F_{pi} correspondiente será mayor que uno, por lo que, en el óptimo, su costo incremental operacional será penalizado por un factor mayor que 1,0 al ser igualado al costo marginal del sistema.

A diferencia del caso sin considerar pérdidas óhmicas, no es evidente que sea posible encontrar una expresión para λ que solo dependa de la demanda y los parámetros de costo (ver ecuación 22.5.1). De hecho, esto solamente se logrará en casos muy particulares de la ecuación de pérdidas (ecuación 22.5.3).

[3]Para facilitar el análisis, no se incluye el modelado de los multiplicadores asociados a los límites de generación de las unidades generadoras.

Para solucionar este problema se plantea generalmente el método conocido como de "*iteración en lambda*", que utiliza la metodología de Newton-Raphson para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales, estableciendo una función de error que permite corregir el valor de λ en cada iteración. La corrección de λ implica, asimismo, una modificación de las potencias inyectadas por cada generador. Utilizando la ecuación (22.5.3) en (22.5.3) se tiene:

$$\frac{\partial C_{Gi}}{\partial P_{Gi}} = \beta_i + 2\gamma_i P_{Gi} = \frac{\lambda}{F_{pi}} = \lambda \left(1 - 2\sum_{i=1}^{NG} B_{ij}\ P_{Gj}\ - B_{oi}\right)$$

$$P_{Gi} = \frac{\lambda(1 - B_{oi}) - \beta_i - 2\lambda \sum\limits_{i=1, i\neq j}^{NG} B_{ij}\ P_{Gj}}{2(\gamma_i + \lambda B_{ii})} \tag{22.28}$$

Sustituyendo la ecuación (22.5.3) en la restricción de balance nodal se obtiene:

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^{NG} P_{Gi} = \sum_{i=1}^{NG} [\frac{\lambda(1 - B_{oi}) - \beta_i - 2\lambda \sum\limits_{i=1, i\neq j}^{NG} B_{ij}\ P_{Gj}}{2(\gamma_i + \lambda B_{ii})}]\ = P_C + P_L$$

Utilizando el lado izquierdo de esta ecuación $f(\lambda)$ como la función por aproximar en el método de Newton-Raphson, para la iteración k el problema queda expresado por:

$$f(\lambda)^{[k]} = \sum_{i=1}^{NG} [\frac{\lambda^{[k]}(1 - B_{oi}) - \beta_i - 2\lambda^{[k]} \sum\limits_{i=1, i\neq j}^{NG} B_{ij}\ P_{Gj}^{[k]}}{2(\gamma_i + \lambda^{[k]} B_{ii})}]\ = P_C + P_L^{[k]}$$

Realizando la expansión en serie de Taylor de la función $f(\lambda)$ y despreciando los términos de orden superior, se tiene:

$$f(\lambda)^{[k]} + \left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{[k]} \nabla\lambda^{[k]}\ = P_C + P_L^{[k]}$$

$$\nabla\lambda^{[k]} = \frac{P_C + P_L^{[k]} - f(\lambda)^{[k]}}{\left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{[k]}}$$

en que:

$$\left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{[k]} = \sum_{i=1}^{NG} [\frac{\gamma_i(1 - B_{oi}) - B_{ii}\beta_i - 2\gamma_i \sum\limits_{i=1, i\neq j}^{NG} B_{ij}\ P_{Gj}^{[k]}}{2(\gamma_i + \lambda^{[k]} B_{ii})^2}]$$

$$\lambda^{[k+1]} = \lambda^{[k]} + \nabla\lambda^{[k]}$$

Para el caso ejemplo en estudio, se supondrá la siguiente versión simplificada de la función de costo:

$$P_L = \sum_{i=1}^{NG} B_{ii}\ P_{Gi}^2$$

$B_{11} = 2,5{\cdot}10^{-5}$; $B_{22} = 2,5{\cdot}10^{-5}$; $B_{33} = 3,0{\cdot}10^{-5}$; $B_{44} = 3,0{\cdot}10^{-5}$

Aprovechando el resultado de la sección anterior, se emplearán las siguientes condiciones iniciales en el modelo:

$\lambda^{[0]} = 29,08\ \ [\$/MWh]$

$P_{G1}^{[0]} = 80\ \ [MW]$, potencia máxima

$P_{G2}^{[0]} = 138\ \ [MW]$

$P_{G3}^{[0]} = 12\ \ [MW]$, potencia máxima

$P_{G4}^{[0]} = 200\ \ [MW]$, potencia máxima

La corrección del valor de λ se realiza evaluando la función:

$$\nabla\lambda^{[0]} = \frac{P_C + P_L^{[0]} - f(\lambda)^{[0]}}{\left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{[0]}}$$

$P_C = 138\ [MW]$

$$f(\lambda)^{[0]} = \sum_{i=1}^{NG} \frac{\lambda^{[0]} - \beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{[0]} B_{ii})} = \frac{\lambda^{[0]} - \beta_2}{2(\gamma_2 + \lambda^{[0]} B_{22})} = 136,76$$

$$P_L^{[0]} = \sum_{i=1}^{NG} B_{ii}\ P_{Gi}^{2[0]} = 1,832\ [MW]$$

$$\left(\frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda}\right)^{[0]} = \sum_{i=1}^{NG} \frac{\gamma_i - B_{ii}\beta_i}{2(\gamma_i + \lambda^{[0]} B_{ii})^2} = \frac{\gamma_2 - B_{22}\beta_2}{2(\gamma_2 + \lambda^{[0]} B_{22})^2} = 6,125$$

$$\nabla\lambda^{[0]} = \frac{138 + 1,832 - 136,76}{6,125} = 0,502$$

$$\lambda^{[1]} = 29,08 + 0,502 = 29,582$$

$$\nabla\lambda^{[1]} = \frac{138 + 1,85 - 139,84}{6,35} = 0,002$$

$$\lambda^{[1]} = 29,17 + 0,002 = 29,584$$

$$P_{G2} = 139,86\ [MW]$$

Se aprecia que en la segunda iteración ya se ha alcanzado una tolerancia pequeña (0,002) para el valor de λ, por lo que no es necesario iterar por tercera vez.

Sin embargo, es necesario comprobar si el despacho resultante es un óptimo global, particularmente para aquellos generadores que no fueron considerados en la optimización. En este caso, las condiciones de K-T que complementan las condiciones de óptimo de Lagrange son de la forma:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} F_{Pi} = \lambda\ \underline{P}_{Gi} < P_{Gi} < \overline{P}_{Gi}\ i = 1, ..., NG \\
&\frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} F_{Pi} \leq \lambda\ P_{Gi} = \overline{P}_{Gi} \\
&\frac{\partial C_{Gi}(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} F_{Pi} \geqslant \lambda\ P_{Gi} = \underline{P}_{Gi}
\end{aligned} \tag{22.29}$$

Con el costo marginal del sistema $\lambda = 29,584$ [$/MWh], las condiciones se verifican con:

$$F_{pi} = \frac{1}{1 - 2P_{Gi}B_{ii}}$$

$$\frac{\partial C_{G1}(P_{G1})}{\partial P_{G1}} F_{p1} = (6,5 + 2{\cdot}0,05{\cdot}80)\cdot 1,004 = 14,56 \leq \lambda$$

$$\frac{\partial C_{G2}(P_{G2})}{\partial P_{G2}} F_{p2} = (7,0 + 2{\cdot}0,08{\cdot}139,853)\cdot 1,007 = 29,58\ = \lambda$$

$$\frac{\partial C_{G3}(P_{G3})}{\partial P_{G3}} F_{p3} = 0\ \leq \lambda$$

$$\frac{\partial C_{G4}(P_{G4})}{\partial P_{G4}} F_{p4} = (9,781 + 2{\cdot}0,041{\cdot}200)\cdot 1,012 = 26,50 \leq \lambda$$

Se comprueba así que, en la medida en que al caso ejemplo se le agregan restricciones que buscan reflejar de mejor forma la realidad, es decir, se resuelve un problema de optimización con más restricciones, el costo marginal del sistema se incrementa de $\lambda = 22,711$ (caso irrestricto) a $\lambda = 29,08$ (considerando límites de generación) y a $\lambda = 29,58$ (considerando límites de generación y pérdidas óhmicas).

Para confirmar los resultados presentados en esta sección se sugiere ingresar a las aplicaciones de apoyo, y luego a "Despacho económico". Una vez en este, se ingresa al ítem "Ejemplo gráfico", donde se pueden observar los mismos valores iniciales que en este problema. Al presionar el boton 'Acción' se comprueban los resultados. Además, es recomendable hacer un análisis de sensibilidad, variando levemente alguno de los parámetros de las ecuaciones de costo y observando el correspondiente cambio en el despacho económico.

Es importante señalar que el análisis presentado hasta este punto tiene fundamentalmente una finalidad pedagógica, ya que se han definido conceptos importantes, tales como costo incremental operacional, costo marginal del sistema, factor de penalización, condiciones de óptimo, etcétera. En la práctica actual, la industria utiliza modelos matemáticos y computacionales más sofisticados. Por ello, en la siguiente subsección y secciones, con base en los conceptos discutidos previamente, se presentan los modelos en uso para resolver el problema de despacho en sistemas reales.

22.5.4. Bolsa de energía uninodal

Hoy en día, los modelos uninodales encuentran su aplicación práctica en los mercados con bolsas de energía uninodales. El modelo básico subyacente corresponde al despacho uninodal, con costos de generación lineales, considerando límites de generación por bloques y despreciando el efecto de las pérdidas óhmicas. Usualmente, este tipo de bolsas se organizan para un mercado diario (en realidad mercado del día siguiente, o *day-ahead market* en inglés), en etapas horarias, donde el operador del mercado recibe ofertas de venta y compra de energía.

Las ofertas corresponden a bloques de potencia, denominados BMW_{ij}, a los que se les asocia un precio PP_{ij}, de venta o compra, según corresponda. Cada oferta (i) puede contener más de un bloque (j). Por ejemplo, en el caso del mercado español, cada oferta puede estar constituida hasta por 25 bloques.

La Figura 22.14 busca ejemplificar este tipo de mercados por medio del caso de un sistema con dos ofertas de venta y dos ofertas de compra, cada una de ellas compuesta por dos bloques.

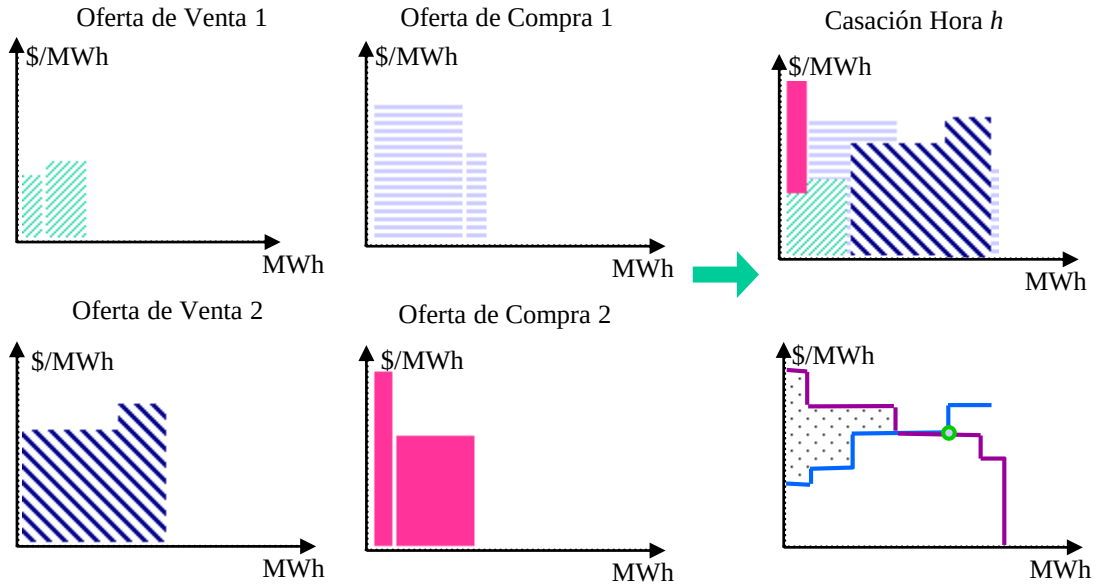


Figura 22.14: Ejemplo de mercado basado en bolsa de energía

Se aprecia que, mientras las ofertas de venta son de precios crecientes, las ofertas de compra son de precios decrecientes, en analogía con lo que sucede con las curvas de oferta y demanda, respectivamente. En la tercera columna de la Figura 22.14 se aprecia en forma gráfica el proceso de casación que realiza el operador del mercado. Los bloques de ofertas de venta son ordenados en forma creciente, en tanto que los de compra en forma decreciente. De esta manera se obtienen las curvas agregadas de oferta y demanda mostradas en el gráfico inferior derecho de la Figura. El operador de mercado debe maximizar el excedente social, área de forma triangular punteada. De esta forma, el sistema será despachado en el punto de operación señalado por un círculo, que permite determinar el costo marginal del sistema o precio resultante del mercado para la hora h (en inglés, *market clearing price*).

Matemáticamente, este problema de despacho puede ser formulado por medio del siguiente problema de optimización:

$$
\begin{aligned}
& F.O. = Min \left\{ \sum_{i=1}^{NOV} \sum_{j=1}^{NB} PP_{ij}^{V} \times BMW_{ij}^{V} - \sum_{i=1}^{NOC} \sum_{j=1}^{NB} PP_{ij}^{C} \times BMW_{ij}^{C} \right\} \\
& s.a. \\
& \sum_{i=1}^{NOV} \sum_{j=1}^{NB} BMW_{ij}^{V} = \sum_{i=1}^{NOC} \sum_{j=1}^{NB} BMW_{ij}^{C} \qquad (22.30) \\
& 0 \leq BMW_{ij}^{V} \leq \overline{BMW}_{ij}^{V} \ \forall\, i,j \\
& 0 \leq BMW_{ij}^{C} \leq \overline{BMW}_{ij}^{C}
\end{aligned}
$$

donde el superíndice "V" indica ofertas de venta y el índice "C", ofertas de compra. El sistema supone asimismo NOV ofertas de venta y NOC ofertas de compra, con un número máximo de NB bloques para cada oferta.

Este tipo de modelos presenta tres características que es conveniente comentar:

- Si se considera una demanda completamente inelástica, donde la cantidad demandada de energía eléctrica no cambia ante variaciones proporcionales del precio (en otras palabras, la curva de demanda corresponde a una línea paralela al eje de las ordenadas), el problema presentado en (22.5.4) corresponde exactamente al resuelto para el despacho uninodal con costos de generación lineales y sin consideración del efecto de las pérdidas óhmicas.

- Se aprecia que existe una dificultad en representar los mínimos técnicos de las centrales generadoras, ya que el límite inferior de cada bloque es cero. En sistemas reales, este problema ha sido abordado por la vía de permitir que el agente oferente declare la indivisibilidad del primer bloque ofertado, restricción que tiene que ser incorporada al modelo de optimización.

- Este tipo de modelación no permite una representación directa de curvas de costo de generación cuadráticas (costos incrementales lineales con pendiente positiva). Para esto, el agente puede ofertar bloques con precios crecientes de energía, que reflejen de alguna forma el comportamiento de la curva de costo incremental operacional.

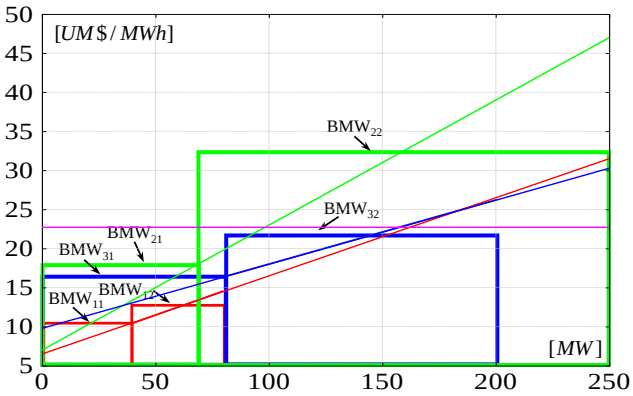


Figura 22.15: Curvas de oferta de cada generador

En el ejemplo estudiado, se supondrá primeramente una demanda inelástica de 480 $[MW]$ y una aproximación lineal en dos tramos de las curvas de costo incremental operacional de las unidades. El primer bloque corresponderá a la potencia mínima de generación, mientras que el segundo se supondrá igual al costo incremental operacional medio del bloque. La Tabla 22.4 y la Figura 22.15 resumen las ofertas BMW_{ij} de una potencia máxima $\overline{BMW}_{ij}$ a precios PP_{ij} de cada unidad.

Tabla 22.4: Ofertas de venta de generadores

Oferta	Unidad	Nodo	$\overline{BMW}^V_{i1}$	PP^V_{i1}	$\overline{BMW}^V_{i2}$	PP^V_{i2}
i			[MW]	[$/MWh]	[MW]	[$/MWh]
1	Gen1A	Nod1	40	10,5	40	12,5
2	Gen1B	Nod1	70	18,2	180	32,6
3	Gen2A	Nod2	12	0	-	-
4	Gen2B	Nod2	80	16,34	120	21,26

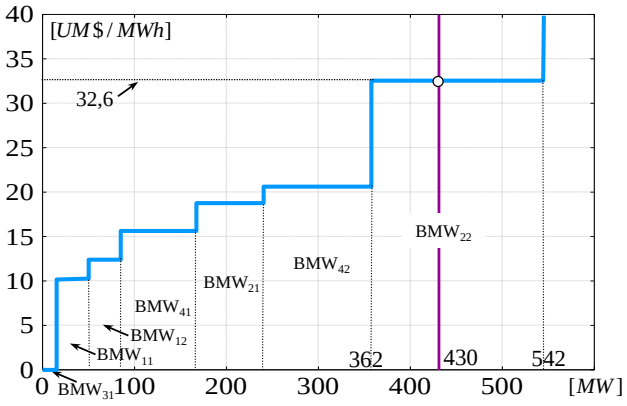


Figura 22.16: Curva de oferta agregada y resultado del mercado

Las flechas en Figura 22.15 muestran los rectángulos que corresponden a cada uno de los bloques ofertados ($\overline{BMW}$, PP). La solución de este problema se estructura a partir de las ecuaciones en (22.5.4), y ella puede ser apreciada en forma gráfica en la Figura 22.16.

La curva de demanda se cruza con la curva agregada de oferta en el tramo horizontal entre 362 $[MW]$ y 542 $[MW]$, quedando este último bloque con una cantidad comprometida $BMW_{22} = 68$ $[MW]$, a un precio de $32,6$ $[\$/MWh]$. El punto señalado en círculo corresponde al resultado del mercado. En términos matemáticos, este enfoque corresponde al de un problema de optimización lineal con cotas, lo que lo hace muy atractivo para ser resuelto, para grandes SEP, por medio de rutinas de optimización comerciales.

Este resultado puede ser comprobado cargando el caso ejemplo de DeepEdit "Despacho bolsa de energia" y utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit.

Para estudiar el efecto que tiene la incorporación de una demanda elástica sobre el resultado del mercado, se

considerarán las ofertas de compra de dos bloques detalladas en la Tabla 22.5.

En este caso, las curvas agregadas de oferta y demanda son las mostradas en la Figura 22.17.

Tabla 22.5: Ofertas de compra

Oferta	Consumidor	Nodo	$\overline{BMW}_{i1}^{C}$	PP_{i1}^{C}	$\overline{BMW}_{i2}^{C}$	PP_{i2}^{C}
i			[MW]	[$/MWh]	[MW]	[$/MWh]
1	C1	Nod1	200	40	100	25
2	C3	Nod3	100	40	100	30

La curva de demanda corta horizontalmente a la curva de oferta en un precio de 30 $[\$/MWh]$ y una potencia de 362 $[MW]$. Se aprecia, además, que el último bloque de oferta BMW_{22}^{V} no es despachado, por lo que existen 138 $[MW]$ de demanda no suministrados al precio resultante.

El hecho de que las curvas de oferta (venta y compra) presenten una estructura escalonada, produce, en algunos casos, ambigüedad en el resultado del mercado. Por ejemplo, en este caso se podría argumentar que para cualquier precio entre $21,26$ y 30 $[\$/MWh]$ se produce un equilibrio en el mercado, ya que se cumple con el objetivo de maximizar el beneficio social (sumas de los excedentes de consumidores y productores).

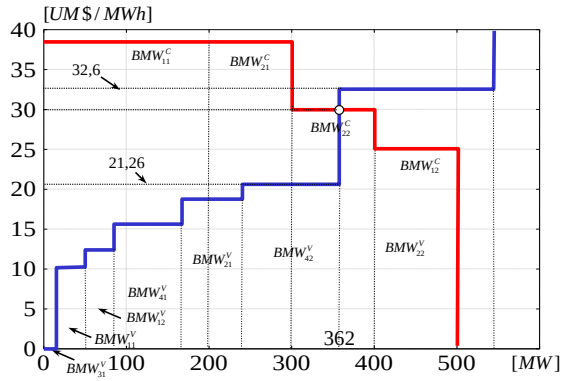


Figura 22.17: Ofertas agregadas con demanda elástica

Sin embargo, el costo para el sistema de abastecer 1 $[MW]$ adicional del bloque BMW_{22}^{C} corresponde al costo de no abastecerlo, es decir, 30 $[\$/MWh]$. En algunas situaciones de corte de ambas curvas, las respuestas no son evidentes. Esto sucede cuando dos o más agentes ofertan bloques a un mismo precio, que coincide con el precio resultante del mercado. La solución usual ha sido aplicar un prorrateo en función de los MW asociados a cada oferta.

Situaciones como las mencionadas han tenido que ser incluidas como sucesos especiales en las reglamentaciones, siguiendo en general el criterio de favorecer en precio y cantidad al consumidor, de forma que el generador marginal sea remunerado de acuerdo con el precio ofertado.

Este resultado puede ser comprobado cargando el caso ejemplo de DeepEdit "Despacho bolsa de energía con ofertas de compra" y utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit.

22.6. Modelos de despacho basados en flujos de potencia lineales

Los modelos uninodales de despacho considerados hasta el momento no son capaces de reflejar el efecto de las congestiones en el sistema de transmisión ni de manejar la diferenciación de costos marginales por barra. Debido a esto, ha sido necesario el desarrollo de modelos de tipo multinodal, que tienen una vasta aplicación en los mercados eléctricos actuales, donde interesa principalmente reflejar las congestiones, y solo en segundo término las pérdidas óhmicas en la red.

La forma más sencilla de incluir estos efectos (sistema multinodal) hace uso del flujo de potencia lineal, o flujo DC. Esta herramienta fue presentada en la Sección , junto con una discusión sobre las condiciones que debe cumplir un sistema para que su aplicación sea válida. Un modelo de despacho que utilice esta representación multinodal de la red se plantea como un problema de optimización de una función objetivo cuadrática y restricciones no lineales de igualdad y desigualdad. Usualmente el SEP es representado en por unidad.

22.6.1. Variables

El vector de variables $\mathbf{x}_E$ del problema de despacho basado en un flujo de potencia lineal está compuesto por las potencias activas generadas por cada unidad, agrupadas en el vector $\mathbf{P}_G$, de dimensión NG. Las potencias activas no servidas de cada uno de los consumos están representadas por el vector $\mathbf{P}_U$ de dimensión ND (número de consumos); y los ángulos de fase de cada tensión de barra por el vector θ, de dimensión NN (número de nodos).

Los dos primeros grupos de variables corresponden a variables de decisión dentro del problema de optimización, mientras que los ángulos de fase de las tensiones serían consecuencia de las primeras y sirven para establecer el estado de operación estacionario del sistema eléctrico, que a su vez permite calcular y restringir los flujos por las conexiones de la red. De esta forma:

$$\mathbf{x}_E = [\mathbf{P}_G, \mathbf{P}_U, \theta]^T \tag{22.31}$$

22.6.2. Función objetivo

La finalidad del despacho económico es la minimización de los costos variables de generación de potencia activa y de las potencias activas no servidas en las cargas del sistema. Para este cálculo se suponen conocidas las unidades que están en operación y, consecuentemente, los límites de operación que es necesario respetar. Su estructura general es la de la ecuación 22.6.2, que corresponde a una función objetivo de tipo cuadrática. En ella, se agrupan las funciones de costos cuadráticos, de potencias generadas y potencias no servidas:

$$F.O. = Min\left\{\alpha_E + \mathbf{c}_E^T\mathbf{x}_E + \frac{1}{2}\mathbf{x}_E^T\mathbf{Q}_E\mathbf{x}_E\right\} \tag{22.32}$$

El costo de la potencia no servida busca reflejar el valor para el sistema de no poder abastecer plenamente el consumo. Depediendo del tipo de estudio que se esté realizando, este puede corresponder al costo de falla de corta duración o bien, en un enfoque de planificación, al costo de racionamiento. Este costo puede ser representado por una función cuadrática, creciente con la profundidad de la falla:

$$C_{Ui}(P_{Ui}) = \beta_i P_{Ui} + \gamma_i P_{Ui}^2 \tag{22.33}$$

Se define como **profundidad de falla** al porcentaje del consumo que no es abastecido, mientras que el término **duración o extensión de una falla** indica el intervalo de tiempo que dura la interrupción de servicio. Cabe señalar que en este caso no existe un costo fijo de falla, ya que la situación de pleno abastecimiento no debiera generar costos adicionales al sistema (ver Figura 22.18).

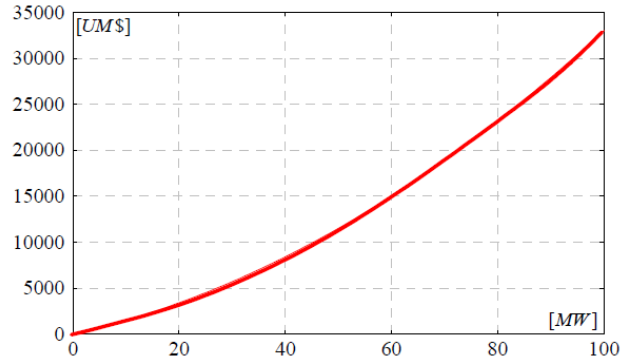


Figura 22.18: Costo de demanda no servida

Los coeficientes del vector $\mathbf{c}_E$ distintos de cero son los coeficientes lineales de los costos de generación térmica y de las potencias no servidas. La matriz del modelo cuadrático $\mathbf{Q}_E$ es diagonal y, de igual forma, sus coeficientes distintos de cero son la mitad de los coeficientes cuadráticos de los costos térmicos y de potencias no servidas. La constante α_E representa la suma de los costos fijos de los generadores del sistema.

22.6.3. Cotas de generación, potencia no servida y ángulos de fase

La potencia generada por una central i, con independencia de su naturaleza, debe encontrarse dentro de límites técnicos determinados por diseño, limitaciones de combustible o mantenimientos. En cualquier caso, la restricción adopta similar forma, cambiando solo el valor de los parámetros:

$$\underline{P_{Gi}} \leq P_{Gi} \leq \overline{P_{Gi}} \qquad \forall i \in NG \tag{22.34}$$

El límite superior está determinado por la capacidad máxima de generación, mientras que el límite inferior corresponde a mínimos técnicos, bajo los cuales no pueden o no deberían operar las unidades de generación. Si bien los mínimos técnicos son más característicos de las centrales térmicas, en las que se requiere de una potencia mínima para mantener operativa la caldera o turbina a gas, también existen en las centrales hidráulicas, que deben operar por sobre un mínimo, para evitar la cavitación, que reduce la vida útil de las turbinas.

Por otro lado, la cantidad de potencia no servida representa la porción de potencia de la carga no abastecida por el sistema. De este modo:

$$0 \leq P_{Ui} \leq P_{Ci} \qquad \forall i \in ND \tag{22.35}$$

Por último, si bien no se asocia límites a los ángulos de fase de las tensiones en las barras, usualmente se define un rango en el cual el método de optimización debe encontrar la solución. A modo de ejemplo, el ángulo medido en radianes puede ser restringido a:

$$-2\pi \leq \theta_i \leq 2\pi \qquad \forall i \in NN \tag{22.36}$$

De esta forma, el vector de variables de optimización queda acotado de acuerdo con la siguiente expresión general:

$$\underline{\mathbf{x}_E} \leq \mathbf{x}_E \leq \overline{\mathbf{x}_E} \tag{22.37}$$

22.6.4. Pérdidas óhmicas

De lo ya visto en el Capítulo 11, si se designa con P_{ik} a la potencia activa inyectada al sistema en la barra i, desde la línea de transmisión que une los nodos i y k, la ecuación que la relaciona con las tensiones de barra del sistema y establece los flujos de potencia activa, habiendo despreciado el efecto de la conductancia paralelo, es la siguiente:

$$P_{ik} = g_{i,k}(V_i^2 - V_i V_k \cos(\theta_i - \theta_k)) - b_{ik} V_i V_k sen(\theta_i - \theta_k) \tag{22.38}$$

Expresando g y b en términos de la impedancia de rama, ello equivale a:

$$g_{ik} + jb_{ik} = (r_{ik} - jx_{ik})/(r_{ik}^2 + x_{ik}^2)$$

Utilizando parcialmente las simplificaciones ya aceptadas en el caso del flujo de potencia lineal tratado en la Sección 22.6:

$$V_i \approx V_k \approx 1 \ [pu]; \ \ \theta_i - \theta_k \approx 0 \ [rad]; \quad r_{ik} \ll x_{ik}$$

más específicamente:

$$\begin{aligned} &sen(\theta_i - \theta_k) \approx \theta_i - \theta_k \\ &r_{ij}^2 + x_{ij}^2 \approx x_{ij}^2 \rightarrow b_{ij} \approx -1/x_{ij} \end{aligned} \tag{22.39}$$

aproximaciones que, al ser aplicadas al resultado de (22.6.4), permiten alcanzar expresiones más sencillas:

$$P_{ik} = g_{ik}(1 - \cos(\theta_i - \theta_k)) - b_{ik}(\theta_i - \theta_k) \tag{22.40}$$

Se aprecia que el término:

$$P_{ik} = -b_{ik}(\theta_i - \theta_k) = 1/x_{ik}(\theta_i - \theta_k) \tag{22.41}$$

coincide con el flujo de potencia activa definido para el flujo de potencia lineal, en tanto que $g_{ik}(1 - \cos(\theta_i - \theta_k))$ corresponde a la mitad de las pérdidas óhmicas P_{Lik} del tramo, dado que:

$$P_{Lik} \approx P_{ik} + P_{ki} = 2\ g_{ik}(1 - \cos(\theta_i - \theta_k)) \tag{22.42}$$

La aproximación de las pérdidas dada por la ecuación (22.6.4) es utilizada en los programas comerciales de despacho. Sin embargo, se puede hacer uso de una simplificación adicional, al introducir las aproximaciones:

$$\begin{aligned} &1 - \cos(\theta_i - \theta_k) \approx (\theta_i - \theta_k)^2/2 \\ &r_{ik}/(r_{ik}^2 + x_{ik}^2) \approx r_{ik}/x_{ik}^2 \end{aligned} \tag{22.43}$$

con lo que se obtiene la siguiente expresión para las pérdidas óhmicas en la línea:

$$P_{Lik} \approx 2\ r_{ik} \frac{(\theta_i - \theta_k)^2}{2x_{ik}^2} = r_{ik} \frac{(\theta_i - \theta_k)^2}{x_{ik}^2} = r_{ik}\ P_{ik}^2 \tag{22.44}$$

Esta fórmula, que relaciona las pérdidas óhmicas con el cuadrado del flujo de potencia activa transferido del nodo i al k, es la aproximación más utilizada en modelos de despacho basados en flujos de potencia lineal. Cabe mencionar que las aplicaciones que utilizan estos modelos realizan usualmente una aproximación lineal por partes de la función de pérdidas, lo que facilita su incorporación en rutinas eficientes de optimización lineal. La Figura 22.19 muestra la comparación entre ambas aproximaciones.

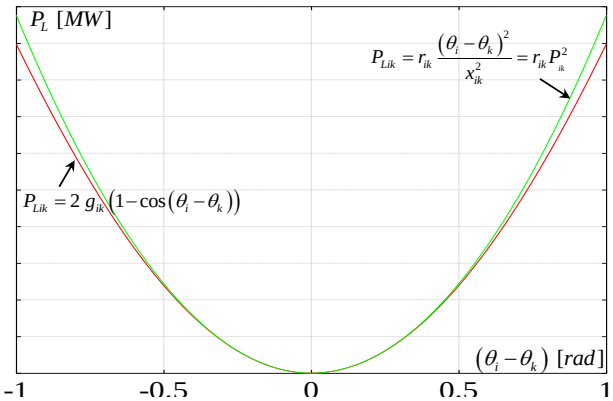


Figura 22.19: Comparación de modelos de pérdidas

Se aprecia que para desfases pequeños ambas aproximaciones son muy parecidas, mientras que para diferencias angulares mayores, la expresión cuadrática 22.6.4 estima pérdidas levemente mayores. Sin embargo, es importante mencionar que esta aproximación solo es válida para sistemas en los que la razón $r_{ij}/x_{ij} < 0{,}25$. Para valores menores, la aproximación introduce distorsiones importantes en los análisis y resultados.

22.6.5. Balances de potencia en barras

La suma de todas las potencias activas inyectadas y retiradas en una barra, más las pérdidas de transmisión en la red, asociadas a flujos desde o hacia la barra, debe ser nula. Del modelo de flujo de potencia lineal y de las ecuaciones de pérdidas óhmicas presentadas en la sección anterior, se obtiene el siguiente conjunto de restricciones:

$$\sum_{j\in\Omega_i^G} P_{G_j} - \sum_{j\in\Omega_i^N}\left(\frac{\theta_i-\theta_j}{x_{ij}}+\frac{P_{Lik}}{2}\right) + \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{U_j} = \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{C_j} \qquad \forall i\in NN$$

donde:

Ω_i^G: es el conjunto de índices de generadores conectados a la barra i.

Ω_i^N: es elconjunto de índices de las barras interconectadas con la barra i, mediante algún equipo de transmisión.

Ω_i^C: es el conjunto de índices de cargas conectadas a la barra i.

P_{C_j}: es el parámetro de potencia activa demandada por carga j.

La Figura 22.20 ejemplifica el tratamiento de los balances nodales para un sistema de tres barras con un solo consumo por nodo.

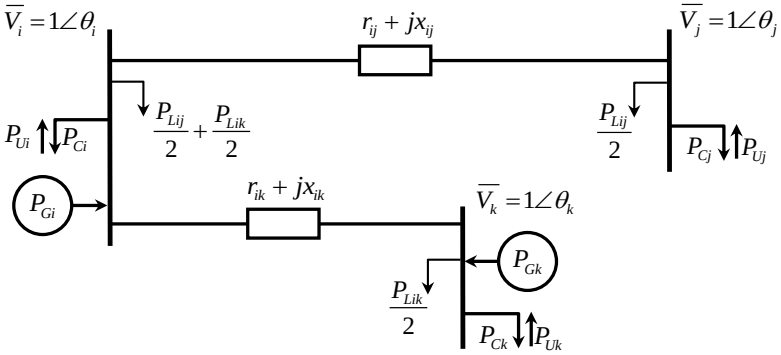


Figura 22.20: Balances nodales en un sistema de tres barras

En algunos modelos se reemplaza la igualdad por una desigualdad (en este caso $\geq$), para poder garantizar la convexidad del espacio factible, lo que, con la salvedad de casos excepcionales, no afectará el óptimo del problema, ya que los costos del sistema llevarán a que se satisfaga esta restricción en la igualdad. El hecho de mantener la condición de igualdad permite la aparición de costos marginales negativos, caso que será analizado más adelante.

22.6.6. Límites de flujos por las líneas o equipos de conexión

Los flujos por las líneas o equipos de transmisión deben encontrarse dentro de ciertos márgenes impuestos. El valor máximo tolerable para la potencia activa que circula por el equipo corresponde al menor valor de entre varios límites, resultantes de estudios especializados. Entre estas limitantes se pueden mencionar: capacidad física máxima producto de un límite térmico o técnico (compensación de reactivos), consideración de un factor de potencia mínimo impuesto por los dueños del equipo, criterio de seguridad $N-1$, mantenimiento o reparación de circuitos, limitaciones a flujos por razones de seguridad del servicio (estabilidad), etcétera. Esto puede llevar a situaciones en las que los límites del flujo por una conexión no se imponen de forma simétrica en uno u otro sentido. El flujo medio por una línea se identifica de la ecuación (22.6.4), de modo que las restricciones pueden imponerse sobre los ángulos de la tensión. Así:

$$\begin{aligned} &\theta_i - \theta_j \leq x_{ij}\overline{P}_{ij} \qquad \forall (i,j)\in\Omega^{NN} \\ &\theta_j - \theta_i \leq x_{ij}\overline{P}_{ji} \end{aligned} \tag{22.45}$$

donde Ω_i^{NN} representa el conjunto de índices i, j de barras unidas por algún equipo de transmisión. La dimensión NL de este conjunto corresponde en términos prácticos a la suma de las líneas de transmisión y transformadores presentes en el sistema. En un sentido estricto, el valor del límite superior $\overline{P}_{ij}$ o $\overline{P}_{ji}$ debe incorporar las pérdidas de transmisión, puesto que la potencia que se inyecta al equipo de transmisión desde una barra, las incluye (según lo establece la ecuación (22.6.4)), debiendo calcularse su valor resolviendo la ecuación cuadrática respectiva. No obstante, dado que el valor del límite es una estimación que pasa por inferir un factor de potencia para el flujo, esta precisión pierde relevancia, aceptándose un límite que solo refleje la limitación del equipo en forma aproximada.

22.6.7. Problema de optimización para el despacho multinodal

El modelo de despacho económico multinodal, con representación de las pérdidas óhmicas y de los límites de transmisión, puede ser expresado por el siguiente problema de optimización para el vector de optimización $\mathbf{x}_E = [\mathbf{p}_G, \mathbf{p}_U, \theta]^T$:

$$F.O. = Min\left\{\sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi}) + \sum_{i=1}^{ND} C_{Ui}(P_{Ui})\right\} = Min\left\{\alpha_E + \mathbf{c}_E^T\mathbf{x}_E + \frac{1}{2}\mathbf{x}_E^T\mathbf{Q}_E\mathbf{x}_E\right\} \tag{22.46}$$

$$
\begin{aligned}
& s.a. \\
& \sum_{j\in\Omega_i^G} P_{G_j} - \sum_{j\in\Omega_i^N}\left(\frac{\theta_i-\theta_j}{x_{ij}}+\frac{P_{Lij}}{2}\right) + \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{U_j} = \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{C_j} \qquad \forall i\in NN \\
& \theta_i-\theta_j \le x_{ij}\overline{P}_{ij} \qquad \forall (i,j)\in\Omega^{NN} \\
& \theta_j-\theta_i \le x_{ij}\overline{P}_{ji} \\
& \underline{\mathbf{x}_E} \le \mathbf{x}_E \le \overline{\mathbf{x}_E}
\end{aligned}
\tag{22.47}
$$

donde $F.O.$ es una función cuadrática que representa los costos totales de operación del SEP. El primer grupo de restricciones corresponde a NN restricciones no lineales de igualdad, que representan los balances de potencia en cada nodo. Las $2{\cdot}NL$ restricciones lineales de desigualdad representan los límites de transmisión. Por último, cada una de las variables de optimización tiene asociadas una cota inferior y superior.

Para resolver este problema de optimización, se han propuesto diversas metodologías. Un tratamiento común es el de linealizar por partes las funciones no lineales del problema, con el fin de aprovechar la eficiencia y robustez de los paquetes comerciales que permiten optimizar problemas lineales, tales como CPLEX, Minos, Xpress, LINDO. Asimismo, se han aplicado métodos iterativos de resolución de problemas cuadráticos, aprovechando las características cuadráticas de la función objetivo y de la función de pérdidas. Usualmente, este tipo de modelos se apoya también en optimizadores comerciales incluidos en los paquetes de optimización, como Minos, Matlab o CPLEX.

Cabe mencionar que este problema de optimización, si bien presenta una función objetivo convexa, no es convexo en el dominio de solución, producto de las ecuaciones de pérdidas. Esta situación se comprueba en los nodos esencialmente importadores, donde las funciones de flujo $(\theta_i-\theta_j)/x_{ij}$ tienen signo contrario al de las pérdidas óhmicas medias $P_{Lij}/2$. Consecuentemente, el balance nodal con la demanda P_C se satisface en puntos separados del dominio (ver la figura 22.21).

Para sistemas reales, esta falta de convexidad por efecto de las pérdidas óhmicas no tiene implicancias prácticas. Sin embargo, se observa que la existencia de congestiones puede provocar problemas de convergencia en sistemas reales, particularmente en algoritmos que utilizan una linealización por partes de la función de pérdidas óhmicas. El problema de convergencia se manifiesta en que efectivamente las soluciones alcanzadas no tienen sentido físico, ya que las variables asociadas a los primeros tramos del modelo linealizado tienen valor cero, en tanto que aquellas asociadas a desfases mayores son distintas de cero (curva $P_{ij}-P_{Lij}/2$, flujo que llega al nodo j en la Figura 22.21).

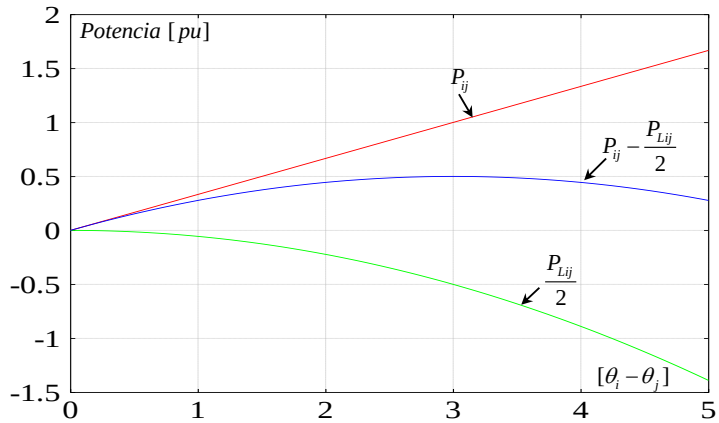


Figura 22.21: Efecto en convexidad de las pérdidas

22.6.8. Costos marginales de generación

Los multiplicadores de Lagrange λ_i asociados a las restricciones de balance nodal del problema de optimización en **??** definen, en la mayoría de los casos, los costos ρ_i para el sistema de suministrar una unidad adicional de potencia activa en cada nodo, los que se conocen como **costos marginales de generación** o **precios puntuales de la electricidad** (del inglés *spot prices*).

El lagrangeano del problema tiene la estructura:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi}) + \sum_{i=1}^{ND} C_{Ui}(P_{Ui}) + \sum_{i=1}^{NN}\lambda_i\left[\sum_{j\in\Omega_i^C} P_{C_j} - \sum_{j\in\Omega_i^G} P_{G_j} + \sum_{j\in\Omega_i^N}\left(\frac{\theta_i-\theta_j}{x_{ij}}+\frac{P_{Lij}}{2}\right) - \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{U_j}\right] \\
& +.... + \mu_i\left(P_{Ci}-P_{Ui}\right) + ...
\end{aligned}
\tag{22.48}
$$

Se aprecia que para un incremento en la demanda P_{Ci} intervienen solo los multiplicadores λ_i y μ_i. En el caso de λ_i, y dado que se trata de una restricción de igualdad, no es posible establecer a priori el valor ni el signo que tendrá (¡este puede ser incluso negativo!). Sin embargo, λ_i reflejará usualmente el costo incremental operacional

de la o las centrales que son marginales en el sistema, habida consideración del efecto de las pérdidas óhmicas y de eventuales congestiones. En cuanto al multiplicador μ_i, dado que proviene de una restricción de cota de una variable de optimización, solo será distinto de cero en el caso en que la potencia no servida sea igual a la demanda correspondiente $P_{Ci} = P_{Ui}$. En este caso, el multiplicador tiene efecto sobre el precio puntual de la electricidad, de forma que $\rho_i = \lambda_i + \mu_i$.

En un SEP, los precios puntuales de la electricidad ρ_i se definen como los costos marginales de generación a corto plazo, incluida una diferenciación, tanto espacial (en cada nodo k) como temporal (en cada instante t). Para un nodo determinado, indican el costo asociado a un incremento de la potencia inyectada en el sistema, necesario para responder a incrementos de carga experimentados en dicho nodo.

De la definición se desprende el carácter dinámico de los precios puntuales, que se debe a su variación en el tiempo y dependencia de las condiciones del sistema, condiciones que están estrechamente relacionadas con las decisiones de operación de este.

Los costos marginales de generación en un sistema eléctrico de potencia son considerados como una señal eficaz de estímulo a la eficiencia económica de los sistemas, ya que proporcionan a los diferentes participantes una información precisa sobre el impacto de sus acciones en los costos de suministro.

El análisis de los precios puntuales debe hacerse bajo un esquema de operación óptima del sistema, con el fin de que las señales entregadas se reflejen en condiciones acordes con la realidad del sistema. Los precios puntuales describen adecuadamente las características del sistema: las zonas desadaptadas, las zonas de generación, las barras de difícil acceso, entre otras.

En general, el valor de los costos marginales depende de:

- Decisiones de predespacho del sistema;
- Curvas de costos de los generadores;
- Distribución de la demanda en los distintos nodos;
- Parámetros físicos y capacidad de las líneas de transmisión;
- Parámetros físicos y capacidad de los transformadores;
- Curvas de costo asociadas a una falla en el sistema.

La herramienta de despacho económico permite realizar una buena estimación de los ρ_i, al ser utilizada en forma iterativa, de acuerdo con las condiciones de predespacho que se definan para un período de operación determinado.

Tradicionalmente, el costo marginal de generación en las barras es presentado como una función lineal de distintos efectos superpuestos:

$$\rho_i = \lambda \left(1 + \frac{\partial P_L}{\partial P_{Ci}}\right) + \zeta \frac{\partial \overline{P}_{ij}}{\partial P_{Ci}} + \gamma \frac{\partial \overline{V}}{\partial P_{Ci}} \tag{22.49}$$

En el cálculo de ρ_i interviene el costo marginal del sistema λ, que es penalizado por el efecto en las pérdidas óhmicas P_L de una variación de la demanda P_{Ci}. A esto se suma el efecto en las congestiones del sistema, reflejado en el producto del costo de congestión ζ por el efecto de la variación de demanda en estos límites. Por último, se agrega el efecto de la variación de la demanda en los límites de las tensiones del sistema, por medio del costo marginal de límites de tensión del sistema γ, multiplicado por el efecto en estos límites de tensión de las variaciones de la demanda.

Esta desagregación es conceptualmente correcta, ya que las variaciones de demanda influyen en los tres ámbitos antes mencionados. Sin embargo, en el modelo de despacho económico presentado en (22.6.7) no es posible una desagregación formal en estos componentes. Debido a la sobredeterminación del problema, se hace necesario tomar una barra de referencia para poder definirlo. De hecho, desde el momento en que se identifica un costo marginal por barra, el concepto de costo marginal del sistema λ se torna ambiguo.

22.6.9. Ejemplo de aplicación

En el ejemplo ya estudiado se analizará ahora el problema de despacho económico multinodal con representación de las pérdidas óhmicas (ecuación 22.6.4) y sin límites de transmisión. El sistema supone una única tensión base $V_{base} = 220\ [kV]$ y una potencia base de $S_{base} = 100\ [MVA]$.

En la Figura 22.22 se muestran los resultados asociados al despacho, *utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit y cargando el caso "Despacho multinodal", no considerando límites de transmisión, con precisiones de 0,001 tanto para la satisfacción de las restricciones como para la convergencia de los costos.*

Se aprecia que la unidad Gen1B queda como unidad marginal, con una potencia de $141,01$ $[MW]$. De hecho, su costo incremental operacional coincide con el costo marginal del nodo 1, $\lambda_1 = 29,56$ $[\$/MWh]$.

El costo marginal asociado al nodo 2 es inferior, $\lambda_2 = 28,89$ $[\$/MWh]$, lo que se justifica, porque las unidades asociadas a ese nodo presentan costos incrementales operacionales menores, lo que se manifiesta en su despacho a plena carga. El nodo 3, de consumo puro, es el que presenta el costo marginal mayor $\lambda_3 = 29,75$ $[\$/MWh]$. Este nodo es abastecido desde ambas líneas conectadas (nodo importador). Por su parte, el nodo 2 corresponde a un nodo exportador, puesto que la generación local supera los consumos locales (en este caso nulos). El nodo 1 presenta una característica mixta, en consideración a que importa energía desde el nodo 2 y exporta hacia el nodo 3. La Tabla 22.6 resume los resultados de este despacho.

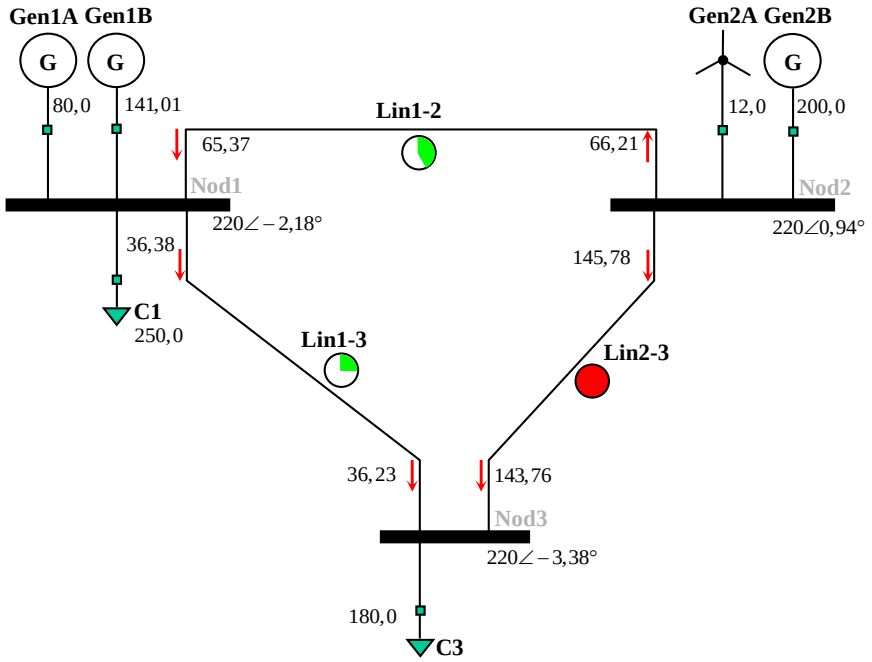


Figura 22.22: Despacho multinodad con pérdidas, sin límites de transmisión

Tabla 22.6: Resultado del despacho económico multinodal sin límites de transmisión

Ítem	Valor	Unidad
Costos totales de operación	6.995,22	\$/h
Generación total de potencia activa	433,00	MW
Potencia no servida	0	MW
Pérdidas óhmicas	3,00	MW
Demanda total	430,00	MW
Ventas a costo marginal (V)	12.745,45	\$/h
Ingreso total de generadores a costo marginal (IG)	12.657,31	\$/h
Ingreso marginal ($IM = V - IG$)	88,13	\$/h

El ingreso tarifario corresponde a la diferencia de ingresos que se produce en un sistema al tarificar retiros e inyecciones de potencia a costo marginal. Este concepto será discutido conceptualmente en el capítulo siguiente.

Por último, se advierte que la línea *Lin2-3* excede su límite máximo de 130 $[MW]$, lo que hace necesario realizar el despacho económico multinodal considerando límites de transmisión.

En la Figura 22.23 de la página siguiente se muestran los resultados obtenidos con la herramienta de simulación, asociados al despacho hecho considerando los límites de transmisión.

Se aprecia el efecto relevante que tiene la consideración de los límites de transmisión en el despacho del sistema. La Tabla 22.7 resume los resultados de este despacho.

Tabla 22.7: Resultado del despacho económico multinodal con límites de transmisión

Ítem	Valor	Unidad
Costos totales de operación	7.241,07	\$/h
Generación total de potencia activa	432,33	MW
Potencia no servida	0	MW
Pérdidas óhmicas	2,33	MW
Demanda total	430,00	MW
Ventas a costo marginal (V)	16.561,24	\$/h
Ingreso total de generadores a costo marginal (IG)	13.039,38	\$/h
Ingreso marginal ($IM = V - IG$)	3.521,86	\$/h

Mientras el despacho de las unidades Gen1A y Gen2A se mantiene en sus niveles máximos, los generadores Gen1B y Gen2B ven alterada su generación en forma importante, aumentando la del primero y disminuyendo la del segundo. Como es de esperar, al agregar la restricción de transmisión, aumentan los costos de operación del sistema, desde $6{,}995,22$ [$\$/h$] a $7{,}241,07$ [$\$/h$]. Esto contrasta con la disminución de pérdidas óhmicas en el sistema, desde $3,0$ [MW] a $2,33$ [MW]. En este caso, las grandes diferencias en los costos marginales por barra no pueden ser explicadas solo por el efecto de las pérdidas óhmicas. La presencia de congestión en la línea *Lin2-3* provoca que un aumento de demanda en el nodo 3 requiera no solo de un aumento de la generación en el nodo 1, sino, además, una disminución de generación de la unidad más económica Gen2B. Lo anterior es consecuencia del desfase máximo entre los ángulos de las tensiones entre los nodos 2 y 3 impuesto por la congestión. Esta diferenciación en los costos marginales deja en evidencia las zonas de suministro costoso, las zonas de bajos costos de generación, así como la presencia de congestiones. Por último, es interesante notar el aumento importante en el ingreso tarifario del sistema.

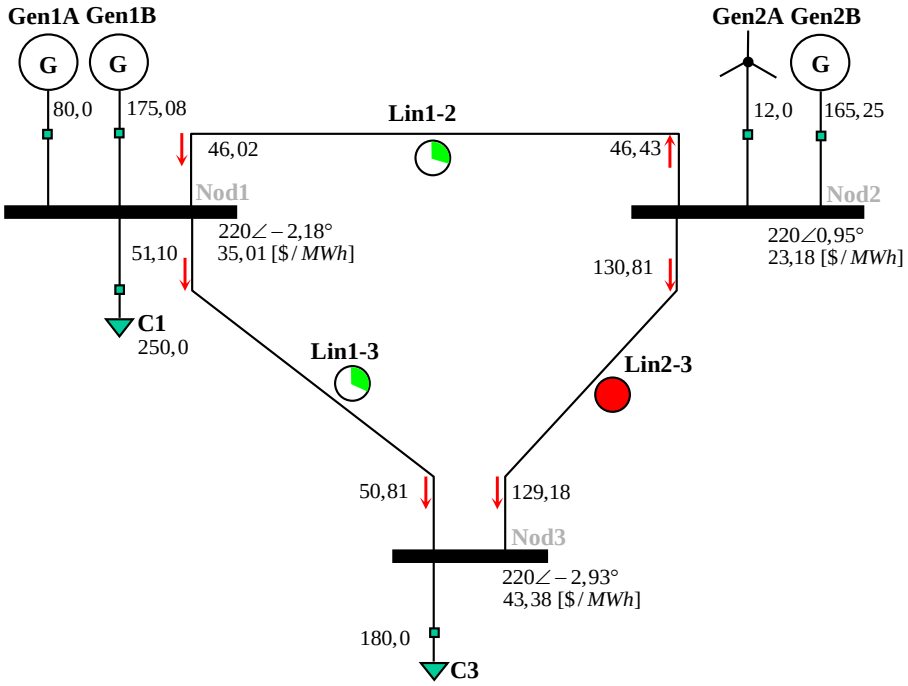


Figura 22.23: Despacho multinodad con pérdidas, con límites de transmisión

Los resultados asociados a este despacho pueden ser reproducidos utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit y cargando el caso "Despacho multinodal" con precisiones de 0,001 tanto para la satisfacción de las restricciones como para la convergencia de los costos; y considerando límites de transmisión.

Asimismo, utilizando DeepEdit es posible estudiar distintos casos ejemplo de la literatura y de sistemas reales (Sistema Interconectado Central Chileno (SIC), Sistema Interconectado del Norte Grande Chileno (SING), Sistema ejemplo utilizado en el libro Wood y Wollenberg, Caso de despacho Paper Pérez-Arriaga. DeepEdit utiliza como método de resolución Newton-Raphson.

22.6.10. Costos marginales negativos

Existen situaciones particulares de despacho que llevan a costos marginales negativos en algunas barras del sistema. En términos económicos, un costo marginal negativo en una barra significa para el sistema un ahorro al "pagar" por aumentos del consumo de potencia en dicha barra. En otras palabras, al aumentar el consumo en la barra con costo marginal negativo, ¡el costo total de operación disminuiría en vez de aumentar!

Para visualizar esta situación en el sistema ejemplo, se supone la incorporación de un generador $Gen3$ en la barra 3 del sistema. Este generador posee una potencia máxima de 300 $[MW]$ y un costo variable de generación, lineal, de 5 $[\$/MWh]$. Además, se supondrá que la línea *Lin1-2* tiene una capacidad de 60 $[MW]$. En la Figura 22.24 se resumen los resultados del despacho.

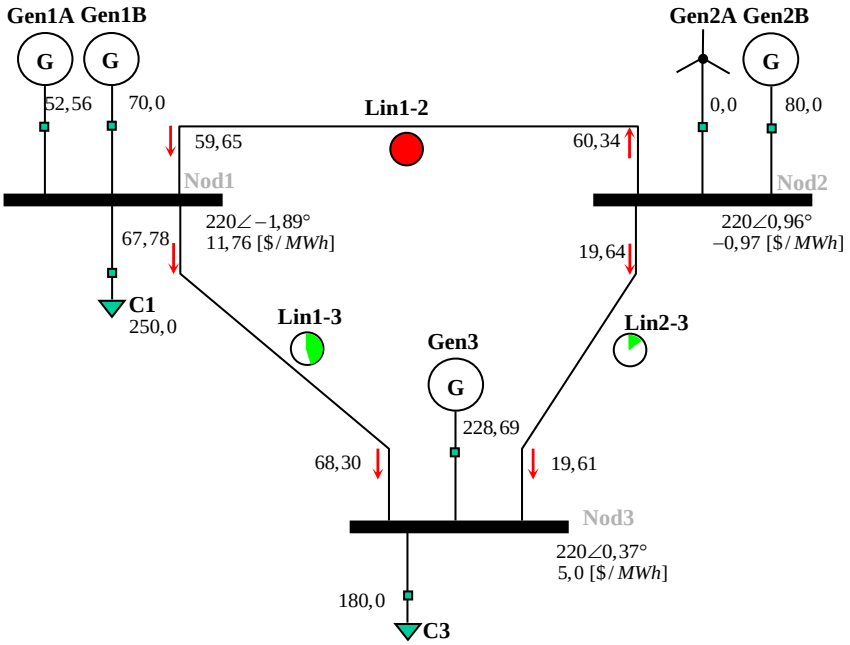


Figura 22.24: Situación con costos marginales negativos

La barra 2 presenta un costo marginal de $-0,97$ $[\$/MWh]$, mientras que el de las barras restantes corresponde al costo incremental operacional de las unidades marginales de cada barra. Esta situación puede explicarse a partir del efecto que provoca la congestión en el sistema. La línea *Lin1-2* alcanza su nivel máximo de transferencia de 60 $[MW]$, desde el nudo 2 al 1, lo que determina una diferencia angular máxima entre los nodos 2 y 1 dada por $\overline{(\theta_2 - \theta_1)} = x_{12} \cdot \overline{P}_{21}/S_{base} = 0,0826 \cdot 60/100$ = 0,05 [rad]. Esta diferencia angular máxima también debe ser respetada por el camino paralelo a través de la barra 3. El sistema busca maximizar la inyección económica de potencia en la barra 3. Sin embargo, debido al amarre de ángulos, la inyección de $Gen3$ alcanza un límite máximo de $228,7$ $[MW]$. De hecho, la generación en la barra 2 ha sido reducida al mínimo posible (¡parque eólico no despachado! y $Gen2B$ en su potencia mínima).

Con este antecedente, cabe preguntarse lo que sucedería producto de un aumento marginal (1 $[MW]$) del consumo en la barra 2. Sin considerar el efecto de las pérdidas óhmicas, el flujo por *Lin2-3* disminuiría en 1 $[MW]$, lo que liberaría el ángulo de fase ($\triangle\theta = x_{23} \cdot 1/100$). Esto puede ser aprovechado para un aumento de la inyección de *Gen3* (cercana a 2 $[MW]$), la que se manifestaría en un aumento en el flujo de *Lin1-2* y una disminución de la generación costosa en la barra 1 ($Gen2B$ disminuye su generación en un valor cercano a 1 $[MW]$). Desde el punto de vista del sistema, sin considerar el efecto de las pérdidas óhmicas, el balance es aproximadamente $\triangle F.O. \approx -2 \cdot 5 + 1 \cdot 11,76 \approx 1,76$. Lo anterior muestra que, a pesar de haber aumentado la demanda, el balance para el sistema es positivo. El efecto de las pérdidas óhmicas reduce la valorización de este efecto positivo a $0,97$ $[\$/MWh]$, obtenido como costo marginal de la barra 3.

Los resultados asociados a este caso pueden ser reproducidos utilizando la herramienta de despacho generalizado de DeepEdit y cargando el ejemplo "Despacho costo marginal negativo", con precisiones de 0,001 tanto para la satisfacción de las restricciones como para la convergencia de los costos.

22.6.11. Modelo de transporte

Cabe mencionar que para estudios en el ámbito de la planificación, es común la utilización de una versión simplificada del despacho multinodal, denominada modelo de transporte. En este caso, si bien se establecen los balances nodales, no se introducen las relaciones que deben cumplir los ángulos de fase de las tensiones, por lo que el problema de optimización posee mayores grados de libertad. Las variables de ángulos de fase de las tensiones son reemplazadas por las variables de flujos medios en los elementos de transmisión. El problema de optimización

tiene, entonces, la forma general:

$$F.O. = Min\left\{\sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi}) + \sum_{i=1}^{ND} C_{Ui}(P_{Ui})\right\}$$

$$\text{s.a}$$

$$\sum_{j\in\Omega_i^G} P_{G_j} - \sum_{j\in\Omega_i^N}\left(P_{ij}+\frac{P_{Lij}}{2}\right) + \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{U_j} = \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{C_j} \qquad \forall i \in NN \tag{22.50}$$

$$P_{ij} \leq x_{ij}\overline{P}_{ij} \qquad \forall (i,j) \in \Omega^{NN}$$

$$-P_{ij} \leq x_{ij}\overline{P}_{ji}$$

$$\underline{\mathbf{x}_E} \leq \mathbf{x}_E \leq \overline{\mathbf{x}_E}$$

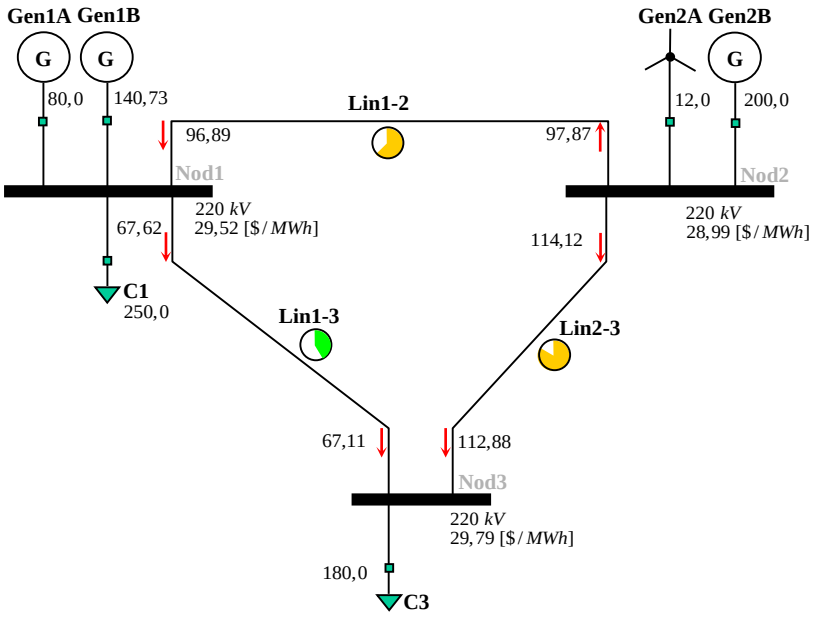


Figura 22.25: Despacho económico multinodal con modelo de transporte

Para el caso de estudio presentado en la sección anterior, la consecuencia de emplear un modelo de transporte es importante. En el modelo de transporte, el hecho de que la línea *Lin2-3* esté congestionada, en analogía a lo que sucede con las carreteras, no sería un impedimento para que la central *Gen2B* pudiera ser despachada a plena carga, es decir, 200 $[MW]$. De esta forma, el gradiente de costos marginales resulta mucho menos notorio y los costos totales de abastecimiento disminuyen, siendo explicable su diferencia exclusivamente por efecto de las pérdidas óhmicas. En consecuencia, el modelo de transporte corresponde a un problema de optimización con menos restricciones que el modelo de despacho multinodal sobre la base de un flujo de potencia lineal.

La Figura 22.25 muestra el resultado del despacho multinodal utilizando el modelo de transporte.

22.7. Flujo de potencia óptimo

En las secciones precedentes se ha ido incrementando paulatinamente el nivel de detalle en el modelo físico de un SEP, con el fin de que se refleje en los modelos de despacho económico. De esta forma, ha sido posible representar el sistema en términos multinodales, reflejando las relaciones eléctricas entre los nodos del sistema, las pérdidas óhmicas y los límites del sistema de transmisión. Sin embargo, hasta el momento no se ha incluido un modelo completo del flujo de potencia en corriente alterna, en particular el efecto de la potencia reactiva y del módulo de las tensiones en las barras del sistema.

La idea del Flujo Óptimo de Potencia (OPF) fue introducida a comienzos de la década de 1970 por Carpentier, como una extensión del despacho económico convencional, aunque en la actualidad el término es usado como nombre genérico para un conjunto de problemas de optimización de redes de potencia.

Los métodos de resolución del OPF se pueden agrupar esencialmente en dos conjuntos:

El primer grupo congrega los métodos que discriminan entre variables de control (por ejemplo, potencias generadas y módulos de tensiones en barras de generación) y variables de estado (por ejemplo, ángulos y módulos de tensiones en barras de consumo), donde solo las variables de control forman el conjunto de variables de optimización, y las variables de estado se determinan mediante un flujo de potencia convencional, que utiliza las variables de control obtenidas en el OPF.

En el segundo grupo se realiza una optimización simultánea sobre todas las variables del sistema. El vector de optimización, que posee la estructura general $\mathbf{x}_E = [\mathbf{p}_G,\ \mathbf{q}_G,\ \mathbf{p}_U,\ \mathbf{q}_U,\ \mathbf{V},\ \theta,\ \mathbf{t}]^T$, contiene en forma íntegra las variables del modelo de despacho basado en el flujo de potencia lineal, a las que se agregan:

- $\mathbf{q}_G$, las potencias reactivas de las unidades de generación
- $\mathbf{q}_U$, las potencias reactivas no servidas
- $\mathbf{V}$, o módulos de tensiones en las barras del sistema
- $\mathbf{t}$: Cambiador de derivación bajo carga en un transformador de poder, de acuerdo con el modelo presentado en la Sección 6.11.

Este vector puede incluir otras variables de control y de estado del sistema, como por ejemplo, elementos de compensación serie/paralelo, potencia reactiva entregada por equipos CER, o la modelación de un UPFC.

22.7.1. Problema de optimización

El problema de despacho asociado puede ser expresado mediante el siguiente problema de optimización:

$$F.O. = Min\left\{\sum_{i=1}^{NG} C_{Gi}(P_{Gi}) + \sum_{i=1}^{ND} C_{Ui}(P_{Ui})\right\} = Min\left\{\alpha_E + \mathbf{c}_E^T\mathbf{x}_E + \frac{1}{2}\mathbf{x}_E^T\mathbf{Q}_E\mathbf{x}_E\right\} \tag{22.51}$$

s.a.

$$\sum_{j\in\Omega_i^G} P_{G_j} - \sum_{j\in\Omega_i^N}[V_iV_jy_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j-\gamma_{ij})] + \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{U_j} = \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{C_j} \quad \forall i\in NN \tag{22.52}$$

$$\sum_{j\in\Omega_i^G} Q_{G_j} - \sum_{j\in\Omega_i^N}[V_iV_jy_{ij}\ sen(\theta_i-\theta_j-\gamma_{ij})] + \sum_{j\in\Omega_i^C} Q_{U_j} = \sum_{j\in\Omega_i^C} Q_{C_j}$$

$$P_{U_i} - Q_{U_i}\frac{P_{C_i}}{Q_{C_i}} = 0\ \forall i\in\Omega^C \tag{22.53}$$

$$V_i^2y_{ij}\cos(\gamma_{ij}) - V_iV_jy_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j-\gamma_{ij}) \le \overline{P}_{ij}\ \forall(i,j)\in\Omega^{NN} \tag{22.54}$$

$$V_i^2y_{ji}\cos(\gamma_{ji}) - V_jV_iy_{ji}\cos(\theta_j-\theta_i-\gamma_{ji}) \le \overline{P}_{ji}$$

$$\underline{\mathbf{x}_E} \le \mathbf{x}_E \le \overline{\mathbf{x}_E}$$

Donde $F.O.$ (ecuación 22.7.1), al igual que en el caso del despacho económico en (22.6.7), es una función cuadrática que representa los costos totales de operación del sistema (generación y costo de falla). Sin embargo, para los problemas de tipo OPF se ha considerado adicionalmente una gama variada de funciones objetivo:

- Minimización de las pérdidas de potencia activa;
- Minimización del número de cambios sobre el control programado;
- Minimización de emisiones contaminantes;
- Maximización de transferencias entre zonas del sistema.

El primer grupo de $2{\cdot}NN$ restricciones no lineales de igualdad (22.7.1) representa los balances de potencia activa y reactiva en cada nodo. Estas restricciones corresponden a las ecuaciones generales de flujos de potencia (ver Sección 11.5), donde los elementos de la matriz de admitancia nodal son expresados en coordenadas polares, como $\overline{Y}_{ij} = y_{ij}\angle\gamma_{ij}$.

El segundo grupo de restricciones (22.7.1) establece que en la eventualidad de no abastecer consumos, el factor de potencia del consumo residual debe ser el mismo del consumo total (P_{C_i}, Q_{C_i}).

Las $2{\cdot}NL$ restricciones lineales de desigualdad (22.7.1) representan los límites de transmisión, en este caso expresados como límites de potencia activa. Existen modelos de OPF que incorporan modelos alternativos para expresar este límite, siendo común el uso del cuadrado del módulo de la corriente de línea. Por último, cada una de las variables de optimización tiene asociadas una cota inferior y otra superior.

El problema de optimización resultante tiene función objetivo cuadrática, restricciones no lineales (funciones senoidales) y lineales de igualdad; y restricciones no lineales de desigualdad. Asimismo, el modelo puede incluir variables de tipo entero, para poder representar acciones de control de tipo discreto, como es el caso de los tradicionales equipos de compensación o de los cambiadores de derivación en transformadores de poder.

Para resolver este tipo de problemas se han desarrollado distintas técnicas, entre las que destacan:

- Solución iterativa de problemas lineales;

- Solución iterativa de problemas cuadráticos;
- Metodologías de punto interior;
- Metodologías de penalización lagrangeana;
- Algoritmos genéticos.

Generalmente, este tipo de técnicas se apoyan en paquetes de optimización comerciales como CPLEX, Minos, Xpres.

22.7.2. Criterios de convergencia

El proceso de convergencia de los métodos de optimización del OPF se controla por medio de distintos criterios:

- Número máximo de iteraciones: Se establece un límite al número de iteraciones permitidas al algoritmo de optimización, que se relaciona con el tiempo computacional tolerable, o con la constatación de que el algoritmo no logra la convergencia.
- Satisfacción de restricciones: Una forma de llevar a la práctica este criterio es considerar el error cuadrático medio de los residuos de las restricciones de igualdad en los balances de potencia activa IP_i^k y reactiva IQ_i^k en cada iteración k. El error debe ser menor, en un cierto porcentaje $\varepsilon_{restric}$, definido por el usuario, a la demanda total de potencia aparente. Este criterio se expresa como:

$$IP_i^k = \sum_{j\in\Omega_i^G} P_{G_j}^k - \sum_{j\in\Omega_i^N} \left[V_i^k V_j^k y_{ij} \cos\left(\theta_i^k - \theta_j^k - \gamma_{ij}\right)\right] + \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{U_j}^k - \sum_{j\in\Omega_i^C} P_{C_j} \quad \forall i \in NN$$

$$IQ_i^k = \sum_{j\in\Omega_i^G} Q_{G_j}^k - \sum_{j\in\Omega_i^N} \left[V_i^k V_j^k y_{ij}\ sen\left(\theta_i^k - \theta_j^k - \gamma_{ij}\right)\right] + \sum_{j\in\Omega_i^C} Q_{U_j}^k - \sum_{j\in\Omega_i^C} Q_{C_j} \tag{22.55}$$

$$\sqrt{\sum_i \left(IP_i^k\right)^2 + \left(IQ_i^k\right)^2} \leq \frac{\varepsilon_{restric.}}{100}\sqrt{DTP^2 + DTQ^2} \tag{22.56}$$

$$DTP = \sum_{j\in\Omega^C} P_{C_j} \ \ ; \ \ DTQ = \sum_{j\in\Omega^C} Q_{C_j} \tag{22.57}$$

- Convergencia de la función objetivo: Este criterio de convergencia de costos puede corresponder a que el valor absoluto de la diferencia de costo entre una iteración y la anterior sea menor que un porcentaje ε_{costo}, definido por el usuario, del costo medio entre estos costos. Es decir, que el costo se estabilice entre iteraciones. Esto se expresa de la siguiente forma:

$$\left|F.O.^{k+1} - F.O.^k\right| \leq \frac{\varepsilon_{costo}}{100}\frac{\left(F.O.^{k+1} + F.O.^k\right)}{2} \tag{22.58}$$

22.7.3. Ejemplo de aplicación

En la Figura 22.26 y en la Tabla 22.8 de la página siguiente se resumen los resultados alcanzados con el modelo de OPF presentado en la sección anterior, *utilizando la herramienta de flujo de potencia óptimo de DeepEdit y cargando el caso "Despacho multinodal", considerando límites de transmisión con precisiones de 0,001, tanto para la satisfacción de las restricciones como para la convergencia de los costos.*

Se observa que los resultados alcanzados son similares a los del despacho económico basado en el flujo de potencia lineal (Figura 22.23). Las pequeñas diferencias se explican por el efecto que tiene en el sistema, un modelamiento del estado estacionario del sistema más cercano al fenómeno físico observado en la realidad. Esto lleva a que se produzca un traspaso cercano a $1,5$ $[MW]$ en los dos generadores marginales ($Gen1B$ sube de $175,08$ a $176,91$ $[MW]$, $Gen2B$ baja de $165,25$ a $163,73$ $[MW]$).

Tabla 22.8: Resultado del despacho de flujo de potencia óptimo

Ítem	Valor	Unidad
Costos totales de operación	7.269,91	\$/h
Generación total	432,63	MW
	168,36	MVAr
Potencia no servida	0	MW
Pérdidas óhmicas	2,63	MW
Demanda total	430,00	MW
	190	MVAr
Ventas a costo marginal (V)		\$/h
Ingreso total de generadores a costo marginal (IG)		\$/h
Ingreso marginal ($IM = V - IG$)		\$/h

Los elementos novedosos en el análisis de los resultados de un OPF corresponden a la información que hasta el momento había sido considerada como fija: módulos de tensiones y potencias reactivas. Se aprecia que el módulo de la tensión en el nodo 2 es elevado a su valor máximo ($1,05$ $[pu]$), llegando a un valor mínimo de $101,5\,\%$ en el nodo 3. Las inyecciones de potencia reactiva se reparten en las distintas barras 1 y 2 del sistema, no constatándose saturaciones.

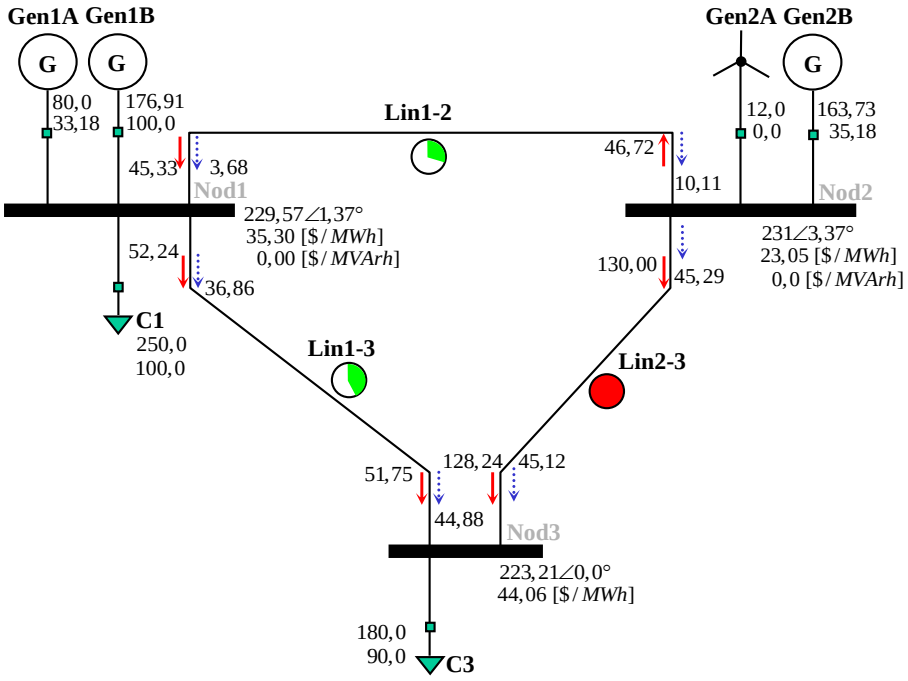


Figura 22.26: Despacho multinodal con flujo de potencia óptimo

En forma análoga al análisis realizado para las potencias activas, las ecuaciones de balance nodal de potencia reactiva tienen asociados multiplicadores de Lagrange, que dan lugar a los costos marginales de potencia reactiva por barra τ_i. Los multiplicadores de Lagrange τ_i definen, para el sistema, el costo de suministrar una unidad adicional de potencia reactiva ($MVAr$) en el nodo correspondiente. Salvo en condiciones críticas de abastecimiento, estos costos son uno o dos órdenes de magnitud menores a los costos marginales de potencia activa. En este caso, se aprecia que en la barra 3, $\tau_i = 0,24$ [\$/$MVArh$]. Ello sugiere que la presencia de un equipo de compensación capacitiva en la barra 3 podría disminuir el costo de abastecimiento.

Este tipo de análisis de sensibilidades puede ser realizado utilizando la herramienta de simulación DeepEdit.

22.8. Coordinación hidrotérmica

El problema de la coordinación hidrotérmica (CHT) corresponde a la optimización simultánea del abastecimiento de la demanda en una red eléctrica y del uso del recurso hidráulico en las cuencas y embalses del sistema. Dependiendo del horizonte de tiempo a considerar y consecuentemente del objetivo perseguido, el problema de CHT se plantea matemáticamente de forma muy distinta. Mientras que en el corto plazo, con un enfoque de operación, no resulta de relevancia modelar la incertidumbre hidrológica y de la demanda; en el mediano y largo plazo, con

el objetivo de simular alternativas de expansión o tarificación, la representación estocástica de estas variables es de gran importancia. Consecuentemente, es usual plantear el problema de corto plazo como un problema de optimización entero mixto, mientras que en el largo, el planteamiento es en variables continuas, como un problema de optimización estocástica de gran escala.

Para los distintos problemas de CHT se han desarrollado metodologías específicas de optimización, que incorporan en buena medida los conceptos de despacho económico vistos en las secciones anteriores. A continuación, se enuncia el problema de CHT de una etapa y se describe en mayor detalle el modelo y métodos de solución asociados a la CHT de mediano plazo.

22.8.1. La coordinación hidrotérmica de una etapa

La **CHT de una etapa**, también conocida como despacho hidrotérmico, se plantea como un problema de despacho económico térmico, al que se le incorpora un modelo del sistema hidráulico asociado y una función de costo representativa del costo de oportunidad del agua almacenada en los embalses para la etapa en estudio. De esta forma, las centrales de embalse se modelan como centrales térmicas con un costo de operación lineal por tramos, o cuadrático. En estas condiciones, el vector de variables aleatorias de los caudales afluentes se transforma en un parámetro de entrada al modelo, con valores predeterminados. El acoplamiento temporal entre etapas consecutivas no se considera para la optimización. El "despacho hidrotérmico"también es utilizado como unidad de cálculo en problemas de CHT de varias etapas.

22.8.2. La coordinación hidrotérmica de mediano plazo

Planteamiento del problema

La característica más llamativa de un sistema con generación hidroeléctrica es poder utilizar aquella energía que es "gratuita", representada tanto por la proveniente de caudales de pasada como por la almacenada en los embalses, evitando así incurrir en gastos de combustible en las unidades termoeléctricas. Sin embargo, en un contexto de mediano plazo, la capacidad limitada de almacenamiento en los embalses impone una restricción a la disponibilidad de energía hidroeléctrica e introduce una dependencia entre la decisión operativa inmediata (despacho) y los costos operativos que se tendrán en el futuro.

En otras palabras, si las reservas de energía hidroeléctrica son usadas inmediatamente, con el objetivo de minimizar los costos actuales de generación de las centrales térmicas, y ocurre una sequía severa en el futuro, se podría producir un racionamiento de costo elevado, es decir, una crisis energética del sistema. Por el contrario, si se protegen las reservas de energía hidroeléctrica por medio de un uso más intenso de la generación térmica, y las afluencias hidráulicas futuras son altas (lluvia, deshielos), puede ocurrir un vertimiento en los embalses del sistema, lo que representa un desperdicio de energía y, consecuentemente, un aumento en el costo operativo total.

Esta disyuntiva se representa esquemáticamente en la Figura 22.27. Cabe hacer presente que esta situación existe de forma similar en otras actividades económicas, tales como el manejo de inventarios, donde se busca minimizar las pérdidas asociadas al almacenamiento, cumpliendo oportunamente con la entrega de pedidos comprometidos. En el reino animal, la actividad de acopio de alimento efectuada por una colonia de hormigas frente a la incertidumbre climática del invierno venidero puede resultar en una merma en la colonia en el caso de un invierno duro y bajo nivel de almacenamiento; o bien en un desperdico de alimento en el caso de una estación invernal benigna y un exceso de almacenamiento.

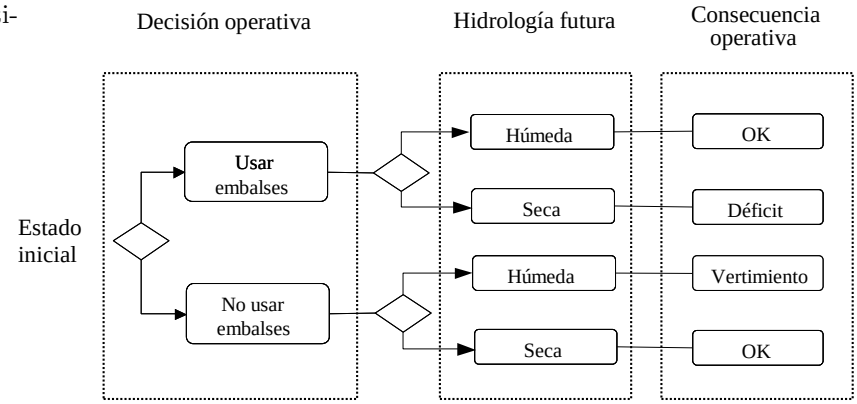


Figura 22.27: El problema de la coordinación hidrotérmica

Consecuentemente, y a diferencia de los sistemas puramente térmicos, cuya operación en el mediando plazo es desacoplada en el tiempo, la operación de un sistema hidrotérmico con embalses es un problema acoplado en el tiempo, en el que una decisión operativa de hoy afecta el costo operativo de mañana. El operador de un sistema

hidrotérmico debe equilibrar, por tanto, el beneficio obtenido por el uso inmediato del agua de los embalses con el beneficio futuro que resultará del almacenamiento de esta, situación que se grafica en la Figura 22.28.

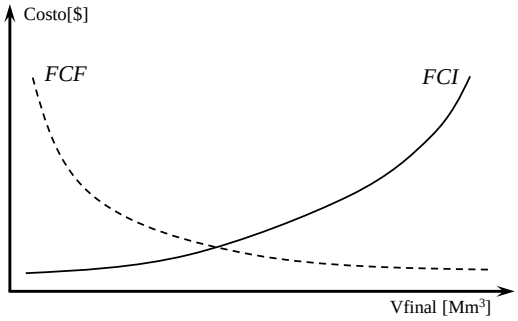


Figura 22.28: Costos inmediato y futuro

La función de costo inmediato (FCI) expresa los costos de la generación térmica en un periodo de tiempo determinado, que se denominará etapa t. Como es lógico, el costo inmediato aumenta en la medida en que disminuye la energía hidráulica disponible en la etapa y, consecuentemente, en la medida en que aumenta el volumen almacenado final.

La función de costo futuro (FCF) está asociada a los costos que deberá cubrir el sistema, desde el final de la etapa t (inicio de $t+1$) hasta el infinito, debido a la generación térmica y/o al desabastecimiento en esos períodos. El costo futuro disminuye en la medida en que aumenta el volumen almacenado final, pues habrá más energía hidráulica disponible en el futuro.

Producto de que existen muchos parámetros del sistema que son inciertos en el futuro, la función de costo futuro tendrá un carácter estocástico, siendo la incertidumbre hidrológica lo más relevante para este tipo de estudios. En esa perspectiva, el operador del sistema debe definir un criterio para enfrentar el problema estocástico, que típicamente es la consideración de costos futuros esperados. Por ello, y dada esta incertidumbre, la FCF se transforma en una función de costos futuros esperados (FCFE).

Otros criterios para la función objetivo estocástica, desde el punto de vista de un agente central, son la minimización del riesgo de déficit energético, el abastecimiento de la demanda con un cierto nivel de confianza, etcétera. La decisión óptima de operación estará dada por la minimización de los costos inmediatos y los costos futuros esperados (ver Figura 22.29).

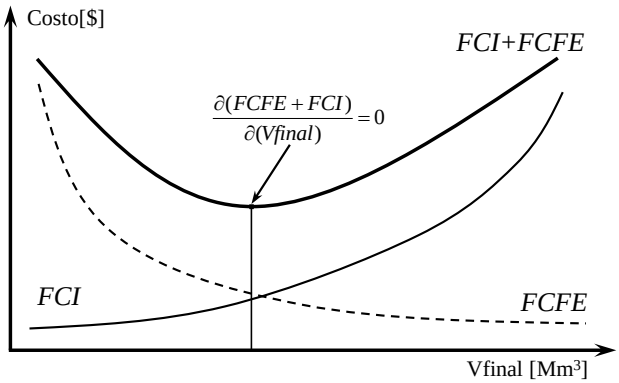


Figura 22.29: Uso económico del agua embalsada

En resumen, y a diferencia de los sistemas puramente térmicos, que tienen un costo operativo directo, las centrales hidráulicas tienen un valor indirecto (costo de oportunidad o valor estratégico del agua embalsada), asociado a la economía de combustible de las térmicas desplazadas en el presente o en el futuro. El uso óptimo del agua se obtiene cuando están equilibrados los valores inmediato y futuro del agua.

Como consecuencia de este análisis, el subproblema hidráulico o de CHT de una etapa, incorpora nuevas variables y restricciones al modelo de despacho presentado en la Sección 22.6.

Variables

Las variables que introduce el subproblema hidráulico son un conjunto de tipos de caudales controlados directa o indirectamente por los diversos tipos de unidades hidráulicas presentes en las cuencas modeladas. Estos caudales son: turbinados $q_{T,}$, vertidos q_V, filtrados en el terreno q_F, remanentes $q_{R,}$, de falla hidráulica q_A y los volúmenes de agua almacenada en los embalses del sistema v al final del periodo de análisis. Así, el vector de variables de origen hidráulico $\mathbf{x}_H$ es:

$$\mathbf{x}_H = (\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_V, \mathbf{q}_F, \mathbf{q}_R, \mathbf{q}_A, \mathbf{v})^T = (\mathbf{q}, \mathbf{v})^T \tag{22.59}$$

Función objetivo

En el subproblema en análisis, a la función objetivo del problema de despacho económico detallada en la ecuación 22.6.2 se le agrega la función de costo futuro del agua de los embalses. Esta función resulta de aplicar la descomposición de Benders, que es en general convexa y depende de los estados finales o volúmenes de agua acumulados al término del intervalo de tiempo que considera el despacho ($\mathbf{v}$), pero también del perfil de afluencias ($\mathbf{a}$) que se prevé hacia el futuro. Para un problema de despacho específico, esta función tiene la forma:

$$cf = \phi(\mathbf{v}, \mathbf{a}) \tag{22.60}$$

Restricciones
El subproblema incorpora las restricciones asociadas al problema hidráulico, buscando representar los siguientes elementos:

- Balance energético para cada embalse del sistema,
- Conectividad hidráulica en las distintas cuencas del sistema,
- Estanques de acumulación,
- Funciones de cota-rendimiento en los embalses,
- Convenios de riego.

La mayoría de estas restricciones pueden ser expresadas como restricciones lineales.

22.8.3. Métodos de resolución para la coordinación hidrotérmica de mediano plazo

El problema de CHT de mediano plazo corresponde a un problema de optimización estocástica que puede ser representado en su equivalente determinístico como un árbol de escenarios. De esta forma es posible calcular la operación óptima del sistema a través de la resolución de un problema de optimización lineal o cuadrático de gran tamaño, que equivale a resolver el **problema en forma extensa**.

Dependiendo de la exactitud del modelo de representación del sistema, para el problema en forma extensa, el número de variables crece en forma exponencial con el número de etapas y en forma proporcional al número de escenarios a estudiar por etapa. En el caso normal, con un número elevado de etapas, se hace oneroso, en tiempos de cómputo, enfrentar el problema en forma extensiva. Una forma práctica de abordar esta situación ha sido a través del uso de mecanismos de descomposición, los que permiten resolverlo en forma secuencial, haciendo uso de la estructura escalonada del conjunto de restricciones (de hecho, las únicas variables que encadenan los subproblemas de cada etapa son las decisiones sobre el agua embalsada).

Aprovechando esto último, la industria utilizó durante las últimas décadas un procedimiento recursivo llamado **programación dinámica estocástica** (PDE), en donde el problema es discretizado y generalmente linealizado para cada subproblema. Haciendo uso del principio de Bellman, a cada nivel del embalse se le puede asociar el costo de la operación futura del sistema. En cada período, para un nivel del embalse dado, la decisión óptima será aquella que minimiza el costo de operación en la etapa sumado al costo de la operación futura del sistema, calculado al final de la etapa. La metodología de solución contempla dos fases, una de optimización y otra de simulación. En la primera, el objetivo es obtener la "política de uso del agua", a través de evaluaciones de las FCFE por etapa. En la segunda, haciendo uso de las FCFE, se simulan en forma determinística despachos para distintas secuencias hidrológicas. En este caso es común el uso de una simulación de Montecarlo. A pesar de que la PDE permite una descomposición del problema en subproblemas por etapa, tiene la limitación severa de tener que evaluar, para el nivel de discretización seleccionado del nivel de llenado del embalse, todas las combinaciones posibles de las variables de estado. Con ello, el esfuerzo computacional crece con el número de problemas por optimizar en cada etapa[4]. Esto dificulta la aplicación práctica de la PDE en sistemas multiembalse, donde el número de problemas crece en forma exponencial.

Durante la década de los noventa se consolidó el uso de una nueva técnica de optimización, denominada **programación dinámica dual estocástica** (PDDE). Bajo el supuesto de que la FCFE es una función convexa por partes, no es indispensable discretizar los estados de los embalses. La PDDE descansa en el algoritmo de descomposición anidada de Benders, que permite resolver en forma más eficiente problemas de optimización de gran tamaño, que tienen una estructura en bloques en sus restricciones. Puesto que cada subproblema es una etapa, y estando ellos ligados por las restricciones de los embalses, es posible plantear un encadenamiento de subproblemas, en que cada uno es resuelto en forma individual. Los subproblemas quedan ligados a través de la FCFE, las que son calculadas mediante la técnica de "cortes de Benders".

Programación dinámica dual estocástica
A continuación, se enuncia en forma resumida un procedimiento para resolver de una manera simple un problema de CHT de mediano plazo utilizando la metodología PDDE para el caso determinístico. Las etapas son:

1. Definir una tolerancia para la convergencia y parámetros generales de entrada (horizonte de análisis, duración de cada etapa, tasa de descuento, etcétera).

[4] N° de problemas = (N° de estados)$^{\text{N° embalses}}$x N° de escenarios x N°etapas

2. Inicializar FCFE para cada etapa. Si no se dispone de información previa, usualmente la FCFE se inicializa en cero.

3. **Procedimiento hacia adelante en el tiempo:** Para cada etapa del horizonte de estudio, partiendo de la primera etapa y terminando en la etapa $n-1$, resolver el subproblema de despacho hidrotérmico (problema de una etapa) considerando las FCFE actualizadas. Almacenar el vector de estados por etapa junto con el costo de cada despacho.

4. **Procedimiento hacia atrás en el tiempo:** Desde la etapa n a la segunda, resolver los subproblemas de despacho hidrotérmico. Con el resultado obtenido, actualizar las FCFE calculadas al inicio de la etapa respectiva. La actualización consiste en la incorporación de los cortes de Benders de óptimos obtenidos. Almacenar el costo de cada despacho. Los cortes de Benders se traducen en la incorporación de un conjunto de restricciones lineales al problema de despacho hidrotérmico de la etapa.

5. **Evaluación de convergencia:** Comparar, para cada etapa entre iteraciones consecutivas, los costos obtenidos de la función objetivo de los subproblemas calculados en el procedimiento hacia adelante y hacia atrás. Para las etapas 1 y n esta comparación no es necesaria, ya que en ambos casos teóricamente es el mismo para una misma iteración. Si la mayor diferencia calculada, en valor absoluto, es menor a la tolerancia predefinida, pasar al paso siguiente. En caso contrario volver al paso 3.

6. Fin de la metodología. Los resultados obtenidos en el último procedimiento hacia atrás corresponden a la solución óptima del problema de CHT de mediano plazo para el caso determinístico.

El procedimiento descrito puede ser extendido al caso estocástico, con los siguientes cambios:

- Sortear, de acuerdo a su probabilidad de ocurrencia, distintas secuencias de hidrología por etapa.

- Para una secuencia preseleccionada, incorporar en el procedimiento hacia atrás múltiples despachos hidrotérmicos en cada etapa. En cada despacho y en cada etapa, se representa uno de los posibles escenarios hidrológicos, lo que se traduce en considerar distintas valores en los afluentes. Considerando las probabilidades de ocurrencia de cada hidrología, la actualización de la FCFE se realiza incorporando un corte de Benders de óptimos que corresponde al promedio ponderado de los cortes calculados en cada escenario hidrológico.

- Fin de la metodología. Combinar los resultados finales obtenidos para distintas secuencias hidrológicas seleccionadas.

Debido a limitaciones en los tiempos de cálculo computacional, en sistemas reales es usual tener que limitar el número de secuencias a simular y el número de escenarios hidrológicos a resolver en cada etapa (aperturas por etapa). De esta forma, los resultados finales obtenidos corresponden sólo a estimaciones de la función de costo futuro esperada.

Por otro lado, el problema puede ser extendido para incorporar mayor detalle al modelo, lo que conlleva una mayor complejidad. Se describen algunas opciones:

- Comúnmente el horizonte se divide en etapas, y estas a su vez en bloques que representan la curva de carga de mejor forma. En ellos, la hidrología se considera determinística, por lo que se utiliza la misma FCFE para toda la etapa.

- Pueden ser incluidas también otras fuentes de incertidumbre, como la disponibilidad de las unidades, la correspondiente a la demanda o la asociada a otros energéticos primarios, como los combustibles fósiles.

- En caso de producirse un invierno húmedo, se esperan deshielos importantes en verano, siendo poco probable que los afluentes provenientes de régimen nival sean escasos, por lo que sería interesante incluir esta característica en el modelo. Ello trae consigo el problema de que el estado ya no resume el proceso histórico, por lo que se tendría que replantear la hipótesis sobre el cumplimiento del principio de Bellman. Actualmente existen estudios incipientes, basados en cadenas de Markov o en modelos Parma.

- Debido a que, al resolver cada secuencia se construye solo una aproximación de la FCFE, en la literatura se han planteado distintas estrategias para la combinación de cortes entre secuencias, mejorando la exactitud.

A continuación, se presenta un ejemplo de aplicación, resuelto a través de distintas técnicas.

22.8.4. Ejemplo de aplicación

Con el fin de ejemplificar la forma en que se resuelve un problema de CHT de mediano plazo, haciendo uso de la técnica de resolver el problema en forma extensa y la PDDE, se retoma el caso ejemplo utilizado al comienzo de este capítulo, extendiéndolo para configurarlo como un problema de coordinación hidrotérmica.

Enunciado

En el caso uninodal planteado en el sistema ejemplo (en la Sección 22.5.2) se utilizan costos cuadráticos y límites de generación.

Se desea resolver un despacho de coordinación hidrotérmica de dos etapas, con un embalse. La conectividad hidráulica se detalla en la Figura 22.30 (el agua afluente es conducida a un embalse, con capacidad limitada, desde el cual se alimenta una central generadora).

Por otro lado, tanto los datos de demanda y afluentes por etapa, como los de generadores y del embalse, se detallan en las Tablas 22.9, 22.10 y 22.11.

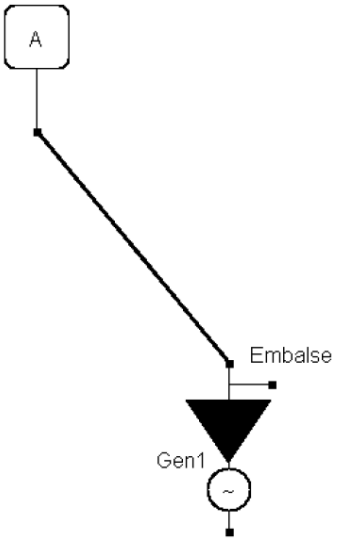


Figura 22.30: El modelo hidráulico

Tabla 22.9: Datos por etapas

Etapa	Consumo promedio	Duración	Afluentes	P_U
	[MW]	[días]	[m^3/s]	[$/MW]
1	430	31	125	500
2	540	28	45	500

Tabla 22.10: Datos de generación

Nombre	Tipo	Pmín	Pmáx	β	γ
		[MW]	[MW]	[$/MW]	[$/MW^2]
G_{1A}	Hidráulica de embalse	40	80	-	-
G_{1B}	Térmico	70	250	7,000	0,080
G_{2A}	Parque eólico	0	12	0,000	0,000
G_{2B}	Térmico	80	200	9,781	0,041

Tabla 22.11: Datos del embalse

Unidad	Cap. Mín	Capacidad Máx.	Rendimiento	Volumen inicial
	[Mm^3]	[Mm^3]	[$MW/(m^3/s)$]	[Mm^3]
1	10	150	0.9	10

Dado que un problema de CHT se modela a través de balances energéticos, es conveniente plantearlo utilizando

las siguientes transformaciones:

Energía generada por etapa [MWh/etapa] = *Demanda* $[MW]\cdot 24$ $[h/día]\cdot$*duración etapa* $[días/etapa]$

Energía turbinable por etapa [MWh/etapa] = $Volumen[Mm^3/etapa]\cdot rendimiento[MW/(m^3/s)]\cdot 10^6[1/M]/(3600[s])$

Energía del afluente por etapa [MWh/etapa] =

$$Caudal[m^3/s]\cdot 24\ [h/día]\cdot duración\ etapa\ [días/etapa]\cdot rendimiento[MW/(m^3/s)]$$

Resolución del ejemplo en forma extensa

Apoyándose en las conversiones planteadas en el cuadro anterior, el problema en forma extensa (inicio de Sección 22.8.3) puede ser escrito de la siguiente forma:

$$Min\ Z = \left\{ \sum_{i=1}^{NE=2} \left(\sum_{j=1}^{NG=4} (\beta_j \cdot g_{ji} + \gamma_j \cdot g_{ji}^2) \right) + \beta_{P_U} \cdot P_{U_i} \right\}$$

en que

$Z = \left\{7,0(g_{21}+g_{22}) + 0,08(g_{21}^2+g_{22}^2) + 9,78(g_{41}+g_{42}) + 0,041(g_{41}^2+g_{42}^2) + 500(P_{U_1}+P_{U_2})\right\}$

sujeto a:

$V_1^{gen} + g_{21} + g_{31} + g_{41} = d_1 - P_{U1}$

$V_1^{fin} + V_1^{gen} = V_1^{ini} + V_1^{aff}$

$V_2^{gen} + g_{22} + g_{32} + g_{42} = d_2 - P_{U2}$

$V_2^{fin} + V_2^{gen} = V_1^{fin} + V_2^{aff}$

$V_1^{ini} = 2{,}500\ [MWh] = 6,7\,\%$ de la capacidad.

$\underline{x} \leq x \leq \overline{x}$

Todas las variables del modelo quedan expresadas en $[MWh/etapa]$, por lo que las cotas correspondientes son:

$x^T =$	[	V_1^{gen}	g_{21}	g_{31}	g_{41}	V_1^{fin}	P_{U1}	V_2^{gen}	g_{22}	g_{32}	g_{42}	V_2^{fin}	P_{U2}	]
$\underline{x}^T =$	[	29760	52080	59520	0	2500	0	26880	47040	53760	0	2500	0	]
$\overline{x}^T =$	[	59520	186000	148800	8928	37500	319920	53760	168000	134400	8064	37500	362880	]

Se supone un valor nulo para la FCFE al final de la segunda etapa, es decir, no se consideran consecuencias económicas del uso del agua embalsada más allá del horizonte de tiempo del estudio.

Puesto que el problema de CHT planteado en forma extensa corresponde a un problema de optimización con función objetivo cuadrática y restricciones lineales, se resuelve la CHT con una herramienta de optimización no lineal, por ejemplo, la rutina "*fmincon*"de Matlab. El resultado de la optimización es:

$\hat{x}^T =$ [57156 105040 148800 8928 29044 0 53760 166660 134400 8064 2500 0]

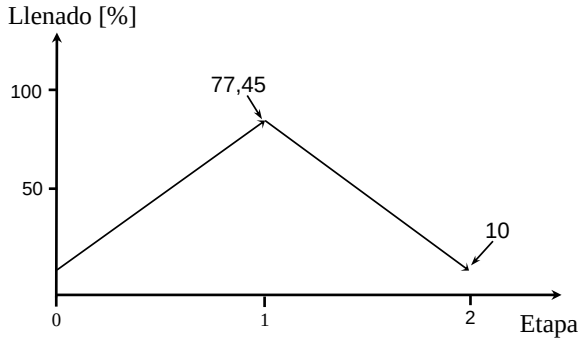


Figura 22.31: Volumen final del embalse

La evolución de la cota del embalse, expresada en porcentaje de su capacidad, se muestra en la Figura 22.31.

Se observa que el manejo óptimo del embalse se alcanza almacenando en la primera etapa energía proveniente del afluente, en un volumen suficiente como para llenar un $77,45\,\%$ de la capacidad del embalse, o un equivalente a 29044 $[MWh]$, que será un aporte a la energía proveniente del afluente en la segunda etapa. El valor final de un $10\,\%$ del embalse (cota mínima exigida) se debe a que no resulta económico conservar agua embalsada, puesto que, al final del horizonte, el agua tiene un costo de oportunidad nulo.

La segunda etapa tiene un mayor consumo de energía, pero gracias a la reserva de energía en la primera etapa, los costos finales alcanzados son:

$$\sum_{Etapa=1^2} = 11,487[M\$]$$

Ampliación del alcance del problema

El problema planteado en la sección anterior, que consta de 4 restricciones lineales y 12 variables de decisión (4 generadores, 1 embalse, 1 consumo determinístico y 2 etapas), tiene asociada una matriz de restricciones de la forma planteada en la Figura 22.32.

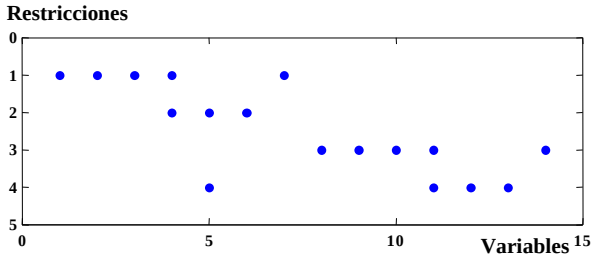


Figura 22.32: Matriz de restricciones

Manteniendo la estructura general del problema, pero aumentando las etapas a seis y los escenarios por etapa a dos, la situación cambia a la de la Figura 22.33.

Se observa el crecimiento exponencial que se produce para un problema lineal y simple como este, en el que se tienen 756 variables de decisión para 126 subproblemas. Para un sistema real simple, ¡el número de variables y restricciones puede ser del orden de[5]. 10^8!

Consecuentemente, para enfrentar problemas realistas, el aumento de la dimensión del problema y de los tiempos computacionales asociados condiciona el uso de métodos de descomposición.

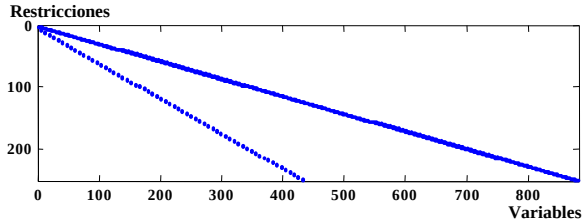


Figura 22.33: Matriz problema aumentado

Resolución del caso ejemplo por descomposición

Para resolver el caso ejemplo utilizando la técnica de PDDE, se siguen los pasos propuestos en la Sección 22.8.3.

1. Se define una **tolerancia** $\varepsilon = 1{,}000[\$]$.

2. En este caso, no contando con información previa, se **inicializa** la única **FCF** como nula.

3. Procedimiento hacia adelante en el tiempo: Los despachos hidrotérmicos a resolver son de la forma señalada en la ecuación (22.8.4).

$$Min\ Z_i = FCI_i + FCF_i = \left(\sum_{j=1}^{NG}(\beta_j \cdot g_{ji} + \gamma_j \cdot g_{ji}^2)\right) + \beta_{P_U} \cdot P_U + FCF_i \tag{22.61}$$

Sujeto a:

$$d_i = V_i^{gen} + g_{2i} + g_{3i} + g_{4i} + P_{Ui} \tag{22.62}$$

$$V_i^{fin} + V_i^{gen} = V_i^{ini} + V_i^{aff}$$

$$FCF_i \geq 0$$

$$i = 1, 2 \text{ (etapas)}$$

En el procedimiento hacia adelante sólo se requiere de la resolución del subproblema de la primera etapa, el que conduce al siguiente resultado de la optimización:

$$V_2^{ini} = 10\ [Mm^3] \tilde{=} 2{,}500\ [MWh] \tag{22.63}$$

$$Z_1 = 4{,}527{,}800\ [\$]$$

Los resultados en (22.8.4) utilizan como parámetros de entrada para el procedimiento hacia atrás.

4. Procedimiento hacia atrás en el tiempo: Al igual que en el caso anterior, existe sólo un subproblema, cuyo resultado es:

$$FCF_1 \geq -500(V_1^{fin} - 2{,}500) + 1{,}955{,}300 \tag{22.64}$$

$$Z_2 = 19{,}553{,}000$$

En (22.8.4) se ha construido una nueva restricción para el problema hacia adelante, ya que corresponde a una mejor aproximación de la FCF.

5. Evaluación de convergencia: Como en este caso sencillo no existen etapas intermedias se calcula, como criterio de convergencia, la mayor diferencia entre los costos por etapa en iteraciones consecutivas. Consecuentemente, se requiere volver a evaluar la etapa 3, que se denomona 3'.

3'. Los **valores almacenados** para esta segunda iteración son:

[5] Número de subproblemas = $\sum_{t=1}^{Horizonte}$ (Número de escenarios)^t

$V_2^{ini} = 37{,}500\ [MWh]$ (22.65)

$Z_1 = 6{,}907{,}700\ [\$]$

4'. En el procedimiento hacia atrás de la iteración 2, se almacena:

$FCF_1 \geq -0(V_1^{fin} - 37{,}500) + 6{,}889{,}700$ (22.66)

$Z_2 = 6{,}889{,}700\ [\$]$ (22.67)

Es importante observar que la nueva aproximación de la FCF (22.8.4), debe ser añadida al resto de aproximaciones calculadas hasta el momento para la etapa 1.

5'. Los costos de cada una de las etapas han variado bastante entre iteraciones; se pasa a la próxima.

$\triangle Z_1 = |4{,}527{,}800 - 6{,}907{,}700| = 2{,}379{,}900$ (22.68)

$\triangle Z_2 = |19{,}553{,}000 - 6{,}889{,}700| = 12{,}663{,}300$

3". Los valores almacenados para esta tercera iteración son:

$V_2^{ini} = 27{,}826\ [MWh]$ (22.69)

$Z_1 = 11{,}145{,}100\ [\$]$

4". En el procedimiento hacia atrás de la tercera iteración, se almacena:

$FCF_1 \geq -46,97(V_1^{fin} - 27{,}826) + 6{,}946{,}700$ (22.70)

$Z_2 = 6{,}946{,}700\ [\$]$

5". Se evalúa la diferencia de costos:

$\Delta Z_1 = |6{,}907{,}700 - 11{,}145{,}100| = 4{,}237{,}400\ [\$]$

$\Delta Z_2 = |6{,}889{,}700 - 6{,}946{,}700| = 57{,}000\ [\$]$

Como la mayor diferencia está muy por encima de la tolerancia, se sigue iterando.

3"'. Los valores almacenados para esta cuarta iteración son:

$V_2^{ini} = 29{,}040\ [MWh]$

$Z_1 = 11{,}148{,}700\ [\$]$

4"'. En el procedimiento hacia atrás de la cuarta iteración, se almacena:

$FCF_1 \geq -46{,}681(V_1^{fin} - 29{,}040) + 6{,}889{,}900$

$Z_2 = 6{,}889{,}900\ [\$]$

5"'. Se evalua la diferencia de costos:

$\Delta Z_1 = |11{,}145{,}100 - 11{,}148{,}700| = 3{,}600\ [\$]$

$\Delta Z_2 = |6{,}946{,}700 - 6{,}889{,}900| = 57{,}000\ [\$]$

Esta vez la diferencia es menor, pero no se ubica por debajo de la tolerancia exigida.

3""." Los valores almacenados para esta quinta iteración son:

$V_2^{ini} = 29{,}040\ [MWh]$

$Z_1 = 11{,}148{,}700\ [\$]$

4""." En el procedimiento hacia atrás de la quinta iteración , se almacena:

$FCF_1 \geq -46{,}681(V_1^{fin} - 29{,}040) + 6{,}889{,}900$

$Z_2 = 6{,}889{,}900\ [\$]$

5""." Se evalúa la diferencia de costos:

$\Delta Z_1 = |11{,}148{,}700 - 11{,}148{,}700| = 0\ [\$]$

$\Delta Z_2 = |6{,}889{,}900 - 6{,}889{,}900| = 0\ [\$]$

Se ha alcanzado la tolerancia predefinida, por lo que el procedimiento finaliza.

El vector de estado con los valores óptimos alcanzados es el siguiente:

$\hat{x}_1^T = [57{,}156,\ 1{,}050{,}400,\ 8{,}928,\ 148{,}800,\ 29{,}044,\ 0][MWh]$ $\hat{x}_2^T = [53{,}756,\ 166{,}660,\ 8{,}064,\ 134{,}400,\ 2{,}500,\ 0][MWh]$

El resultado alcanzado concuerda con el obtenido por la metodología de resolución en forma extensa.

En la Figura 22.34 se observa la evolución en la construcción de cortes para la primera etapa. donde es posible apreciar los puntos sobre los cuales se construyen los cortes que aproximan la FCF:

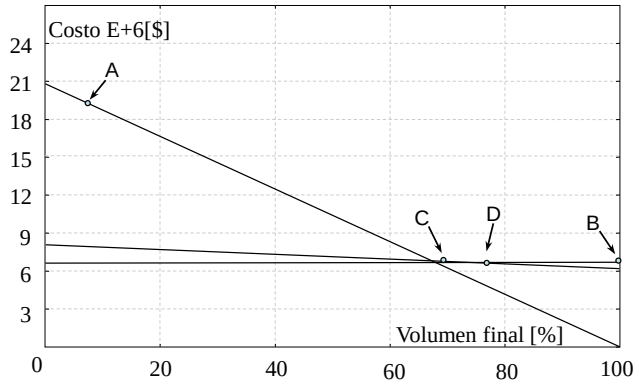


Figura 22.34: Aproximaciones de FCF

$A = 6,66\,\% = 10\ [Mm^3]$
$B = 100\,\% = 250\ [Mm^3]$
$C = 74,2\,\% = 27{,}826\ [Mm^3]$
$D = 77{,}44\,\% = 29{,}040\ [Mm^3]$
El punto 'D' corresponde al punto de llenado óptimo, al final de la primera etapa.

En la Figura 22.35 es posible observar las diferentes decisiones tomadas para la cota del embalse mientras el problema se acercaba a la convergencia.

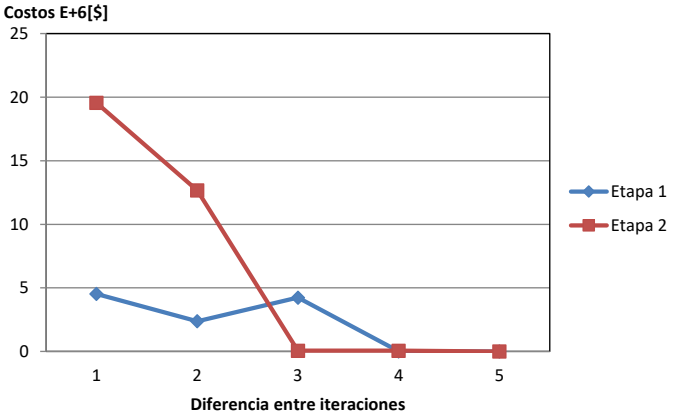


Figura 22.35: Convergencia de la cota

Este caso puede ser estudiado abriendo el archivo "SEEDS.sim" con la herramienta SEEDS incluida en DeepEdit.

Capítulo 23

Tarificación (pago) de los sistemas de transmisión

23.1. Introducción

En este capítulo se aborda un tema bastante controvertido (por las muchas soluciones diferentes que admite), cual es el de la tarificación (o pago al inversionista) de los sistemas de transmisión. En efecto, siendo el sistema de transmisión el lugar de encuentro de quienes operan en un SEP (se suele decir que el sistema de transmisión es el mercado eléctrico físico), la existencia de un acceso libre, no discriminatorio y justo a las redes de transmisión y distribución es algo fundamental para crear una competencia real entre todos los operadores de dicho mercado. Ello es independiente del modelo de mercado eléctrico seleccionado (ver Capítulo 21), y de la forma en que se haga el despacho de la generación (ver Capítulo 22).

Por otra parte, el sector transmisión es reconocido como un monopolio natural, con fuertes economías de escala (efecto cruzado de menores pérdidas, mayores transmisiones (la capacidad sube con el cuadrado de la tensión) y mayores inversiones (crecen proporcionales a la tensión) al elevar la tensión).

En tales condiciones, no es posible aplicar una teoría marginalista pura para su tarificación, ya que no se recaudaría la totalidad de los costos de inversión, operación y mantenimiento. De hecho, en Chile, donde se aplica una tarificación marginalista en el nivel de la generación, con retiros en el mercado mayorista, y con sistemas operados en forma centralizada, la recaudación mediante tarificación marginalista pura representa aproximadamente un 20 % de los costos totales de transmisión.

Por lo tanto, la creación de un acceso abierto a las líneas de transmisión se debe sustentar en la existencia de un esquema de tarificación tal, que defina derechos y responsabilidades para todos los agentes del sistema. En el caso chileno, este esquema considera recaudar el déficit mediante un cargo suplementario, con una fuerte componente subjetiva, también denominado **peaje.**

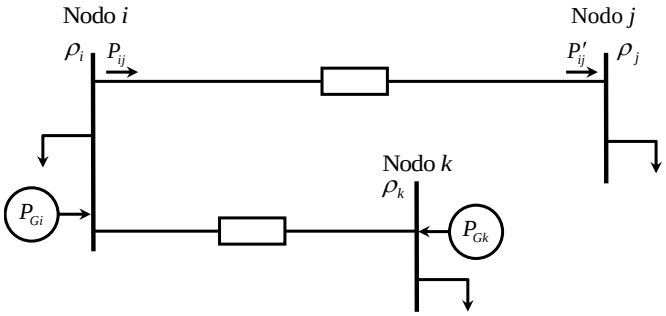


Figura 23.1: Ingreso tarifario

Sobre la forma de materializar este peaje se ha polemizado mucho, debido a que una de las características fundamentales del negocio de la transmisión, que lo diferencia de otros, es que el uso que cada agente hace de un sistema de transmisión no es observable. En té rminos gráficos, y buscando una analogía con los sistemas de transporte terrestre, en el caso de los sistemas de potencia no es posible "pintar" los electrones de una central y contarlos en cada subestación (o cruce), para determinar el uso que un agente específico realiza de cada tramo del sistema.

El problema se complica, además, porque no es claro qué parte del peaje le corresponde a los generadores y cuál a los consumidores.

Esta polémica ha incentivado, a escala internacional, la creación de variadas metodologías de identificación de este uso. Se ha desarrollado entonces, una amplia gama de esquemas de tarificación de los sistemas de transmisión, que se relacionan estrechamente con las cualidades particulares de cada sistema (topología, características técnicas y del mercado, desarrollo histórico, etcétera). De hecho, un mismo esquema de tarificación puede tener efectos muy

distintos en los agentes de mercado, dependiendo del sistema o red en el cual se aplica. Por lo anterior, el debate continúa y no ha finalizado.

Para terminar, nótese que hay otro tema conflictivo relacionado con la transmisión, cual es la seguridad de servicio del abastecimiento entregado (necesidad de dobles o triples circuitos, equipamiento adicional, etc.). El esquema tarifario "acordado" considera un servicio de segunda categoría, pero la opinión pública reclama un servicio de primerísima categoría, cada vez que ocurre algún imponderable, olvidando que cualquier modificación al esquema pactado implica obras físicas caras y de lenta y difícil ejecución.

23.2. Ingreso tarifario

En un sistema de tipo mancomunidad o pool, basado en costos auditados y participación obligatoria, las transferencias de energía entre los generadores, inyecciones y retiros se valorizan según los costos marginales resultantes del despacho. El ingreso tarifario (IT) corresponde, para cada tramo del sistema de transmisión, a la diferencia de la valorización, a costo marginal ρ de inyecciones y retiros.

Concretamente, en la Figura 23.1 el ingreso tarifario para el tramo que une los nodos i y j es:

$$IT_{ij} = P'_{ij} \cdot \rho_j - P_{ij} \cdot \rho_i \tag{23.1}$$

Ya un primer análisis permite establecer que para el caso de un sistema en el que no se considera el efecto de las pérdidas óhmicas ni de las congestiones, el IT es nulo, ya que $P'_{ij} = P_{ij}$ y $\rho_i = \rho_j$ (¡el propietario de la transmisión no recuperaría la inversión realizada!). Sin embargo, en la medida en que se consideren estos efectos, este ingreso debería ser distinto de cero.

El efecto de considerar las pérdidas óhmicas en el cálculo del IT puede ser estudiado por medio del sistema básico de dos barras mostrado en la Figura 23.2.

En este sistema existe una barra con generación P_G y un costo lineal de generación β. El consumo P_C es abastecido a través de una línea de transmisión con pérdidas óhmicas P_L. De acuerdo con lo presentado en el capítulo anterior, para este sistema el costo marginal de la barra de carga puede ser calculado como:

$$\rho = \frac{\beta}{(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_G})} \tag{23.2}$$

En la barra de generación, el costo marginal es directamente el costo incremental operativo, es decir, β. De esta forma, el IT se calcula como:

$$IT = P_C \cdot \rho - P_G \cdot \beta$$

$$IT = \beta \left[\frac{P_C}{(1 - \frac{\partial f}{\partial P_G})} - P_G \right] = \beta \left[\frac{P_G \times \frac{\partial f}{\partial P_G} - P_L}{(1 - \frac{\partial f}{\partial P_G})} \right] \tag{23.3}$$

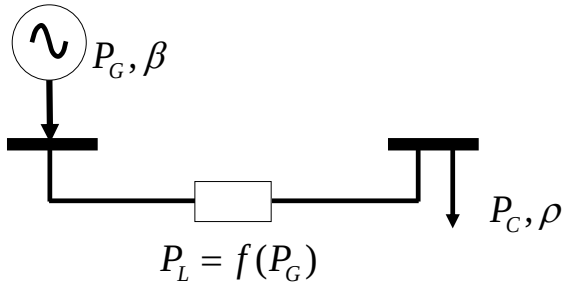


Figura 23.2: Ingreso tarifario en sistema de 2 barras

Suponiendo que las pérdidas óhmicas del sistema pueden ser representadas por la función cuadrática:

$$P_L = f(P_G) = R \cdot P_G^2 \tag{23.4}$$

donde R es un parámetro representativo de la resistividad equivalente del sistema, el IT adquiere la forma:

$$IT = \beta \left[\frac{2\ R\ P_G^2 - P_L}{(1 - \frac{\partial f}{\partial P_G})} \right] = \beta \left[\frac{R\ P_G^2}{(1 - \frac{\partial f}{\partial P_G})} \right]$$

$$IT = \rho \cdot P_L \tag{23.5}$$

El resultado en (23.2) muestra que en un sistema sin congestiones, el IT puede ser estimado como equivalente a las pérdidas óhmicas del sistema, valorizadas al costo marginal promedio de este. Como se dijo, para sistemas reales, el monto recaudado por este concepto es cercano al 15 % de los costos anuales totales del sistema de transmisión.

Este resultado puede ser analizado numéricamente utilizando DeepEdit, cargando los casos "Sistema Interconectado Central" y "Sistema Interconectado del Norte Grande" mencionados en el Capítulo 21; y simulando un despacho económico generalizado. El costo marginal promedio puede ser estimado con una inspección visual de los costos, utilizando la opción "Visualización de precio spot".

Es interesante notar que si los sistemas eléctricos presentaran hipotéticamente pérdidas lineales, y en ausencia de congestiones, ¡el IT sería nulo! En este escenario particular, la tarificación a costo medio sería equivalente a la marginalista.

En el caso de existir congestiones en el sistema, los costos marginales en ambos extremos de la línea de transmisión se desacoplan, aplicándose el costo marginal de abastecimiento en cada sector. Esto puede llevar a diferencias de costos marginales muy importantes entre ambos extremos, lo que incrementa en forma importante el IT del tramo.

El cálculo del IT tiene importancia en los sistemas de tipo mancomunado (pool), ya que constituye un ingreso para los sistemas de transmisión. En este sentido, en un escenario en el que el segmento de transmisión es regulado, el IT debe ser descontado de la anualidad reconocida para cada tramo. El valor anual reconocido para la transmisión corresponde a la suma de los costos de operación, administración y mantenimiento, más la anualidad del valor de inversión reconocidos en un proceso tarifario. El efecto neto de considerar el IT como parte del ingreso de los sistemas de transmisión es el de disminuir el peaje necesario de asignar por medio del esquema de tarificación elegido.

En otros mercados, el concepto de ingreso tarifario ha sido aplicado como una forma de manejar el riesgo financiero de los agentes, producto de las congestiones. En efecto, la existencia de líneas congestionadas introduce un factor de riesgo, puesto que los costos marginales nodales presentan grandes alteraciones, que influyen en la valorización de los flujos por las líneas. Los Derechos Financieros de Transmisión (FTR, del inglés *Financial Transmission Rights*) son una forma

Estos derechos, que pueden ser transados independientemente de los servicios de transmisión, constituyen un mecanismo de manejo del riesgo. Concretamente, estos instrumentos son contratos estandarizados que se establecen entre dos nodos del sistema de transmisión, que se relacionan con una transacción existente entre ambos nodos, en la que se define una energía y su sentido. Los poseedores de estos instrumentos tienen derecho a un flujo de pagos o cobros, dependiendo de los costos marginales nodales que se presenten en ambos extremos. En los mercados eléctricos se emplean actualmente varias modalidades de FTR, tales como los sistemas PJM, New York y New England. En el caso de PJM, se aplica un sistema de pagos a costo marginal, en el que los generadores son pagados al costo marginal del punto de inyección, las demandas pagan los retiros al costo marginal del punto de retiro y las transacciones pagan cargos por congestiones, equivalentes a la diferencia de costos marginales entre las barras de inyección y retiro (IT).

La forma más general de plantear un FTR es por medio de un vector de inyecciones y retiros, que se valoriza con el vector de costos marginales del sistema:

$$FTR = (0 \ldots P_{Ci} \ldots 0 \ldots - P_{Gk} \ldots 0) \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_N \end{pmatrix} \tag{23.6}$$

De esta forma, el poseedor del FTR recibe en pago el siguiente valor:

$$FTR = P_{Ci} \cdot \rho_i - P_{Gk} \cdot \rho_k \tag{23.7}$$

La expresión anterior es conceptualmente lo que se ha definido como ingreso tarifario. Sin embargo, en este caso las potencias asociadas a retiros e inyecciones no tienen relación estricta con las variables de la operación real; por el contrario, se definen en el momento de la subasta del FTR. La única variable que depende de la operación real es el vector de costos marginales. En este ejemplo, si el FTR está definido desde el nodo k al nodo i y las cantidades reales inyectadas y retiradas corresponden a las definidas en el FTR (P_{Ci} y P_{Gk}), el balance para quien realiza la transacción es nulo. En el caso de que exista una subestimación de las inyecciones y retiros, la transacción estará sujeta a cargos por congestión.

En las siguientes secciones se supondrá que en los peajes por pagar ya ha sido descontado el ingreso por concepto de IT.

23.3. Criterios de tarificación

En los escritos relacionados con el tema, las cualidades genéricas deseadas, o los criterios usados para caracterizar un esquema de tarificación determinado en sectores regulados, se resumen en los siguientes puntos:

- **Cobertura de costos:** El modelo de tarificación debe estar orientado a cubrir los costos de inversión, operación y mantenimiento del sector de transmisión, incluyendo un margen razonable de rentabilidad del negocio, en el entendido de que se trata de un sector donde no es viable introducir una estructura competitiva.

La rentabilidad fijada para este sector está asociada generalmente al riesgo que la empresa de transmisión toma en el negocio, motivo por el cual las tasas de rentabilidad definidas para este sector son tema permanente de polémica. Asimismo, el riesgo de una empresa de transmisión depende del diseño de mercado elegido y en forma particular, del esquema de tarificación y de las características del sistema. Adicionalmente, se reconoce la relevancia de que el sistema de tarifas sea capaz de recuperar costos hundidos del sector, en especial en la fase de transición de un sistema centralizado a uno competitivo. Con el fin de detectar distorsiones, generalmente el encargado de supervisar el desempeño económico de este sector es un ente regulador.

- **Generar señales económicas eficientes para los agentes:** El sistema de precios o de tarificación del sistema de transmisión debe ser capaz de promover la eficiencia en este sector. En el corto plazo, la eficiencia se relaciona con una utilización adecuada de una capacidad de transmisión limitada, es decir, con la operación del sistema. En el largo plazo, se busca entregar a los agentes del mercado incentivos apropiados para la expansión y la eficiencia de costos, junto con asegurar una expansión y financiamiento del sector de transmisión. Además, es conveniente tener señales económicas adecuadas, que den incentivos relativos a la forma de remunerar instalaciones obsoletas o a cómo tratar la sobreinstalación del sistema.

- **Trato no discriminatorio:** La posible independencia, parcial o total, del operador de red, busca asegurar un trato igualitario para todos los agentes del mercado relacionados con una estructura competitiva (como generación y comercialización), respecto de la disponibilidad, seguridad y calidad del transporte de energía. La distribución de responsabilidades entre los agentes, respecto de los costos del sistema de transmisión, debe estar relacionada con la contribución de cada uno de ellos. La definición de la contribución a los costos del sistema es materia de debate en la actualidad, y ha dado lugar a la variedad de modelos que se observa en los distintos sistemas.

- **Transparencia:** La metodología y los procedimientos utilizados en la tarificación deben ser reproducibles por cada agente y definir con claridad el tipo de información requerida. Este concepto se asocia, en general, a la búsqueda de simplicidad en las metodologías y procedimientos.

- **Factibilidad y facilidad de implementación:** Se privilegia el uso de metodologías de fácil implementación y que no involucren niveles de coordinación demasiado complejos, como, asimismo, costos excesivamente altos de gestión y coordinación. Un elemento central en este análisis lo constituye el conjunto de equipos requeridos para la medición y administración de la información.

- **Estabilidad de precios:** Se busca evitar cambios repentinos en los precios del sector transmisión. Se espera disponer de una buena estimación de dichos precios, para así poder tomar adecuadas decisiones operativas y relacionadas con nuevas inversiones. Esta cualidad ha sido cuestionada por sectores de opinión que buscan impulsar sistemas de precios "en tiempo real", donde la eficiencia de las señales económicas depende fuertemente del nivel de dinamismo que presenten los precios. Estos sectores entienden que la propiedad de estabilidad de precios se refiere más bien a un "sistema de precios" estable en el tiempo. Es decir, los precios podrían cambiar, pero el sistema es estable y conocido. Se argumenta que su implementación se ve facilitada por los avances recientes en sistemas de monitoreo, procesamiento y comunicación.

- **Implementable políticamente:** La viabilidad política de una metodología de tarificación es un factor determinante en el desempeño futuro del modelo. En la experiencia latinoamericana, se observa la relevancia de este factor, con el cual puede entenderse la lentitud en el desarrollo de los marcos regulatorios en los distintos países.

23.4. Elementos básicos de tarificación

A pesar de la gran variedad de interpretaciones y modelos de tarificación desarrollados en el sector de transmisión, es factible realizar una clasificación de la tarificación de los sistemas de transmisión de acuerdo con los cuatro elementos básicos que se enuncian a continuación.

23.4.1. Elemento básico 1: Definición del concepto de "acceso a la red"

El concepto de acceso elegido define cuáles agentes del sistema (generadores, consumidores, comercializadores, etcétera) y en qué forma genérica son responsables de realizar pagos por el uso de la red, de acuerdo con sus componentes de costo y de tarifas. A escala internacional, existe una primera gran división que distingue entre aquellos sistemas que relacionan el acceso con las transacciones entre compradores y vendedores, y aquellos sistemas que

definen el acceso independientemente de las transacciones.

De acuerdo con el punto de conexión a la red de consumos e inyecciones, es factible realizar la siguiente clasificación del concepto de acceso a las redes:

- **Tarifa por retiro o punto de retiro:** Los pagos del sistema de transmisión se definen exclusivamente en función del punto de conexión de los retiros de energía, lo que implica que el uso del sistema se define exclusivamente en función de los consumos. Como consecuencia, el pago realizado por un consumo es independiente de la localización de su suministrador. El criterio central de este modelo es que con el pago, el consumidor adquiere el derecho a ser abastecido desde cualquier punto del sistema.

- **Tarifa por inyección o punto de inyección:** Los pagos del sistema de transmisión se definen exclusivamente en función del punto de conexión de las inyecciones de energía (es decir, el uso del sistema se define exclusivamente en función de los generadores). Como consecuencia, el pago realizado por un generador es independiente de la localización de sus consumidores. El criterio central de este modelo es que con el pago el generador adquiere el derecho a abastecer consumidores ubicados en cualquier punto del sistema.

- **Tarifa por retiro e inyección o de retiro-inyección:** Este tipo de modelo considera los pagos del sistema en función conjunta de los puntos de inyección y de retiro. Sin embargo, los pagos son independientes de los contratos existentes entre suministradores y consumidores. Frecuentemente este esquema de tarifas corresponde a una combinación de una tarifa punto de retiro con otra de punto de inyección. El ejemplo clásico es la aplicación de la teoría marginalista, según la cual para el cálculo de los costos marginales por barra se requiere información sobre los consumos y las inyecciones. Los costos de barra determinan el ingreso tarifario para el sistema de transmisión.

- **Tarifa de punto a punto:** Este tipo de tarifas determina los pagos del sistema en función de las transacciones existentes entre los agentes. Se considera la inyección y retiro simultáneo de energía en puntos específicos del sistema. Ejemplos clásicos de aplicación de este concepto de acceso son MW-kilómetro (*MW-milla*) y Ruta de contrato (*Contract-Path*).

Cada uno de estos conceptos de acceso presenta variantes que tienden a confundirse con el elemento básico 4 (principio de uso) tratado más adelante en esta sección.

23.4.2. Elemento básico 2: Separación en componentes de costo

A escala internacional, se ha estandarizado una división de los componentes de costos por considerar en la tarificación de un sistema de transmisión, separándolos de acuerdo con los "niveles de tensión o capas de la red" y con las "áreas eléctricas del sistema". Esta división se relaciona con la actividad económica, conectividad eléctrica y estructura de propiedad de un sistema.

En los casos reales, existe un grado de ambigüedad importante en la definición de cada componente de costo, por lo que toda categorización requiere normalmente de la aprobación de una entidad reguladora. A modo de ejemplo real, en el sistema de Panamá se identifican los conceptos de "Sistema de transmisión eléctrica", "Red de transmisión eléctrica" y "Red de distribución eléctrica". En otros países, la definición de varias categorías de redes de transmisión se relaciona en forma directa con una estratificación de la red en varios niveles, en función simplemente de la tensión, incluidas las etapas de transformación. La Figura 23.3 de la página siguiente muestra los distintos componentes de costo de un sistema, separando según los niveles de tensión usuales en Chile. Las líneas segmentadas identifican distintos componentes de costo.

23.4.3. Elemento básico 3: División en componentes de la tarifa

Los costos relacionados con los distintos "componentes de costo" y/o con los "conceptos de acceso" de un sistema, son divididos en distintos componentes de la tarifa, los que posteriormente son asignados, de acuerdo con algún esquema, a los usuarios del sistema. Estos componentes, asociados a componentes de costos, consideran el uso de la infraestructura (inversión) y de los servicios de red (pérdidas, equipos específicos de compensación de reactivos, regulación de tensión, calidad de servicio, etcétera). Asociados a conceptos de acceso, se diferencian los componentes de tarifa orientados al "acceso" (cargo fijo) propiamente tal, de aquellos relacionados con el "uso" del servicio (cargo variable).

Este punto tiene especial relevancia en sistemas donde se ha desarrollado el mercado de servicios complementarios. Lo anterior permite asignar en forma directa parte de los costos de transmisión, que usualmente son incluidos en las anualidades de infraestructura del sistema. Un ejemplo clásico de la aplicación de esta división son los equipos de compensación de reactivos, que pueden ser asociados al servicio de regulación de tensión o al manejo de pérdidas

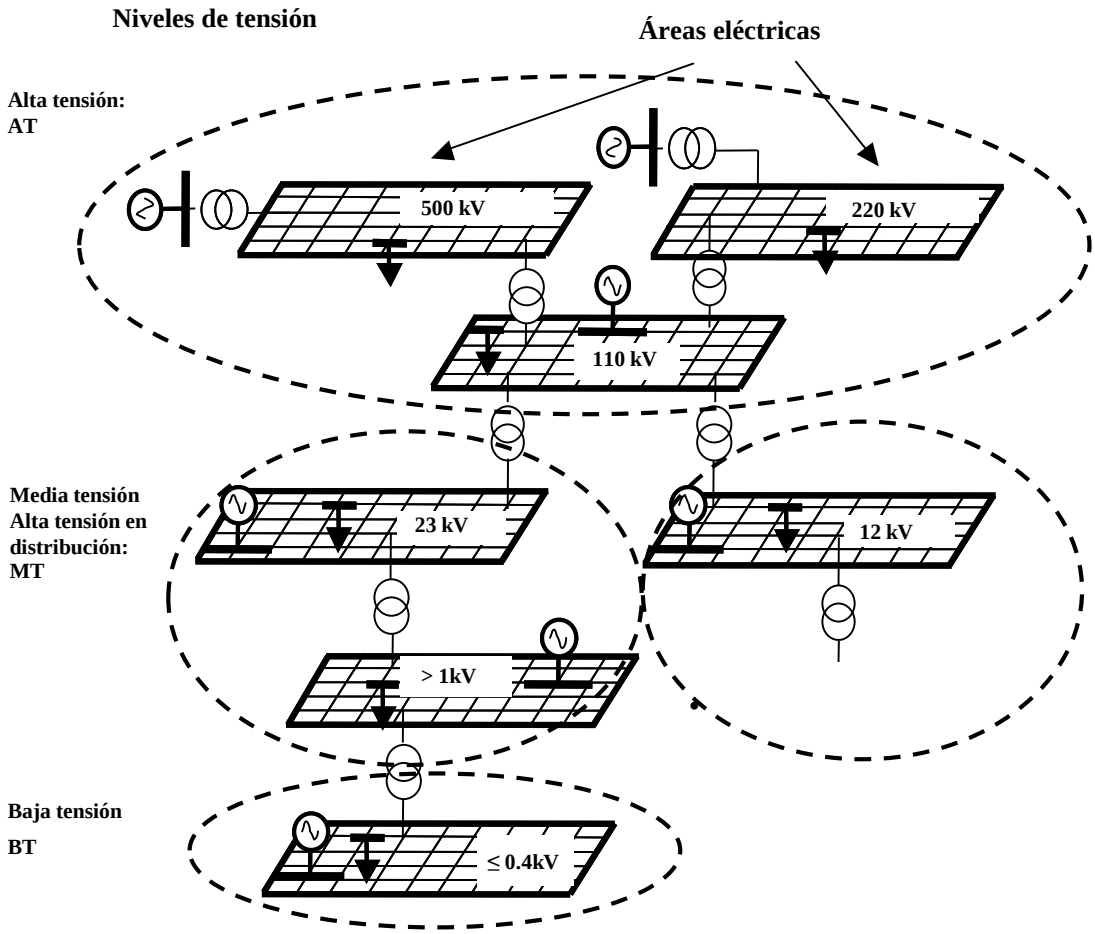


Figura 23.3: Componentes de costo

eléctricas en la red. De igual forma, los equipos asociados con los sistemas de monitoreo y control del sistema (SCADA) podrían ser considerados como un componente de tarifa independiente. En el caso latinoamericano, en general no se diferencian componentes de la tarifa en el nivel de transmisión en términos de costos involucrados, agrupando en un solo término los costos relacionados con inversión, operación y mantenimiento del componente de costo específico.

23.4.4. Elemento básico 4: Principio de "uso de la red"

Corresponde a la metodología básica, elegida en un sistema, para la identificación del uso que un agente hace de un componente de costo del sistema, para una componente de tarifa determinada. En la literatura se presentan variadas alternativas de definición del uso de red, en las que a menudo se confunde este principio de uso con el esquema completo de tarificación propuesto. Los principios de uso más frecuentes en los escritos y en la experiencia internacional son:

- Basados en un concepto de tarificación marginalista: Costos marginales (corto plazo, largo plazo),
- Basados en la identificación de flujos y propiedades eléctricas: estudios de flujos de potencia en corriente alterna o continua o análisis de sensibilidad (comparación entre flujos de potencia bajo distintas condiciones de operación, MW-kilómetro, factores generalizados de distribución (GGDF, GLDF, GSDF);
- Basados en identificación de flujos y propiedades no eléctricas: análisis topológico, teoría de grafos, principios de proporcionalidad;
- De tipo "estampillados": Aplicación de costos medios basados en medidas independientes, tales como potencia firme, consumo máximo, estratificación de la red, etcétera;

- Que establecen el beneficio de cada agente al hacer uso del sistema (teoría de juegos, tarificación según Ramsey).

El principio de uso puede presentar un conjunto importante de variantes, que pueden hacer diferir de forma importante las responsabilidades asignadas para un mismo principio de uso básico (por ejemplo, GGDF):

- Unidad base de medida: Utilización de una medida de energía (MWh), de potencia (potencia firme) y/o suponer la existencia de perfiles de consumo.

- Análisis temporal: Esquemas en los que se anticipa un comportamiento del sistema (análisis a priori) o, alternativamente, esquemas en que el análisis se hace a posteriori.

- Condiciones analizadas: Para un mismo principio de uso es factible utilizar distintas condiciones de operación del sistema. Existen modelos que buscan reflejar condiciones medias de operación, mientras que otros consideran condiciones de máxima exigencia de una red.

23.5. Factores de distribución para tarificación

En esta sección se entrega un resumen del origen físico y matemático de los factores de distribución, ampliamente utilizados en las distintas propuestas reglamentarias sobre tarificación (pago) de los sistemas de transmisión. Se presenta la forma en que estos factores son aplicados para la definición del principio de uso por parte de los agentes del sistema. En la descripción realizada a continuación, se distinguen tres tipos de factores de di

- Factores A o de de distribución de los desplazamientos de la generación (GSDF, del inglés *generation shift distribution factor*);

- Factores D o factores generalizados de distribución de la generación (GGDF, del inglés *generalized generation distribution factor*);

- Factores E o factores generalizados de distribución de los consumos (GLDF, del inglés *generalized load distribution Factor*).

Es importante distinguir estos factores, porque sus propiedades implican distintas asignaciones de uso del sistema de transmisión.

23.5.1. Factores GSDF

El conjunto de factores de distribución de los desplazamientos de la generación se relaciona con un análisis de sensibilidad en una red eléctrica. Estos pueden ser definidos como:

$$\triangle P_{\ell\to k} = A_{\ell\to k,g} \triangle G_g \tag{23.8}$$

$$\triangle G_g + \triangle G_R = 0, \tag{23.9}$$

donde $\triangle G_g$ es la variación de generación en el generador g, excluido el generador R de referencia; $\triangle P_{\ell\to k}$ es la variación del flujo de potencia activa en la línea que une los nodos k y ℓ, debida a la variación de generación; $A_{\ell\to k,g}$ es una constante de proporcionalidad o factor GSDF para la línea $\ell \to k$, asociada al generador g; y $\triangle G_R$ es la variación de generación en el generador de referencia o de compensación R.

La linealidad que presenta la ecuación anterior permite el uso de superposición, para evaluar el efecto de realizar variaciones de generación en el sistema. Lo anterior debe respetar la condición de que la carga total del sistema permanezca inalterada. Esta restricción puede expresarse por medio de la siguiente ecuación:

$$\sum_g G_g = \sum_i L_i = \text{constante}, \tag{23.10}$$

donde g e i suman sobre todos los generadores y consumos, respectivamente. La aplicación del principio de superposición permite expresar la variación del flujo por una línea como:

$$\triangle P_{\ell\to k} = \sum_g A_{\ell\to k,g} \triangle G_g \tag{23.11}$$

Principio de uso utilizando factores GSDF

Los factores GSDF son de aplicación directa en el caso de los conceptos de acceso, punto de inyección y punto de retiro. En efecto, bajo el concepto punto de inyección, una alternativa de cálculo del principio de uso corresponde a considerar el factor $A_{\ell\to k,i}G_i$, que define la participación de un generador i en la variación $\triangle P_{\ell\to k}$ del flujo en la línea de transmisión, como producto de su efecto incremental, pero considerando la potencia inyectada en la condición de operación estudiada. Para ello, normalmente se define como barra de referencia una barra representativa del centro de cargas del sistema, de modo que represente las variaciones incrementales de flujo que provoca

un generador al suministrar un MW adicional hacia el centro de cargas del sistema.

En términos económicos, se busca reflejar la forma en que la potencia inyectada por un generador utiliza las líneas de transmisión para suministrar la demanda en el "mercado" (centro de cargas). De esta forma, se puede calcular para una condición de operación (topológica) determinada la participación $Part_{\ell\to k,i}^{GSDFC}$ del generador i en la línea $\ell \to k$, como:

$$Part_{\ell\to k,i}^{GSDFC} = \frac{A_{\ell\to k,i}G_i}{\sum_g A_{\ell\to k,g}G_g} \tag{23.12}$$

De la expresión anterior se deduce que la suma de las participaciones sobre todos los generadores es igual a uno, asegurándose de esta forma la cobertura del costo de la instalación. Sin embargo, dado que los factores $A_{\ell\to k,g}$ pueden ser positivos o negativos, existen participaciones negativas, lo que equivale a pagar al generador correspondiente por el aporte a la descongestión de la línea de transmisión. Este tipo de cálculo de participación se denomina GSDF con flujo contrario o GSDFC ("C" del inglés "*counterflow*").

Alternativamente, la participación puede ser calculada sin considerar los aportes de flujos contrarios al flujo de potencia en la línea. En este caso se redefinen los factores $A_{\ell\to k,g}$ de la siguiente forma:

$$A'_{\ell\to k,g} = \begin{cases} A_{\ell\to k,g} & ;\text{si } A_{\ell\to k,g} \times P_{\ell\to k} \geq 0 \\ 0 & ;\text{si } A_{\ell\to k,g} \times P_{\ell\to k} < 0 \end{cases} \tag{23.13}$$

Aplicando la ecuación 23.5.1 y calculando en este caso las participaciones $Part_{\ell\to k,i}^{GSDF}$, la cobertura de costos queda igualmente asegurada, en la medida en que exista un flujo de potencia distinto de cero en la condición de operación estudiada.

Este concepto puede ser aplicado en forma análoga a los consumos, para los casos en los que se consideran o se omiten los flujos inversos. Asimismo, este concepto puede ser utilizado en términos incrementales, sin considerar las inyecciones o retiros totales de cada agente.

Derivación de los factores GSDF

Para un sistema eléctrico que está operando en estado estacionario, se puede establecer un modelo lineal simplificado que relaciona los ángulos de las tensiones en los distintos nodos con la potencia inyectada y/o retirada en ellos. En este modelo, denominado flujo dc, se cumple:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ ... \\ P_n \end{bmatrix} = [B'] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ ... \\ \theta_n \end{bmatrix} \tag{23.14}$$

donde θ_i denota el ángulo del voltaje en la barra i y $[B']$ es la matriz de admitancia nodal en el modelo lineal $P-\theta$, ($B'_{ik} = -1/x_{i\to k}$, $B'_{ii} = \sum_{k=1}^{N} 1/x_{i\to k}$). Para una línea en particular, que une los nodos ℓ y k, se cumple:

$$P_{\ell\to k} = \frac{\theta_l - \theta_k}{x_{\ell\to k}} \tag{23.15}$$

donde θ_ℓ corresponde al ángulo de fase del voltaje en el nodo l y $x_{\ell\to k}$ representa la reactancia serie de una línea o transformador.

La ecuación (23.5.1) puede ser expresada como:

$$\begin{bmatrix} \triangle\theta_1 \\ ... \\ \triangle\theta_n \end{bmatrix} = [X] \begin{bmatrix} \triangle P_1 \\ ... \\ \triangle P_n \end{bmatrix} \tag{23.16}$$

donde $[X]$ representa la matriz de reactancia del sistema y corresponde a la matriz inversa de $[B']$, en la que han sido eliminadas la fila y columna asociadas a la barra de referencia seleccionada. De la ecuación (23.5.1), realizando una aproximación infinitesimal, se tiene:

$$A_{\ell\to k,g} = \frac{\partial P_{\ell\to k}}{\partial G_g} \tag{23.17}$$

Haciendo uso de la expresión del flujo de potencia activa por una línea del modelo de flujo de potencia en continua (23.5.1) y de la relación (23.5.1), la expresión (23.5.1) puede ser transformada en:

$$A_{\ell\to k,g} = \frac{\partial[\frac{1}{X_{\ell\to k}}(\theta_l - \theta_k)]}{\partial G_g} = \frac{1}{X_{\ell\to k}} \frac{\partial[(\theta_l - \theta_k)]}{\partial G_g} = \frac{X_{lg} - X_{kg}}{X_{\ell\to k}} \tag{23.18}$$

donde X_{lg}, X_{kg} son elementos de la matriz de reactancias $[X]$, y $X_{\ell \to k}$ es la reactancia de la línea $\ell \to k$. Cabe señalar que la matriz de reactancias resulta de invertir la matriz de admitancia nodal del modelo DC, eliminada la columna y fila de la barra de referencia seleccionada. La derivación de esta expresión de los factores de distribución (GSDF) supone la compensación, en la barra de referencia, de las variaciones de generación.

Como se aprecia, los factores GSDF pueden ser calculados para una red real sin grandes dificultades, no dependiendo del despacho de unidades de generación del sistema. Eso sí que la matriz de reactancias cambia al modificar la topología, al agregar nuevas líneas, o al cambiar la topología o parámetros en la red.

Una crítica a los GSDF es su dependencia de la barra de referencia del sistema, aspecto que ha generado problemas en algunos sistemas donde se han aplicado. La dificultad radica en que los criterios al elegir la barra de referencia no son evidentes y el resultado del prorrateo resultante depende fuertemente de su selección.

La barra de referencia se puede relacionar con nodos cercanos al centro de cargas del sistema, con el operador marginal o con la máquina que realiza la regulación primaria.

Existe un importante número de variantes de uso de este tipo de factores, para efectos de generar un modelo de tarificación: consideración de los flujos contrarios, utilización en contexto de transacciones, etcétera. Este tipo de métodos ha sido utilizado en sistemas reales: aplicaciones en variantes MW–mile en Estados Unidos de América y definición de áreas de influencia en el caso de Chile hasta el año 2004.

23.5.2. Factores generalizados de distribución de la generación (GGDF)

Los factores generalizados de distribución de la generación (GGDF) se diferencian de los factores de distribución GSDF por el hecho de suponer variaciones totales (y no incrementales) de generación-flujo.

A continuación se muestra una de las formas en que se puede calcular los factores generalizados de distribución de la generación. Los GGDF o factores D son definidos de la siguiente forma:

$$P_{\ell \to k} = \sum_g D_{\ell \to k,g} G_g, \tag{23.19}$$

donde G_g es la generación total en el generador g; $P_{\ell \to k}$ es el flujo total en la línea que une los nodos k y l, debida a las generaciones; $D_{\ell \to k,g}$ es el factor GGDF para la línea $\ell \to k$, asociado al generador g.

Principio de uso utilizando factores GGDF

Los factores GGDF, al igual que los factores GSDF, tienen una aplicación directa para el concepto de acceso o punto de inyección. El factor $D_{\ell \to k,g}$ define, para una condición de operación determinada, la participación de la inyección de un generador g en el flujo $P_{\ell \to k}$ de una línea de transmisión. De esta forma, se puede calcular para una condición de operación (topológica) determinada la participación $Part^{GGDFC}_{\ell \to k,i}$ en la línea $\ell \to k$ del generador i, como:

$$Part^{GGDFC}_{\ell \to k,i} = \frac{D_{\ell \to k,i} G_i}{\sum_g D_{\ell \to k,g} G_g} \tag{23.20}$$

De la expresión anterior se deduce que la suma de las participaciones sobre todos los generadores es igual a uno, asegurándose de esta forma la cobertura de costo de la instalación, en la medida en que en la condición de operación estudiada el flujo de potencia en la línea de transmisión sea distinto de cero. Sin embargo, dado que los factores $D_{\ell \to k,g}$ pueden ser positivos o negativos, existen eventualmente participaciones negativas, lo que equivale a pagar al generador correspondiente por el aporte a la descongestión de la línea de transmisión. Este tipo de cálculo de participación se denomina $GGDF$ con flujo contrario o $GGDFC$.

Alternativamente, la participación puede ser calculada sin considerar los aportes de los flujos contrarios al flujo de potencia en la línea. En este caso se redefinen los factores $D_{\ell \to k,g}$ de la forma siguiente:

$$D'_{\ell \to k,g} = \begin{cases} D_{\ell \to k,g} & ;\text{si } D_{\ell \to k,g} \times P_{\ell \to k} \geq 0 \\ 0 & ;\text{si } D_{\ell \to k,g} \times P_{\ell \to k} < 0 \end{cases} \tag{23.21}$$

Aplicando la ecuación 23.5.2 y calculando en este caso las participaciones $Part^{GGDF}_{\ell \to k,i}$, la cobertura de costos queda igualmente asegurada, en la medida en que exista un flujo de potencia distinto de cero en la línea de transmisión, en la condición de operación estudiada.

Derivación de los factores GGDF

A partir de la ecuación precedente, se supone un generador g que incrementa su generación en $\triangle G_g$, variación que es compensada en la misma magnitud, pero sentido contrario, por un generador de referencia arbitrario R (donde $R \neq g$). El nuevo flujo por una línea en particular queda expresado como:

$$P'_{\ell\to k} = \sum_p D_{\ell\to k,p} G_p + D_{\ell\to k,g} \triangle G_g - D_{\ell\to k,R} \triangle G_g, \tag{23.22}$$

donde la suma en p es sobre todos los generadores; $P'_{\ell\to k}$ es el flujo modificado en la línea $\ell \to k$; $\triangle G_g$ es la variación de generación en el generador g y el generador de referencia R; G_p es la generación total en el generador p, incluido el generador de referencia antes de la perturbación.

De la ecuación (23.5.2) se tiene:

$$P_{\ell\to k} = \sum_p D_{\ell\to k,p} G_p \tag{23.23}$$

donde $P_{\ell\to k}$ es el flujo de potencia original en la línea. Reemplazando la ecuación (23.5.2) en (23.5.2), se tiene:

$$P'_{\ell\to k} - P_{\ell\to k} = (D_{\ell\to k,g} - D_{\ell\to k,R}) \triangle G_g \tag{23.24}$$

ecuación que relaciona los factores generalizados de distribución GGDF con variaciones de flujo en una línea. Comparando la ecuación (23.5.2) con la ecuación (23.5.1), se tiene:

$$D_{\ell\to k,g} - D_{\ell\to k,R} = A_{\ell\to k,g} \tag{23.25}$$

De esta forma se obtiene una relación clara entre los factores de distribución GSDF, expuestos en la sección anterior, y los factores generalizados de distribución de la generación GGDF. Para poder conocer los factores asociados a una barra en particular, solo es necesario conocer el factor asociado a la barra de referencia y solucionar un sistema lineal muy simple.

Realizando un desplazamiento de generación completo de todos los generadores del sistema a la barra de referencia R, es decir, $\triangle G_p = -G_p$, de las ecuaciones (23.5.2 y 23.5.2) se tiene:

$$P'_{\ell\to k} - P_{\ell\to k} = -\sum_p A_{\ell\to k,p} G_p \tag{23.26}$$

donde la suma en p es sobre todos los generadores excluido el de referencia R; $P_{\ell\to k}$ es el flujo en la línea $\ell \to k$ antes del desplazamiento de generación y $P'_{\ell\to k}$ es el flujo en la línea $\ell \to k$ después del desplazamiento de generación.

Por otra parte, de la ecuación (23.5.2) se tiene:

$$P'_{\ell\to k} = \sum_p D_{\ell\to k,p} G'_p + D_{\ell\to k,R} G'_R \tag{23.27}$$

donde la suma en p es sobre todos los generadores excluida la barra de referencia; G'_p es la generación final del generador p y G'_R es la generación final en la barra de referencia R.

El desplazamiento de generación realizado hace que la generación final en cada uno de los generadores, excluido el de referencia, sea cero. La ecuación (23.5.2) queda expresada como:

$$P'_{\ell\to k} = D_{\ell\to k,R} G'_R \tag{23.28}$$

Después del desplazamiento, la generación del sistema queda concentrada en la barra de referencia R:

$$G'_R = \sum_i G_i \tag{23.29}$$

donde la suma en i es sobre todos los generadores, excluido el de referencia R. Sustituyendo las ecuaciones (23.5.2) y (23.5.2), y reagrupando términos, se obtiene la siguiente expresión para el factor de distribución generalizado de generación asociado a la barra de referencia del sistema:

$$D_{\ell\to k,R} = \frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} \tag{23.30}$$

De esta forma, si se dispone de un flujo de potencia base que entregue la información de flujos $P_{\ell\to k}$ y generaciones G_p en el sistema, el cálculo de GGDF asociado a una barra de referencia es directo. Así, en combinación con los factores GSDF calculados en la sección anterior, se obtiene todos los GGDF del sistema.

Una ventaja de estos factores respecto de los factores GSDF, es su independencia de la barra de referencia. Asimismo, los factores GGDF presentan un conjunto de propiedades que son presentadas en detalle en la Sección 23.6.

23.5.3. Factores generalizados de distribución de carga (GLDF)

La derivación de los factores generalizados de distribución de carga GLDF es análoga a la realizada para los factores GGDF. Los factores GLDF se diferencian de los factores de distribución GSDF al suponer variaciones totales, y no incrementales, de flujo. Los factores GLDF o factores E son definidos de la siguiente forma:

$$P_{\ell\to k} = \sum_c E_{\ell\to k,c} L_c, \tag{23.31}$$

donde L_c es la carga total en el consumo c; $P_{\ell\to k}$ es el flujo total en la línea que une los nodos k y ℓ, consecuencia de la condición de operación; $E_{\ell\to k,c}$ factor GLDF para la línea $\ell \to k$, asociado al consumo c.

Principio de uso utilizando factores GLDF
El cálculo de las participaciones asociadas a los factores GLDF, en el caso del concepto de acceso, punto de retiro, se realiza de forma análoga a la presentada en el caso de los factores GGDF. El factor $E_{\ell\to k,c}$ define, para una condición de operación determinada, la participación de un nivel de consumo L_c en el flujo $P_{\ell\to k}$ de una línea de transmisión. De esta forma, se puede calcular, para una condición de operación (topológica) determinada, la participación $Part^{GLDFC}_{\ell\to k,i}$ en la línea $\ell \to k$ del consumo i, como:

$$Part^{GLDFC}_{\ell\to k,i} = \frac{E_{\ell\to k,i}L_i}{\sum_c E_{\ell\to k,c}L_c} \tag{23.32}$$

De la expresión anterior se deduce que la suma de las participaciones sobre todos los consumos igualmente resulta uno, asegurándose de esta forma la cobertura de costo de la instalación, en la medida en que en la condición de operación estudiada, el flujo de potencia en la línea de transmisión sea distinto de cero. Sin embargo, dado que los factores $E_{\ell\to k,c}$ pueden ser positivos o negativos, existen eventualmente participaciones negativas, lo que equivale a pagar al consumidor correspondiente por el aporte a la descongestión de la línea de transmisión. Este tipo de cálculo de participación se denomina $GLDF$ con flujo contrario o $GLDFC$.

Alternativamente, la participación puede ser calculada sin considerar los aportes de flujos contrarios al flujo de potencia en la línea. En este caso se redefinen los factores $E_{\ell\to k,c}$ de la siguiente forma:

$$E'_{\ell\to k,c} = \begin{cases} E_{\ell\to k,c} & ;\text{si } E_{\ell\to k,c} \times P_{\ell\to k} \geq 0 \\ 0 & ;\text{si } E_{\ell\to k,c} \times P_{\ell\to k} < 0 \end{cases} \tag{23.33}$$

Aplicando la ecuación (23.5.3) y calculando en este caso las participaciones $Part^{GLDF}_{\ell\to k,i}$, la cobertura de costos queda igualmente asegurada en este caso, en la medida en que exista un flujo de potencia distinto de cero en la línea de transmisión en la condición de operación estudiada.

Derivación de los factores GLDF
A continuación se entrega una derivación de los factores generalizados GLDF, haciendo uso de los factores de distribución GSDF expuestos en la sección anterior. A partir de la ecuación (23.5.3), se supone un consumo c que incrementa su carga en $\triangle L_c$, variación que es compensada por un generador de referencia arbitrario R ($R \neq c$). El nuevo flujo por una línea en particular queda expresado como:

$$P'_{\ell\to k} = \sum_p E_{\ell\to k,p}L_p + E_{\ell\to k,c} \triangle L_c - E_{\ell\to k,R} \triangle L_c, \tag{23.34}$$

donde la suma en p es sobre todos los consumos; $P'_{\ell\to k}$ es el flujo modificado en la línea $\ell \to k$; $\triangle L_c$ es la variación de carga en el consumo c y generador de referencia R; y L_p es la carga total en consumo p.

De la ecuación (23.5.3) se tiene:

$$P_{\ell\to k} = \sum_p E_{\ell\to k,p}L_p, \tag{23.35}$$

donde $P_{\ell\to k}$ es el flujo de potencia original en la línea. Reemplazando la ecuaciones anteriores, se tiene:

$$P'_{\ell\to k} - P_{\ell\to k} = (E_{\ell\to k,c} - E_{\ell\to k,R}) \triangle L_c, \tag{23.36}$$

ecuación que relaciona los factores generalizados de distribución de carga GLDF con variaciones de flujo en una línea. Comparando las ecuaciones y tomando en cuenta que una variación en la carga corresponde a una variación negativa de la generación, se tiene:

$$E_{\ell\to k,c} - E_{\ell\to k,R} = -A_{\ell\to k,c}. \tag{23.37}$$

Así, se obtiene una relación clara entre los factores de distribución GSDF expuestos en la sección anterior y los factores GLDF, para un consumo c. De esta forma, para poder conocer los factores asociados a una barra en particular, solo es necesario conocer el factor asociado a la barra de referencia y solucionar un sistema lineal muy simple.

Realizando un desplazamiento de carga completo, de todos los consumos del sistema a la barra de referencia R, es decir, $\triangle L_p = -L_p$, de las ecuaciones (23.5.3, 23.5.3, 23.5.3), se tiene:

$$P'_{\ell\to k} - P_{\ell\to k} = -\sum_p A_{\ell\to k,p}(-L_p), \tag{23.38}$$

donde la suma en p es sobre todos los consumos, excluido el de referencia R; $P_{\ell\to k}$ es el flujo en línea $\ell \to k$ antes del deplazamiento de consumo y $P'_{\ell\to k}$ es el flujo en la línea $\ell \to k$ después del desplazamiento de consumo.

Por otra parte, de la ecuación (23.5.3) se tiene:

$$P'_{\ell\to k} = \sum_p E_{\ell\to k,p}L'_p + E_{\ell\to k,R}L'_R, \tag{23.39}$$

donde la suma en p es sobre todos los consumos, excluida la barra de referencia; $L_p^{'}$ es la carga final en consumo p y $L_R^{'}$ es la carga final en la barra de referencia R.

El desplazamiento de consumo realizado hace que la carga final en cada uno de los consumos, excluido el de referencia, sea cero. Así, la ecuación anterior queda expresada como:

$$P'_{\ell\to k} = E_{\ell\to k,R} L'_R. \tag{23.40}$$

Después del desplazamiento, la carga del sistema queda concentrada en la barra de referencia R:

$$L'_R = \sum_i L'_i, \tag{23.41}$$

donde la suma en i es sobre todos los consumos, excluido el de referencia R. Sustituyendo las ecuaciones (23.5.3) y (23.5.3), y reagrupando términos, se obtiene la siguiente expresión para el factor de distribución generalizado de carga asociado a la barra de referencia del sistema:

$$E_{\ell\to k,R} = \frac{P_{\ell\to k} + \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p} L_p}{\sum_q L_q}. \tag{23.42}$$

Si se dispone de un flujo de potencia base, que entregue la información de flujos $P_{\ell\to k}$ y consumos L_p en el sistema, el cálculo del factor GLDF asociado a una barra de referencia es directo. Así, en combinación con los factores GSDF calculados en la sección anterior, se obtienenn todos los GLDF del sistema completo.

Una ventaja de estos factores con respecto a los factores GSDF, es la independencia de la barra de referencia. Las propiedades de estos factores se discuten en la siguiente sección.

23.6. Propiedades de los factores de distribución

A continuación se presentan las propiedades de los factores de distribución GSDF, GGDF y GLDF, relevantes al momento de buscar su aplicación en metodologías de tarificación de los sistemas de transmisión.

23.6.1. Propiedades de los GSDF

Los factores GSDF se definen como factores de participación marginal. Una propiedad fundamental es su dependencia de la barra de referencia del sistema. Esto es consecuencia directa de la definición de los factores GSDF y de la modificación de la matriz de reactancia $[X]$ en función de la barra de referencia elegida. en la medida en que la barra de referencia del sistema sea conocida, los factores GSDF son independientes de la condición de operación del sistema. Esta propiedad ofrece grandes ventajas en la aplicación de estos factores en un contexto de simulación.

23.6.2. Propiedades de los GGDF y GLDF

En esta sección se demuestran distintas propiedades de los factores GGDF, que son, en forma análoga, válidas para los factores GLDF.

Independencia de la barra de referencia

Los factores GGDF son independientes de la barra de referencia, pero dependientes de la condición de operación del sistema.

Primero se definirán las condiciones que debe cumplir un factor GGDF $D_{\ell\to k,g}$ de una línea $\ell \to k$ cualquiera y de un generador g arbitrario, para que, dada una condición de operación, sea independiente de la barra de referencia elegida. Supóngase como barras de referencia R_1 y R_2 (los superíndices (1) y (2) indican cálculos resultantes de considerar las barras de referencia R_1 y R_2 respectivamente):

$$D^{(1)}_{\ell\to k,g} = D^{(2)}_{\ell\to k,g} \tag{23.43}$$

$$D^{(1)}_{\ell\to k,R} + A^{(1)}_{\ell\to k,g} = D^{(2)}_{\ell\to k,R} + A^{(2)}_{\ell\to k,g} \tag{23.44}$$

$$\frac{P^{(1)}_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R_{(1)}} A^{(1)}_{\ell\to k,p} G^{(1)}_p}{\sum_q G^{(1)}_q} + A^{(1)}_{\ell\to k,g} = \frac{P^{(2)}_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R_{(2)}} A^{(2)}_{\ell\to k,p} G^{(2)}_p}{\sum_q G^{(2)}_q} + A^{(2)}_{\ell\to k,g} \tag{23.45}$$

Los valores $P_{\ell\to k}$, G_p son los mismos para una condición de operación, por lo que:

$$\frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R_{(1)}} A^{(1)}_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} + A^{(1)}_{\ell\to k,g} = \frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R_{(2)}} A^{(2)}_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} + A^{(2)}_{\ell\to k,g} \tag{23.46}$$

$$A^{(1)}_{\ell\to k,g} \sum_q G_q - \sum_{p\neq R_{(1)}} A^{(1)}_{\ell\to k,p} G_p = A^{(2)}_{\ell\to k,g} \sum_q G_q - \sum_{p\neq R_{(2)}} A^{(2)}_{\ell\to k,p} G_p \tag{23.47}$$

Dado que la reactancia de línea $X_{\ell\to k}$ es única y que la fila y columna asociadas a la barra de referencia en una matriz de reactancia es nula, la expresión en (23.6.2) puede ser escrita en función de los elementos X_{lg} y X_{kq} de la matriz de reactancia como:

$$\sum_q G_q(X_{lg} - X_{kg} + X_{kq} - X_{lq})^{(1)} = \sum_q G_q(X_{lg} - X_{kg} + X_{kq} - X_{lq})^{(2)} \tag{23.48}$$

Esta condición debiera cumplirse para cualquier combinación de inyecciones G_p. De esta forma, los factores GGDF serán independientes de la barra de referencia elegida, en la medida en que para un valor de p cualquiera se cumpla:

$$(X_{lg} - X_{kg} + X_{kq} - X_{lq})^{(1)} = (X_{lg} - X_{kg} + X_{kq} - X_{lq})^{(2)} \tag{23.49}$$

Por otro lado, el modelo $P-\theta$ constituye un sistema de $(n-1)$ ecuaciones linealmente independientes (donde n es el número de nodos del sistema). Con independencia de la fila que se elimine para su solución, el resultado para una diferencia de fases $(\theta_l - \theta_k)$ debe ser el mismo. Por lo tanto:

$$(\theta_l - \theta_k)^{(1)} = (\theta_l - \theta_k)^{(2)} \tag{23.50}$$

$$\sum_i P_i(X_{li} - X_{ki})^{(1)} = \sum_i P_i(X_{li} - X_{ki})^{(2)} \tag{23.51}$$

Lo anterior se cumplirá para cualquier combinación de inyecciones netas P_i, en particular para el caso en que $P_g = 1$ y $P_q = -1$, con lo cual (23.6.2) queda expresada como:

$$(X_{lg} - X_{kg} + X_{kq} - X_{lq})^{(1)} = (X_{lg} - X_{kg} + X_{kq} - X_{lq})^{(2)} \tag{23.52}$$

Comparando las ecuaciones (23.6.2) y (23.6.2), queda demostrada la independencia de la barra de referencia elegida para el cálculo de los factores GGDF.

Unicidad de los factores

Los factores GGDF son únicos para una condición de operación dada del sistema. Es decir, no existe otra combinación de factores que, dadas estas condiciones, satisfaga la ecuación (23.5.2).

Esta propiedad es consecuencia directa de trabajar con un modelo lineal para representar la operación en estado estacionario de la red. Para realizar una demostración por contradicción, se supondrá la existencia de dos factores GGDF distintos $D^1_{\ell\to k,g}$ y $D^2_{\ell\to k,g}$ para una línea $\ell \to k$ y un generador g dados. Es decir:

$$D^1_{\ell\to k,g} \neq D^2_{\ell\to k,g} \tag{23.53}$$

Usando la ecuación (23.5.2):

$$D^1_{\ell\to k,R} + A^1_{\ell\to k,g} \neq D^2_{\ell\to k,R} + A^2_{\ell\to k,g} \tag{23.54}$$

Los factores GSDF utilizados para el cálculo de los GGDF resultan de la solución del sistema lineal $P-\theta$. La matriz de reactancia $[X]$ es única, dada una barra de referencia (teorema del álgebra lineal: la inversa de una matriz no singular de $n \times n$ es única). De esta forma $A^1_{\ell\to k,g} = A^2_{\ell\to k,g} = A_{\ell\to k,g}$ y, por ende, utilizando la ecuación (23.5.2):

$$D^1_{\ell\to k,R} \neq D^2_{\ell\to k,R} \tag{23.55}$$

$$\frac{P^1_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A^1_{\ell\to k,p} G^1_p}{\sum_q G^1_q} \neq \frac{P^2_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A^2_{\ell\to k,p} G^2_p}{\sum_q G^2_q} \tag{23.56}$$

Los valores $P_{\ell\to k}$, G_p son los mismos para una condición de operación dada. Lo mismo sucede con $A_{\ell\to k,p}$ para una barra de referencia dada, por lo que:

$$\frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} \neq \frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} \tag{23.57}$$

con lo que se llega a una contradicción.

Ya se demostró la propiedad de independencia de la barra de referencia, por lo que no es necesario analizar este caso.

Escalamiento de carga e invariabilidad de los factores utilizando flujo DC

En la medida en que el modelo utilizado para calcular los flujos originales $P_{\ell\to k}$ considerados se mantenga lineal, por ejemplo, al no considerar pérdidas eléctricas, la validez de los factores de generación GGDF calculados para una condición específica puede extenderse a más de una condición de operación. Los factores GGDF poseen la característica adicional de ser invariantes frente a escalamientos en los consumos. Es importante recalcar que esta validez se restringe al modelo de operación lineal sin considerar pérdidas eléctricas.

Para demostrar esta característica, se utilizará la propiedad de que los factores GGDF no dependen de la barra de referencia utilizada. De esta forma, demostrar que los factores GGDF no varían de una condición de operación

a otra, es equivalente a demostrar que los factores GGDF correspondientes a la barra de referencia no varían (ver ecuaciones (23.5.2) y (23.5.2)).

Usando las siguientes relaciones que cumplen los flujos originales considerados:

$$A_{\ell\to k,g} = \frac{X_{lg} - X_{kg}}{X_{\ell\to k}} \tag{23.58}$$

$$P_{\ell\to k} = \frac{1}{X_{\ell\to k}}(\theta_l - \theta_k) \tag{23.59}$$

donde X_{lg}, X_{kg} son elementos de la matriz de reactancia y $X_{\ell\to k}$ es la reactancia de la línea $\ell \to k$:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ ... \\ \theta_n \end{bmatrix} = [X] \begin{bmatrix} P_1 \\ ... \\ P_n \end{bmatrix} \tag{23.60}$$

donde $[X]$ representa la matriz de reactancia del sistema. Haciendo uso de estas relaciones, la ecuación (23.5.2) puede ser expresada como:

$$D_{\ell\to k,R} = \frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_{li}-X_{ki})}{X_{\ell\to k}} P_i - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p} G_p}{\sum_q G_q} \tag{23.61}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_{li}-X_{ki})}{X_{\ell\to k}} P_i - \sum_{p\neq R} \frac{(X_{lp}-X_{kp})}{X_{\ell\to k}} G_p}{\sum_q G_q}. \tag{23.62}$$

Restar las sumatorias del numerador es equivalente a restar el aporte de generación G_p de la potencia neta inyectada P_i. En consecuencia, el factor de distribución asociado a cada barra queda ponderado por el consumo neto PC_i de la forma:

$$D_{\ell\to k,R} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{li} - X_{ki})PC_i}{X_{\ell\to k}\sum_q G_q} \tag{23.63}$$

Una consecuencia importante de esta ecuación es que el factor calculado no depende del despacho de las unidades generadoras y el valor es el mismo, en la medida en que se mantenga la proporcionalidad de los consumos.

Supóngase ahora un escalamiento en un factor K (único) de cada uno de los consumos en los nodos $PC'_i = KPC_i$. Debido a que no se consideran pérdidas, se cumplirá que la generación total del sistema aumenta en el mismo factor, es decir, $\sum_q G'_q = K\sum_q G_q$.

Reemplazando este resultado en la ecuación (23.6.2), se tiene:

$$D'_{\ell\to k,R} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{li} - X_{ki})PC'_i}{X_{\ell\to k}\sum_q G'_q} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_{li} - X_{ki})KPC_i}{X_{\ell\to k}K\sum_q G_q} \tag{23.64}$$

$$D'_{\ell\to k,R} = D_{\ell\to k,R} \tag{23.65}$$

En conclusión, los factores GGDF son invariantes frente a escalamientos parejos en los niveles de carga.

Datos requeridos de flujos de potencia generación

Los factores GGDF establecen, para una distribución de cargas determinada, una relación lineal entre las potencias inyectadas y el flujo en una línea. Esta relación tiene validez solo en el punto de operación, cuando se consideran pérdidas eléctricas y/o potencia reactiva y módulos de las tensiones.

Se desea demostrar que la expresión (23.6.2) se cumple, independientemente de los datos de entrada que se elijan. Como datos de entrada se consideran la matriz de factores GSDF, los flujos de potencia en las líneas de transmisión $P_{\ell\to k}$ y las inyecciones de generación G_q. Suponiendo un conjunto de datos de entrada y con ayuda de las equivalencias desarrolladas anteriormente, la expresión (23.5.2) puede ser escrita como:

$$P_{\ell\to k} = D_{\ell\to k,R}G_R + \sum_{p\neq R}(D_{\ell\to k,R} + A_{\ell\to k,p})G_p = D_{\ell\to k,R}\sum_q G_q + \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p}G_p$$

$$P_{\ell\to k} = \frac{P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p}G_p}{\sum_q G_q}\sum_q G_q + \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p}G_p = P_{\ell\to k} - \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p}G_p + \sum_{p\neq R} A_{\ell\to k,p}G_p$$

$$P_{\ell\to k} = P_{\ell\to k} \tag{23.66}$$

En el conjunto de equivalencias utilizadas en la expresión anterior no se hizo uso de ninguna relación especial existente entre los datos de entrada de factores GSDF, $P_{\ell\to k}$ y G_q.

La importancia de esta propiedad es que posibilita el uso de cualquier conjunto de datos, no siendo necesario utilizar los resultantes del modelo de despacho. Por ejemplo, se pueden utilizar resultados de flujos de potencia en alterna, mediciones reales, despachos económicos que incluyen modelación de pérdidas, etcétera.

23.7. Sistema ejemplo de cinco barras

En lo que sigue, y con el fin de aclarar la derivación y forma de cálculo de los distintos tipos de factores, se presenta un sistema ejemplo de cinco barras.

23.7.1. Bases del estudio

En el conjunto de estudios presentados a continuación, se supone como caso base los resultados de un despacho económico que considera pérdidas de transmisión. Con base en la condición de operación así obtenida se calculan las participaciones, de acuerdo con los principios de uso basados en los factores GSDF, GGDF y GLDF, empleando los métodos presentados en el capítulo anterior.

El sistema puede ser simulado directamente con la herramienta DeepEdit, cargando el caso ejemplo "Tarificación de sistemas de transmisión" y simulando consecutivamente un despacho económico generalizado y luega la opción "Tarificación en transmisión" (activando la opción de reporte). Al ejecutarse el programa, se dispone de una ventana de opciones que permite estudiar en forma gráfica y en detalle el efecto sobre el sistema de utilizar distintos esquemas de tarificación.

El diagrama del sistema por estudiar se muestra en la Figura 23.4.

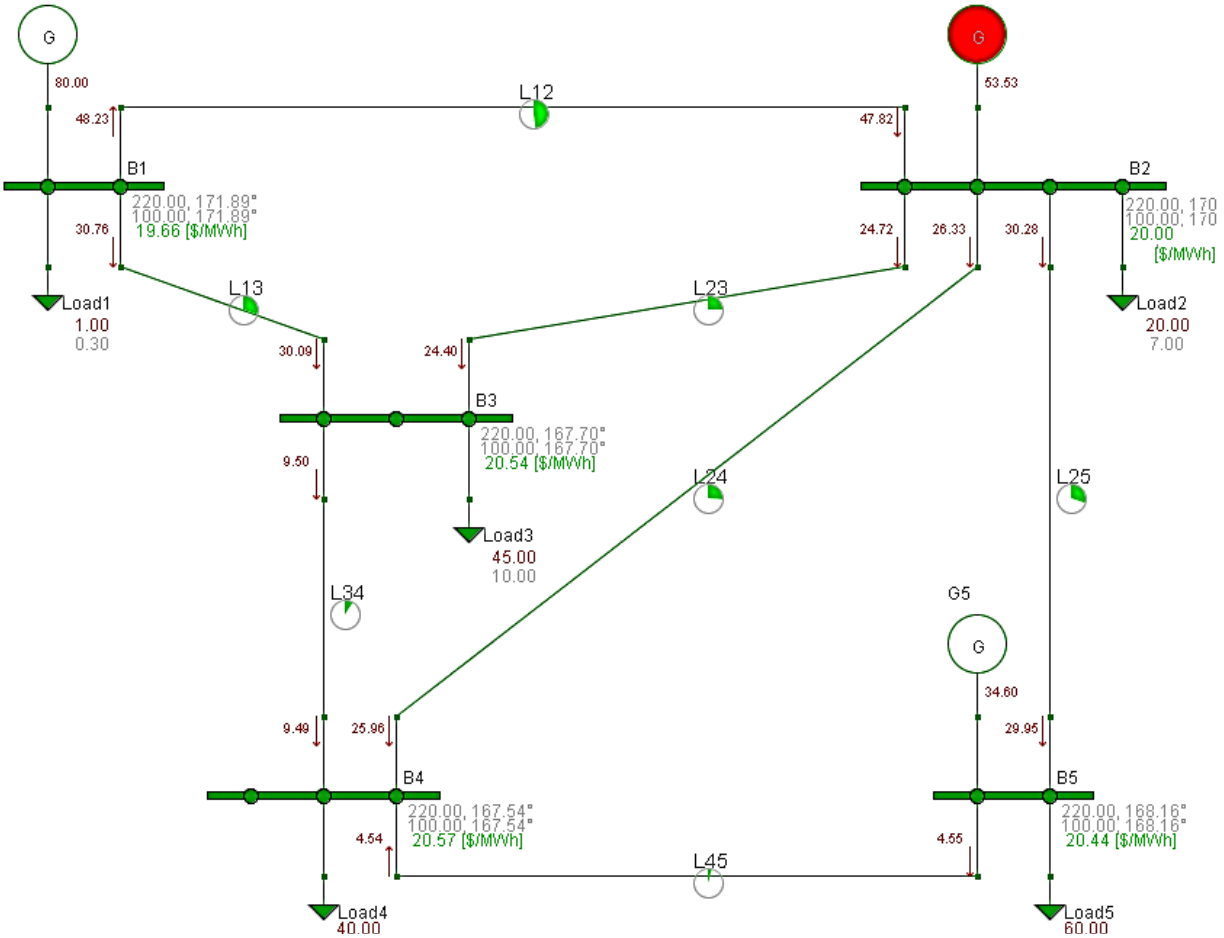


Figura 23.4: Sistema ejemplo tarificación

Las Tablas 23.1 y 23.2 resumen los datos principales del sistema.

Se ha considerado al generador ubicado en la barra 2 como el de mayor capacidad, pero a su vez el más caro, con un costo variable lineal de $0,02$ [$\$/kWh$][1]. Debido a esto, para la mayoría de las condiciones de operación, el generador 2 es el generador marginal del sistema. Los dos generadores restantes poseen costos variables lineales idénticos ($0,01$ [$\$/kWh$]). Cada nodo de consumo tiene asociado un costo de falla lineal de $0,5$ [$\$/kWh$].

[1]Para la definición de $, ver pié de página Nº 1 en capítulo 1

Tabla 23.1: Datos de barras

Barra		Demanda (MW)	Generación mínima (MW)	Generación máxima (MW)
1	UNO	1	0	80
2	DOS	20	0	500
3	TRES	45	0	0
4	CUATRO	40	0	0
5	CINCO	60	0	34,6

Tabla 23.2: Datos de la red

Línea número	Partida barra	Llegada barra	Resistencia (pu)	Reactancia (pu)
1	UNO	DOS	0,02	0,06
2	UNO	TRES	0,08	0,24
3	DOS	TRES	0,06	0,18
4	DOS	CUATRO	0,06	0,18
5	DOS	CINCO	0,04	0,12
6	TRES	CUATRO	0,01	0,03
7	CUATRO	CINCO	0,08	0,24

23.7.2. Resultados del despacho

En las Tablas 23.3 y 23.4 se detallan los resultados del despacho y flujos de potencia obtenidos del despacho económico del sistema. El generador en la barra 2 es, en este caso, el generador marginal del sistema.

Tabla 23.3: Resultados de barras

Barra		Demanda (MW)	Generación térmica (MW)	Ángulo de fase θ (rad.)
1	UNO	1	80	0,0288
2	DOS	20	53,53	0,0000
3	TRES	45	0	-0,0442
4	CUATRO	40	0	-0,0471
5	CINCO	60	34,60	-0,0361
	Total	166	168,13	

Tabla 23.4: Resultados de líneas

Línea nombre	Partida barra	Llegada barra	Línea flujo de potencia	Pérdidas óhmicas
			(MW)	(MW)
L12	UNO	DOS	48,03	0,42
L13	UNO	TRES	30,43	0,67
L23	DOS	TRES	24,57	0,33
L24	DOS	CUATRO	26,15	0,37
L25	DOS	CINCO	30,12	0,33
L34	TRES	CUATRO	9,50	0,01
L45	CUATRO	CINCO	-4,55	0,01

23.7.3. Cálculo de factores GSDF

La matriz $[B']$ para la red antes descrita considerando el modelo lineal $P - \theta$, está dada por la Tabla 23.5.

Esta matriz puede ser visualizada utilizando la aplicación "Tarificación en transmisión" de DeepEdit. De igual forma, la matriz de admitancia nodal asociada puede ser visualizada utilizando la aplicación "Matriz de admitancia nodal" de DeepEdit.

Tabla 23.5: Matriz de admitancia nodal flujo DC

$$\begin{bmatrix} 20,83 & -16,67 & -4,17 & 0 & 0 \\ -16,17 & 36,11 & -5,56 & -5,56 & -8,33 \\ -4,17 & -5,56 & 43,06 & -33,33 & 0 \\ 0 & -5,56 & -33,33 & 43,06 & -4,17 \\ 0 & -8,33 & 0 & -4,17 & 12,50 \end{bmatrix} \cdot j$$

Tomando como barra de referencia el nodo 2, la matriz de reactancia correspondiente queda definida como se muestra en la Tabla 23.6:

Tabla 23.6: Matriz de reactancia

Nombre de nodo	BARRA 1	BARRA 2	BARRA 3	BARRA 4	BARRA 5
BARRA 1	0,05057	0,0	0,01286	0,01029	0,00343
BARRA 2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
BARRA 3	0,01286	0,0	0,06429	0,05143	0,01714
BARRA 4	0,01029	0,0	0,05143	0,06514	0,02171
BARRA 5	0,00343	0,0	0,01714	0,02171	0,08724

Con base en el método de cálculo de los factores GSDF, desarrollado en la sección anterior, se obtiene la siguiente tabla de factores para las barras de interés.

Los resultados de los factores GSDF muestran la clara dependencia de estos con respecto a la barra de referencia elegida. Así, el generador ubicado en la barra marginal no provoca ninguna alteración en los flujos del sistema.

Tabla 23.7: Factores GSDF

Línea	Nombre	BARRA 1	BARRA 2	BARRA 3	BARRA 4	BARRA 5
1	L12	0,8429	0	0,2143	0,1714	0,0571
2	L13	0,1571	0	-0,2143	-0,1714	-0,0571
3	L23	-0,0714	0	-0,3571	-0,2857	-0,0952
4	L24	-0,057124	0	-0,2857	-0,3619	-0,1206
5	L25	-0,0286	0	-0,1429	-0,1810	-0,7270
6	L34	0,0857	0	0,4286	-0,4571	-0,1524
7	L45	0,0286	0	0,1429	0,1810	-0,2730

Cualquier variación de generación en la barra de referencia es compensada por el generador ubicado en la misma barra.

23.7.4. Cálculo de factores GGDF

Utilizando los factores GSDF antes calculados y los flujos de potencia activa por línea resultantes del modelo de despacho, los factores GGDF resultantes se muestran en la Tabla 23.8:

Tabla 23.8: Factores GGDF

Línea	Nombre	BARRA 1	BARRA 2	BARRA 3	BARRA 4	BARRA 5
1	L12	0,7157	-0,1271	0,0871	0,0443	-0,0700
2	L13	0,2751	0,1180	-0,0963	-0,0535	0,0608
3	L23	0,1283	0,1997	-0,1574	-0,0860	0,1045
4	L24	0,1504	0,2075	-0,0782	-0,1544	0,0869
5	L25	0,3138	0,3424	0,1995	0,1614	-0,3846
6	L34	0,1328	0,0471	0,4757	-0,4101	-0,1053
7	L45	0,0441	0,0155	0,1584	0,1965	-0,2575

Para una línea de transmisión determinada, por definición, el producto ponderado de los factores GGDF por las generaciones nodales debe corresponder al flujo resultante del programa de despacho. Los factores GGDF entregan una señal alternativa de uso del sistema de transmisión. Así, el generador en el nodo 1 posee un impacto importante en la línea $L12$, con un factor $0,7157$ (ver diagrama), mientras que un impacto muy reducido $(0,0441)$ en el contraflujo en la línea que une los nodos 4 y 5 ($L45$).

23.7.5. Cálculo de factores GLDF

Utilizando los factores GSDF antes calculados y los flujos de potencia activa por línea resultantes del modelo de despacho, los factores GLDF son los mostrados en la Tabla 23.9.

Tabla 23.9: Factores GLDF

Línea	Nombre	BARRA 1	BARRA 2	BARRA 3	BARRA 4	BARRA 5
1	L12	-0,4300	0,4128	0,1986	0,2414	0,3557
2	L13	-0,0941	0,0630	0,2773	0,2344	0,1202
3	L23	0,0179	-0,0536	0,3036	0,2322	0,0417
4	L24	0,0051	-0,0520	0,2337	0,3099	0,0686
5	L25	-0,1346	-0,1632	-0,0204	0,0177	0,5638
6	L34	-0,0763	0,0095	-0,4191	0,4666	0,1618
7	L45	-0,0712	-0,0426	-0,1854	-0,2235	0,2304

Al igual que para los factores GGDF, por definición, el producto ponderado de los factores GLDF por las consumos nodales debe corresponder al flujo resultante del programa de despacho. Analizando el consumo ubicado en el nodo 5, se puede distinguir claramente la señal de uso del sistema de transmisión entregada por los factores GLDF. El consumo en la barra 5 posee un fuerte impacto en el flujo de potencia de la línea $L25$, con un factor $0,5638$, y uno muy pequeño en el flujo por la línea $L23$ $(0,0417)$, que se encuentra relativamente alejada.

El estudio del sentido físico del uso del sistema que entregan los distintos factores puede ser estudiado con DeepEdit, analizando las matrices presentadas y animando los flujos resultantes del despacho.

23.7.6. Cálculo de prorrateos

Utilizando los factores descritos en las secciones anteriores se construye la tabla de prorrateos para cada tramo de transmisión y barra del sistema que se muestra en la página siguiente.

Tabla 23.10: Cálculo de prorrateos

Línea	Nodo	$Part^{GSDFG}_{\ell\to k,i}$	$Part^{GSDFC}_{\ell\to k,i}$	$Part^{GGDF}_{\ell\to k,i}$	$Part^{GLDF}_{\ell\to k,i}$	$Part^{GGDFC}_{\ell\to k,i}$	$Part^{GLDFC}_{\ell\to k,i}$
L12	BARRA 1	97,15	0,00	100,00	0,00	119,21	-1,38
L12	BARRA 2	0,00	0,00	0,00	17,57	-14,17	17,81
L12	BARRA 3	0,00	0,00	0,00	18,55	0,00	18,81
L12	BARRA 4	0,00	0,00	0,00	19,93	0,00	20,20
L12	BARRA 5	0,00	0,00	0,00	43,95	-5,04	44,56
L13	BARRA 1	100,00	0,00	72,33	0,00	72,33	-0,48
L13	BARRA 2	0,00	0,00	20,75	4,27	20,75	4,29
L13	BARRA 3	0,00	48,56	0,00	41,26	0,00	41,46
L13	BARRA 4	0,00	34,32	0,00	30,82	0,00	30,97
L13	BARRA 5	0,00	17,12	6,92	23,65	6,92	23,76
L23	BARRA 1	0,00	0,33	41,77	0,11	41,77	0,12
L23	BARRA 2	0,00	0,00	43,51	0,00	43,52	-4,52
L23	BARRA 3	0,00	48,40	0,00	53,79	0,00	56,22
L23	BARRA 4	0,00	34,20	0,00	36,34	0,00	37,98
L23	BARRA 5	0,00	17,07	14,72	9,76	14,71	10,20
L24	BARRA 1	0,00	0,25	46,01	0,03	46,01	0,03
L24	BARRA 2	0,00	0,00	42,49	0,00	42,49	-4,13
L24	BARRA 3	0,00	37,26	0,00	39,06	0,00	40,66
L24	BARRA 4	0,00	41,69	0,00	45,75	0,00	47,64
L24	BARRA 5	0,00	20,80	11,50	15,16	11,50	15,79
L25	BARRA 1	0,00	0,08	57,80	0,00	83,34	-0,69
L25	BARRA 2	0,00	0,00	42,20	0,00	60,84	-11,23
L25	BARRA 3	0,00	11,29	0,00	0,00	0,00	-3,07
L25	BARRA 4	0,00	12,64	0,00	2,06	0,00	2,37
L25	BARRA 5	0,00	75,99	0,00	97,94	-44,18	112,62
L34	BARRA 1	100,00	0,00	80,83	0,00	111,85	-1,24
L34	BARRA 2	0,00	0,00	19,17	0,68	26,52	2,06
L34	BARRA 3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-200,83
L34	BARRA 4	0,00	66,71	0,00	65,38	0,00	197,49
L34	BARRA 5	0,00	33,29	0,00	33,94	-38,37	102,52
L45	BARRA 1	0,00	0,32	0,00	0,60	-77,52	2,41
L45	BARRA 2	0,00	0,00	0,00	4,79	-18,26	19,39
L45	BARRA 3	0,00	47,04	0,00	45,82	0,00	185,42
L45	BARRA 4	0,00	52,64	0,00	48,79	0,00	197,45
L45	BARRA 5	100,00	0,00	504 100,00	0,00	195,78	-304,67

Referencias

Las siguientes referencias, ordenadas alfabéticamente, pueden ser utilizadas como información complementaria a la presentada en esta obra.

- Acha E., Fuerte-Esquivel C., Ambriz-Pérez H., Angeles-Camacho C.: *FACTS. Modeling and Simulation in Power Networks*, John Wiley and Sons, 2004.
- Anderson P.M., Fouad A.A., Institute of Electrical and Electronics Engineers: *Power System Control and Stability*, 2da ed. Piscataway, N.J.: IEEE Press; Wiley-Interscience, 2003.
- Arrillaga J., N.R. Watson: *Computer Modeling of Electrical Power Systems*, 2da John Wiley & Sons, 2001.
- Bergeron L.: *Du Coup de Belier en hydraulique au Coup de Foudre en electricité*, Dunod-Paris, 1949.
- Bewley L.: *Traveling waves on transmission systems*, John Wiley, 1933.
- Carson J.: *Wave propagation in overhead wires with ground return*, paper, Bell System Technical Journal, v.5, pg 539 – 554, oct. 1926.
- Clarke E.: *Problems solved by modified symmetrical components*, paper, General Electric Review, v.41, pg 488 – 494, 1938.
- D-ayllu solar-SERC Chile: *La Fuerza del Sol*, Grafhika, 1ra Edición, 2017.
- Dommel H.: *A method for solving transient phenomena in multiphase system*, paper, Proc. 2nd Power System Computation Conference (Stockholm, Sweden), Rept. 5.8., 1966.
- Dommel H., Tinney W.: *Optimal power flow solutions*, paper, IEEE Trans PAS-87, pg 1866 – 1876, 1968.
- El-Hawary E.M.: *Electrical Power Systems*, IEEE Press, Power Systems Engineering Series, 1995.
- Endesa, Asociación de Ingenieros de Endesa: *La Energía Eléctrica en Chile*, Biblioteca DIE, 1996.
- Enríquez G.: *Elementos de Centrales Eléctricas II*, Limusa Noriega Editores, 1995.
- Feito J.S.: *Máquinas Eléctricas*, Prentice Hall, 2002.
- Fortescue C.: *Method of symmetrical coordinates applied to the solution of polyphase networks*, paper, Trans. AIEE, v.37, pg 1027 – 1140, 1918.
- Fouad A.A., Vittal V.: *Power System Transient Stability Analysis Using the Transient Energy Function Method*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1996.
- Glover D., Sarma M., Overbye T. : *Power System Analysis and Design*, PWS Publishers, Boston, 6ta edición, 2017.
- Godoy Simoes M., Farret F.: *Renewable Energy Systems, Design and Analysis with Induction Generators*, CRC Press, 2004.
- Gómez Expósito A. (Coordinador): *Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica*, McGraw-Hill, 2003.
- Gross Ch. A.: *Power System Analysis*, John Wiley & Sons, 2da edición, 1986.
- Guckenheimer J., Holmes P.: *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, 6ta edición, 2002.

- Heier S.: *Windkraftanlagen, Systemauslegung, Integration und Regelung*, B. G. Teubner, 2003.
- Hingorani N. G., Gyugyi L.: *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, IEEE Press, 2000.
- Kirchmayer L.: *Economic control of interconnected systems*, John Wiley, 1959.
- D. Kirschen, G. Strbac: *Fundamentals of Power System Economics*, John Wiley & Sons, Ltd, 1ra Edición, 2004.
- Kundur P., Balu N.J., Lauby M.G.: *Power System Stability and Control*, New York: McGraw-Hill, 1994.
- Machowski J., Bialek J.W., Bumby J.R.: *Power System Dynamics and Stability*, John Wiley & Sons, 2da edición, 2008.
- Mason C.: *The art and science of protecting relaying*, John Wiley, 1956.
- Morales N.: *Fenómeno Corona en líneas de transmisión y sus efectos*, Publicación T(P) / 9. Universidad de Chile, 1986.
- Padiyar K. R.: *Power System Dynamics Stability and Control*, John Wiley & Sons, 2da edición, 2008.
- Pai M.A., Power System Stability: *Analysis by the Direct Method of Lyapunov*, Amsterdam, New York, N.Y.: North-Holland Pub. Co.; Sole distributors for the U.S.A. and Canada, Elsevier North-Holland, 1981.
- Pai M.A.: *Energy Function Analysis for Power System Stability*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1989.
- Park R.: *Two reaction theory of synchronous machines*, paper, Trans. AIEE, v. 48, pg 716 – 730, 1929.
- Pélissier R.: *Les réseaux d'énergie électrique* , Dunod, Paris, 1971.
- Rashid M.: *Electrónica de Potencia. Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones*, 3ra Edición, Pearson Education, 2004.
- Rüdenberg R.: *Die Ausbreitung der Erdströme in der Umgebung von Wechselstromleitungen*, paper, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, 1925.
- Saadat H.: *Power System Analysis*, PSA Publishing LLC, 3ra edición, 2011.
- Sauer P.W., Pai M.A., Chow J.H.: *Power System Dynamics and Stability*, IEEE press Willey, 2da edición, 2017.
- Song Y. H., Johns A. T.: *Flexible ac transmission systems (FACTS)*, IEE, The Institution of Electrical Engineers, 1999.
- Stagg G., El-Abiad A.: *Computer methods in power systems analysis*, Mc Graw Hill, 1968.
- Stoft S.: *Power System Economics*, IEEE Press, Wiley-Interscience, 2002.
- Stott B., Alsac O.: *Fast decoupled load flow*, paper, IEEE Trans PAS-91, pg 859 – 869, 1974.
- Taylor C.W., Balu N.J., Maratukulam D.: *Power System Voltage Stability*, New York: McGraw-Hill, 1994.
- Tesla N.: *Electrical transformer*, patente USA N° 593.138 del 02.11.1897 (solicitud del 20.03.97).
- Van Cutsem T., Vournas C.: *Voltage Stability of Electric Power Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- Wiggins S.: *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer-Verlag, (tercera impresión) 1990.
- Wilkinson J. H.: *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Clarendon Press Oxford, London, Ch 2, 1965.
- Wood A., Wollenberg B. Sheblé G.B.: *Power, Generation, Operation, and Control*, John Wiley & SONS, INC., 3ra edición, 2014.

Índice alfabético